第 20 卷第 6 期
2017 年 6 月
管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA
Vol. 20 No. 6
Jun. 2017

双边市场中用户满意度与平台战略的选择①

张 凯[1,2]，李华琛[2]，刘维奇[1,3]

(1. 山西大学管理与决策研究所，太原 030006; 2. 山西大学经济与管理学院，太原 030006
3. 山西财经大学财政金融学院，太原 030006)

摘要：目前，有关双边市场理论的研究多在单期博弈模型中展开，并未在多期的情况下考虑平台的动态定价问题. 显然，这与两边用户总是在平台中展开多次交易，平台总是面临动态定价的客观现实相违背. 基于此，本文构建了一个双寡头两期动态博弈模型，通过引入用户满意度，研究了双边平台在不同定价策略(统一定价策略和歧视定价策略)和不同战略(短期战略和长期战略)情形下的最优定价，比较了策略间和战略间的差异性和有效性. 研究发现：第一期获得较大市场份额并不能保证平台在第二期竞争中占据优势地位，也不能保证获得较高重复购买率；歧视定价策略比统一定价策略更有利于平台获得较高利润，而不利于两边用户效用和社会福利水平的提升；(歧视定价策略，歧视定价策略)是帕累托上策均衡解；两期社会福利总水平仅仅与平台的定价策略有关，而与平台的战略无关.

关键词：双边平台；用户满意度；歧视定价策略；统一定价策略

中图分类号：F062.9　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1007－9807(2017)06－0042－22

0 引 言

双边市场理论(Two-sided Market)是当前产业组织领域研究的热点之一. 诸如银行卡组织(Visa，MasterCard，银联等)、中介企业(房屋租赁中介，婚介所)、电商平台(B2B，B2C，O2O 等)、搜索引擎(Google，Baidu，Bing 等)以及手机操作系统(Android，MacOS 等)等都是典型的双边市场. 其中，提供中介服务(Intermediating)和匹配(Matching)服务的平台称之为双边平台(Two-sided Platform)[1]. 双边平台并不为交易双方生产任何交易的产品和服务，而是利用"平台"对买卖双方产生的相互吸引作用，通过合理的定价机制和竞争策略将买卖双方聚集在平台中进行交易[2-4]. 交叉网络外部性(Cross Network Externality)和非中性价格结构(Price Non-neutrality)是双边市场区别于传统单边市场的最大特征. 尽管双边市场不是新生事物，但学术界对双边市场的研究源于 Caillaud 和 Jullien[5]，Rochet 和 Tirole[2]，Armstrong[3] 等开创性的文章，尤其是在 2004 年法国图卢兹召开的双边市场经济学的学术研讨会之后，逐渐形成了双边市场研究的高潮. 历经十余年的发展，双边市场理论的研究主要集中于：(1)双边平台定价机制，包括注册费，使用费和两部定价[2-3,6-9]；(2)两边用户行为，多指用户的单归属和多归属行为[3,10-11]；(3)平台性质，主要包括平台的差异[12]，开放性[13-14]，竞争合作[15]等. 然而，现有这些研究存在一个共性：多

① 收稿日期：2015－03－19；修订日期：2017－01－05.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(71102118)；中国博士后基金特别资助项目(2014T70232)；中国博士后基金面上资助项目(2013M530890)；山西省高等学校优秀青年学术带头人资助项目(2015050025)；山西省归国留学人员科研资助项目(2015－024)；山西省高等学校"131"领军人才工程资助项目(2016052007).
作者简介：张 凯(1981—)，男，山西怀仁人，博士，副教授，Email：zhangkai@sxu.edu.cn

是建立单期博弈模型展开研究，并未在多期的情况下考虑平台的动态定价问题②. 尽管单期博弈模型能够解释双边市场的许多现象，但在动态定价方面却相当乏力. 以阿里巴巴，京东商城，亚马逊，唯品会等电商企业为核心所构筑的平台生态圈具有双边市场的特征③. 其中，电商企业自身承担平台功能，而加入电商企业的买方和卖方形成了两边用户，三者共同构成了双边市场. 根据 2014 年 9 月 5 日阿里巴巴向美国证监会(SEC) 提交的招股说明书中数据显示，每个用户在 2013 年的购物频次平均为 52 次. 同年，iResearch 发布的《2014 年中国网络购物用户行为研究报告》显示，2013 年我国网络购物频次在40 次以上的网购用户占比为 33.9%; 网购31 次 ~40 次占比8.6%; 网购21 次 ~30 次占比16.6%; 网购 11 次 ~20 次占比 20.5%; 网购 3 次 ~10 次占比 16.6%; 网购 3 次以下占比仅为 3.8%. 显然，双边市场中用户的多次交易行为是普遍存在的客观现实. 由此引出一个重要问题: 用户在多次交易中是否会选择加入同一个双边平台? 根据 iResearch 公布的《2012 上半年中国独立 B2C 电子商务网站用户重复购买率排名》，唯品会以 82.41%的重复购买率排名第一，之后依次为好乐买，1 号店，聚尚网，京东商城，当当网，麦包包，优购网，中粮我买网和乐蜂网. 其中，排名第十的乐蜂网的重复购买率仅为 47.65%. 显然，答案是否定的. 造成用户在多次交易中选择不同平台的可能原因有: (1) 平台业务限制. 初期选择的平台无法提供用户后续交易所需的产品或服务; (2) 制度及一些不可抗力因素的存在. 如政策法规的限制，配送服务的改变，服务区域的制约等; (3) 用户不满意初次交易. 平台所提供的“平台服务”或“匹配服务”并没有满足用户需求，造成用户不良体验; (4) 用户偏好的改变. 用户在交易过程中不断学习，衍生出更高的需求，转而寻找能够更好迎合用户需求的平台; (5) 其他原因，如平台遭遇质量危机，信任危机等.

针对上述双边市场中两边用户多次交易选择不同平台的客观现实，就笔者目前掌握的文献资料，尚未有学者就这一现实问题展开研究. 基于此，本文构建了一个双寡头两期动态博弈模型，通过引入用户满意度这一变量，研究双边平台在不同定价策略(统一定价策略和歧视定价策略) 和不同战略(短期战略和长期战略) 情形下的最优定价，进而比较策略间和战略间的差异性和有效性. 本文旨在回答以下问题: (1) 若两双边平台具有不对称用户规模，那么，提高用户满意度能否帮助处于弱势地位的平台获得竞争优势? (2) 用户满意度是否会影响平台定价策略(统一定价策略和歧视定价策略) 的选择? (3) 提高用户满意度是否能够改善用户的重复购买率? (4) 在用户重复购买的情形下，双边平台应该追求长期利益最大化战略还是短期利益最大化战略? (5) 两种战略对社会福利水平和消费者剩余的影响如何?

研究发现: (1) 第一期获得较大市场份额的平台并不能保证在第二期竞争中占据优势. 当买方满意度较低或差异化程度接近于交叉网络外部性时，第一期获得较大(小) 市场份额的平台在第二期竞争中获得较小(大) 的市场份额和利润. (2) 一味地追求较高买方满意度的平台也不一定能够获得竞争优势. 当差异化程度接近于交叉网络外部性时，较大的买方满意度会导致第一期获得较大(小) 市场份额的平台在第二期竞争中获得较小(大) 的市场份额和利润. (3) 与统一定价策略相比较，歧视定价策略有助于双边平台获得更高的利润，而不利于两边用户效用和社会福利水平的提升. (4) 较高的市场份额并不是获取较高重复购买率的必要条件. 在差异化程度远远大于交叉网络外部性或买方满意度相对较低的情形

② Sun 和 Tse[16]，Chen 和 Tse[17] 均构建了双寡头动态微分模型分析双边平台的竞争情况，但两篇文章均没给出解析解，只进行了数值仿真.

③ 特别指出: 这些电商企业并非纯粹意义上的双边平台，而是复合型双边平台，即平台除了提供“平台服务”和“匹配服务”[1]，还为部分两边用户提供交易的产品和服务. 以京东商城为例，其业务分为两类: 一是自营业务，即通过买入卖出商品，赚取买卖差价来获利; 二是通过第三方加盟，获得会员费和技术服务费. 显然，只有第三方加盟业务才是典型的双边平台，而自营业务并非双边平台. 目前，笔者正围绕这类特殊双边市场的定价机制展开研究.

下，第一期获得较大市场份额的平台在第二期有可能获得较大的重复购买率也可能获得较小的重复购买率.（5）（歧视定价策略，歧视定价策略）是帕累托上策均衡.（6）若差异化程度远远大于交叉网络外部性且买方满意度较大时，无论平台在第二期选择统一定价策略还是歧视定价策略，短期战略比长期战略获得更多的利润.（7）社会福利水平仅仅与双边平台的定价策略有关，而与双边平台的战略无关.

本文管理启示体现在：（1）为不对称用户规模的双边平台提供了如何在竞争中获得竞争优势的途径. 在平均满意度较高的买方市场，较高市场差异化程度有助于第一期获得较大市场份额的平台在第二期依然保持竞争优势，而较低市场差异化程度则能帮助第一期获得较小市场份额的平台在第二期中扭转竞争格局，进而获得竞争优势.（2）区分了两类性质截然不同的歧视定价策略，给出二者实施的条件. 如果平台第一期的市场份额足够小（$N_B < \frac{1}{3}$），那么第一期获得较小市场份额的平台总是采取奖励忠诚者的价格歧视策略，是防御性价格歧视策略，而第一期获得较大市场份额的平台总是采取鼓励新加入者的歧视定价策略，是进攻性价格歧视策略.（3）双边平台采取歧视定价策略存在违反自由竞争的嫌疑. 因此，反托拉斯当局及反垄断政策制定者对双边平台采取的歧视定价策略应当给予关注. 在必要的时候（$r > 0.5$）要采取相应的措施限制双边平台实施歧视定价策略，进而鼓励其采用统一定价策略.（4）当一个平台选择歧视定价策略时，另外一个平台毫无疑问也应该选择歧视定价策略.（5）双边平台始终以追求长期利益最大化为目标的战略并不总是正确的，究竟选择哪一种战略取决于网络外部性强度，平台差异化程度，用户满意度以及超额效用的共同作用.

1 文献回顾

正如前文所述，尽管目前尚未有学者围绕双边平台的动态定价问题展开研究，但以下几个研究方向的文献与本文研究相关.

第一个研究方向：双边市场竞争性瓶颈模型. 根据两边用户的归属性，可分为三类：两边用户均为单归属，两边用户均为（部分）多归属，一边用户单归属而另一边用户多归属（即竞争性瓶颈）. Armstrong[3] 首次给出了竞争瓶颈情形下双边平台定价问题的一般框架，并给出了其在两个领域的应用，媒体平台中信息广告的发布和大型超市中卖方入驻. 之后，Armstrong 和 Wright[18] 进一步讨论了双边市场中竞争性瓶颈的定价问题，发现：若卖方认为竞争中的双边平台是同质的并且买方认为平台是异质的时候，就会出现竞争性瓶颈；在竞争性瓶颈情形下，双边平台对单归属方制定低于成本的价格，而对多归属方征收高价来补贴单归属方. 此外，Rasch 和 Wenzel[19] 采用该模型研究了以软件平台为代表的双边市场的盗版问题，Reisinger[7] 则采用该模型研究了双边平台的两部定价问题. 与 Rasch 和 Wenzel[19] 和 Reisinger[7] 类似，本文也借用了 Armstrong 和 Wright[18] 的分析框架，来研究双边市场中用户的多次购买行为.

第二个研究方向：基于消费历史的价格歧视策略（Behavior-Based Price Discrimination，BBPD）. BBPD 与传统价格歧视策略并无关联[20]，而是由于计算机技术水平的提升、数据挖掘和信息处理技术的发展，使得记录、收集并处理消费者的交易记录变得可行，逐渐成为众多企业的一种营销工具[21]. 目前，围绕 BBPD 的研究集中于：（1）若可以区分出新老顾客，是否要进行价格歧视[22]（2）若采取 BBPD，价格折扣和附加补偿哪一种方式好[23]？（3）BBPD 是否能够帮助企业阻止老顾客的流失[20，24]？（4）在 BBPD 实施过程中，为老顾客提供额外收益是否会影响策略的有效性[25－27]？（5）不完全信息条件下的 BBPD 的有效性[28－29]. 这些理论研究形成了一个初步的共识：BBPD 能够增强竞争程度，进而降低了企业的利润，提高了消费者的效用. 本文在双寡头双边平台的背景下构建了典型的 BBPD 模型，研究发现：BBPD 增加了双边平台的利润，却降低了消费者剩余和社会福利水平. 也就是说，BBPD 在双边市场和单边市场的结论完全相反. 这一发现再次佐证了 Wright[30] 的论断：不能将单边市场的结论轻易地转嫁到双边市场中.

第三个研究方向：理性消费者（Rational Consumer）性质．主要包括前瞻性（Forward Looking）和学习性（Learning）．前者指消费者在第一期决策时，不仅考虑第一期能够获得效用，而且还考虑第二期能够获得的期望效用，根据最大化两期总效用的原则选择是否购买[25,31]；后者指消费者会从历史交易中不断改进对企业和产品的认识[24]，因而在后期交易过程中，会调整对产品和企业的预期．本文在研究过程中同时考虑了买方用户的这两种性质．

2　问题描述及模型建立

通过构建一个两期动态博弈模型，分析双边市场中用户满意度对平台最优定价及其对平台竞争战略选择的影响．

2.1　问题描述

考虑某一市场上存在双寡头双边平台 $i(i,j=1,2)$，分别位于线性城市 $[0,1]$ 的两端．不妨令平台 1 位于端点 0 处，平台 2 位于端点 1 处．如图 1 所示．每个平台均面临两组不同的用户 $k(k=B,S)$，记用户 B 为买方，用户 S 为卖方．根据标准 Hotelling 模型，买方和卖方除所处位置外，具有同质性，其总数均标准化为 1，且均匀地分布在两个平台之间．买卖双方自由地选择加入平台，每个卖方可以选择加入一个或者两个平台，即卖方具有部分多归属性（Partial Multi-homing），而每个买方只能选择加入一个平台，即买方具有单归属性（Single-homing）．假设所有买方和卖方都进行两次交易，并且没有任何买方和卖方在第二期博弈中退出该市场．若用户在第二期继续选择加入同一平台 i，则该用户称为平台 i 的忠诚者；若用户初期选择平台 i，第二期选择平台 $j(j\neq i)$，则称为投机者．

距离平台 1 为 x 的买方选择加入平台 1 获得的效用函数为 $u_{1B}=V+\theta_B n_{1S}-p_{1B}-tx$．其中，$V$ 表示内在收益（Intrinsic Benefit），即买方无论加入平台 1 还是平台 2 均可获得的期望基本效用；θ_B 表示每增加一个卖方给买方增加的效用，称作买方和卖方间的交叉网络外部性（Cross Network Externality，也称作 Indirect Network Externality）强度；n_{1S} 表示买方加入平台 1 时，卖方同时选择加入平台 1 的实际数量④；p_{1B} 表示买方为了加入平台 1 而支付的一次性费用；t 表示买方到达平台 1 所耗的单位运输成本，也可以表示两平台间的差异化程度．类似地，距离平台 1 为 x 的买方选择加入平台 2 的效用函数为 $u_{2B}=V+\theta_B n_{2S}-p_{2B}-t(1-x)$．

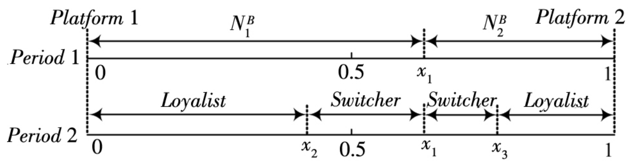

图 1　买方市场结构

Fig. 1 Buyer's market structure

卖方加入平台 i 获得的效用函数为：$u_{iS}=\theta_S n_{iB}-p_{iS}-f$．其中，$\theta_S$，$n_{iB}$ 和 p_{iS} 的含义类似于买方效用函数；f 表示卖方因加入平台 i 而产生的固定费用，且 f 服从 $[0,1]$ 的均匀分布⑤．显然，只有 $u_{iS}\geqslant 0$ 时，卖方愿意加入平台，即 $f<\theta_S n_{iB}-p_{iS}$ 的卖方加入平台．因此，加入平台 i 的卖方数量为：$n_{iS}=\theta_S n_{iB}-p_{iS}$．当 $n_{1S}+n_{2S}>1$ 时，表示有 $n_{1S}+n_{2S}-1$ 的卖方选择同时加入两个平台．

2.2　基本假设

假设 1　综合 Armstrong[3] 与 Rasch 和 Wenzel[19]，本文假设平台为买方和卖方提供平台服务的边际成本和固定成本均为零．该假设可以简化分析过程，但不影响结论．此外，假设投机者可以自由地从一个平台转移到另一个平台，即两平台间没有转移成本（Switching Costs）⑥．

假设 2　买方具有前瞻性（Forward Looking）和学习性（Learning Buyers），而卖方既无前瞻性

④　特别地，n_{1S} 表示买方加入平台 1 时卖方同时加入平台 1 的预期数量．然而理性的卖方在均衡时必有 $(n_{1S})_{Expect}=(n_{1S})_{Real}$．因而文中对此不做区分，认为 n_{1S} 为加入平台 1 的实际卖方数量．类似地，n_{2S}，n_{1B} 和 n_{2B} 分别表示加入平台 2 的实际卖方数量，加入平台 1 的实际买方数量和加入平台 2 的实际买方数量．

⑤　f 服从 $[0,1]$ 的均匀分布有助于简化分析，但并不影响结论独立性．本文结论适用于 f 服从其他形式分布函数的情形，见 Rasch 和 Wenzel[19]．

⑥　Klemperer[31,33] 研究了消费者转移成本对企业竞争策略的影响．

又无学习性. 前瞻性表示: 在第一期选择加入平台时，买方不仅考虑当期获得的期望效用，而且还考虑在第二期获得的期望效用，即买方在第一期根据两期总期望效用最大化的原则选择加入平台; 学习性表示: 在第二期，每个买方根据初次交易结果和期望效用最大化原则选择加入平台，即初次选择会影响第二期的选择. 假设部分买方（$r \in [0,1]$）在第一期交易后认为加入平台获得基本效用高于期初预期值，为 $V + \Delta V$（$\Delta V \in (0, \min(t, \frac{t(2-3r)}{1-r}))$），而剩下买方（$1-r$）认为加入平台获得基本效用低于初期预期值，为 $V - \Delta V$⑦. ΔV 称之为超额效用，r 称之为买方市场的平均满意度.

假设 3　第一期交易完成后，平台能够通过某种技术获得买方的反馈信息. 据此，在第二期定价中，平台可以对初期满意买方和不满意买方制定相同的价格，即采取统一定价(Uniform Pricing)策略，也可以对初期满意买方和不满意买方制定不同的价格，即采取价格歧视(Discrimination Pricing)策略.

假设 4　根据平台战略的不同，平台可能追求短期利润最大化，即实现每期利润最大化的目标，也可能追求长期利润最大化，即追求两期利润之和最大化. 为了简化分析，假设两期间时间间隔较短，贴现因子为 1.

假设 5　为了保证均衡解的合理性及存在性，需同时满足条件(1) $4t > (1-r)(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 6\theta_B\theta_S)$ 和条件(2) $t > 2(1-r)\theta_B\theta_S$. 其中，条件(1)保证所得均衡解是极大值，条件(2)保证加入平台的买方数量随着价格的提高而减少. 由于 $(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 6\theta_B\theta_S)/4 \geqslant 2\theta_B\theta_S$，因此，满足条件(1)即可保证均衡解的有效性.

2.3　博弈顺序

本文构建的是一个两期完全信息动态博弈模型，每一期的博弈顺序完全相同. 每期博弈分为两个阶段: 第一阶段，两个平台同时对买方和卖方制定进入价格; 第二阶段，买卖双方同时决定是否加入平台. 此外，为了区别变量在两期博弈中的不同，用同一字母的小写形式表示第二期变量，大写形式表示第一期变量.

3　模型分析

3.1　第二期

3.1.1　统一定价策略

根据上述假设，初次交易后，满意买方的概率为 r，不满意买方的概率为 $1-r$. 显然，满意买方在第二期选择的依然是第一期选择的平台，即成为平台的忠诚者. 而不满意买方则可能选择继续加入第一期选择的平台，也可能转移到另一平台. 因此，对于初期加入平台 1 且距离平台 1 为 x_2 的不满意买方而言，在第二期面临的效用函数为

$$u_{1B} = \begin{cases} V - \Delta V + \theta_B n_{1S} - p_{1B} - t x_2 \\ V + \theta_B n_{2S} - p_{2B} - t(1 - x_2) \end{cases} \tag{1}$$

类似地，对于初期加入平台 2 且距离平台 1 为 x_3 的不满意买方而言，在第二期面临的效用函数为

$$u_{2B} = \begin{cases} V + \theta_B n_{1S} - p_{1B} - t x_3 \\ V - \Delta V + \theta_B n_{2S} - p_{2B} - t(1 - x_3) \end{cases} \tag{2}$$

根据期望效用最大化原则，位于 $[0, x_2]$（$[x_3, 1]$）的买方尽管在初次交易后不满意平台 1(平台 2)，但依然会选择加入平台 1(平台 2)，成为平台 1(平台 2) 的忠诚者; 而剩余 $[x_2, N_{1B}]$（$[N_{1B}, x_3]$）的买方则会加入平台 2(平台 1)，成为投机者. 其中，N_{1B} 表示第一次交易加入平台 1 的买方数量. 因此，在第二期中，加入平台 1 和 2 的买方数量分别是

$$\begin{cases} n_{1B} = r N_{1B} + (1-r)(x_2 + x_3 - N_{1B}) \\ n_{2B} = r(1 - N_{1B}) + (1-r)(N_{1B} - x_2 + 1 - x_3) \end{cases} \tag{3}$$

由于卖方不具有学习性，因此，第二期加入平台 1 和平台 2 的数量分别是

$$n_{1S} = \theta_S n_{1B} - p_{1S} \quad n_{2S} = \theta_S n_{2B} - p_{2S} \tag{4}$$

平台 1 和平台 2 的利润函数分别是

---

⑦ 更一般的假设是 ΔV 是随机变量，但 ΔV 的值不能太大. 若 ΔV 太大，则不满意买方可能会退出该市场，进而与前文买方市场份额为 1 的假设相悖. 见 Singh et al. [34] 关于消费者退出市场的研究. 此外，为了简化模型，假设初次交易后，满意买方获得的超额效用与不满意买方的损失相等.

$$\pi_1 = p_{1B}\left[N_{1B} + (1-r)(x_2 + x_3 - N_{1B})\right] + p_{1S}\, n_{1S} \tag{5}$$

$$\pi_2 = p_{2B}\left[(1-N_{1B}) + (1-r)(1-x_3+N_{1B}-x_2)\right] + p_{2S}\, n_{2S} \tag{6}$$

联立式(1) – 式(4)，可求解得 n_{ik}，并将其代入式(5)和式(6). 通过求解 $\partial \pi_i / \partial p_{ik} = 0(i = 1,2; k = B,S)$，平台为买方和卖方制定的均衡价格以及实现均衡时的市场份额和利润依次为

$$p_{iB}^{U} = \left[\frac{t}{1-r} - \frac{\theta_S}{2}(3\theta_B + \theta_S)\right] n_{iB}^{U}$$

$$p_{iS}^{U} = \frac{\theta_S - \theta_B}{2} n_{iB}^{U}$$

$$n_{iS}^{U} = \frac{\theta_S + \theta_B}{2} n_{iB}^{U}$$

$$n_{iB}^{U} = \frac{1}{2} + \frac{t(N_{iB} - N_{jB})(2r-1)}{2\Omega}$$

$$\pi_i^{U} = \frac{\Omega + t - 2(1-r)\theta_B\theta_S}{4(1-r)}(n_{iB}^{U})^2$$

其中 $\Omega = 3t - (1-r)(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 4\theta_B\theta_S)$. 为了与下文价格歧视策略区别，变量右上标 U 表示平台实施统一定价策略，D 表示平台实施价格歧视策略. 根据假设(5)，当 $F_1 \equiv \frac{1-r}{4}(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 6\theta_B\theta_S) < t < \frac{1-r}{3}(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 4\theta_B\theta_S) \equiv F_2$ 时，$\Omega < 0$，这意味着两平台的差异化程度较接近于交叉网络外部性；当 $t > F_2$ 时，$\Omega > 0$，这意味着两平台的差异化程度远远大于交叉网络外部性. 显然，若 $\theta_S < \theta_B$，有 $p_{iS}^{U} < 0$，即平台对卖方进行了补贴；若 $\theta_S > \theta_B$ 且 $F_2 < t < \frac{1-r}{2}(\theta_S^2 + 3\theta_B\theta_S) \equiv F_3$ 时，有 $p_{iB}^{U} < 0$，即平台对买方进行了补贴. 也就是说，双边平台可以通过对买(卖)方制定高价来补偿对卖(买)方制定低价而造成的损失，这正是双边市场区别于传统单边市场的重要特征之一[2].

3.1.2　歧视价格策略

根据实施歧视价格对象的不同，平台有两种实现价格歧视策略的方式，一是对满意买方的奖励，如京东商城，唯品会，淘宝网等电商平台对经常光顾的买方赠与积分卡和限时优惠券等活动；二是鼓励新买方加入，如 Coach，California Baby，Macy’s 等推出的新会员初次购买免运费的活动. 价格歧视策略与统一定价策略不同的是：所有忠诚买方(不管是满意买方，还是不满意买方)均获得歧视价格 p_{iB}^{*D}，而所有投机者获得基准价格 p_{iB}^{D}. 基于此，平台 1 和平台 2 的利润函数分别是

$$\pi_1^{D} = p_{1B}^{*D}\left[N_{1B} + (1-r)x_2\right] + p_{1B}^{D}(1-r)(x_3 - N_{1B}) + p_{1S}^{D} n_{1S}^{D} \tag{7}$$

$$\pi_2^{D} = p_{2B}^{*D}\left[(1-N_{1B}) + (1-r)(1-x_3)\right] + p_{2B}^{D}(1-r)(N_{1B} - x_2) + p_{2S}^{D} n_{2S}^{D} \tag{8}$$

类似地，通过求解 $\partial \pi_i^{D} / \partial p_{ik}^{D} = 0$ 和 $\partial \pi_i^{D} / \partial p_{iB}^{*D} = 0(i = 1,2; k = B,S)$，平台为买方和卖方制定的均衡价格以及实现均衡时的市场份额和利润分别为⑧

$$p_{iB}^{D} = p_{iB}^{U} + \Psi_i \quad p_{iB}^{*D} = p_{iB}^{U} - \Psi_i$$

$$p_{iS}^{D} = p_{iS}^{U} \quad n_{ik}^{D} = n_{ik}^{U}$$

$$\pi_i^{D} = \pi_i^{U} + \frac{\Psi_i^2(1-r)}{t}$$

其中 $\Psi_i = [\Delta V(1-r) + t(1-3N_{iB})]/3(1-r)$. 显然，$p_{iB}^{D} + p_{iB}^{*D} = 2p_{iB}^{U}$ 和 $\pi_i^{D} > \pi_i^{U}$. 当 $\Psi_i < 0$ 时，即 $p_{iB}^{D} < p_{iB}^{*D}$，平台采取的是鼓励新买方加入的价格歧视策略；当 $\Psi_i > 0$ 时，即 $p_{iB}^{D} > p_{iB}^{*D}$，平台采取的奖励忠诚者的价格歧视策略.

3.1.3　两种策略的比较

定理 1　不论是统一定价策略还是歧视定价策略，(1)若差异化程度远远大于交叉网络外部性($t > F_2$)，当买方满意度较大(小)时，即 $r > \frac{1}{2}$ ($r < \frac{1}{2}$)，第一期获得较大市场份额的平台在第二期获得较大(小)的市场份额和利润；(2)若差异化程度接近于交叉网络外部性($F_1 < t < F_2$)，当买方满意度较大(小)时，第一期获得较大市场份额的平台在第二期获得较小(大)的市场份额和利润.

⑧ 类似地，为了保证所得均衡解是极大值，要求 $\partial \pi_i^{D} / \partial p_{ik}^{D}$ 和 $\partial \pi_i^{D} / \partial p_{iB}^{*D}$ 所构成的三阶 Hessian 矩阵负定，即满足 $|A_1| < 0$，$|A_2| > 0$ 和 $|A_3| < 0$ 三个条件. 由于 $|A_1| = -2(1-r)[t-(1-r)\theta_B\theta_S] < 0$ 和 $|A_3| = -4t^2(1-r)^2[t-2(1-r)\theta_B\theta_S][4t-(1-r)(\theta_B^2+\theta_S^2+6\theta_B\theta_S)] < 0$ 恒成立. 因此，只需 $|A_2| = 8[t-(1-r)\theta_B\theta_S]^2 - t(1-r)(\theta_B+\theta_S)^2 > 0$ 即可. 根据假设(5)可知，该条件恒成立.

证明 见附录 A1.

定理 1 意味着: 第一期获得较大市场份额的平台并不能保证在第二期竞争中占据优势(即获得较大市场份额和较多利润). 这与 EnfoDesk 发布的《2013 年第 4 季度中国 B2C 市场季度监测报告》和财富中文网发布的《2014 年中国 500 强排行榜》相一致⑨. 其原因在于，买方满意度 r 和差异化程度 t 两个变量同时对第二期的竞争结果起决定性作用. 当买方满意度较低($r < \frac{1}{2}$) 或差异化程度接近于交叉网络外部性($F_1 < t < F_2$) 时，第一期获得较大市场份额的平台在第二期竞争中获得较小的市场份额和利润. 同时，定理 1 也表明: 一味地追求较高买方满意度的平台也不一定能够获得竞争优势. 当差异化程度接近于交叉网络外部性($F_1 < t < F_2$) 时，较大的买方满意度会导致第一期获得较大(小) 市场份额的平台在第二期竞争中获得较小(大) 的市场份额和利润. 而这与中国标准化研究所发布的《2014 中国顾客满意度调查》和 iResearch 公布的《2014 年中国网络购物市场数据》相一致⑩.

定理 1 的意义在于: 为用户规模不对称的双边平台提供了如何在长期竞争中获得竞争优势的途径. 在平均满意度较高($r > \frac{1}{2}$) 的买方市场，较高市场差异化程度($t > F_2$) 有助于第一期获得较大市场份额的平台在第二期依然保持竞争优势，而较低市场差异化程度($t < F_2$) 则能帮助第一期获得较小市场份额的平台在第二期扭转竞争格局，进而获得竞争优势. 平均满意度较低($r < \frac{1}{2}$) 的买方市场下的结论与平均满意度较高($r > \frac{1}{2}$) 的买方市场下的结论恰好相反.

定理 2 (1) 忠诚者和新加入者在歧视定价策略下的平均价格与统一定价策略下的价格相同; (2) 两种策略获得相同市场份额; (3) 歧视定价策略获得的利润高于统一定价策略获得的利润.

定理 2(1) 意味着: 歧视价格策略的本质是价格转移策略，即由一部分买方(忠诚者或新加入者) 承担了本应该由另一部分买方(新加入者或忠诚者) 承担的部分价格 (Ψ_i). 若 $\Psi_i > 0$，即 $N_{iB} < \frac{1}{3} + \frac{\Delta V(1 - r)}{3t}$，平台 i 采取的是奖励忠诚者的价格歧视策略，即平台通过向新加入者征收高价来补贴向忠诚者征收低价而造成的损失. 反之，$\Psi_i < 0$ 意味着平台通过向忠诚者征收高价来补贴向新加入者征收低价而造成的损失. 显然，若 $\Delta V(1 - r) \neq t(3 N_{iB} - 1)$，即 $\Psi_i \neq 0$，尽管平台在两种策略下制定了不同的价格，却获得相同的市场份额. 该结论不仅验证了 Armstrong[3] 提出的多重均衡解在双边市场中广泛存在的结论，而且还验证了 Rochet 和 Tirole[2] 提出的双边市场的非中性定价结构特征. 定理 2(3) 与 Liu 和 Serfes[35] 发现的结论相同，即与统一定价策略相比，双边市场中的歧视定价策略能够弱化竞争. 而这与传统单边市场中，价格歧视策略总是有利于消费者而不利于企业的结论相违背[36].

推论 1 若 $N_{iB} < \frac{1}{3}$，则 $\Psi_i > 0 > \Psi_j$ 和 $\frac{\partial \Psi_i}{\partial r} > 0 > \frac{\partial \Psi_j}{\partial r}$; 若 $\frac{1}{3} < N_{iB} < \frac{1}{2}$，则 $\Psi_i > \Psi_j$ 和 $0 > \frac{\partial \Psi_i}{\partial r} > \frac{\partial \Psi_j}{\partial r}$.

证明 见附录 A2.

推论 1 意味着: 如果平台 i 第一期的市场份额足够小($N_{iB} < \frac{1}{3}$)，那么第一期获得较小市场份额的平台 i 总是采取奖励忠诚者的价格歧视策略，而第一期获得较大市场份额的平台 j 总是采

⑨ 根据 EnfoDesk 发布的《2013 年第 4 季度中国 B2C 市场季度监测报告》，京东商城市场占有率为 19%，而唯品会为 1.9%. 同时，财富中文网发布的《2014 年中国 500 强排行榜》显示，2013 年京东商城亏损 2 485 万元，而唯品会盈利 319 万元. 显然，拥有较大市场份额的京东商城并没有获得较大的利润.

⑩ 中国标准化研究院发布的《2014 中国顾客满意度调查》显示，在调查的五家电商中，京东商城的顾客满意度最高，之后依次是亚马逊，当当网，淘宝网和拍拍网. iResearch 公布的《2014 年中国网络购物市场数据》显示，2014 年，天猫市场占我国 B2C 市场份额的比例超六成，而京东商场占比仅为 18.6%. 显然，满意度较高的京东商城并未获得较大的市场份额. 此外，根据 2013 年京东商城的招股说明书，2013 年全年京东商城净亏损 4 990 万元; 同样，根据 2013 年阿里巴巴的招股说明书，阿里巴巴集团 2013 年调整 EBITDA (即未计入利息、税费、折旧和摊销前的净利润) 为 166.07 亿元. 显然，满意度较高的京东商城也没有获得较大的利润.

取鼓励新加入者的歧视定价策略. 也就是说，平台 j 利用在第一期获得的竞争优势，采取给新加入者补贴的歧视定价策略来吸引平台 i 买方用户的加入，进而减少平台 i 买方数量，达到驱离竞争对手的目的. 与此同时，平台 i 实施给予忠诚者低价的歧视定价策略来阻止买方的流出，作为对平台 i 的回应. 此外，若 $N_{iB} < \frac{1}{3}$，平台 i 的转移价格 Ψ_i 随买方满意度的提高而增加，即新加入者和忠诚者之间的转移价格差越来越大，而平台 j 的转移价格 Ψ_j 随买方满意度的提高而减少，即新加入者和忠诚者之间的转移价格差越来越小. 也就是说，随着买方满意度的提高，平台 i 实施了更加明显的歧视定价策略. 可见，尽管两平台都采取了歧视定价策略，但实施歧视定价策略的类型和目的完全不同. 第一期获较大市场份额的平台采取鼓励新加入者的歧视定价策略，是进攻性价格歧视策略; 而第一期获较小市场份额的平台采取奖励忠诚者的歧视定价策略，是防御性价格歧视策略.

若 $\frac{1}{3} < N_{iB} < \frac{1}{2}$，尽管不清楚两平台采取的是哪一类歧视定价策略，但平台 i 的转移价格大于平台 j 的转移价格 Ψ_j，即平台 i 的歧视定价策略更明显. 同时，虽然两平台的转移价格都随着买方满意度的提高而减少，但平台 i 转移价格的变化速度小于平台 j 转移价格的变化速度.

推论2 当 $N_{iB} > N_{jB}$ 时，$\frac{\partial n_{ik}^U}{\partial r} = \frac{\partial n_{ik}^D}{\partial r} > 0$ 和 $\frac{\partial \pi_i^U}{\partial r} > 0$ 恒成立，且 $n_{iB}^U|_{\max} = n_{iB}^D|_{\max} < N_{iB}$.

推论2意味着，不论是统一定价策略还是歧视定价策略，提高买方满意度都能帮助第一期获得较大市场份额的平台增加第二期的两边用户数量，但其第二期的买方最大市场份额不可能超过第一期的市场份额. 也就是说，在长期竞争中，初期获得较少市场份额的平台能够从竞争对手偷取一部分买方用户. 其原因在于，当买方满意度固定时，不满意买方从较大市场份额的平台流出的数量大于不满意买方从较小市场份额的平台流出的数量. 该结论不同于 Gehrig et al.[37] 发现，即在静态博弈中，统一定价策略比歧视定价策略能够更有效地保护较大市场份额企业的市场份额优势. 在不考虑第一期博弈的时候，即 N_{ik} 是外生变量，本文的研究与 Gehrig et al.[37] 类似，都属于静态博弈. 但本文认为，两种策略在保护市场份额方面具有相同的效率，因为两种策略获得了相同的市场份额. 此外，在统一定价策略下，提高买方满意度都能帮助第一期获得较大市场份额的平台提高利润，但该结论不适用于歧视定价策略.

连续两期都选择加入平台1和平台2的买方比例(即买方重复购买率)可以通过式(9)计算得到

$$R_1 = \frac{rN_{1B} + (1-r)x_2}{N_{1B}}$$
$$R_2 = \frac{r(1-N_{1B}) + (1-r)(1-x_3)}{(1-N_{1B})} \quad (9)$$

式(9)由两部分构成: 一是满意买方的数量; 二是第一期交易完成后，尽管不满意却仍然选择第一期加入的平台的不满意买方的数量. 显然，第二部分买方的数量决定了 R_1 和 R_2 的关系. 因此，如何提高不满意买方的忠诚度是平台提高重复购买率的核心问题. 造成不满意买方依然在第二期忠诚于第一期所选平台的原因可能有: 平台数量较少，缺乏选择空间; 转移成本较高，包括: 交易成本，学习成本和人为成本[33]; 买方用户的归属感(即偏爱于某个平台)等.

定理3 (1)当差异化程度接近于交叉网络外部性($F_1 < t < F_2$)时，若买方满意度较高(低)，即 $r > \frac{1}{2}$ ($r < \frac{1}{2}$)，不论是统一定价策略还是歧视定价策略，第一期获得较大市场份额的平台在第二期反而获得较低(高)的重复购买率; (2)当差异化程度远远大于交叉网络外部性($t > \frac{3F_2}{2}$)且买方满意度较高($r > \frac{1}{2}$)时，不论是统一定价策略还是歧视定价策略，第一期获得较大市场份额的平台在第二期总是获得较低的重复购买率; (3)当买方满意度较高($r > \frac{1}{2}$)时，统一定价策略总是能够获得较高的重复购买率.

证明 见附录A3.

定理3(1)和定理3(2)表明，初期获得较高的市场份额并不是平台在第二期获取较高重复购

买率的必要条件. 根据式(9)及计算结果，由于 $\frac{\partial x_2}{\partial N_{1B}}$ 和 $\frac{\partial(1-x_3)}{\partial(1-N_{1B})}$ 不具备单调性，其符号取决于 r 和 t 的值. 也就是说，初期市场份额的增加并不能保证不满意买方选择忠诚于初期所选平台数量的增加，因而，初期市场份额不能决定用户满意度的高低. 这与 iResearch 发布的《2012 上半年中国独立 B2C 电子商务网站用户重复购买率排名》和《2012 年度第三季度中国电子商务核心数据》相吻合⑪. 由于平台在两种定价策略下获得相同的市场份额，定理 3(3)意味着，当买方满意度较高(低)时，即 $r > \frac{1}{2}$ ($r < \frac{1}{2}$)，更多的不满意买方在统一定价策略(歧视定价策略)下选择忠诚于第一期选择的平台，因而降低了不满意买方转移的数量. 因而，从平台角度而言，当买方满意度较高(低)时，统一定价策略(歧视定价策略)为平台培养了更多忠诚的买方用户; 从社会福利水平角度而言，当买方满意度较高(低)时，采取统一定价策略(歧视定价策略)能够减少因为不满意买方的流动而造成的机会交易成本，从而提高社会福利水平.

推论 3 (1) $\frac{\partial R_i^U}{\partial r} > \frac{\partial R_i^D}{\partial r}$; (2) 当 $N_{iB} > N_{jB}$ 时，$\frac{\partial R_i^U}{\partial r} > 0$ 和 $\frac{\partial R_i^D}{\partial r} > 0$.

证明 附录 A4.

推论 3(1)意味着，如果平台通过改善买方满意度的方式来提高买方的重复购买率，那么，统一定价策略比歧视定价策略更有效. 根据式(9)，提高买方满意度意味着增加了满意买方的数量(rN_{1B}). 同时，由于买方不能退出市场也没有新买方加入平台，买方满意度的提高意味着不满意买方数量的减少，进而导致不满意买方在第二期选择忠诚于第一期所选平台数量的减少，即 $(1-r)x_2$ 和 $(1-r)x_3$ 的减少. 推论 3(2)意味着，买方满意度对 rN_{1B} 的影响超过对 $(1-r)x_2$ 的影响. 所以，在第一期获得较大买方市场份额的平台的重复购买率随买方满意度的增加而提高，而获得较小买方市场份额的平台的重复购买率与买方满意度的关系不确定，可能提高也可能降低.

进一步，通过 3.1.1 和 3.1.2 所得均衡解可计算出平台在两种策略下的社会福利水平，因而有定理 4.

$$w^D - w^U = -\frac{(t - 2\Delta V + 2r\Delta V)^2}{18t(1-r)} \tag{10}$$

定理 4 (1) 与统一定价策略相比，双边平台实施歧视定价策略会降低社会福利水平; (2) 若买方满意度较大，即 $r > \frac{1}{2}$，则两种策略的社会福利水平之差随买方满意程度的增加而增加.

根据定理 2(3)，歧视定价策略获得的利润高于统一定价策略获得的利润，而定理 4 则表明歧视定价策略下的社会福利低于统一定价策略的社会福利，因此，歧视定价策略下的消费者剩余必然远远小于统一定价策略下的消费者剩余. 也就是说，与统一定价策略相比，双边平台采取歧视定价策略尽管提高了平台自身的利润，却大大降低了消费者剩余和社会福利水平，因而导致社会总福利的减少. 该结论再次表明: 传统单边市场中的部分结论在双边市场中并不总是成立的. 尽管定理 4 与 Liu 和 Serfes[35] 的结论相一致，即歧视定价策略有利于平台而不利于用户，但存在以下不同之处: (1) Liu 和 Serfes[35] 认为只有在边际成本低于交叉网络外部性的时候，歧视定价策略才能提高平台的利润和降低消费者福利; 而本文中，正如定理 2 和定理 4 所示，该结论具有普遍性，没有任何前提条件. (2) Liu 和 Serfes[35] 关注的是双边平台采取歧视定价策略时的价格结构以及其与单边市场定价结构的差异，而本文则主要关注歧视定价策略和统一定价策略的有效性. 从这个意义上讲，本文类似于 Jullien[38]. 但 Jullien[38] 构建的是领导追随者模型，而本文则是两期的 Bertrand 模型. (3) 本文构建了一个非对称结构的双寡头竞争模型，即 $N_{ik} \neq N_{jk}$，而 Liu 和 Serfes[35] 则是对称的双寡头竞争模型.

⑪ 根据 iResearch 公布的《2012 上半年中国独立 B2C 电子商务网站用户重复购买率排名》，唯品会以 82.41%的重复购买率排名第一，而京东商城仅仅以 54.98%的重复购买率排名第五. 几乎同一时期，iResearch 公布了《2012 年度第三季度中国电子商务核心数据》，京东商城的市场占有率为 21.8%，而唯品会的市场占有率仅仅为 0.9%. 显然，拥有较高市场份额的京东商城并没有获得较高的重复购买率，反而市场份额较小的唯品会获得了较大的重复购买率.

定理 4 的意义在于：一方面，证明了双边平台采取歧视定价策略存在违反自由竞争的嫌疑．因此，反托拉斯当局及反垄断政策制定者对双边平台采取的歧视定价策略应当给予关注．在必要的时候（$r > \frac{1}{2}$）要采取相应的措施限制双边平台实施歧视定价策略，进而鼓励其采用统一定价策略．另一方面，表明根据市场份额大小判断双边平台是否存在垄断是没有道理的．根据式（10），初期市场份额与两种定价策略下社会福利水平之差无关．也就是说，初期市场份额对两种定价策略的影响相同，但具体如何影响较为复杂[37]，取决于网络外部性强度，平台差异化程度，用户满意度以及超额效用的共同作用．因此，不能简单地根据市场份额大小判断双边平台是否存在垄断．需要指出的是：3.1.1 和 3.1.2 在分析中均假设两个平台同时采取某一策略，统一定价策略或歧视定价策略．因此，很容易将模型扩展为：一个平台采取统一定价策略而另一个平台采取歧视定价策略的情形．不妨设平台 1 在第二期采取歧视定价策略，而平台 2 采取统一定价策略．该情形下，平台为买方和卖方制定的均衡价格以及实现均衡时的市场份额和利润分别为

$$p_{1B}^{DU} = p_{1B}^{U} + \Gamma_1 \, p_{1B}^{*DU} = p_{1B}^{U} - \Gamma_1$$
$$p_{iS}^{DU} = p_{iS}^{U} \, p_{2B}^{DU} = p_{2B}^{U}$$
$$n_{ik}^{DU} = n_{ik}^{U} \, \pi_2^{DU} = \pi_2^{U}$$
$$\pi_1^{DU} = \pi_1^{U} + \frac{\Gamma_1^2(1-r)}{t}$$

其中 $\Gamma_1 = \frac{\Delta V(1-r) - t N_{1B}}{2(1-r)}$．变量右上标第一个字母表示表示平台 1 实施的定价策略，而第二个字母表示平台 2 实施的定价策略．

定理 5　（1）从双边平台角度出发，（歧视定价策略，歧视定价策略）是帕累托上策均衡；（2）从消费者剩余和社会福利角度出发，（统一定价策略，统一定价策略）是纳什均衡，但不是帕累托上策均衡．

定理 5 的意义体现在，一方面，为双边平台选择两种定价策略的时机提供依据．在双寡头双边平台竞争中，若一个平台采取歧视定价策略，无论是吸引新加入者的歧视定价策略还是奖励忠诚者的歧视定价策略，另外一个平台也应该采取歧视定价策略，否则将会获得较小的利润．另一方面，表明反托拉斯当局及反垄断政策制定者限制双边平台歧视定价策略使用的困难性．根据定理 2（3），双边平台在歧视定价策略下的利润总是高于在统一定价策略下的利润，也就是说平台总是有由统一定价策略转向歧视定价策略的动机．因此，反托拉斯当局及反垄断政策制定者必须施加外在影响，通过消除两种定价策略之间的利润差，才能最终解决该问题．

3.2　第一期

3.2.1　短期战略

根据前文假设，无论平台采取统一定价策略还是歧视价格策略，具有前瞻性的买方在第一期选择加入平台时，不仅考虑第一期获得的效用而且还考虑第二期能够获得的期望效用，之后，根据最大化两期效用之和的原则选择加入平台．因此，买方在第一期面临的期望效用函数为

$$U_B^M = \begin{cases} V + \theta_B N_{1S}^m - P_{1B}^m - t N_{1B}^m + \\ r(V + \Delta V + \theta_B n_{1S}^m - p_{1B}^m - t N_{1B}^m) + \\ (1-r)[V - \Delta V + \theta_B n_{1S}^m - p_{1B}^m - t x_2^m + \\ V + \theta_B n_{2S}^m - p_{2B}^m - t(1 - x_2^m)] \\ V + \theta_B N_{2S}^m - P_{2B}^m - t(1 - N_{1B}^m) + \\ r[V + \Delta V + \theta_B n_{2S}^m - p_{2B}^m - t(1 - N_{1B}^m)] + \\ (1-r)[V - \Delta V + \theta_B n_{2S}^m - p_{2B}^m - t(1 - x_3^m) + \\ V + \theta_B n_{1S}^m - p_{1B}^m - t x_3^m] \end{cases} \tag{11}$$

其中 $m = U, D$，分别表示统一定价和歧视定价两种策略．通过求解买方加入平台 1 和平台 2 的无差异解，可得 N_{1B}^m．因为卖方不具有前瞻性，所以，第一期加入平台 1 和 2 的卖方数量依然是式（4）所示．由于两平台实施短期战略，因而两平台的利润函数为

$$\Pi_i^m = P_{iB}^m N_{iB}^m + P_{iS}^m N_{iS}^m \tag{12}$$

通过求解 $\partial \Pi_i^m / \partial P_{ik}^m = 0 (i = 1, 2; k = B, S; m = U, D)$，可求得平台为买方和卖方制定的均衡价格以及实现均衡时的市场份额和利润．由于所得均衡解是对称解，因此，在下文书写过程中忽略右下标 i．此外，为了与长期战略情形下的变量相区分，右上标 S 表示平台实施的是短期策略，右上标 L 表示平台实施的是长期策略．

$$P_B^{SU} = \frac{t}{2(1-r)}\left[2 - r - \frac{tr(2r-1)}{\Omega}\right] - \frac{\theta_S}{4}(3\theta_B + \theta_S)$$

$$P_B^{SD} = P_B^{SU} + \frac{t(2-r)}{1-r} \quad P_S^{SU} = P_S^{SD} = \frac{\theta_S - \theta_B}{4}$$

$$N_B^{SU} = N_B^{SD} = \frac{1}{2} \quad N_S^{SU} = N_S^{SD} = \frac{\theta_S + \theta_B}{4}$$

$$\Pi^{SU} = \frac{P_B^{SU}}{2} + \frac{\theta_S^2 - \theta_B^2}{16} \quad \Pi^{SD} = \Pi^{SU} + \frac{t(2-r)}{2(1-r)}$$

将 $N_B^m = \frac{1}{2}$ 代入 p_{ik}^m，n_{ik}^m，p_{ik}^{*D} 和 π_i^m，得到两平台在第二期的均衡价格以及实现均衡时的市场份额和利润.

$$p_B^{SU} = \frac{t}{2(1-r)} - \frac{\theta_S}{4}(3\theta_B + \theta_S)$$

$$p_B^{SD} = p_B^{SU} + \Psi^* \quad p_B^{*SD} = p_B^{SU} - \Psi^*$$

$$p_S^{SU} = p_S^{SD} = \frac{\theta_S - \theta_B}{4} \quad n_B^{SU} = n_B^{SD} = \frac{1}{2}$$

$$n_S^{SU} = n_S^{SD} = \frac{\theta_S + \theta_B}{4}$$

$$\pi^{SU} = \frac{\Omega + t - 2(1-r)\theta_B\theta_S}{16(1-r)}$$

$$\pi^{SD} = \pi^{SU} + \frac{\Psi^{*2}(1-r)}{t}$$

其中$\Psi^* = [2\Delta V(1-r) - t]/6(1-r)$.

同时，两平台也获得相同的重复购买率，分别为$R^U = \frac{t - \Delta V(1-r)}{t}$和$R^D = \frac{2t - \Delta V(1-r)}{3t}$. 这意味着，同一策略下，两平台在第二期流入和流出的买方数量相同. 显然，两种策略下，重复购买率随买方满意度的增加而增加.

3.2.2 长期战略

同样地，无论平台在第二期是采取统一定价策略还是歧视价格策略，买方在第一期面临的期望效用函数是式(11)，卖方在第一期加入平台 1 和 2 的数量是式(4). 但由于平台实施的是追求长期利润最大化的战略，因此，两平台的利润函数为

$$\Pi_i^{TLm} = \Pi_i^{Lm} + \pi_i^{Lm} = P_{iB}^{Lm} N_{iB}^{Lm} + P_{iS}^{Lm} N_{iS}^{Lm} + \pi_i^{Lm} \tag{13}$$

类似的求解过程，平台为买方和卖方制定的均衡价格以及实现均衡时的市场份额和利润分别为

$$P_B^{LU} = P_B^{SU} - \frac{t(2r-1)}{4(1-r)} \frac{\Omega + t - 2\theta_B\theta_S + 2r\theta_B\theta_S}{\Omega}$$

$$P_S^{Lm} = P_S^{Sm} \quad N_k^{Lm} = N_k^{Sm}$$

$$P_B^{LD} = P_B^{LU} + \frac{2\Delta V}{3} + \frac{t(5-3r)}{3(1-r)}$$

$$\Pi^{TLU} = \Pi^{TSU} - \frac{t(2r-1)}{8(1-r)} \frac{\Omega + t - 2\theta_B\theta_S + 2r\theta_B\theta_S}{\Omega}$$

$$\Pi^{TLD} = \Pi^{TLU} + \frac{\Psi^{*2}(1-r)}{t} + \frac{\Delta V}{9} + \frac{t(5-3r)}{6(1-r)}$$

其中右上标 T 表示平台两期利润之和. 由于 $N_B^{LD} = N_B^{SD} = \frac{1}{2}$，所以，平台在长期战略下的第二期均衡解与在短期战略下的第二期均衡解相同. 也就是说，第二期的均衡结果与双边平台实施长期战略还是短期战略无关.

3.2.3 两种战略的比较

定理 6 (1) 不论是长期战略还是短期战略，若平台在第二期实施歧视定价策略(统一定价策略)，则平台第一期的买方进入价格和利润水平较高(低)；而卖方进入价格以及市场份额与平台实施长期战略还是短期战略、统一定价策略还是歧视定价策略均无关；(2) 同一战略和策略下，仅仅当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $F_2 < t < M$ 时或当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $F_1 < t < F_2$ 时，买方的第一期进入价格才有可能高于第二期的进入价格；其余情形下，买方第一期的进入价格均低于第二期的进入价格.

证明 见附录 A5.

定理 6(1) 意味着平台第二期定价策略的选择会影响平台第一期战略决策的选择. 其原因在于买方具有前瞻性，即买方在第一期选择加入平台时，不仅会考虑当期获得的效用，而且还考虑第二期能够获得的期望效用，之后根据两期总效用之和来选择加入的平台. 同时，根据定理(4)，统一定价策略和歧视定价策略会导致买方在第二期获得不同的效用水平，而理性的买方能够准确地知道两种定价策略的不同，因而，两种定价策略通过改变买方在第一期预测的第二期期望效用的方式来影响买方在第一期的决策，进而左右平台第一期战略的实施. 与买方不同的是，卖方并不具有前瞻性，两期动态博弈过程退化为两个一期博弈，因而其第二期定价水平与两种定价策略

和两种战略均无关. 市场份额与两种定价策略和两种战略无关的原因在于假设(1)，即两平台并不产生任何的成本，是对称的双寡头平台. 若放松假设 1，即两平台具有不对称的运营成本，则该结论将不成立.

定理 6(2) 中 M 表示一个大于 F_2 的临界值(见附录 A5). 尽管定理 6(2) 可能出现买方第一期价格高于第二期价格的情形，但出现第一期价格小于第二期价格的几率更大. 也就是说，平台在长期竞争中更可能采取这样的策略: 通过在第一期制定低价来建立较大的买方市场规模，从而在第二期来提高价格获取部分超额利润. 该结论与 Klemperer[31] 的结论相似，不同之处在于: (1) Klemperer[33] 构建了消费者能够在第二期中退出市场的两期动态模型，而本文假设所有两边用户都不能退出市场; (2) Klemperer[31] 关注转移成本条件下消费者是否理性对企业决策的影响，而本文关注用户满意度对双边平台决策的影响; (3) Klemperer[31] 的模型建立在单边市场基础上，而本文构建的是双边市场模型，考虑了交叉网络外部性对决策的影响.

定理 7　若差异化程度远远大于交叉网络外部性($t > F_2$)且买方满意度较大($r > \frac{1}{2}$)时，无论平台在第二期选择统一定价策略还是歧视定价策略，短期战略总是比长期战略获得较多的利润.

证明　见附录 A6.

根据 3.2.2 计算结果，第二期均衡结果与双边平台实施长期战略还是短期战略无关. 因此，比较双边平台在长期战略和短期战略下的差异等同于比较其在两种战略下第一期的差异. 定理 7 表明，始终以追求长期利益最大化为目标的战略并不总是正确的. 平台究竟选择短期战略还是长期战略取决于网络外部性强度 θ_k，平台差异化程度 t，用户满意度 r 以及超额效用 ΔV 四个变量的共同作用.

进一步，通过 3.2.1 和 3.2.2 所得均衡解可计算出平台在两种战略下的社会福利水平，因而有定理 8.

$$W^{SU} = W^{LU} = W^{SD} = W^{LD} = R_B - \frac{t}{4} + \frac{3}{16}(\theta_B + \theta_S)^2 \tag{14}$$

$$w^{SU} = w^{LU} = W^{SU} + (2r-1)\Delta V + \frac{(1-r)\Delta V^2}{2t} \tag{15}$$

$$w^{SD} = w^{LD} = W^{SU} + (2r-1)\Delta V + \frac{(1-r)\Delta V^2}{2t} - \frac{(t-2\Delta V+2r\Delta V)^2}{18t(1-r)} \tag{16}$$

定理 8　社会福利水平与平台在第一期采取的战略无关，仅仅与平台第二期选择的定价策略有关.

根据式(A6.2)和式(A6.4)，长期战略和短期战略的选择影响双边平台第一期的利润，即式(A6.2)和式(A6.4)可能大于零，也可能小于零. 然而，式(14)表明，无论平台采取何种战略和何种策略，双边平台在第一期获得相同社会福利水平. 因此，可以推断出: 长期战略和短期战略必然会影响第一期消费者剩余的变化，但其变化方向与利润变化方向相反，且变化量相等. 也就是说，从社会福利水平角度而言，长期战略和短期战略是无差异的，即两种策略不会提高或者降低社会福利水平，只是转移部分消费者剩余，不是从用户转移到平台，就是从平台转移到用户，并且所转移的消费者剩余恰好与利润在两种战略下的变化相等. 然而，从微观角度而言，正如定理(6)和定理(7)所示，长期战略和短期战略是有差别的，会影响平台的利润水平和用户的消费者剩余.

4　结束语

当前有关双边市场理论研究的文献中存在一个共性: 研究多在单期博弈模型中展开，并未在多期的情况下考虑平台的动态定价问题. 显然，该假设与两边用户总是多次加入平台展开交易，平台需面临动态定价的客观现实不相符. 就笔者目前掌握的文献，尚未有学者就这一个问题展开研究. 本文构建了一个双寡头两期动态博弈模型，通过引入用户满意度，探讨双边平台在不同定价策略(统一定价策略和歧视定价策略)和不同战略(短期战略和长期战略)情形下的最优定价，进而比较策略间和战略间的差异性和有效

性. 本文的主要贡献在于: (1) 通过构建可求解的两期双边平台动态博弈模型，研究了双边平台两边用户的重复购买行为; (2) 解释了用户满意度对平台选择两种定价策略和两种战略的影响机制; (3) 刻画了用户满意度和重复购买率之间的关系; (4) 给出了反托拉斯当局及反垄断政策制定者应当限制双边平台采取歧视定价策略的政策依据.

此外，本文的局限性体现在: (1) 研究过程中假设买方对两平台不仅具有相同的满意度 (r)，而且满意超额效用和不满意超额效用 (ΔV) 也相同. 采用该假设得到了可分析的均衡解，尽管获得了一些结论，却牺牲了模型的普适性. (2) 本研究构建的是封闭的两期博弈模型，即所有买方在第二期不能退出市场，也没有新买方加入该市场. 对上述两个假设的拓展是未来进一步的研究方向.

参 考 文 献:

[1] Schiff A. Open and closed systems of two-sided networks [J]. Information Economics and Policy, 2003, 15(4): 425 – 442.

[2] Rochet J C, Tirole J. Two-sided markets: a progress report [J]. RAND Journal of Economics, 2006, 37(3): 645 – 667.

[3] Armstrong M. Competition in two sided market [J]. RAND Journal of Economics, 2006, 37(3): 668 – 691.

[4] Evans D S, Schmalensee R. The industrial organization of markets with two-sided platforms [J]. Competition Policy International, 2007, 3(1): 151 – 179.

[5] Caillaud B, Jullien B. Chicken& egg: Competition among intermediation service providers [J]. RAND Journal of Economics, 2003, 34(2): 309 – 328.

[6] Weyl E G. The price theory of multi-sided markets [J]. American Economic Review, 2010, 100(4): 1642 – 1672.

[7] Reisinger M. Two-part tariff competition between two-sided platforms [J]. European Economic Review, 2014, 68: 168 – 180.

[8] 胥 莉，陈宏民，潘小军. 具有双边市场特征的产业中厂商定价策略研究 [J]. 管理科学学报, 2009, 12(5): 10 – 17.

Xu Li, Chen Hongmin, Pan Xiaojun. Research on price strategy of firms in two-sided markets [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(5): 10 – 17. (in Chinese)

[9] 骆品亮，傅联英. 零售企业平台化转型及其双边定价策略研究 [J]. 管理科学学报, 2014, 17(10): 1 – 12.

Luo Pinliang, Fu Lianying. Platformization and two-sided pricing strategies for retailers [J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(10): 1 – 12. (in Chinese)

[10] Poolsombat R, Vernasca G. Partial multi-homing in two-sided markets [J]. International Journal of Industrial Organization, 2006, 24(1): 45 – 67.

[11] Doganoglu T, Wright J. Multi-homing and compatibility [J]. International Journal of Industrial Organization, 2006, 24(1): 45 – 67.

[12] Gabszewicz J J, Wauthy X Y. Vertical product differentiation and two-sided markets [J]. Economics Letters, 2014, 123(1): 58 – 61.

[13] Economides N, Katsamakas E. Two-sided competition of proprietary vs. open source technology platforms and the implications for the software industry [J]. Management Science, 2006, 52(6): 1057 – 1071.

[14] Eisenmann T R, Parker G, Alstyne M V. Opening Platforms: How, When and Why [EB/OL]? 2009, http: //www.hbs.edu/faculty/Publication\%20Files/09 – 030.pdf.

[15] Mantena R, Saha R L. Co-opetition between differentiated platforms in two-sided markets [J]. Journal of Management Information Systems, 2012, 29(2): 109 – 139.

[16] Sun M, Tse E. When does the winner take all in two-sided markets? [J]. Review of Network Economics, 2007, 6: 16 – 40.

[17] Chen K, Tse E. Dynamic platform competition in two-sided markets [EB/OL]. 2007, http: //papers.ssrn.com/sol3/pa-

pers. cfm? abstract_id = 1095124

[18] Armstrong M, Wright J. Two-sided markets, competitive bottlenecks and exclusive contracts [J]. Economic Theory, 2006, 32(2): 353 – 380.

[19] Rasch A, Wenzel T. Piracy in a two-sided software market [J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2013, 88: 78 – 89.

[20] FudenbergD, Tirole J. Customer poaching and brand switching [J]. RAND Journal of Economics, 2000, 31(4): 634 – 657.

[21] Chen Y, Iyer G. Consumer addressability and customized pricing [J]. Marketing Science, 2002, 21(2): 197 – 208.

[22] Chen Y. Paying customers to switch [J]. Journal of Economic & Management Strategy, 1997, 6(4): 877 – 897.

[23] Arora N, Henderson T. Embedded premium promotion: Why it works and how to make it more effective [J]. Marketing Science, 2007, 26(4): 514 – 531.

[24] Villas-Boas J M. Price cycles in markets with customer recognition [J]. RAND Journal of Economics, 2004, 35(3): 486 – 501.

[25] Pazgal A, SobermanD. Behavior-based discrimination: Is it a winning play, and if so, when? [J]. Marketing Science, 2008, 27(6): 977 – 994.

[26] Esteves R B. Behavior-based price discrimination with retention offers [J]. Information Economics and Policy, 2014, 27: 39 – 51.

[27] **田　林, 徐以汎. 基于顾客行为的企业动态渠道选择与定价策略 [J]. 管理科学学报**, 2015, 18(8): 39 – 51.
Tian Lin, Xu Yifan. Dynamic channel selection and pricing based on customer behavior [J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(8): 39 – 51. (in Chinese)

[28] **余　牛, 李建斌, 刘志学. 电子商务产品定价与返利策略优化及协调研究 [J]. 管理科学学报**, 2016, 19(3): 18 – 32.
Yu Niu, Li Jianbin, Liu Zhixue. Optimization of pricing and rebate strategies and coordination for e-commenceproduct [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(3): 18 – 32. (in Chinese)

[29] Elias C. Competitive customer poaching with asymmetric firms [J]. International Journal of Industiral Organization, 2016, 48: 173 – 206.

[30] Wright J. One-sided logic in two-sided markets [J]. Review of Network Economics, 2004, 3(1): 44 – 64.

[31] Klemperer P. The competitiveness of markets with switching costs [J]. RAND Journal of Economics, 1987, 18(1): 138 – 150.

[32] Villas-Boas J M. Dynamic competition with experience goods [J]. Journal of Economics & Management Strategy, 2006, 15(1): 37 – 66.

[33] Klemperer P. Welfare effects of entry into markets with switching costs [J]. Journal of Industrial Economics, 1988, 37(2): 159 – 165.

[34] Singh S G, Jain D C, Krishnan T V. Customer loyalty program: Are they profitable? [J]. Management Science, 2008, 54(6): 1205 – 1211.

[35] Liu Q, Serfes K. Price discrimination in two-sided markets [J]. Journal of Economics & Management Strategy, 2013, 22(4): 768 – 786.

[36] Stole L A. Price Discrimination and Imperfect Competition [M]. The Handbook of Industrial Organization, North Holland: Oxford. 2007, Vol. 3: 2221 – 2299.

[37] Gehrig T, Shy O, Stenbacka R. A Welfare evaluation of history-based price discrimination [J]. Journal of Industry, Competitive and Trade, 2012, 12: 373 – 393.

[38] Jullien B. Price skewness and competition in multi-sided markets [M/OL]. 2008, http: //idei. fr/doc/wp/2008/price skewness. pdf

Competition in two-sided platforms considering agent's satisfaction

ZHANG Kai[1,3], *LI Hua-chen*[2], *LIU Wei-qi*[1,3]

1. Institute of Management and Decision, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;
2. School of Economics and Management, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;
3. Faculty of Finance and Banking, Shanxi University of Finance and Economics, Taiyuan 030006, China

Abstract: Recent literature on two-sided market theory mainly focuses on single-period game theory, and omits dynamic pricing in multi-period games. This disagrees with the reality that agents always make multiple transactions and that platforms face dynamic pricing. After building a two-sided duopoly platforms model considering consumer satisfaction, the paper analyzes the optimal prices under different pricing strategies (uniform pricing or discrimination pricing) and different strategic targets (short-term profits or long-term profits), and then discusses their applicability and validity. It is found that a higher first-period market share can ensure neither a higher second-period market share nor the repeated purchase ratio; Discrimination pricing strategy is good for the platform's profit, but bad for agents' utility and social welfare. (Discrimination pricing, Discrimination pricing) strategy is a Pareto-dominant equilibrium, and the total social welfare of the two periods is not related to the platform's strategic target, but related to its pricing strategy.

Key words: two-sided platform; satisfaction; discrimination pricing; uniform pricing

附录

附录 A1

定理 1 证明：根据 3.1.1 **和** 3.1.2 **所得的均衡价格及实现均衡时的市场份额和利润，有下列关系：**

$$p_{1B}^{U}-p_{2B}^{U}=\frac{t(2N_{1B}-1)(2r-1)}{2(1-r)}\frac{2t-(1-r)(3\theta_B\theta_S+\theta_S^2)}{\Omega} \tag{A1.1}$$

$$p_{1S}^{U}-p_{2S}^{U}=p_{1S}^{D}-p_{2S}^{D}=\frac{t(2N_{1B}-1)(2r-1)(\theta_S-\theta_B)}{2\Omega} \tag{A1.2}$$

$$n_{1B}^{U}-n_{2B}^{U}=n_{1B}^{D}-n_{2B}^{D}=\frac{t(2N_{1B}-1)(2r-1)}{\Omega} \tag{A1.3}$$

$$n_{1S}^{U}-n_{2S}^{U}=n_{1S}^{D}-n_{2S}^{D}=\frac{t(2N_{1B}-1)(2r-1)(\theta_S+\theta_B)}{2\Omega} \tag{A1.4}$$

$$\pi_1^{U}-\pi_2^{U}=\frac{t(2N_{1B}-1)(2r-1)}{4(1-r)}\frac{4t-(1-r)(\theta_B^2+\theta_S^2+6\theta_B\theta_S)}{\Omega} \tag{A1.5}$$

$$p_{1B}^{D}-p_{2B}^{D}=\frac{t(2N_{1B}-1)(2r-1)}{1-r}\left[\frac{2t-(1-r)(3\theta_B\theta_S+\theta_S^2)}{2\Omega}-\frac{1}{2r-1}\right] \tag{A1.6}$$

$$p_{1B}^{*D}-p_{2B}^{*D}=\frac{t(2N_{1B}-1)(2r-1)}{1-r}\left[\frac{2t-(1-r)(3\theta_B\theta_S+\theta_S^2)}{2\Omega}+\frac{1}{2r-1}\right] \tag{A1.7}$$

$$\pi_1^{D}-\pi_2^{D}=\frac{t(2N_{1B}-1(2r-1)}{1-r}\left[\frac{4t-(1-r)(\theta_B^2+\theta_S^2+6\theta_B\theta_S)}{4\Omega}+\frac{t-2(1-r)\Delta V}{3t(2r-1)}\right] \tag{A1.8}$$

由于两平台具有对称性，不失一般性，在下面证明过程中假定 $N_{1B}>\frac{1}{2}$ **恒成立. 同时，由于式**(A1.1) ~**式**(A1.8) **在** $r>\frac{1}{2}$ **与** $r<\frac{1}{2}$ **两种情形下结论恰好相反. 因此，本文仅给出情形** $N_{1B}>\frac{1}{2}$ **且** $r>\frac{1}{2}$ **的证明. 此外，为了行文简**

洁，令 $F_1 = \frac{1-r}{4}(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 6\theta_B\theta_S)$，$F_2 = \frac{1-r}{3}(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 4\theta_B\theta_S)$，$F_3 = \frac{1-r}{2}(3\theta_B\theta_S + \theta_S^2)$.

(1) 对于式(A1.1)，若 $\frac{2(t-F_3)}{3(t-F_2)} \equiv M_1 > 0$，则 $p_{1B}^U > p_{2B}^U$；否则，$p_{1B}^U < p_{2B}^U$.

情形 1　若 $\theta_S > \theta_B$，则 $F_3 > F_2$. 因此，①当 $t > F_3$ 或 $F_1 < t < F_2$ 时，$M_1 > 0$；②当 $F_2 < t < F_3$ 时，$M_1 < 0$.

情形 2　若 $\theta_S < \theta_B$，则 $F_3 < F_1$. 因此，①当 $t > F_2$ 时，$M_1 > 0$；②当 $F_1 < t < F_2$ 时，$M_1 < 0$.

(2) 对于式(A1.2)，若 $\theta_S > \theta_B$ 且 $t > F_2$ 或 $\theta_S < \theta_B$ 且 $F_1 < t < F_2$，则 $p_{1S}^U > p_{2S}^U$；若 $\theta_S > \theta_B$ 且 $F_1 < t < F_2$ 或 $\theta_S < \theta_B$ 且 $t > F_2$，则 $p_{1S}^U < p_{2S}^U$.

(3) 对于式(A1.3)～式(A1.5)，显然，当 $t > F_2$ 时，$n_{1k}^U > n_{2k}^U$，$n_{1k}^D > n_{2k}^D$ 和 $\pi_1^U > \pi_2^U$；当 $F_1 < t < F_2$ 时，$n_{1k}^U < n_{2k}^U$，$n_{1k}^D < n_{2k}^D$ 和 $\pi_1^U < \pi_2^U$.

(4) 对于式(A1.6)，若 $\frac{2t-(1-r)(3\theta_B\theta_S+\theta_S^2)}{2\Omega} - \frac{1}{2r-1} = \frac{2(2-r)}{3(2r-1)}\frac{M_2-t}{t-F_2} > 0$，则 $p_{1B}^D > p_{2B}^D$；否则，$p_{1B}^D < p_{2B}^D$. 其中，$M_2 \equiv \frac{3F_2 - F_3(2r-1)}{2(2-r)}$.

情形 1　$t > F_2$. 若 $M_2 > F_2$，当 $F_2 < t < M_2$ 时，则 $p_{1B}^D > p_{2B}^D$；当 $t > M_2$ 时，则 $p_{1B}^D < p_{2B}^D$. 若 $M_2 < F_2$，则 $p_{1B}^D < p_{2B}^D$ 恒成立. 由于 $M_2 - F_2 = \frac{(2r-1)(F_2-F_3)}{2(2-r)}$，因此，当 $\theta_S < \theta_B$ 时，$M_2 > F_2$；当 $\theta_S > \theta_B$ 时，$M_2 < F_2$.

小结：只有 $t \in (F_2, M_2)$ 且 $\theta_S < \theta_B$ 同时满足时，才有 $p_{1B}^D > p_{2B}^D$；其他情形 $p_{1B}^D < p_{2B}^D$ 总是成立.

情形 2　$F_1 < t < F_2$. 若 $M_2 < F_1$，则 $p_{1B}^D > p_{2B}^D$ 恒成立. 若 $M_2 > F_2$，则 $p_{1B}^D < p_{2B}^D$ 恒成立. 若 $F_1 < M_2 < F_2$，当 $F_1 < t < M_2$ 时，则 $p_{1B}^D < p_{2B}^D$；当 $M_2 < t < F_2$ 时，则 $p_{1B}^D > p_{2B}^D$.

①关于 $M_2 > F_2$ 情形. 显然，当 $\theta_S < \theta_B$ 时，$M_2 > F_2$.

②关于 $M_2 < F_1$ 情形. 通过计算，可知 $M_2 - F_1 = \frac{(1-r)(\theta_B - \theta_S)(r\theta_B + r\theta_S - \theta_S)}{4(2-r)}$. 因此，当 $\frac{1-r}{r} < \frac{\theta_B}{\theta_S} < 1$ 时，$M_2 < F_1$；其余情形 $M_2 > F_1$.

小结：显然，尽管情形 2 结果较为复杂，但依然可以得出：当 $\theta_S < \theta_B$ 时，$p_{1B}^D < p_{2B}^D$ 恒成立；当 $\frac{1-r}{r} < \frac{\theta_B}{\theta_S} < 1$ 时，$p_{1B}^D > p_{2B}^D$ 恒成立.

(5) 对于式(A1.7)，证明过程类似于式(A1.6). 若 $\frac{2t-(1-r)(3\theta_B\theta_S+\theta_S^2)}{2\Omega} + \frac{1}{2r-1} = \frac{2(1+r)}{3(2r-1)}\frac{t-M_3}{t-F_2} > 0$ 时，$p_{1B}^{*D} > p_{2B}^{*D}$；否则，$p_{1B}^{*D} < p_{2B}^{*D}$. 其中，$M_3 \equiv \frac{3F_2 + F_3(2r-1)}{2(1+r)}$.

情形 1　$t > F_2$. 若 $M_3 > F_2$，当 $F_2 < t < M_3$ 时，则 $p_{1B}^{*D} < p_{2B}^{*D}$；当 $t > M_3$ 时，则 $p_{1B}^{*D} > p_{2B}^{*D}$. 若 $M_3 < F_2$，则 $p_{1B}^{*D} > p_{2B}^{*D}$ 恒成立. 由于 $M_3 - F_2 = \frac{(2r-1)(F_3-F_2)}{2(1+r)}$，因此，当 $\theta_S > \theta_B$ 时，$M_3 > F_2$；当 $\theta_S < \theta_B$ 时，$M_3 < F_2$.

小结：只有 $t \in (F_2, M_3)$ 和 $\theta_S > \theta_B$ 同时满足时，才有 $p_{1B}^{*D} < p_{2B}^{*D}$；其他情形 $p_{1B}^{*D} > p_{2B}^{*D}$ 总是成立.

情形 2　$F_1 < t < F_2$. 若 $M_3 < F_1$，则 $p_{1B}^{*D} < p_{2B}^{*D}$ 恒成立. 若 $M_3 > F_2$，则 $p_{1B}^{*D} > p_{2B}^{*D}$ 恒成立. 若 $F_1 < M_3 < F_2$，当 $F_1 < t < M_3$ 时，则 $p_{1B}^{*D} > p_{2B}^{*D}$；当 $M_3 < t < F_2$ 时，则 $p_{1B}^{*D} < p_{2B}^{*D}$.

① $M_3 > F_2$. 显然，当 $\theta_S > \theta_B$ 时，$M_3 > F_2$.

② $M_3 < F_1$. 经过计算，可知 $M_3 - F_1 = \frac{(1-r)(\theta_S - \theta_B)(r\theta_B + r\theta_S - \theta_B)}{4(1+r)}$. 当 $1 < \frac{\theta_B}{\theta_S} < \frac{r}{1-r}$ 时，$M_3 < F_1$；其余情形 $M_3 > F_1$.

小结　类似于式(A1.6)的证明，情形 2 结果依然复杂，但是有：当 $\theta_S > \theta_B$ 时，$p_{1B}^{*D} > p_{2B}^{*D}$ 恒成立；当 $1 < \frac{\theta_B}{\theta_S} < \frac{r}{1-r}$ 时，$p_{1B}^{*D} < p_{2B}^{*D}$ 恒成立.

(6) 对于式(A1.8)，若 $\frac{4t-(1-r)(\theta_B^2+\theta_S^2+6\theta_B\theta_S)}{4\Omega} + \frac{t-2(1-r)\Delta V}{3t(2r-1)} > 0$，即 $\frac{\Delta V}{t} < \frac{r}{1-r}\frac{t-M_4}{t-F_2} \equiv M_5$ 时，$\pi_1^D >$

π_2^D; 否则,$\pi_1^D<\pi_2^D$. 其中,$M_4\equiv F_1+\frac{F_2-F_1}{2r}$. 假设(2)可化简为: 当 $r<\frac{1}{2}$ 时,$\frac{\Delta V}{t}<1$; 当 $r>\frac{1}{2}$ 时,$\frac{\Delta V}{t}<\frac{2-3r}{1-r}$. 因此,若 $M_5>\frac{2-3r}{1-r}$,则$\pi_1^D>\pi_2^D$ 恒成立; 若 $M_5<0$,则 $\pi_1^D<\pi_2^D$ 恒成立; 若 $M_5\in(0,\frac{2-3r}{1-r})$,则当 $\frac{\Delta V}{t}\in(0,M_5)$ 时,$\pi_1^D>\pi_2^D$; 当 $\frac{\Delta V}{t}\in(M_5,\frac{2-3r}{1-r})$ 时,$\pi_1^D<\pi_2^D$.

①$M_5>\frac{2-3r}{1-r}$. 通过计算,可知 $M_5-\frac{2-3r}{1-r}=\frac{2(2r-1)}{1-r}\frac{t-M_7}{t-F_2}$,其中,$M_7\equiv\frac{F_1+3F_2}{4}$. 因此,当 $\frac{t-M_7}{t-F_2}>0$ 时,即$F_1<t<\frac{F_1+3F_2}{4}$ 或 $t>F_2$,$M_5>\frac{2-3r}{1-r}$,即$\pi_1^D>\pi_2^D$ 恒成立.

② $M_5<0$. 通过计算,可知 $M_4-F_2=\frac{(1-2r)(F_2-F_1)}{2r}$ 和 $M_4>F_1$,即 $F_1<M_4<F_2$. 因此,当 $M_4<t<F_2$ 时,$M_5<0$,即 $\pi_1^D<\pi_2^D$ 恒成立.

附录 A2

推论 1 证明 根据 Ψ_i 表达式,

(1)若 $N_{iB}<\frac{1}{3}+\frac{\Delta V(1-r)}{3t}$,则① $\Psi_i>0$; ②如果 $r>\frac{1}{2}$,$\Psi_j<0$. 进一步,若 $N_{iB}<\frac{1}{3}$,则$\Psi_i>0$ 和 $\Psi_j<0$ 恒成立.

(2) $\Psi_i-\Psi_j=\frac{t(1-2N_{iB})}{1-r}$,$\frac{\partial\Psi_i}{\partial r}=\frac{t(1-3N_{iB})}{3(1-r)^2}$ 和 $\frac{\partial\Psi_i}{\partial r}-\frac{\partial\Psi_j}{\partial r}=\frac{t(1-2N_{iB})}{3(1-r)^2}$. 显然,当 $N_{iB}<\frac{1}{3}$ 时,$\frac{\partial\Psi_i}{\partial r}>0$; 当$N_{iB}<\frac{1}{2}$ 时,$\Psi_i>\Psi_j$ 和$\frac{\partial\Psi_i}{\partial r}>\frac{\partial\Psi_j}{\partial r}$.

附录 A3

定理 3 证明 将 3.1.1 和 3.1.2 所得均衡解代入式(9),可得如下关系式:

$$R_1^U-R_2^U=\frac{(2N_{1B}-1)}{4N_{1B}(1-N_{1B})}\left[\frac{2\Delta V(1-r)-t}{t}+\frac{t(2r-1)}{\Omega}\right]\tag{A3.1}$$

$$R_1^D-R_2^D=\frac{(2N_{1B}-1)}{4N_{1B}(1-N_{1B})}\left[\frac{2\Delta V(1-r)-t}{3t}+\frac{t(2r-1)}{\Omega}\right]\tag{A3.2}$$

$$R_1^D-R_1^U=\frac{2\Delta V(1-r)-t}{6tN_{1B}}\tag{A3.3}$$

$$R_2^D-R_2^U=\frac{2\Delta V(1-r)-t}{6t(1-N_{1B})}\tag{A3.4}$$

$$\frac{R_1^D+R_2^D}{2}-\frac{R_1^U+R_2^U}{2}=\frac{2\Delta V(1-r)-t}{12tN_{1B}(1-N_{1B})}\tag{A3.5}$$

类似于附录 A1 的原因,不失一般性,在下面证明过程中假定 $N_{1B}>\frac{1}{2}$ 恒成立.

(1)对于式(A3.1),若 $\frac{2\Delta V(1-r)-t}{t}+\frac{t(2r-1)}{\Omega}>0$,即$\frac{\Delta V}{t}>\frac{2-r}{3(1-r)}\frac{t-F_4}{t-F_2}\equiv M_7$,则$R_1^U>R_2^U$; 否则,$R_1^U<R_2^U$. 其中,$F_4\equiv\frac{3F_2}{2(2-r)}$. 根据假设(2),$\frac{\Delta V}{t}\in(0,\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\})$. 因此,当$M_7<0$ 时,$R_1^U>R_2^U$ 恒成立; 当$M_7>\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$ 时,$R_1^U<R_2^U$ 恒成立; 当$0<M_7<\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$ 时,若$0<\frac{\Delta V}{t}<M_7$,则$R_1^U<R_2^U$; 若$M_7<\frac{\Delta V}{t}<\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$,则$R_1^U>R_2^U$. 由于最后一种情形并没有明晰的结果,因此,本文仅考虑前两种情形.

情形 1 $M_7<0$. 由于 $F_4-F_2=\frac{F_2(2r-1)}{2(2-r)}$ 和 $F_4-F_1=\frac{1-r}{4(2-r)}[r(\theta_B+\theta_S)^2-4(1-r)\theta_B\theta_S]$. 显然,当 $r>$

$\frac{1}{2}$ 时，$F_4 > F_2$；当 $r < \frac{1}{2}$ 时，$F_4 < F_1$．因此，当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $F_2 < t < F_4$ 时或当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $F_1 < t < F_2$ 时，$M_7 < 0$ 成立，其他情形均有 $M_7 > 0$．

情形 2　$M_7 > \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$．假设 2 可化简为：当 $r < \frac{1}{2}$ 时，$\frac{\Delta V}{t} < 1$；当 $r > \frac{1}{2}$ 时，$\frac{\Delta V}{t} < \frac{2-3r}{1-r}$．因此，情形 2 相当于讨论：当 $r < \frac{1}{2}$ 时，$M_7 > 1$；当 $r > \frac{1}{2}$ 时，$M_7 > \frac{2-3r}{1-r}$．

① $M_7 - 1 = \frac{2r-1}{3(1-r)}\frac{t-F_5}{t-F_2}$．其中，$F_5 \equiv (2-r)\ F_4$．由于 $F_5 - F_2 = \frac{F_2}{2} > 0$，因此，当 $F_2 < t < F_5$ 时，$M_7 > 1$，其余情形均有 $M_7 < 1$.

② $M_7 - \frac{2-3r}{1-r} = \frac{4(2r-1)}{3(1-r)}\frac{t-M_8}{t-F_2}$. 其中，$M_8 = \frac{(2-r)\ F_4 - 3(2-3r)\ F_2}{4(2r-1)}$. 由于 $M_8 - F_2 = \frac{F_2}{8} > 0$，因此，当 $F_1 < t < F_2$ 或 $t > M_8$ 时，$M_7 > \frac{2-3r}{1-r}$.

(2) 式(A3.2)的证明类似于式(A3.1)．若 $\frac{2\Delta V(1-r)-t}{3t} + \frac{t(2r-1)}{\Omega} > 0$，即 $\frac{\Delta V}{t} > \frac{t-F_6}{t-F_2} \equiv M_9$，则 $R_1^D > R_2^D$；否则，$R_1^D < R_2^D$．其中，$F_6 \equiv \frac{1}{6}(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 4\theta_B\theta_S)$．因此，当 $M_9 < 0$ 时，$R_1^D > R_2^D$ 恒成立；当 $M_9 > \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，$R_1^D < R_2^D$ 恒成立；当 $0 < M_9 < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，若 $0 < \frac{\Delta V}{t} < M_9$，则 $R_1^D < R_2^D$；若 $M_9 < \frac{\Delta V}{t} < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$，则 $R_1^D > R_2^D$．

情形 1　$M_9 < 0$．由于 $F_6 - F_2 = \frac{2r-1}{6}(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 4\theta_B\theta_S)$ 和 $F_6 - F_1 = \frac{3r-1}{12}(\theta_B + \theta_S)^2 + \frac{3r-2}{3}\theta_B\theta_S$. 显然，当 $r > \frac{1}{2}$ 时，$F_6 > F_2$；当 $r < \frac{1}{2}$ 时，$F_6 < F_1$. 因此，当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $F_2 < t < F_6$ 时或当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $F_1 < t < F_2$ 时，$M_9 < 0$ 成立，其他情形均有 $M_9 > 0$．

情形 2　$M_7 > \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$．即相当于讨论：当 $r < \frac{1}{2}$ 时，$M_9 > 1$；当 $r > \frac{1}{2}$ 时，$M_9 > \frac{2-3r}{1-r}$.

① $M_9 - 1 = \frac{F_2 - F_6}{t - F_2}$．由于 $F_6 - F_2 = \frac{2r-1}{6}(\theta_B^2 + \theta_S^2 + 4\theta_B\theta_S) < 0$，因此，当 $t > F_2$ 时，$M_9 > 1$，其余情形均有 $M_9 < 1$．

② $M_9 - \frac{2-3r}{1-r} = \frac{2r-1}{1-r}\frac{t-M_{10}}{t-F_2}$．其中 $M_{10} = \frac{(1-r)\ F_6 - (2-3r)\ F_2}{2r-1}$．由于 $M_{10} - F_2 = \frac{F_2}{2} > 0$，因此，当 $F_1 < t < F_2$ 或 $t > M_{10}$ 时，$M_9 > \frac{2-3r}{1-r}$.

(3) 对于式(A3.3) ~ 式(A3.5)，若 $2\Delta V(1-r) > t$，即 $\frac{\Delta V}{t} > \frac{1}{2(1-r)}$，则 $R_i^D > R_i^U$．由于当 $r > \frac{1}{2}$ 时，$\frac{1}{2(1-r)} > \frac{2-3r}{1-r}$，因此，$R_i^D < R_i^U$ 恒成立；由于当 $r < \frac{1}{2}$ 时，$\frac{1}{2(1-r)} < 1$．因此，当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $\frac{1}{2(1-r)} < \frac{\Delta V}{t} < 1$ 时，$R_i^D > R_i^U$；当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $0 < \frac{\Delta V}{t} < \frac{1}{2(1-r)}$ 时，$R_i^D < R_i^U$．由于 $\frac{r}{2(1-r)}$ 是关于 r 的增函数，因此，随着 r 的增加，$R_i^D > R_i^U$ 的可能性在减少.

附录 A4

推论 2 证明：根据式(9)，有如下关系：

$$\frac{\partial R_i^U}{\partial r} = \frac{\Delta V}{2t\,N_{iB}} + \frac{t(N_{iB} - N_{jB})(6t - \theta_B^2 - \theta_S^2 - 4\theta_B\theta_S)}{4\,N_{iB}\,\Omega^2} \tag{A4.1}$$

$$\frac{\partial R_i^D}{\partial r} = \frac{\Delta V}{6t\,N_{iB}} + \frac{t(N_{iB} - N_{jB})(6t - \theta_B^2 - \theta_S^2 - 4\theta_B\theta_S)}{4\,N_{iB}\,\Omega^2} \tag{A4.2}$$

很容易得到推论 2 结论.

附录 A5

定理 6 证明: 根据 3.2.1，$P_B^{SD} > P_B^{SU}$ 和 $\Pi^{SD} > \Pi^{SU}$ 恒成立. 同时，有如下关系:

$$p_B^{SU} - P_B^{SU} = \frac{t}{2(1-r)} \frac{r(2r-1)t-(1-r)\Omega}{\Omega} \tag{A5.1}$$

$$\pi^{SU} - \Pi^{SU} = \frac{p_B^{SU} - P_B^{SU}}{2} \tag{A5.2}$$

$$p_B^{SD} - P_B^{SD} = \frac{r(2r-1)t^2}{2(1-r)\Omega} - \frac{3t}{2} + \frac{\Delta V}{3} - \frac{7t}{6(1-r)} \tag{A5.3}$$

$$p_B^{*SD} - P_B^{SD} = \frac{r(2r-1)t^2}{2(1-r)\Omega} - \frac{3t}{2} - \frac{\Delta V}{3} - \frac{5t}{6(1-r)} \tag{A5.4}$$

$$\pi^{SD} - \Pi^{SD} = \frac{(t - 2\Delta V + 2r\Delta V)^2}{36t(1-r)} - \frac{t(5-3r)}{4(1-r)} + \frac{r(2r-1)t^2}{4(1-r)\Omega} \tag{A5.5}$$

(1) 对于式(A5.1)和式(A5.2)，若 $\frac{r(2r-1)t-(1-r)\Omega}{\Omega} = \frac{(2r^2+2r-3)t+3(1-r)F_2}{3(t-F_2)} = \frac{2r^2+2r-3}{3}\frac{t-H_1}{t-F_2} \equiv G_1 > 0$，则$p_B^{SU} > P_B^{SU}$ 和$\pi^{SU} > \Pi^{SU}$; 否则，$p_B^{SU} < P_B^{SU}$ 和$\pi^{SU} < \Pi^{SU}$. 其中,$H_1 \equiv \frac{-3(1-r)F_2}{2r^2+2r-3}$. 当 $r > \frac{\sqrt{7}-1}{2}$ 时，$2r^2 + 2r - 3 > 0$; 当 $0 < r < \frac{\sqrt{7}-1}{2}$ 时，$2r^2 + 2r - 3 < 0$. 因此，讨论结果如下:

① $r > \frac{\sqrt{7}-1}{2}$. 若 $t > F_2$，则 $p_B^{SU} > P_B^{SU}$ 和 $\pi^{SU} > \Pi^{SU}$; 若 $F_1 < t < F_2$，则 $p_B^{SU} < P_B^{SU}$ 和 $\pi^{SU} < \Pi^{SU}$.

② $\frac{1}{2} < r < \frac{\sqrt{7}-1}{2}$. 由于 $H_1 - F_2 = \frac{r(1-2r)F_2}{2r^2+2r-3} > 0$，因此，若 $F_2 < t < H_1$，则 $p_B^{SU} > P_B^{SU}$ 和 $\pi^{SU} > \Pi^{SU}$; 若 $t > H_1$ 或 $F_1 < t < F_2$，则 $p_B^{SU} < P_B^{SU}$ 和 $\pi^{SU} < \Pi^{SU}$.

③ $r < \frac{1}{2}$. 若 $t > F_2$，则 $p_B^{SU} < P_B^{SU}$ 和 $\pi^{SU} < \Pi^{SU}$. 由于当 $F_1 < t < F_2$ 时，$H_1 - F_1$ 的关系还受 θ_k 影响，结果较为复杂且没有明确结论，因此，忽略该区间的讨论.

(2) 对于式(A5.3)，若等式右侧大于零，即 $\frac{\Delta V}{t} > \frac{8-4r-r^2}{1-r}\frac{t-H_2}{t-F_2} \equiv G_2$ 时，$p_B^{SD} > P_B^{SD}$; 否则，$p_B^{SD} < P_B^{SD}$. 其中，$H_2 \equiv \frac{(16-9r)F_2}{16-2r^2-8r}$. 同样地，假设(2)可化简为: 当 $r < \frac{1}{2}$ 时，$\frac{\Delta V}{t} < 1$; 当 $r > \frac{1}{2}$ 时，$\frac{\Delta V}{t} < \frac{2-3r}{1-r}$. 因此，当 $G_2 < 0$ 时，$p_B^{SD} > P_B^{SD}$ 恒成立; 当 $G_2 > \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，$p_B^{SD} < P_B^{SD}$ 恒成立; 当 $0 < G_2 < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，若 $0 < \frac{\Delta V}{t} < G_2$，则$p_B^{SD} < P_B^{SD}$; 若$G_2 < \frac{\Delta V}{t} < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$，则$p_B^{SD} > P_B^{SD}$. 类似的原因，仅考虑前两种情形:

① $r > \frac{1}{2}$. $G_2 - \frac{2-3r}{1-r} = \frac{6-r-r^2}{1-r}\frac{t-H_3}{t-F_2} \equiv G_3$. 其中，$H_3 \equiv \frac{3(4-r)F_2}{12-2r-2r^2}$. 因此，若 $G_3 > 0$，则$p_B^{SD} < P_B^{SD}$ 恒成立. 由于 $H_3 - F_2 = \frac{r(2r-1)F_2}{12-2r^2-2r} > 0$，因此，当 $t > H_3$ 或$F_1 < t < F_2$ 时，$G_3 > 0$.

② $r < \frac{1}{2}$. $G_2 - 1 = \frac{7-3r-r^2}{1-r}\frac{t-H_4}{t-F_2} \equiv G_4$. 其中，$H_4 \equiv \frac{7(2-r)F_2}{14-6r-2r^2}$. 因此，当 $G_4 > 0$ 时，$p_B^{SD} < P_B^{SD}$ 恒成立. 由于 $H_4 - F_2 = \frac{r(2r-1)F_2}{14-2r^2-6r} < 0$，因此，当 $t > F_2$ 时，$G_4 > 0$. 同样地，$H_4 - F_1$ 的关系还受θ_k 的影响，结果较为复杂且没有明确结论，因此，忽略 $F_1 < t < F_2$ 区间的讨论.

③由于 $H_2 - F_2 = \frac{r(2r-1)F_2}{16-2r^2-8r}$，因此，当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $F_2 < t < H_2$ 时，$G_2 < 0$. 同样的原因，忽略对 $F_1 < t < F_2$ 区间的讨论.

(3) 对于式(A5.4). 若等式右侧大于零，即 $\frac{\Delta V}{t} < -\frac{7-4r-r^2}{1-r}\frac{t-H_5}{t-F_2} \equiv G_5$ 时，$p_B^{*SD} > P_B^{SD}$；否则，$p_B^{*SD} < P_B^{SD}$. 其中，$H_5 \equiv \frac{(14-9r)F_2}{14-2r^2-8r}$. 因此，当 $G_5 < 0$ 时，$p_B^{*SD} < P_B^{SD}$ 恒成立; 当 $G_5 > \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，$p_B^{*SD} > P_B^{SD}$ 恒成立; 当 $0 < G_5 < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，若 $0 < \frac{\Delta V}{t} < G_5$，则 $p_B^{*SD} > P_B^{SD}$；若 $G_5 < \frac{\Delta V}{t} < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$，则 $p_B^{*SD} < P_B^{SD}$. 类似地，仅考虑前两种情形.

① $r > \frac{1}{2}$. $G_5 - \frac{2-3r}{1-r} = -\frac{9-7r-r^2}{1-r}\frac{t-H_6}{t-F_2} \equiv G_6$. 其中，$H_6 \equiv \frac{(18-15r)F_2}{18-14r-2r^2}$. 因此，若 $G_6 > 0$，则 $p_B^{*SD} > P_B^{SD}$ 恒成立. 由于 $H_6 - F_2 = \frac{r(2r-1)F_2}{12-2r^2-2r} > 0$，因此，当 $F_2 < t < H_6$ 时，$G_6 > 0$.

② $r < \frac{1}{2}$. $G_5 - 1 = -\frac{8-5r-r^2}{1-r}\frac{t-H_7}{t-F_2} \equiv G_7$. 其中，$H_7 \equiv \frac{(16-11r)F_2}{16-10r-2r^2}$. 因此，当 $G_7 > 0$ 时，$p_B^{*SD} > P_B^{SD}$ 恒成立. 由于 $H_7 - F_2 = \frac{r(2r-1)F_2}{16-2r^2-10r} < 0$，所以，当 $t > F_2$ 时，$G_7 < 0$.

③由于 $H_5 - F_2 = \frac{r(2r-1)F_2}{14-2r^2-8r}$，因此，若 $r > \frac{1}{2}$，当 $F_1 < t < F_2$ 或 $t > H_5$ 时，$G_5 < 0$. 若 $r < \frac{1}{2}$，当 $t > F_2$ 时，$G_5 < 0$.

(4) 对于式(A5.5). 若 $\frac{r(2r-1)t^2}{4(1-r)\Omega} - \frac{t(5-3r)}{4(1-r)} > 0$，即 $G_8 \equiv -\frac{t(15-8r-2r^2)}{12(1-r)}\frac{t-H_8}{t-F_2} > 0$，则 $\pi^{SD} > \Pi^{SD}$. 其中，$H_8 \equiv \frac{(15-9r)F_2}{15-2r^2-8r}$. 由于 $H_8 - F_2 = \frac{r(2r-1)F_2}{15-2r^2-8r}$，因此，当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $F_2 < t < H_8$ 时或当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $F_1 < t < F_2$ 时，$G_8 > 0$.

长期战略情形下的证明类似于短期战略情形的证明. $P_B^{LD} > P_B^{LU}$ 和 $\Pi^{LD} > \Pi^{LU}$ 恒成立，并且有如下关系:

$$p_B^{LU} - P_B^{LU} = \frac{t(2r-1)}{4(1-r)}\frac{\Omega + 2rt + t - 2\theta_B\theta_S + 2r\theta_B\theta_S}{\Omega} - \frac{t}{2} \tag{A5.6}$$

$$\pi^{LU} - \Pi^{LU} = \frac{t(2r-1)}{8(1-r)}\frac{\Omega + 2rt + t - 2\theta_B\theta_S + 2r\theta_B\theta_S}{\Omega} - \frac{t}{4} \tag{A5.7}$$

$$p_B^{LD} - P_B^{LD} = \frac{t(2r-1)}{4(1-r)}\frac{\Omega + 2rt + t - 2\theta_B\theta_S + 2r\theta_B\theta_S}{\Omega} - \frac{\Delta V}{3} - \frac{t(14-9r)}{6(1-r)} \tag{A5.8}$$

$$p_B^{*LD} - P_B^{LD} = \frac{t(2r-1)}{4(1-r)}\frac{\Omega + 2rt + t - 2\theta_B\theta_S + 2r\theta_B\theta_S}{\Omega} - \Delta V - \frac{t(4-3r)}{2(1-r)} \tag{A5.9}$$

$$\pi^{LD} - \Pi^{LD} = \frac{(t - 2\Delta V + 2r\Delta V)^2}{36t(1-r)} - \frac{\Delta V}{3} - \frac{t(5-3r)}{6(1-r)} + \frac{\pi^{LU} - \Pi^{LU}}{2} \tag{A5.10}$$

(1) 对于式(A5.6)和式(A5.7)，若 $\frac{2r^2+6r-5}{3(1-r)}\frac{t-O_1}{t-F_2} \equiv Q_1 > 0$，则 $p_B^{LU} > P_B^{LU}$ 和 $\pi^{LU} > \Pi^{LU}$；否则，$p_B^{LU} < P_B^{LU}$ 和 $\pi^{LU} < \Pi^{LU}$. 其中，$O_1 \equiv \frac{2(2r-1)F_1 - 3(1-r)F_2}{2r^2+6r-5}$. 当 $1 > r > \frac{\sqrt{19}-3}{2}$ 时，$2r^2+6r-5 > 0$；当 $0 < r < \frac{\sqrt{19}-3}{2}$ 时，$2r^2+6r-5 < 0$. 因此，讨论结果如下:

① $r > \frac{\sqrt{19}-3}{2}$. 由于 $O_1 - F_1 = -\frac{(1-r)X_1}{4(2r^2+6r-5)} < 0$，其中，$X_1 = 2r(r-1)(\theta_B+\theta_S)^2 + 8r^2\theta_B\theta_S + (\theta_B-\theta_S)^2 > 0$. 因此，若 $t > F_2$，则 $p_B^{LU} > P_B^{LU}$；若 $F_1 < t < F_2$，则 $p_B^{LU} < P_B^{LU}$.

② $\frac{1}{2} < r < \frac{\sqrt{19}-3}{2}$. 由于 $O_1 - F_2 = -\frac{(1-r)(2r-1)X_2}{6(2r^2+6r-5)} > 0$，其中，$X_2 = 2r(\theta_B+\theta_S)^2 + 4r\theta_B\theta_S + (\theta_B-\theta_S)^2 > 0$. 因此，若 $F_2 < t < O_1$，则 $p_B^{LU} > P_B^{LU}$；若 $t > O_1$ 或 $F_1 < t < F_2$，则 $p_B^{LU} < P_B^{LU}$.

③ $r < \frac{1}{2}$. 由于 $O_1 - F_2 < 0$，因此，若 $t > F_2$，则 $p_B^{SU} < P_B^{SU}$. 由于当 $F_1 < t < F_2$ 时，$O_1 - F_1$ 的关系还受 θ_B 和 θ_S 的影响，结果较为复杂，并没有明确结论，因此，忽略该区间的讨论.

(2) 对于式(A5.8)，若 $\frac{\Delta V}{t} < \frac{r^2+6r-8}{1-r}\frac{t-O_2}{t-F_2} \equiv Q_2$，则 $p_B^{LD} > P_B^{LD}$；否则，$p_B^{LD} < P_B^{LD}$. 其中，$O_2 \equiv \frac{2(2r-1)F_1-(14-9r)F_2}{2r^2+12r-16}$. 因此，当 $Q_2<0$ 时，$p_B^{LD} < P_B^{LD}$ 恒成立；当 $Q_2 > \min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，$p_B^{LD} > P_B^{LD}$ 恒成立；当 $0<Q_2<\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，若 $0<\frac{\Delta V}{t}<Q_2$，则 $p_B^{LD} > P_B^{LD}$；若 $Q_2<\frac{\Delta V}{t}<\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$，则 $p_B^{LD} < P_B^{LD}$. 类似地，仅考虑前两种情形.

① $r>\frac{1}{2}$. $Q_2-\frac{2-3r}{1-r}=\frac{r^2+9r-10}{1-r}\frac{t-O_3}{t-F_2}\equiv Q_3$. 其中，$O_3\equiv\frac{2(2r-1)F_1-(18-15r)F_2}{2r^2+18r-20}$. 因此，当 $Q_3>0$ 时，$p_B^{LD} > P_B^{LD}$ 恒成立. 由于 $O_3-F_2=\frac{(2r-1)X_2}{12(r+10)}>0$，因此，当 $F_2<t<O_3$ 时，$Q_3>0$.

② $r<\frac{1}{2}$. $Q_2-1=\frac{r^2+7r-9}{1-r}\frac{t-O_4}{t-F_2}\equiv Q_4$. 其中，$O_4\equiv\frac{2(2r-1)F_1-(16-11r)F_2}{2r^2+14r-18}$. 因此，当 $Q_4>0$ 时，$p_B^{LD} > P_B^{LD}$ 恒成立. 由于 $O_4-F_2=\frac{(1-r)(2r-1)X_2}{12(9-r^2-7r)}<0$，所以，当 $t>F_2$ 时，$Q_4<0$.

③由于 $O_2-F_2=\frac{(1-r)(2r-1)X_2}{12(8-r^2-6r)}$，因此，若 $r>\frac{1}{2}$，当 $F_1<t<F_2$ 或 $t>O_2$ 时，$Q_2<0$. 若 $r<\frac{1}{2}$，当 $t>F_2$ 时，$Q_2<0$.

(3) 对于式(A5.9)，若 $\frac{\Delta V}{t} < \frac{r^2+6r-7}{3(1-r)}\frac{t-O_5}{t-F_2}\equiv Q_5$ 时，$p_B^{*LD} > P_B^{LD}$；否则，$p_B^{*LD} < P_B^{LD}$. 其中，$O_5\equiv\frac{2(2r-1)F_1-(12-9r)F_2}{2r^2+12r-14}$. 因此，当 $Q_5<0$ 时，$p_B^{*LD} < P_B^{LD}$ 恒成立；当 $Q_5>\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，$p_B^{*LD} > P_B^{LD}$ 恒成立；当 $0<Q_5<\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，若 $0<\frac{\Delta V}{t}<Q_5$，则 $p_B^{*LD} > P_B^{LD}$；若 $Q_5<\frac{\Delta V}{t}<\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$，则 $p_B^{*LD} < P_B^{LD}$. 类似地，仅考虑前两种情形.

① $r>\frac{1}{2}$. $Q_5-\frac{2-3r}{1-r}=\frac{r^2+15r-13}{3(1-r)}\frac{t-O_6}{t-F_2}\equiv Q_6$. 其中，$O_6\equiv\frac{2(2r-1)F_1-(24-27r)F_2}{2r^2+30r-26}$. 因此，当 $Q_6>0$ 时，$p_B^{*LD} > P_B^{LD}$ 恒成立. 由于 $O_6-F_2=\frac{(r-1)(2r-1)X_2}{12(r^2+15r-13)}$，因而，当 $\frac{1}{2}<r<\frac{\sqrt{277}-15}{2}$ 且 $F_2<t<O_6$ 时或当 $\frac{\sqrt{277}-15}{2}<r<1$ 且 $t>F_2$ 时，$Q_6>0$.

② $r<\frac{1}{2}$. $Q_5-1=\frac{r^2+9r-10}{3(1-r)}\frac{t-O_7}{t-F_2}\equiv Q_7$. 其中，$O_7\equiv\frac{2(2r-1)F_1-(18-15r)F_2}{2r^2+18r-20}$. 因此，当 $Q_7>0$ 时，$p_B^{*LD} > P_B^{LD}$ 恒成立. 由于 $O_7-F_2=\frac{(2r-1)X_2}{12(r+10)}<0$，所以，当 $t>F_2$ 时，$Q_7<0$.

③由于 $O_5-F_2=\frac{(2r-1)X_2}{12(r+7)}$，因此，若 $r>\frac{1}{2}$，当 $F_1<t<F_2$ 或 $t>O_5$ 时，$Q_5<0$. 若 $r<\frac{1}{2}$，当 $t>F_2$ 时，$Q_5<0$.

(4) 对于式(A5.10)，类似于式(A5.5)的证明. 若 $\frac{t(2r-1)}{8(1-r)}\frac{\Omega+2rt+t-2\theta_B\theta_S+2r\theta_B\theta_S}{\Omega}-\frac{\Delta V}{3}-\frac{t(13-9r)}{12(1-r)}>0$，即 $\frac{\Delta V}{t}<\frac{2r^2+12r-15}{4(1-r)}\frac{t-O_8}{t-F_2}\equiv Q_8$ 时，则 $\pi^{LD}>\Pi^{LD}$. 其中 $O_8\equiv\frac{2(2r-1)F_1-(13-9r)F_2}{2r^2+12r-15}$. 因此，当 $Q_8>\min\{1,\frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，$\pi^{LD}>\Pi^{LD}$ 恒成立；

① $r>\frac{1}{2}$. $Q_8-\frac{2-3r}{1-r}=\frac{2r^2+24r-23}{4(1-r)}\frac{t-O_9}{t-F_2}\equiv Q_9$. 其中 $O_9\equiv\frac{2(2r-1)F_1-(21-21r)F_2}{2r^2+24r-23}$. 因此，当 $Q_9>0$ 时，$\pi^{LD}>\Pi^{LD}$ 恒成立. 由于 $O_9-F_2=\frac{(r-1)(2r-1)X_2}{6(2r^2+24r-23)}$，因而，当 $\frac{1}{2}<r<\frac{\sqrt{190}-12}{2}$ 且 $F_2<t<O_9$ 时或当

$\frac{\sqrt{190}-12}{2} < r < 1$ 且 $t > F_2$ 时，$Q_9 > 0$.

② $r < \frac{1}{2}$. $Q_8 - 1 = \frac{2r^2+16r-19}{4(1-r)}\frac{t-O_{10}}{t-F_2} \equiv Q_{10}$. 其中，$O_{10} \equiv \frac{2(2r-1)F_1-(17-13r)F_2}{2r^2+16r-19}$. 因此，当 $Q_{10} > 0$ 时，$\pi^{LD} > \Pi^{LD}$ 恒成立. 由于 $O_{10} - F_2 = \frac{(r-1)(2r-1)X_2}{6(2r^2+16r-19)} < 0$，因而，当 $t > F_2$ 时，$Q_{10} < 0$.

小结：当 $\frac{1}{2} < r < \frac{\sqrt{190}-12}{2}$ 且 $F_2 < t < O_9$ 时或当 $\frac{\sqrt{190}-12}{2} < r < 1$ 且 $t > F_2$ 时，$\pi^{LD} > \Pi^{LD}$ 恒成立.

附录 A6

定理 7 证明：根据 3.2.1 **和** 3.2.2 **所得的均衡价格及实现均衡时的市场份额和利润，有下列关系：**

$$P_B^{LU} - P_B^{SU} = -\frac{t(2r-1)}{4(1-r)}\frac{\Omega + t - 2\theta_B\theta_S + 2r\theta_B\theta_S}{\Omega} \tag{A6.1}$$

$$\Pi^{TLU} - \Pi^{TSU} = \Pi^{LU} - \Pi^{SU} = \frac{P_B^{LU} - P_B^{SU}}{2} \tag{A6.2}$$

$$P_B^{LD} - P_B^{SD} = \frac{2\Delta V}{3} - \frac{2rt}{3(1-r)} - \frac{t(2r-1)(\theta_B-\theta_S)^2}{12\Omega} \tag{A6.3}$$

$$\Pi^{TLD} - \Pi^{TSD} = \Pi^{LD} - \Pi^{SD} = \frac{P_B^{LD} - P_B^{SD}}{2} \tag{A6.4}$$

(1) 对于式(A6.1)~(A6.2)，当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $F_1 < t < F_2$ 时或当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $t > F_2$ 时，$P_B^{LU} > P_B^{SU}$ 和 $\Pi^{TLU} > \Pi^{TSU}$；当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $t > F_2$ 时或当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $F_1 < t < F_2$ 时，$P_B^{LU} < P_B^{SU}$ 和 $\Pi^{TLU} < \Pi^{TSU}$.

(2) 对于式(A6.3)和式(A6.4)，若 $\frac{\Delta V}{t} > \frac{r}{1-r} + \frac{(2r-1)(\theta_B-\theta_S)^2}{8\Omega} \equiv T_1$ 时，则 $P_B^{LD} > P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} > \Pi^{TSD}$；否则，$P_B^{LD} < P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} < \Pi^{TSD}$. 类似地，当 $T_1 < 0$ 时，$P_B^{LD} > P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} > \Pi^{TSD}$ 恒成立；当 $T_1 > \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，$P_B^{LD} < P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} < \Pi^{TSD}$ 恒成立；当 $0 < T_1 < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$ 时，若 $0 < \frac{\Delta V}{t} < T_1$，则 $P_B^{LD} < P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} < \Pi^{TSD}$；若 $T_1 < \frac{\Delta V}{t} < \min\{1, \frac{2-3r}{1-r}\}$，则 $P_B^{LD} > P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} > \Pi^{TSD}$. 类似地，仅考虑前两种情形.

① $r > \frac{1}{2}$. $T_1 - \frac{2-3r}{1-r} = \frac{2(2r-1)}{1-r}\frac{t-C_1}{t-F_2} \equiv T_2$. 其中，$C_1 \equiv F_2 - \frac{1-r}{48}(\theta_B-\theta_S)^2$. 由于 $F_1 < C_1 < F_2$，因而，当 $F_1 < t < C_1$ 或 $t > F_2$ 时，$P_B^{LD} < P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} < \Pi^{TSD}$.

② $r < \frac{1}{2}$. $T_1 - 1 = \frac{2r-1}{1-r}\frac{t-C_2}{t-F_2} \equiv T_3$. 其中，$C_2 \equiv F_2 - \frac{1-r}{24}(\theta_B-\theta_S)^2$. 由于 $F_1 < C_2 < F_2$ ，因而，当 $C_2 < t < F_2$ 时，$P_B^{LD} < P_B^{SD}$ 和 $\Pi^{TLD} < \Pi^{TSD}$.

③由于 $T_1 = \frac{r}{1-r}\frac{t-C_3}{t-F_2}$，其中，$C_3 = F_2 - \frac{(1-r)(2r-1)}{24r}(\theta_B-\theta_S)^2$. 若 $r > \frac{1}{2}$，则 $F_1 < C_3 < F_2$；若 $r < \frac{1}{2}$ ，则 $C_3 > F_2$. 因此，当 $r > \frac{1}{2}$ 且 $C_3 < t < F_2$ 时或当 $r < \frac{1}{2}$ 且 $F_2 < t < C_3$ 时，$T_1 < 0$.