暧昧与部分知情交易的资产定价①

石丽娜，张顺明*
(中国人民大学财政金融学院，北京 100872)

摘要：通过区分交易商的知情程度，本文引入了部分知情交易商，构建了暧昧环境中存在部分知情交易商的理性预期均衡模型，并在此基础上分析抑制内幕交易的措施对资产定价和福利水平的影响. 研究结果表明：存在部分知情交易的金融市场上存在理性预期均衡，且相应的交易商分布均衡不唯一；差异系数的变化将引起完全知情交易商和不知情交易商的比例都发生同向变动，而完全知情交易商的表现最为敏感. 同时还发现，转变成本的增加虽然能够抑制内幕交易，但福利水平也会下降；然而，通过降低差异系数虽不能明显抑制内幕交易，但可以减少极端交易；不知情交易商面临暧昧程度的下降也会起到抑制知情交易商的作用，同时有可能提高福利水平.

关键词：部分知情交易；理性预期均衡；股权溢价；管制；市场透明度
中图分类号：F830.59；F224.5 文献标识码：A 文章编号：1007-9807(2018)12-0070-25

0 引 言

通过对资产进行合理定价，引导资金的流向，最终实现资源的合理配置是金融市场最主要的功能. 按照有效市场假说，资产价格能够及时、准确地反映各类信息，也即资产价格能够真实地反映资产的价值. 然而，实际的资本市场中由于各种摩擦的存在(例如投资者需要付出一定的成本或具备一定的技能才能获取相应的信息)，并不总能满足有效市场假说，使资产的价格偏离其价值，从而造成市场扭曲. 信息不对称是造成价格扭曲的重要原因，市场上普遍存在着信息不对称现象.

Akerlof[1]第一个注意到二手车市场存在着信息不对称现象，随后，Spence[2]和Rothschild等[3]分别对劳动力市场和保险市场的信息不对称现象展开研究. 从此，学者们意识到了这种现象普遍存在于市场中，并对此进行深入研究.

金融市场上信息在投资者之间的分布也是不对称的，这就使得具有信息优势的一方能够通过私人信息制定交易策略，而不具信息优势的一方只能根据公共信息进行交易. 在这个过程中，信息劣势方对信息优势方的交易策略是存在暧昧的，正是由于暧昧的存在，金融产品的定价就不能仅依靠传统的资产定价理论. 这是因为传统资产定价理论建立在理性经济人的基础上，假定投资者都拥有同质信息，这显然已经不满足正在考虑的问题，就需要考虑暧昧环境中的金融资产的定价问题.

暧昧这一概念最初源自Knight[4]，即Knightian不确定性②. Savage[6]试图用主观期望效用理论解释暧昧环境中经济人的决策行为. 但Ellsberg[7]悖论向Savage[6]的主观期望效用理论提出挑战. Ellsberg[7]将这种不确定性称为“暧昧”，暧昧事件是指这个事件会出现多个不同的结果，

① 收稿日期：2016-09-11；修订日期：2018-03-29.
基金项目：国家自然科学基金资助面上项目(71573220；71773123).
通讯作者：张顺明(1966—)，男，湖北广水人，博士，教授，博士生导师. Email：szhang@ruc.edu.cn
② 费为银等[5]在Knight不确定性及机制转换环境下研究了汇率变动对跨国投资决策的影响.

同时这些结果出现的概率是未知的，因此，暧昧是一种区别于风险的不确定性. 为此，Gilboa 和 Schmeidler[8] 提出了最大 - 最小(max - min) 期望效用模型，为暧昧厌恶下的决策提供了公理基础，很多学者在此基础上对该模型进行了拓展，例如 Ghirardato 等[9]、Klibanoff 等[10]，Thimme 和 Volkert[11]，以及 Albuquerque 和 Miao[12].

在此基础上，试图通过理性预期均衡(REE) 的方法对金融市场上存在的“暧昧”现象进行研究. 在理性预期均衡中，价格起到信息传递的作用，投资者根据自己的私人信息做出反应时，虽然并未考虑到自己的交易行为会影响到价格所包含的信息，但是由于信息的外部性，这部分已经蕴含在价格中的信息会影响到市场上的所有交易者. 因此，当投资者对市场信息的认知存在暧昧时，价格不仅反映了市场的供求状况，而且还具有信息传递的作用.

近年来的一些文献通过理性预期均衡研究了存在暧昧的情况下的价格的信息传递机制[13 - 20]. Caskey[13] 认为总体信息只是各分类信息的简单加总，因此相比分类信息，总体信息存在着信息缺失. 然而，暧昧厌恶的投资者却更加偏好总体信息，这就会使得投资者不能充分利用所有的信息，从而造成价格对信息的反应不足. Condie 和 Ganguli[15] 利用更为一般的非平滑暧昧厌恶模型证明了存在暧昧厌恶偏好的情况下经济社会中不完全信息的理性预期均衡的存在性和稳定性. Ozsoylev 和 Werner[17] 通过构建市场微观结构模型，将暧昧和市场流动性、交易量、资产价格波动等指标联系起来，强调了暧昧和私有信息之间的相互作用，发现资本市场中不确定性的微小变动就会造成巨大的价格波动. Banerjee 和 Green[20] 发现当不知情交易商不确定市场上是否存在知情交易商，因而主要通过观察股票价格和股息逐渐更新自己的信念时，资产价格呈现非线性的特点，并且对坏消息更为敏感. Easley 等[21] 假定共同基金对对冲基金的交易策略存在暧昧，通过 Gilboa 和 Schmeidler[8] 的多先验期望效用模型得到市场的理性预期均衡，并在此基础上分析了对于对冲基金的管制会通过影响不透明交易进而影响资产价格和福利水平. 他们指出降低对冲基金交易策略的暧昧能够降低对冲基金的比例，可能实现市场管制的目的. 本文在 Easley 等[21] 基础上，引入部分知情交易，从而对理性预期均衡模型进行拓展，探究在存在部分知情交易的更一般情况下，暧昧环境中的金融市场资产定价以及对内幕交易的管制对金融市场和福利水平的影响.

本文通过研究得到了与 Easley 等[21] 相一致的结论，旨在提高转换成本的抑制内幕交易的措施会以牺牲社会福利来发挥抑制内幕交易的作用，而提高市场透明度的措施为理想地抑制内幕交易提供了可能. 同时，本文由于引入了部分知情交易商，因此也得到了与 Easley 等[21] 很不一样的结论. 部分知情交易商与不知情交易商之间差异系数的变化也将给市场带来一系列的冲击. 而旨在降低部分知情交易商面临暧昧程度(差异系数的降低实质上会增大部分知情交易商与不知情交易商面临暧昧的差异程度) 的措施，虽然不能明显抑制内幕交易，但可以抑制极端交易(完全知情交易商与不知情交易商的交易) 的发生，减小社会差距，提高社会福利，因此，差异系数对金融市场的均衡还是至关重要的，在监管者想要采取措施抑制内幕交易时，需要考虑差异系数的大小，从而判断市场的状况，选取有针对性的监管措施.

1　模型

1.1　模型设定

在分析经济社会时，有两种用于交易的资产: 一种是无风险资产，债券，价值是 1; 另一种是风险资产，股票，价格是 $\tilde{p}$，价值是 $\tilde{v}$，实际上，在这里可以将该风险资产看作是一个市场组合[21 - 25]. 假定

$$\tilde{v} = \bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 + \tilde{\varepsilon} \tag{1}$$

其中 $\bar{v} > 0$; $\tilde{\theta}_0 \sim N(0,\sigma^2_{\theta_0})$，$\sigma_{\theta_0} > 0$; $\tilde{\theta}_a \sim N(0,\sigma^2_{\theta_a})$，$\sigma_{\theta_a} > 0$; $\tilde{\theta}_1 \sim N(0,\sigma^2_{\theta_1})$，$\sigma_{\theta_1} > 0$; $\tilde{\varepsilon} \sim N(0,\sigma^2_{\varepsilon})$，$\sigma_{\varepsilon} > 0$ 且 $\tilde{\theta}_0$，$\tilde{\theta}_a$，$\tilde{\theta}_1$ 和 $\tilde{\varepsilon}$ 相互独

立③.

起初,市场上的所有理性交易商处于相同的状态,构成一个 [0,1] 的连续统,每个交易商的初始禀赋都是 1 单位股票和 0 单位债券. 这些交易商采用关于最终财富的绝对风险厌恶系数为 1 的常绝对风险厌恶(CARA)效用函数. ④

本文在 Easley 等[21]把交易商划分为知情交易商与不知情交易商的基础上,进一步对交易商的类型进行细分,分为完全知情交易商、部分知情交易商和不知情交易商,完全知情交易商、部分知情交易商主要通过支付一定的成本获得比不知情交易商更多的投资机会. 用 $\tilde{\eta}$ 表示这种额外投资机会的净收益率,其中 $\tilde{\eta} \sim N(0,\sigma_\eta^2)$,$\sigma_\eta > 0$,且随机变量 $\tilde{\varepsilon}$ 和 $\tilde{\eta}$ 的相关系数为 $\rho \in (0,1)$. ⑤而相关系数 ρ 是股票市场中暧昧产生的根源[26].

起初,所有的交易商都是完全相同的不知情交易商,因此,在进入资本市场进行交易之前,交易商需要选择是转变为完全知情交易商或者部分知情交易商,还是继续作为不知情交易商进行交易. 如果不知情交易商要变为完全知情交易商,需支付 $c_1 > 0$,以获取额外投资机会;如果他们要转变为部分知情交易商,需支付 $c_a > 0$,从而也可获取额外投资机会,且 $c_a < c_1$. 本文用 λ_0 ,λ_a 和 λ_1 分别表示不知情交易商、部分知情交易商和完全知情交易商占所有交易商的比例,满足 $\lambda_0 \in (0,1)$,$\lambda_a \in (0,1)$,$\lambda_1 \in (0,1)$ 且 $\lambda_0 + \lambda_a + \lambda_1 = 1$. 通过支出一定的成本 c_1 和 c_a ,完全知情交易商和部分知情交易商在交易时能够根据效用最大化原则选择自己的交易策略. 需要注意的是,部分知情交易商起初支付了较低的成本,因此,他们虽然和完全知情交易商都拥有额外投资机会,但他们对这种额外投资机会的了解程度是不同的,这可能是由于较低的投入无法实现充分的专业化.

相应地,三种交易商所能获得的信息也是有差别的,式(1)中的随机变量 $\tilde{\theta}_0$,$\tilde{\theta}_a$ 和 $\tilde{\theta}_1$ 代表了交易商观察到的信息. 其中 $\tilde{\theta}_0$ 代表公共信息,所有交易商都可以观察到;部分知情交易商能够观察到信息 $\tilde{\theta}_0$ 和 $\tilde{\theta}_a$,其中 $\tilde{\theta}_a$ 代表的信息需要支付成本 c_a 下才能获得;完全知情交易商能观察到信息 $\tilde{\theta}_0$,$\tilde{\theta}_a$ 和 $\tilde{\theta}_1$,完全知情交易商之所以能够获得私人信息 $\tilde{\theta}_1$ 是由于他们支付了高于 c_a 的成本 c_1 .

因此,在进入金融市场时,三种交易商面临着不尽相同的情境. 不知情交易商观察到均衡价格 $\tilde{p}$ 和信息 $\tilde{\theta}_0$,并以此来进行交易. 而完全知情交易商除了能观察到均衡价格 $\tilde{p}$ 和信息 $\tilde{\theta}_0$,还能够获得更多的信息 $\tilde{\theta}_a$ 和 $\tilde{\theta}_1$;同时,他们由于支付成本 c_1 获得了额外的投资机会,因此,他们在进行股票和债券交易的同时还需要选择对额外投资机会的投资决策. 对于部分知情交易商,由于支付的成本 $c_a < c_1$,所以其状况介于前二者之间. 首先,他们能够观察到均衡价格 $\tilde{p}$ 以及信息 $\tilde{\theta}_0$ 和 $\tilde{\theta}_a$;其次,他们依据自己观察到的信息不仅要进行股票和债券交易,也需要对额外投资机会进行选择,但由于所掌握信息的不同,部分知情交易商与完全知情交易商对额外投资机会的投资策略会有很大的不同.

1.2 暧昧

定义 $k \equiv \dfrac{1}{1-\rho^2}$,则 k 为完全知情交易商的有效风险承受系数⑥. 假定不知情交易商对完全知情交易商的有效风险承受系数 k 存在暧昧,即不知情交易商获知的完全知情交易商的有效风险承受系数是

$$k \in [\underline{k}_0,\bar{k}_0],0 < \underline{k}_0 < \bar{k}_0 < 1 \tag{2}$$

而且他们无法确定 k 在该区间上的概率分布. 这实际上是不知情交易商对相关系数 ρ 的不

③　$\tilde{\theta}_0$,$\tilde{\theta}_a$ 和 $\tilde{\theta}_1$ 实际上表示的是这些相应的信息在价值上的反映.

④　本文为分析方便采用风险厌恶系数为 1 的 CARA 效用函数,以及假设交易商的初始禀赋为 1 单位的股票.

⑤　本文曾尝试将两种交易商对额外投资机会的收益率设为不同的情况,但所得结果与文中假设下所得结果相同,故采用文中较为直观的假设.

⑥　本文中的风险承受系数是风险厌恶系数的倒数.

确定性,引起的对完全知情交易商的额外投资行为投资决策的不确定性.

用黑体 $\boldsymbol{k} > 1$ 表示 k 的真实值,则

$$\boldsymbol{k} \in [\underline{k}_0, \bar{k}_0]$$

其中 $\bar{k}_0 - \underline{k}_0 > 0$ 是外生决定的,它代表了不知情交易者所面对的暧昧程度.

同样地,部分知情交易商由于一开始付出的成本低于完全知情交易商,所以即使能够进行额外投资也不能对额外投资机会有完全清晰的认识,也即不能完全确定相关系数 ρ,这就使得不知情交易商对完全知情交易商的交易策略也存在暧昧,但暧昧程度低于不知情交易商,表现为部分知情交易商获知的完全知情交易商的有效风险承受系数是

$$k \in [\underline{k}_a, \bar{k}_a] \subseteq [\underline{k}_0, \bar{k}_0] \tag{3}$$

不妨假定

$$\bar{k}_a - \underline{k}_a = \alpha(\bar{k}_0 - \underline{k}_0) \tag{4}$$

其中 $\alpha \in (0,1)$ 称作部分知情交易商与不知情交易商面临暧昧程度的差异系数.⑦

该模型的时间轴是: 在时间 $t=0$,交易商需要决定自己的交易商类型,也即每一个禀赋相同(都被赋予1单位股票)的交易商需要决定是否要通过支付成本 c_1 转变为金融市场上的完全知情交易商,或者通过支付成本 c_a 转变为部分知情交易商,还是不支付任何成本继续作为不知情交易商进行交易. 在 $t=1$,进入金融市场进行交易之前,不同交易商能够观察到不同的信息,不知情交易商观察到信息 $\tilde{\theta}_0$ 和风险资产的价格 $\tilde{p}$,部分知情交易商观察到额外信息 $\tilde{\theta}_a$ 并一定程度地了解额外投资的收益状况,完全知情交易商观察到更多的私人信息 $\tilde{\theta}_1$ 并完全了解额外投资的收益状况,从而,三类交易商能够根据自己的效用最大化得到自己的最优投资组合. 在 $t=2$,三种交易商进入市场根据自己的最有投资组合进行交易. 交易结束之后,交易商获得自己投资组合的收益并进行消费.

2　均　衡

本节将从金融市场均衡和交易商分布均衡两方面进行分析. 首先,在假定交易商比例给定的条件下,分析金融市场的交易行为和均衡价格的决定; 然后,在均衡价格已知的条件下考察三类交易商的均衡分布.

2.1　金融市场均衡

2.1.1　均衡描述

2.1.1.1　完全知情交易商的需求函数

完全知情交易商的交易前的财富是 $(\tilde{p} - c_1)$,即交易商初始拥有的股票价值减去转变成完全知情交易商而付出的成本. 用 D_1 和 Z_1 分别表示完全知情交易商进行股票投资和额外投资的量,则他们完成交易之后的最终财富是

$$\tilde{W}_1 = (\tilde{p} - c_1) + (\tilde{v} - \tilde{p}) D_1 + Z_1 \tilde{\eta} \tag{5}$$

由于财富 $\tilde{W}_1$ 服从正态分布,且交易商拥有 CARA 效用函数,故完全知情交易商的期望效用表示为

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}\left[-\exp(-\tilde{W}_1) \mid \tilde{p}, \tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_a, \tilde{\theta}_1\right] \\ &= -\exp\left[-\left(\mathrm{E}(\tilde{W}_1 \mid \tilde{p}, \tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_a, \tilde{\theta}_1) - \frac{1}{2} Var(\tilde{W}_1 \mid \tilde{p}, \tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_a, \tilde{\theta}_1)\right)\right] \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\mathrm{E}(\cdot \mid \tilde{p}, \tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_a, \tilde{\theta}_1)$ 和 $Var(\cdot \mid \tilde{p}, \tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_a, \tilde{\theta}_1)$ 是条件期望和条件方差的算子.

由式(1)和式(5),可得

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(\tilde{W}_1 \mid \tilde{p}, \tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_a, \tilde{\theta}_1) = {} & (\tilde{p} - c_1) + \\ & (\bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 - \tilde{p}) D_1 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} Var(\tilde{W}_1 \mid \tilde{p}, \tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_a, \tilde{\theta}_1) = {} & \sigma_\varepsilon^2 D_1^2 + \\ & \sigma_\eta^2 Z_1^2 + 2\rho\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_1 Z_1 \end{aligned} \tag{8}$$

把式(7)和式(8)代入完全知情交易商的目标函数式(6),求解它们的效用最大化问题,可得

---

⑦ α 反映了部分知情交易商与不知情交易商面临暧昧程度的差异,其大小是由信息 $\tilde{\theta}_a$ 决定的.

$$D_1^* = \frac{\bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 - \tilde{p}}{(1 - \rho^2)\sigma_\varepsilon^2};$$
$$Z_1^* = -\frac{\rho(\bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 - \tilde{p})}{(1 - \rho^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} \quad (9)$$

采用 1.2 节对完全知情交易商的有效风险承受系数 k 的定义,则式(9)中的需求函数可以写作

$$D_1(\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a,\tilde{\theta}_1;k) = \frac{k(\bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 - \tilde{p})}{\sigma_\varepsilon^2} \quad (10)$$

该形式与 Easley 等[21]得到的不透明交易商的需求函数形式相同.

2.1.1.2 不知情交易商的需求函数

对于任何给定的 k,本文假定不知情交易商能够理性地猜测到风险资产的价格函数

$$\tilde{p} = \bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 - f_0(k) \quad (11)$$

其中函数 $f_0(k)$ 是由均衡内生决定的,它实质上是不知情交易商在认定 k 时获得的股权溢价.

依据最大最小期望效用模型,不知情交易商选择合适的股票需求量 D_0 以最大化其效用,即

$$\max_{D_0} \min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]} \mathrm{E}_k(-\exp(-\tilde{W}_0) \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0) \quad (12)$$

其预算约束是

$$\tilde{W}_0 = \tilde{p} + (\tilde{v} - \tilde{p}) D_0 \quad (13)$$

式(12)中的 $\mathrm{E}_k(\cdot \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0)$ 表示认定 k 时的条件期望,式(13)中的第一项 $\tilde{p}$ 是不知情交易商的股票禀赋的价值. 由于 $\tilde{W}_0$ 服从正态分布,故上述决策问题可写作

$$\max_{D_0} \min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]} \mathrm{E}_k\left\{-\exp\left[-\left(\mathrm{E}_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0) - \frac{1}{2}Var_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0)\right) \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0\right]\right\} \quad (14)$$

由于 $\mathrm{E}_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0) = \tilde{p} + f_0(k) D_0$,

$Var_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0) = \sigma_\varepsilon^2 D_0^2$

故 $\mathrm{E}_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0) - \frac{1}{2}Var_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0)$

$$= -\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2}D_0^2 + f_0(k) D_0 + \tilde{p}$$

定义 $f_0(\cdot)$ 的最小值和最大值为

$$\underline{f}_0 \equiv \min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]} f_0(k), \bar{f}_0 \equiv \max_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]} f_0(k) \quad (15)$$

此时,不知情交易商的目标函数可以写作

$$\min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]} \left[\mathrm{E}_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0) - \frac{1}{2}Var_k(\tilde{W}_0 \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0)\right]$$
$$= \begin{cases} -\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2}D_0^2 + \underline{f}_0 D_0 + \tilde{p}, D_0 \geqslant 0 \\ -\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2}D_0^2 + \bar{f}_0 D_0 + \tilde{p}, D_0 < 0 \end{cases} \quad (16)$$

因此,不知情交易商的需求函数是

$$D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0) = \begin{cases} \frac{\underline{f}_0}{\sigma_\varepsilon^2}, & \underline{f}_0 > 0 \\ 0, & \underline{f}_0 \leqslant 0 \leqslant \bar{f}_0 \\ \frac{\bar{f}_0}{\sigma_\varepsilon^2}, & \bar{f}_0 < 0 \end{cases} \quad (17)$$

该形式与 Easley 等[21]得到的透明交易商的需求函数相同.

2.1.1.3 部分知情交易商的需求函数

相似的,对于任何给定的 k,假定部分知情交易商也能够理性地猜测到风险资产的价格函数,表示为

$$\tilde{p} = \bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 - f_a(k) \quad (18)$$

借鉴 Easley 等[21]的 $f_a(k)$ 形式,因此将 $f_a(k)$ 设为

$$f_a(k) = \frac{a}{k} \quad (19)$$

其中 $a \neq 0$ 且 a 是由均衡内生决定的. 则部分知情交易商在认定 k 时获得的股权溢价为 $\mathrm{E}_k(\tilde{v} - \tilde{p}) = f_a(k) = \frac{a}{k}$.

依据最大最小期望效用模型,部分知情交易商选择合适的股票需求量 D_a 和额外投资的量 Z_a 以最大化其效用,即

$$\max_{D_a,Z_a} \min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]} \mathrm{E}_k\left[-\exp(-\tilde{W}_a) \mid \tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a\right] \quad (20)$$

其预算约束是

$$\tilde{W}_a = (\tilde{p} - c_a) + (\tilde{v} - \tilde{p}) D_a + Z_a\tilde{\eta} \quad (21)$$

由于 $\tilde{W}_a$ 服从正态分布,故上述决策问题可写作

$$\max_{D_a,Z_a}\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]} \mathrm{E}_k\left\{-\exp\left[-\left(\mathrm{E}_k(\tilde{W}_a\mid\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a)-\frac{1}{2}Var_k(\tilde{W}_a\mid\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a)\right)\right]\mid\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a\right\} \tag{22}$$

由于

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}_k(\tilde{W}_a\mid\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a)-\frac{1}{2}Var_k(\tilde{W}_a\mid\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a)\\&=(\tilde{p}-c_a)+f_a(k)D_a-\frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2D_a^2+\sigma_\eta^2Z_a^2+2\rho\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_aZ_a)\\&=(\tilde{p}-c_a)+\frac{a}{k}D_a-\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_aZ_a\sqrt{1-\frac{1}{k}}-\frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2D_a^2+\sigma_\eta^2Z_a^2)\end{aligned}$$

此时,部分知情交易商的决策问题可写作

$$\max_{D_a,Z_a}\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]}\left[\frac{a}{k}D_a-\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_aZ_a\sqrt{1-\frac{1}{k}}-\frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2D_a^2+\sigma_\eta^2Z_a^2)\right] \tag{23}$$

求解,可得

$$D_a(\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a)=\frac{a}{\sigma_\varepsilon^2} \tag{24}$$

$$Z_a(\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a)=-\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} \tag{25}$$

D_a 和 Z_a 的具体求解过程参看附录 1.

2.1.1.4　**市场出清**

理性预期均衡条件下的市场出清条件可表示为

$$\lambda_0D_0+\lambda_aD_a+\lambda_1D_1=1 \tag{26}$$

由于不知情交易商的需求函数 $D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0)$ 的取值有三种不同的情况(式(17)),因此本文将逐一讨论这三种情况.

当 $D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0)=\frac{\underline{f}_0}{\sigma_\varepsilon^2}$ 时,将三种交易商的需求函数代入式(26),可解得

$$\tilde{p}=\bar{v}+\tilde{\theta}_0+\tilde{\theta}_a+\tilde{\theta}_1-\frac{\sigma_\varepsilon^2-\lambda_aa-\lambda_0\underline{f}_0}{\lambda_1k}.$$

在不知情交易商的预测是理性的假设前提下,对比不知情交易商的价格预测方程式(11),则

$$f_0(k)=\frac{\sigma_\varepsilon^2-\lambda_aa-\lambda_0\underline{f}_0}{\lambda_1k} \tag{27}$$

由于当 $D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0)=\frac{\underline{f}_0}{\sigma_\varepsilon^2}$ 时,需 $\underline{f}_0>0$,故对任意可能的 k,均有 $f_0(k)>0$. 所以式(28)中 $f_0(k)$ 是关于 k 的单调减函数,即 $f_0(k)$ 在 $\bar{k}_0$ 处取得最小值,也即 $\underline{f}_0=f_0(\bar{k}_0)=\frac{\sigma_\varepsilon^2-\lambda_aa-\lambda_0\underline{f}_0}{\lambda_1\bar{k}_0}$,即

$$\underline{f}_0=\frac{\sigma_\varepsilon^2-\lambda_aa}{\lambda_0+\lambda_1\bar{k}_0} \tag{28}$$

同样地,对比部分知情交易商的价格预测方程式(18),可得

$$f_a(k)=\frac{a}{k}=\frac{\sigma_\varepsilon^2-\lambda_aa-\lambda_0\underline{f}_0}{\lambda_1k} \tag{29}$$

将式(28)代入上式,解得

$$a^*=\frac{\bar{k}_0\sigma_\varepsilon^2}{\lambda_0+(\lambda_a+\lambda_1)\bar{k}_0} \tag{30}$$

则

$$\begin{aligned}f(k)&\equiv f_0(k)^*=f_a(k)^*\\&=\frac{\bar{k}_0}{k}\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\lambda_0+(\lambda_a+\lambda_1)\bar{k}_0}\end{aligned} \tag{31}$$

当 $D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0)=0$ 时,将三种交易商的需求函数代入市场出清条件式(26),可解得函数 $f(k)=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{(\lambda_a+\lambda_1)k}>0$. 然而,由式(17)可知,当 $D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0)=0$ 时,需 $\underline{f}_0\leqslant0$,这就产生了矛盾. 同样地,当 $D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0)=\frac{\bar{f}_0}{\sigma_\varepsilon^2}$ 时也会产生矛盾. 因此,只有 $D_0(\tilde{p},\tilde{\theta}_0)=\frac{\underline{f}_0}{\sigma_\varepsilon^2}$ 是符合条件的.

值得注意的是,虽然 $f_0(k)$ 和 $f_a(k)$ 的形式是一样的,但二者是有明显无差异的. 由于部分知情交易商能够获得比不知情交易商更多的信息,故部分知情交易商对完全知情交易商的风险承受系数 k 的猜测比不知情交易商更为准确,表现为部分知情交易商猜测的 k 的区间是不知情交易商猜测的 k 的区间的子区间(即式(3)). 而交易商

猜测的 k 的区间正是其预测价格函数的定义域，因此，部分知情交易商和不知情交易商对价格预测的区别主要体现在各自 $f_0(k)$（或 $f_a(k)$）的定义域上.

经过上述讨论，得出描述金融市场理性预期均衡的性质 1，表述如下：

性质 1 在 $0 < \lambda_0 < 1$，$0 < \lambda_a < 1$ 且 $0 < \lambda_1 < 1$ 的情况下，存在暧昧和部分知情交易的金融市场上存在理性预期均衡. 在市场达到理性预期均衡时，价格函数为

$$\tilde{p}^* = \bar{v} + \tilde{\theta}_0 + \tilde{\theta}_a + \tilde{\theta}_1 - f(k)$$

其中

$$f(k) = \frac{\bar{k}_0}{k} \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\lambda_0 + (\lambda_a + \lambda_1)\bar{k}_0}$$

2.1.2 股权溢价

股票市场的股权溢价定义为

$$EP \equiv \mathbf{E}(\tilde{v} - \tilde{p}^*) = \frac{\bar{k}_0}{k} \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\lambda_0 + (\lambda_a + \lambda_1)\bar{k}_0} \tag{32}$$

其中黑体 $\mathbf{E}(\cdot)$ 表示参数 k 取真实值时的期望.

显然，对于给定的 λ_a 和 λ_1，有

$$\frac{\partial EP}{\partial(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)} > 0$$

这就表明，暧昧程度的降低会使股权溢价减少. 这是因为作为暧昧厌恶者的不知情交易商与部分知情交易商在市场暧昧程度降低时（假设差异系数保持不变）将会更倾向于持有股票，因此他们只需要较低的股权溢价作为补偿. 因此得到了如下的推论：

推论 1 在暧昧环境中存在部分知情交易的情况下，当 λ_a 和 λ_1 固定不变时，暧昧程度的降低会使股权溢价减少.

2.1.3 交易商的事后收益

前文已提到风险资产代表了市场组合，因此，市场组合净收益率可表示为

$$\tilde{R}_M = \frac{\tilde{v}}{\tilde{p}^*} - 1 \tag{33}$$

对于不知情交易商，其净收益率为最终财富与初始财富的比例减 1，由式(11)和式(13)，可得

$$\tilde{R}_0 = \frac{\tilde{W}_0}{\tilde{p}^*} - 1 = \frac{f_0}{\underline{\sigma}_\varepsilon^2}\tilde{R}_M \tag{34}$$

则不知情交易商的 β 系数为

$$\beta_0 \equiv \frac{\boldsymbol{Cov}(\tilde{R}_0, \tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*)}{\boldsymbol{Var}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*)} = \frac{f_0}{\underline{\sigma}_\varepsilon^2} \tag{35}$$

其中黑体 $\boldsymbol{Cov}(\cdot \mid \tilde{p}^*)$ 和 $\boldsymbol{Var}(\cdot \mid \tilde{p}^*)$ 表示在参数 k 在取真实值 k 时的条件协方差和条件方差.

因此，依据资本资产定价模型(CAPM)，由式(33)～式(35)，可得不知情交易商的超额收益率为

$$\alpha_0 \equiv \mathbf{E}(\tilde{R}_0 \mid \tilde{p}^*) - \beta_0 \mathbf{E}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*).$$

这是由于不知情交易商仅持有无风险债券和市场组合，而无风险债券的收益率为 0，故他们的组合收益率不可能超过市场.

将部分知情交易商的股票需求函数和额外投资需求函数（式(24)和式(25)）代入其预算约束（式(21)），然后除以其总的投入资本 $(\tilde{p}^* - c_a)$，可得部分知情交易商的净收益率为

$$\tilde{R}_a = \frac{\tilde{W}_a}{\tilde{p}^* - c_a} - 1 = \frac{1}{\tilde{p}^* - c_a} \times \left[\frac{(f(k) + \tilde{\varepsilon})a^*}{\sigma_\varepsilon^2} - \frac{\tilde{\eta} a^* \rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon \sigma_\eta}\right] \tag{36}$$

其中 $\rho_{\bar{k}_a} = \sqrt{1 - \frac{1}{\bar{k}_a}}$. 则部分知情交易商的 β 系数和超额收益为

$$\beta_a \equiv \frac{\boldsymbol{Cov}(\tilde{R}_a, \tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*)}{\boldsymbol{Var}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*)} = \frac{(1 - \rho_{\bar{k}_a} \boldsymbol{\rho})\tilde{p} a^*}{(\tilde{p} - c_a)\sigma_\varepsilon^2} \tag{37}$$

$$\alpha_a \equiv \mathbf{E}(\tilde{R}_a \mid \tilde{p}^*) - \beta_a \mathbf{E}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*) = \frac{\rho_{\bar{k}_a} \rho a^*}{\tilde{p}^* - c_a} \frac{EP}{\sigma_\varepsilon^2} \tag{38}$$

其中 EP 是由式(32)表示的股权溢价. 显然，只要部分知情交易商的初始净财富 $(\tilde{p}^* - c_a)$ 为正，他们就可以获得正的超额收益，即 α_a 为正.

相似地，完全知情交易商的净收益率为

$$\tilde{R}_1 = \frac{\tilde{W}_1}{\tilde{p}^* - c_1} - 1 = \frac{1}{\tilde{p}^* - c_1} \times$$

$$\left[\frac{(f(k)+\tilde{\varepsilon})f(k)}{(1-\rho^2)\sigma_\varepsilon^2}-\frac{\tilde{\eta}\rho f(k)}{(1-\rho^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right] \tag{39}$$

则完全知情交易商的 β 系数和 α 收益为

$$\beta_1 \equiv \frac{\boldsymbol{Cov}(\tilde{R}_1,\tilde{R}_M|\tilde{p}^*)}{\boldsymbol{Var}(\tilde{R}_M|\tilde{p}^*)}=\frac{\tilde{p}^*}{\tilde{p}^*-c_1}\frac{EP}{\sigma_\varepsilon^2} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}\alpha_1 &\equiv \mathbf{E}(\tilde{R}_1|\tilde{p}^*)-\beta_1\mathbf{E}(\tilde{R}_M|\tilde{p}^*)\\ &=\frac{\boldsymbol{k}-1}{\tilde{p}^*-c_1}\frac{EP^2}{\sigma_\varepsilon^2}\end{aligned} \tag{41}$$

与部分知情交易商类似，只要完全知情交易商的初始净财富（$\tilde{p}^*-c_1$）为正，他们就可以获得正的超额收益，即 α_1 为正.

β_1 与 α_1 和 β_a 与 α_a 的具体求解过程参看附录 2. 这就表明，额外投资机会确实可以带来超额收益，因此初始的不知情交易商是有激励转变为部分知情交易商，甚至是知情交易商的[28].

2.2　交易商分布均衡

2.2.1　交易商分布均衡的描述

接下来，将分析交易商是否转换交易商类别的决策. 交易商的抉择取决于对成为完全知情交易商、部分知情交易商或者继续做不知情交易商的事前期望效用的比较.

把式(7)~式(9)代入式(6)，可解得完全知情交易商在已知市场价格 $\tilde{p}$ 时的间接效用为

$$V_{11}(\tilde{p}^*,\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a,\tilde{\theta}_1;k)=-\exp\left[-\left((\tilde{p}^*-c_1)+\frac{k(\bar{v}+\tilde{\theta}_0+\tilde{\theta}_a+\tilde{\theta}_1-\tilde{p}^*)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)\right] \tag{42}$$

则转变为完全知情交易商的事前期望效用为

$$V_{10}=\min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]}\mathrm{E}_k[V_{11}(\tilde{p}^*,\tilde{\theta}_1)]$$

把式(42)代入上式，并运用性质 1 中的均衡价格方程，可得

$$V_{10}=-\exp\left\{-\left[\bar{v}-c_1+\min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]}\left[-f(k)+\frac{kf^2(k)}{2\sigma_\varepsilon^2}\right]-\frac{\sigma_{\theta0}^2+\sigma_{\theta a}^2+\sigma_{\theta1}^2}{2}\right]\right\} \tag{43}$$

相似地，转变为部分知情交易商的事前期望效用为

$$V_{a0}=-\exp\left[-\left(\bar{v}-c_a-\bar{f}_0+\frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}-\frac{\sigma_{\theta0}^2+\sigma_{\theta a}^2+\sigma_{\theta1}^2}{2}\right)\right] \tag{44}$$

同样地，继续作为不知情交易商的事前期望效用为

$$\begin{aligned}V_{00}&=\min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]}\mathrm{E}_k[V_{01}(\tilde{p}^*,\tilde{\theta}_0)]\\&=-\exp\left[-\left(\bar{v}-\bar{f}_0+\frac{\bar{f}_0^2}{2\sigma_\varepsilon^2}-\frac{\sigma_{\theta0}^2+\sigma_{\theta a}^2+\sigma_{\theta1}^2}{2}\right)\right]\end{aligned} \tag{45}$$

根据投资者的事前间接效用表达式(43)、式(44)和式(45)，定义从一种交易商类型转变为另一种交易商类型的优势函数为两类投资者间接效用表达式的指数部分之差，则从不知情交易商转变为完全知情交易商的优势函数为

$$B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a)\equiv\min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]}\left[-f(k)+\frac{kf^2(k)}{2\sigma_\varepsilon^2}\right]-\left(-\bar{f}_0+\frac{\bar{f}_0^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) \tag{46}$$

从不知情交易商转变为部分知情交易商的优势函数为

$$\begin{aligned}B_{a,0}(\lambda_1,\lambda_a)&\equiv-\bar{f}_0+\frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}+\bar{f}_0-\frac{\bar{f}_0^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\\&=\frac{a^{*2}-\bar{k}_a\bar{f}_0^2}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\end{aligned} \tag{47}$$

在市场达到均衡状态时，对每一个交易商而言，无论是转变为部分知情交易商，或者完全知情交易商，还是继续作为不知情交易商，都是无差异的. 这也就意味着，在市场达到均衡状态时，存在 $\lambda_1^*\in(0,1)$，$\lambda_a^*\in(0,1)$，且 $\lambda_0^*\in(0,1)$，使得下式成立

$$\begin{cases}B_{1,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)=c_1\\B_{a,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)=c_a\end{cases} \tag{48}$$

本文将在附录 3 中证明在 c_1 和 c_a 满足一定条件时，式(48)是有解的，该均衡条件可以写作

$$\lambda_1+\lambda_a=\frac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}}-1}{\bar{k}_0-1}$$

$$=\begin{cases} A, & c_1>2\sigma_\varepsilon^2(\frac{1}{\bar{k}_0^2}) \\ \frac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{\frac{\bar{k}_0^2}{k_0}-1}{2c_1}}-1}{\bar{k}_0-1}, & c_1\leqslant 2\sigma_\varepsilon^2(\frac{1}{\underline{k}_0}-\frac{1}{\bar{k}_0^2}) \end{cases} \tag{49}$$

其中

$$A=\frac{\frac{(\bar{k}_0-1)\sigma_\varepsilon}{\left[-(\frac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0}-1)\sigma_\varepsilon+\sqrt{(\frac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0}-1)^2\sigma_\varepsilon^2+2c_1(\bar{k}_0-1)}\right]}-1}{\bar{k}_0-1}$$

由均衡条件可知，在交易商分布处于均衡状态时，若保持其他参数不变，则 c_1 和 c_a 将同向变动. 由于一种成本的提高会使相应交易商类型的吸引力下降，故为维持均衡状态，另一种成本也应相应提高. 另外，若保持 c_1 固定不变，则 c_a 会随 α 的增大而减少. 这一结论很符合直觉，当 α 增大时，部分知情交易商面对的暧昧程度会提高，其与不知情交易商的差别愈加不显著，因而交易商只愿支付更少的成本来转变为部分知情交易商. 同时，完全知情交易商和部分知情交易商的均衡比例 $(\lambda_1^*+\lambda_a^*)$ 也会受到 α 变化的影响，在保持其他参数不变的条件下，$(\lambda_1^*+\lambda_a^*)$ 会随 α 的增大而减小，即二者呈反向变动关系，这是由于 α 的增大，会提高部分知情交易商面对的暧昧程度，从而使 $B_{a,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)$ 下降，即成为部分知情交易商变得没那么有吸引力，这就使得部分知情交易商所占比例 λ_a^* 会有所下降，因而，$(\lambda_1^*+\lambda_a^*)$ 也会有所下降. 从均衡条件还可以看到，当 $\sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{a^{*2}\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}}=1$，即 $c_a=\frac{a^{*2}\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}$ 时，完全知情交易商和知情较少交易商就不存在了，此时市场上的交易商均为不知情交易商，这就意味着当转变交易商类型所需付出的成本足够高时，所以交易商都不愿再支付成本转变为完全知情交易商或部分知情交易商，这样，市场上也将不再存在内幕交易. 因而，该结论的政策含义就是通过提高转变成本是可以达到抑制内幕交易的目的.

另外，还需要说明的是 $B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a)$ 和 $B_{a,0}(\lambda_1,\lambda_a)$ 都是关于 $(\lambda_1+\lambda_a)$ 的单调减函数. 由于 $(\lambda_1+\lambda_a)$ 的增加会导致不知情交易商的事前期望效用上升，而完全知情交易商的事前期望效用会下降，所以 $B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a)$ 是关于 $(\lambda_1+\lambda_a)$ 的单调减函数. 然而，$(\lambda_1+\lambda_a)$ 的增加对部分知情交易商的事前期望效用的影响是不确定的，当 $(\lambda_1+\lambda_a)$ 所占比例较小时，$(\lambda_1+\lambda_a)$ 的增加会引起部分知情交易商的事前期望效用上升，但部分知情交易商事前期望效用上升的幅度小于不知情交易商事前期望效用上升的幅度; 当 $(\lambda_1+\lambda_a)$ 所占比例较大时，$(\lambda_1+\lambda_a)$ 的增加会引起部分知情交易商的事前期望效用下降.

同时，$(\lambda_1+\lambda_a)$ 的增加还会降低股权溢价，这主要是因为完全知情交易商和部分知情交易商在交易中都比不知情交易商更加激进. 进而，$(\lambda_1+\lambda_a)$ 的增加还会引起部分知情交易商和完全知情交易商超额收益的下降，这也从另一方面说明，不知情交易商虽然有激励转变为部分知情交易商与完全知情交易商，但随着部分知情交易商与完全知情交易商所占比例的上升激励会随之下降，最终三种交易商的分布会达到均衡状态.

至此，本文得到关于交易商均衡分布的性质 2:

性质 2 存在部分知情交易的情况下，当 $c_1\leqslant 2\sigma_\varepsilon^2\left(\frac{1}{\underline{k}_0}-\frac{1}{\bar{k}_0^2}\right)$ 时，只要 $c_a=\frac{(\bar{k}_0^2-\bar{k}_a)c_1}{\bar{k}_a\left(\frac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0}-1\right)}$，就存在交易商的分布均衡 $\lambda_1^*\in(0,1)$，$\lambda_a^*\in$

$(0,1)$，且 $\lambda_0^* \in (0,1)$，使得 $\lambda_1^* + \lambda_a^* = \dfrac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\dfrac{\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}}-1}{\bar{k}_0-1}$；当 $c_1 > 2\sigma_\varepsilon^2\left(\dfrac{1}{\underline{k}_0}-\dfrac{1}{\bar{k}_0^2}\right)$ 时，只要 $c_a =$

$$\frac{(\bar{k}_0^2-\bar{k}_a)\left[-\left(\dfrac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0}-1\right)\sigma_\varepsilon+\sqrt{\left(\dfrac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0}-1\right)^2\sigma_\varepsilon^2+2c_1(\bar{k}_0-1)}\right]^2}{2\bar{k}_a(\bar{k}_0-1)^2}$$

就存在交易商的分布均衡 $\lambda_1^* \in (0,1)$，$\lambda_a^* \in (0,1)$，且 $\lambda_0^* \in (0,1)$，使得 $\lambda_1^* + \lambda_a^* = \dfrac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\dfrac{\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}}-1}{\bar{k}_0-1}$.

2.2.2　差异系数 α 的变化对交易商均衡分布状况的影响

这一小节将分析部分知情交易商与不知情交易商面临暧昧程度的差异系数 α 的变化对交易商均衡分布状况的影响.

如果外部冲击导致了差异系数 α 上升，也即部分知情交易商面对的暧昧程度提高，那么，在短期内 $B_{a,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)$ 将会下降，表现为不知情交易商转变为部分知情交易商的激励会下降，这就会使得部分知情交易商所占比例 λ_a^* 发生下降，从而转变为部分知情交易商的成本 c_a 就会有下降压力. 在此过程中，成为完全知情交易商和继续作为不知情交易商对不知情交易商是无差异的，而转变为部分知情交易商是不如继续作为不知情交易商的，故完全知情交易商和不知情交易商所占比例 λ_1^* 和 λ_0^* 将会上升，显然此时完全知情交易商和部分知情交易商所占比例之和是下降的. 然而，由上文分析可知，完全知情交易商和部分知情交易商所占比例之和 $(\lambda_1^*+\lambda_a^*)$ 的下降会导致 $B_{1,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)$ 的上升，也即成为完全知情交易商越发有吸引力，从而完全知情交易商所占比例 λ_1^* 将会继续增加，这会使转变为完全知情交易商的成本 c_1 有上升的压力. 在此过程中，转变为部分知情交易商的激励会有所提升，相应地，继续作为不知情交易商和转变为完全知情交易商的激励会有所下降，这一调整过程会持续直到市场达到新的均衡. 在达到新的均衡状态时，相比原均衡状态，转变为完全知情交易商的成本 c_1 增加了，而转变为部分知情交易商的成本 c_a 下降了，同时，完全知情交易商所占比例 λ_1^* 上升了，部分知情交易商所占比例 λ_a^* 下降了，不知情交易商所占比例 λ_0^* 也上升了，而且完全知情交易商的比例 λ_1^* 比不知情交易商的比例 λ_0^* 增加的多.

反之，如果外部冲击导致了差异系数 α 下降，那么，在达到新的均衡状态时，转变为完全知情交易商的成本 c_1 会下降，而转变为部分知情交易商的成本 c_a 会增加，同时，完全知情交易商所占比例 λ_1^* 会减少，部分知情交易商所占比例 λ_a^* 会上升，不知情交易商所占比例 λ_0^* 也会下降，而且完全知情交易商的比例 λ_1^* 比不知情交易商的比例 λ_0^* 下降的多. 通过上述分析，不难发现部分知情交易商所占比例 λ_a^* 与差异系数 α 呈反向变动关系，完全知情交易商的比例 λ_1^* 和不知情交易商的比例 λ_0^* 都与差异系数 α 呈同向变动关系，而且完全知情交易商对差异系数 α 较不知情交易商更为敏感.

因此，本文的性质 3 描述如下:

性质 3　在暧昧环境中存在部分知情交易的情况下，差异系数 α 的变化将引起部分知情交易商所占比例 λ_a^* 发生反向变动，而完全知情交易商所占比例 λ_1^* 和不知情交易商的比例 λ_0^* 都发生同向变动，而且完全知情交易商对差异系数 α 的变动较不知情交易商更为敏感. 另外，也会引起不知情交易商转变为完全知情交易商的成本 c_1 发生同向变动，而不知情交易商转变为部分知情交易商的成本 c_a 发生反向变动.

3　管制措施对资产价格和福利水平的影响

为了缓解由于信息不对称对资产定价和福利水平的不利影响，根据本文构建的理性预期均衡模型，管制措施主要是通过提高转换交易商类型的成本或降低交易商的暧昧程度来企图实现抑制内幕交易、提高社会福利的目的.

3.1 转换交易商成本提高的影响

本小节将讨论在部分知情交易商和不知情交易商面临的暧昧程度不发生变化，也即 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 和差异系数 α 保持不变的情况下，提高转变交易商成本(下文称为转换成本) c_1 和 c_a 对交易商均衡分布、股权溢价和福利水平的影响. 需要指明的是，由上文分析可知，在交易商处于均衡状态时，不知情交易商转变为完全知情交易商的成本 c_1 和转变为部分知情交易商的成本总是同向变动的.

1) 提高转变成本 c_1 和 c_a 对交易商均衡分布的影响

首先，由均衡条件 $\lambda_1^* + \lambda_a^* = \dfrac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\dfrac{\bar{k}_0^2 - \bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}} - 1}{\bar{k}_0 - 1}$ 可以看出，在保持部分知情交易商和不知情交易商所面临的暧昧程度不变，即保持 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 和差异系数 α 固定不变的情况下，当不知情交易商转变为完全知情交易商的成本 c_1 和转变为部分知情交易商的成本 c_a 提高时，完全知情交易商和部分知情交易商所占比例之和会随之下降. 具体地，以完全知情交易商为例，从优势函数的解析表达式可以看出，优势函数 $B_{1,0}(\lambda_1^*, \lambda_a^*)$ 只受不知情交易商所面对的暧昧程度(在这里表现为参数 $\underline{k}_0, \bar{k}_0$)的影响，而与不知情交易商转变为完全知情交易商的成本 c_1 和转变为部分知情交易商的成本 c_a 无关，故当不知情交易商转变为完全知情交易商的成本 c_1 提高时，转变为完全知情交易商的激励会减弱，从而，完全知情交易商所占比例 λ_1^* 就会下降. 也即当不知情交易商转变为完全知情交易商的成本 c_1 和转变为部分知情交易商的成本 c_a 提高时，完全知情交易商的均衡比例 λ_1^* 和部分知情交易商的均衡比例 λ_a^* 都会随之下降.

2) 提高转变成本 c_1 和 c_a 对股权溢价的影响

交易商处于均衡状态时，由式(32)可得此时的股权溢价为

$$EP^* = \frac{\bar{k}_0}{\boldsymbol{k}} \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\lambda_0^* + (\lambda_1^* + \lambda_a^*)\bar{k}_0} \tag{50}$$

可见股权溢价不会直接受到转变成本变化的影响，该变化主要通过交易商分布而产生间接影响. 当转变成本的提高导致完全知情交易商和部分知情交易商所占比例下降时，金融市场上的激进交易量也会减少，进而资产价格也将会有所下降，进而，股权溢价 EP^* 就会随之上升.

3) 提高转变成本 c_1 和 c_a 对福利水平的 c_a 影响

用不知情交易商的事前期望效用的确定性等价来衡量福利水平，由式(45)可得，在交易商处于均衡状态时，福利水平为

$$WEL^* = -\bar{f}_0^* + \frac{\bar{f}_0^{*\,2}}{2\sigma_\varepsilon^2} \tag{51}$$

显然，转变成本的提高也不会直接影响交易商的福利水平，而是通过股权溢价间接发挥作用. 其中，$\bar{f}_0^*$ 和 $\underline{f}_0^*$ 是不知情交易商在市场均衡时所能获得的最高和最低股权溢价. 由 $\bar{f}_0^*$，$\underline{f}_0^*$ 和 EP^* 的定义式可知，$\bar{f}_0^* = \dfrac{\boldsymbol{k}}{\underline{k}_0}EP^*$，$\underline{f}_0^* = \dfrac{\boldsymbol{k}}{\bar{k}_0}EP^*$，则式(51)可表示为 WEL^* 与 EP^* 之间的关系

$$WEL^* = -\frac{\boldsymbol{k}}{\underline{k}_0}EP^* + \frac{\left(\dfrac{\boldsymbol{k}}{\underline{k}_0}\right)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}EP^{*\,2} \tag{52}$$

由于

$$EP^* = \frac{\bar{k}_0\sigma_\varepsilon^2}{\boldsymbol{k}\left[\lambda_0^* + (\lambda_1^* + \lambda_a^*)\bar{k}_0\right]} < \frac{\bar{k}_0\sigma_\varepsilon^2}{\boldsymbol{k}} < \frac{\bar{k}_0\sigma_\varepsilon^2}{\boldsymbol{k}}\frac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0} = \frac{\bar{k}_0^2\sigma_\varepsilon^2}{\underline{k}_0\boldsymbol{k}}$$

故

$$\frac{\partial WEL^*}{\partial EP^*} = -\frac{\boldsymbol{k}}{\underline{k}_0} + \frac{\left(\dfrac{\boldsymbol{k}}{\underline{k}_0}\right)^2}{\sigma_\varepsilon^2}EP^* < -\frac{\boldsymbol{k}}{\underline{k}_0} + \frac{\boldsymbol{k}}{\underline{k}_0} = 0 \tag{53}$$

表明在本文的经济环境中，股权溢价的增加会导致福利水平的降低. 因此，当转变成本的提高导

致股权溢价增加时，福利水平将会下降.

通过上述对提高转变成本对交易商均衡分布、股权溢价和福利水平的影响的讨论，可以得出如下性质 4：

性质 4　在暧昧环境中存在部分知情交易的情况下，转变成本 c_1 和 c_a 的增加，会导致完全知情交易商所占比例 λ_1^* 和部分知情交易商所占比例 λ_a^* 的下降，股权溢价 EP^* 上升，福利水平 WEL^* 下降.

3.2　交易商暧昧程度降低的影响

本小节将讨论在转变成本 c_1 和 c_a 不发生变化的情况下，降低部分知情交易商和不知情交易商面临的暧昧程度对交易商均衡分布、股权溢价和福利水平的影响. 然而，在本文的模型中，不知情交易商和部分知情交易商都面临暧昧，但二者的程度不同，其差别取决于差异系数 α，其中，不知情交易商所面临的暧昧程度完全由 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 决定，而部分知情交易商面临的暧昧程度则由 α 和 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 共同决定，因此，这部分将分别讨论差异系数 α 和 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的变化对交易商均衡分布、股权溢价和福利水平的影响.

3.2.1　差异系数 α 的下降的影响

1) 差异系数 α 的下降对交易商均衡分布的影响

由于

$$\frac{\partial B_{a,0}(\lambda_1^*, \lambda_a^*)}{\alpha} < 0 \tag{54}$$

故差异系数 α 的下降会使 $B_{a,0}(\lambda_1^*, \lambda_a^*)$ 增加，也即转变为部分知情交易商的激励增强了. 然而，由于 $B_{1,0}(\lambda_1^*, \lambda_a^*)$ 与差异系数 α 无关，故 α 的下降不会对转变为完全知情交易商的吸引力产生影响，这就意味着转变为部分知情交易商比转变为完全知情交易商和继续作为不知情交易商更有吸引力，因此，部分知情交易商的比例 λ_a^* 会上升，不知情交易商的比例 λ_0^* 和完全知情交易商所占比例 λ_1^* 会有所下降，显然，完全知情交易商和部分知情交易商的比例之和 $(\lambda_1^* + \lambda_a^*)$ 是上升的. 这表明差异系数 α 的下降不能明显起到抑制内幕交易的作用，但可以减少极端交易（完全知情交易商与不知情交易商的交易）的发生.

2) 差异系数 α 的下降对股权溢价的影响

由式(50)可知，差异系数 α 的下降对股权溢价 EP^* 的影响主要是通过完全知情交易商和部分知情交易商的比例之和 $(\lambda_1^* + \lambda_a^*)$ 而间接发挥作用的. 由于差异系数 α 的下降会引起完全知情交易商和部分知情交易商的比例之和 $(\lambda_1^* + \lambda_a^*)$ 上升，而完全知情交易商和部分知情交易商在交易中都会比不知情交易商表现的更为激进，因此，金融市场上的激进交易量也会增加，进而资产价格也将会有所提高，然而，股权溢价 EP^* 就会随之减少.

3) 差异系数 α 的下降对福利水平的影响

由于差异系数 α 的下降不会影响不知情交易商面临的暧昧程度，因此，差异系数 α 的下降对福利水平的影响与提高转变交易商成本 c_1 和 c_a 对福利水平的影响相似，即差异系数 α 下降引起的福利水平与股权溢价的变化是呈反方向的，因此，当差异系数 α 的下降引起股权溢价 EP^* 减少时，福利水平 WEL^* 将会上升.

需要注意的是，差异系数 α 的降低实质上会增大部分知情交易商与不知情交易商面临暧昧的差异程度. 因此，差异系数 α 的下降只是在不改变不知情交易商面临的暧昧程度的情况下，提高了部分知情交易商的信息获取能力，降低部分知情交易商面临的暧昧程度.

由此，本文可得如下性质 5：

性质 5　在暧昧环境中存在部分知情交易的情况下，部分知情交易商与不知情交易商面临暧昧程度的差异系数 α 的下降，会导致部分知情交易商所占比例 λ_a^* 上升，完全知情交易商所占比例 λ_1^* 和不知情交易商所占比例 λ_0^* 的下降，股权溢价 EP^* 下降，福利水平 WEL^* 上升.

3.2.2　$(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 下降的影响

1) $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的下降对交易商均衡分布的影响

由于

$$\frac{\partial B_{1,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}>0,$$

$$\frac{\partial B_{a,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}=[\lambda_0^*\bar{k}_0(2\bar{k}_a-\alpha\bar{k}_0)-\alpha(\lambda_1^*+\lambda_a^*)\times \bar{k}_0^3+2(\lambda_1^*+\lambda_a^*)\bar{k}]\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\bar{k}_a^2[\lambda_0^*+(\lambda_1^*+\lambda_a^*)\bar{k}_0]^3}$$

优势函数 $B_{1,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)$ 是 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的单调增函数，故 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降会使转变为完全知情交易商的激励下降，对于不知情交易商来说继续作为不知情交易商是更有吸引力的. 从而结果就会导致完全知情交易商的均衡比例 λ_1^* 会下降.

而优势函数 $B_{a,0}(\lambda_1^*,\lambda_a^*)$ 对 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的单调性是不确定的，也即 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降对转变为部分知情交易商的优势的影响是不确定的. 这主要由于暧昧程度的降低，一方面降低了部分知情交易商与不知情交易商之间面临暧昧程度的绝对差异(降低转变为部分知情交易商的吸引力)，另一方面也减少了部分知情交易商与知情交易商之间各自拥有的信息优势的差异程度(提高转变为部分知情交易商的吸引力)，因此最终结果取决于两种效应的相对强弱. 例如，当完全知情交易商的风险承受系数较大时，若此时不知情交易商所占比例也较大，在暧昧程度较低的情况下，暧昧程度的降低，对部分知情交易商来说，其面临的情况没有太大改变，而在差异系数不变的情况下，部分知情交易商面临的暧昧程度降低的绝对量低于不知情交易商，因而相对于继续作为不知情交易商，转变为部分知情交易商的吸引力有所下降，即此时第一种效应占主导，因此部分知情交易商所占比例会下降. 而当暧昧程度较高时，暧昧程度的降低使部分知情交易商更接近于完全知情交易商的情形，在部分知情交易商和知情交易商所占比例较低的情况下，转变为部分知情交易商是有利可图的，即第二种效应占主导，因此，部分知情交易商所占比例会上升. 附录四给出了具体分析.

2) $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降对股权溢价的影响

由式(50)可知，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降通过两种途径对股权溢价产生影响: 第一种途径是当交易商的均衡分布没有发生变化时，如推论 1 所述，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降会直接降低股权溢价，这是因为不知情交易商和部分知情交易商从价格中获得的信息产生的暧昧程度的降低，会使得他们只能得到较低的股权溢价作为持有股票的补偿. 第二种途径是 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降通过降低完全知情交易商和部分知情交易商所占的比例来间接促使股权溢价增加，这是因为完全知情交易商和部分知情交易商都比不知情交易商在交易中表现得更为激进. 而 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降对股权溢价的最终影响取决于这两种途径的相对强弱.

本文将在附录 4 中证明上述第二种效应占主导的一个必要条件是

$$\lambda_1^*+\lambda_a^*>\frac{\frac{\bar{k}_0}{2}-1}{\bar{k}_0-1} \tag{55}$$

这就意味着当完全知情交易商和部分知情交易商足够多时，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降会引起股权溢价的增加.

值得注意的是，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降终将引起股权溢价的增加. 首先，当 $\bar{k}_0\leqslant 2$ 时，$\frac{\frac{\bar{k}_0}{2}-1}{\bar{k}_0-1}\leqslant 0$，此时，对于任意的交易商分布 $(\lambda_1^*,\lambda_a^*,\lambda_0^*\in(0,1))$，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降都会引起股权溢价 EP^* 的增加. 其次，对于任意的 $\lambda_1^*+\lambda_a^*>\frac{1}{2}$，均满足 $\lambda_1^*+\lambda_a^*>\frac{\frac{\bar{k}_0}{2}-1}{\bar{k}_0-1}$，也即只要完全知情交易商和部分知情交易商占到所有交易商的一半以上，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 的下降都会引起股权溢价 EP^* 的

增加. 因此,旨在降低 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的措施有可能在起初引起股权溢价的下降,但随着交易商分布的不断调整,该措施终将引起股权溢价的增加.

3) $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的下降对福利水平的影响

$(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 下降可能引起的福利水平与股权溢价的同向变化,例如, $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的下降不仅会引起股权溢价的上升,同时也会引起福利水平的上升. 暧昧厌恶的交易商在估算福利水平时,总倾向于高估股权溢价对预期财富的贬值效应,并低估股权溢价导致的未来交易中的利润. 表现在式(52)中,第一项的系数 $\frac{k}{\underline{k}_0}$ 大于 1,而第二项的系数 $\frac{\left(\frac{k}{\underline{k}_0}\right)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}$ 小于 $\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}$. 因此,当 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 下降时,暧昧厌恶的交易商估计的 k (即 $\underline{k}_0$、$\bar{k}_0$) 更接近于其真实值 k,从而对股权溢价对预期财富的贬值效应的高估和对股权溢价导致的未来交易中的利润的低估都会减轻,进而导致福利水平上升.

在附录 4 中证明 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的下降不仅引起股权溢价上升,同时也引起福利水平上升的一个必要条件是

$$\underline{k}_0 < \frac{\bar{k}_0^3}{2} \tag{56}$$

通过这一小节的讨论,本文得出如下性质 6:

性质 6　在暧昧环境中存在部分知情交易的情况下, $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的下降,会导致完全知情交易商所占比例 λ_1^* 下降,而部分知情交易商所占比例 λ_a^* 的变化是不确定的. 如果 $\lambda_1^* + \lambda_a^* > \frac{\frac{\bar{k}_0}{2} - 1}{\bar{k}_0 - 1}$,那么, $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的下降会引起股权溢价 EP^* 的增加. 如果 $\underline{k}_0 < \frac{\bar{k}_0^3}{2}$,则 $(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的下降会引起福利水平的上升.

4　结束语

通过构建理性预期均衡模型证明了金融市场中存在部分知情交易的情况下均衡仍然是存在的,并分析了交易商的均衡分布状况,考察了部分知情交易商面临的暧昧程度对交易商均衡分布状况的影响. 在此基础上,本文讨论了金融市场上抑制内幕交易的措施对资产定价和福利水平的影响,主要得到以下结论:

第一,存在部分知情交易的金融市场上,各类交易商依据各自的效用最大化原则选择自己的交易策略,通过市场出清,可以得到理性预期均衡,这与 Easley 等[21] 所得到的结论基本相同. 另外,初始状态下的不知情交易商需要选择是否要转变为交易商类型,尽管成为部分知情交易商或完全知情交易商都是有利可图的,但随着这些交易商的增多,转变激励是在减小的,在均衡状态下,部分知情交易商与完全知情交易商的整体占比保持不变,然而,交易商的分布均衡并不唯一.

第二,存在部分知情交易的情况下,部分知情交易商与不知情交易商之间差异系数的变化也将给市场带来一系列的冲击. 例如,由于差异系数的变化首先会使转变为部分知情交易商的激励发生变化,从而引起交易商分布进行调整,其中会伴随交易商转变成本的变化,以使市场重新实现均衡. 这是本文十分重要的一个结论,说明了差异系数对金融市场的均衡还是至关重要的,在监管者想要采取措施抑制内幕交易时,需要考虑差异系数的大小,从而判断市场的状况,选取有针对性的监管措施.

第三,存在暧昧和部分知情交易的金融市场上,任何旨在提高转变成本的措施,尽管能够减少完全知情交易商和部分知情交易商所占比例,一定程度上起到抑制内幕交易的作用,但股权溢价会上升,同时对提高福利水平也是不利的,这与 Easley 等[21] 所得到的结论是一致的.

第四,旨在单独降低部分知情交易商面临暧昧程度的措施,虽然会使完全知情交易商减少,并

能降低股权溢价，提升福利水平，但同时也会引起部分知情交易商增加，不知情交易商也会有所减少. 可见，这类措施虽然不能明显抑制内幕交易，但可以抑制极端交易(完全知情交易商与不知情交易商的交易)的发生，减小社会差距，提高社会福利，因此，如果监管机构是以提高社会福利为最终目标，这类措施是可以考虑的.

第五，旨在降低市场整体暧昧程度的措施虽然能够减少完全知情交易商，但不能对部分知情交易商产生明确的作用，另外，该类措施也为提高社会福利提供了可能.

目前市场上已存在的各种旨在抑制内幕交易的管制措施，虽有些达到了抑制内幕交易的目的，但却为此损害了市场效率，并牺牲了一定的福利. 通过分析可以看出，只有从根本上提高市场透明度，降低交易者面临的暧昧程度，才有机会在提高福利水平的情况下抑制内幕交易.

另外，由于现实市场中各种摩擦的存在，通过支付一定的成本降低暧昧程度的做法显得更为现实，而且能够有效抑制极端交易的存在，缩小社会差距，从而提高社会福利，这也是值得监管部门考虑的方向. 因此，监管部门需要参考市场的差异系数，准确判断当前的市场状况，在权衡各方得失之后，做出最适合当前环境的决策.

参 考 文 献:

[1] Akerlof G A. The market for “lemons”: Quality uncertainty and the market mechanism [J]. The Quarterly Journal of Economics, 1970, 84(3): 488 – 500.

[2] Spence M. Job market signaling [J]. The Quarterly Journal of Economics, 1973, 83(3): 355 – 374.

[3] Rothschild M, Stiglitz J E. Equilibrium in competitive insurance markets: An essay on the economics of imperfect information [J]. The Quarterly Journal of Economics, 1976, 90(4): 630 – 649.

[4] Knight F H. Risk, Uncertainty, and Profit [D]. Boston: Houghton Mifflin, 1921.

[5] 费为银, 夏登峰, 唐仕冰. Knight 不确定与随机汇率下外商投资决策 [J]. 管理科学学报, 2016, 19(6): 125 – 135.
Fei Weiyin, Xia Dengfeng, Tang Shibing. On study of a foreign investor’s investment with random exchange rate under Knigntian uncertainty [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(6): 125 – 135. (in Chinese)

[6] Savage L J. The Foundations of Statistics [D]. New York: Dover Publications, Wiley, 1954.

[7] Ellsberg D. Risk, ambiguity and savage axioms [J]. Quarterly Journal of Economics, 1961, 75: 643 – 669.

[8] Gilboa I, Schmeidler D. Maximum expected utility theory with non-unique prior [J]. Journal of Mathematical Economics, 1989, 18: 141 – 153.

[9] Ghirardato P, Maccheroni F, Marinacci M. Differentiating ambiguity and ambiguity attitude [J]. Journal of Economic Theory, 2004, 118: 133 – 173.

[10] Klibanoff P, Marinacci M, Mukerji S. A smooth model of decision making under ambiguity [J]. Econometrica, 2005, 76: 1849 – 1892.

[11] Thimme J, Volkert C. High order smooth ambiguity preferences and asset prices [J]. Review of Financial Economics, 2015, 27: 1 – 15.

[12] Albuquerque R, Miao J. Advance information and asset prices [J]. Journal of Economic Theory, 2014, 149: 236 – 275.

[13] Caskey J A. Information in equity markets with ambiguity-averse investors [J]. Review of Financial Studies, 2009, 22: 3595 – 3627.

[14] Condie S, Ganguli J V. Ambiguity and rational expectations equilibria [J]. Review of Economic Studies, 2011, 78: 821 – 845.

[15] Condie S, Ganguli J V. The pricing effects of ambiguous private information [J]. Journal of Economic Theory, 2017, 172: 512 – 557.

[16] Mele A, Sangiorgi F. Uncertainty, Information Acquisition and Price Swings in Asset Markets [R]. London: School of Eco-

nomics and Stockholm School of Economics, Working Paper, 2011.

[17] Ozsoylev H, Werner J. Liquidity and asset prices in rational expectations equilibrium with ambiguous information [J]. Economic Theory, 2011, 48: 469 – 491.

[18] Rahi R, Zigrand J P. Information Aggregation in a Competitive Economy [R]. London: London School of Economics, Working Paper, 2017, 1 – 37.

[19] Breon-Drish B. On existence and uniqueness of equilibrium in a class of noisy rational expectations models [J]. The Review of Economic Studies, 2015, 82: 868 – 921.

[20] Banerjee S, Green B. Signal or noise? Uncertainty and learning about whether other traders are informed [J]. Journal of Financial Economics, 2015, 117(2): 398 – 423.

[21] Easley D, O'Hara M, Yang L. Opaque trading, disclosure, and asset prices, implication for hedge fund regulation [J]. Review of Financial Studies, 2014, 27: 1190 – 1237.

[22] Easley D, O'Hara M. Regulation and return: The role of ambiguity [J]. Review of Financial Studies, 2009, 22: 1817 – 1843.

[23] Easley D, O'Hara M. Liquidity and valuation in an uncertain world [J]. Journal of Financial Economics, 2010, 97: 1 – 11.

[24] Easley D, O'Hara M. Microstructure and ambiguity [J]. Journal of Finance, 2010, 65: 1817 – 1846.

[25] **何俊勇，张顺明. 光滑暧昧模型下的不透明交易和管制措施研究 [J]. 管理科学学报**, 2017, 20(2): 76 – 93.
He Junyong, Zhang Shunming. Studies on opaque trading and regulations under framework of smooth ambiguity model [J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(2): 76 – 93. (in Chinese)

[26] Becker S, Brownson F. What price ambiguity? Or the role of ambiguity in decision making [J]. Journal of Political Economy, 1964, 72: 62 – 73.

[27] Bossaerts P, Ghirardato P, Guarneschelli S, et al. Ambiguity in asset markets: Theory and experiment [J]. Review of Financial Studies, 2010, 23: 1325 – 1359.

[28] Ju N, Miao J. Ambiguity, learning, and asset returns [J]. Econometrica, 2012, 80: 559 – 591.

[29] **刘　健，陈　剑，廖文和，等. 基于风险偏好差异性假设的动态决策过程研究 [J]. 管理科学学报**, 2016, 19(4): 1 – 15.
Liu Jian, Chen Jian, Liao Wenhe, et al. Dynamic decision process based on discrepancy of decision makers' risk preferences [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(4): 1 – 15. (in Chinese)

Ambiguity and asset prices with incompletely informed trading

*SHI Li-na, ZHANG Shun-ming**

School of Finance, Renmin University of China, Beijing 100872, China

Abstract: With the introduction of a new type of traders, incompletely informed traders, the paper develops a model of rational expectation equilibrium to analyze how regulations affect asset prices and welfare. It is found that rational expectation equilibrium exists in the financial market and that the corresponding traders' distribution equilibrium is not unique. If the discrimination coefficient changes, the fraction of both completely informed traders and uninformed traders would change in the same direction, with completely informed traders being the most sensitive to the change. The paper also shows that increasing the switching cost would decrease the fraction of informed traders, but the welfare would decrease. Two interesting results are found: Although

decreasing the level of ambiguity faced by incompletely informed traders cannot restrain insider trading, extreme trading would be decreased sharply; decreasing the level of ambiguity faced by uninformed traders not only decrease the fraction of completely informed traders, but also may improve the level of welfare.

Key words: incompletely informed trading; rational expected equilibrium; equity premium; regulation; market transparency

附录

附录 1: 部分知情交易商的需求函数 D_a 和 Z_a 的求解

由部分知情交易商的预算约束式(22),部分知情交易商的决策问题为

$$\max_{D_a,Z_a}\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]}\mathrm{E}_k\left[-\exp(-\tilde{W}_a)\mid\tilde{p},\tilde{\theta}_0,\tilde{\theta}_a\right]=\max_{D_a,Z_a}\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]}-\exp\left\{-\left[(\tilde{p}-c_a)+f_a(k)D_a-\frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2D_a^2+\sigma_\eta^2Z_a^2+2\rho\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_aZ_a)\right]\right\}$$

令

$$G(k)=f_a(k)D_a-\frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2D_a^2+\sigma_\eta^2Z_a^2+2\rho\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_aZ_a)$$

则

$$\frac{\partial G}{\partial k}=-\frac{D_a}{k^2}\left(a+\frac{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta Z_a}{2\sqrt{1-\frac{1}{k}}}\right)$$

显然,$\frac{\partial G}{\partial k}$ 的正负取决于 a, Z_a 和 D_a 的取值,因此,需要进行如下分类讨论

1) 当 $a>0$, $Z_a>0$ 时,

①若 $D_a>0$,则 $\frac{\partial G}{\partial k}<0$,此时,$G(k)$ 的最小值为

$$G_{\min}=G(\bar{k}_a)=f_a(\bar{k}_a)D_a-\frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2D_a^2+\sigma_\eta^2Z_a^2+2\rho_{\bar{k}_a}\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_aZ_a)$$

则,决策问题就可写作

$$\max_{D_a,Z_a}\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]}G(k)=\max_{D_a,Z_a}G(\bar{k}_a)=\max_{D_a,Z_a}\left[f_a(\bar{k}_a)D_a-\frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2D_a^2+\sigma_\eta^2Z_a^2+2\rho_{\bar{k}_a}\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_aZ_a)\right]$$

由一阶条件,解得

显然,这与条件矛盾.

②若 $D_a\leqslant 0$,则可解得 $D_a=\frac{f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho_{\underline{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon^2}=\frac{\underline{k}_af_a(\underline{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2}>0$; $Z_a=-\frac{\rho_{\underline{k}_a}f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho_{\underline{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}<0$,这也与条件矛盾.

2) 当 $a>0$, $Z_a\leqslant 0$ 时,令 $\frac{\partial G}{\partial k}=0$,解得

$$k_1=\frac{1}{1-\left(\frac{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta Z_a}{2a}\right)^2}$$

①若 $D_a>0$,则当 $k<k_1$ 时,$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1}>0$;当 $k>k_1$ 时,$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1}<0$,显然,$k_1$ 是 $G(k)$ 的最大值点.

若 $k_1\leqslant\underline{k}_a$,即 $|Z_a|\leqslant\frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{\underline{k}_a}$,则有 $D_a=\frac{f_a(\bar{k}_a)}{(1-\rho_{\bar{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon^2}=\frac{\bar{k}_af_a(\bar{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2}>0$, $Z_a=-\frac{\rho_{\bar{k}_a}f_a(\bar{k}_a)}{(1-\rho_{\bar{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}=-\frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}<0$,

且需满足 $|Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} \leqslant \frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{\underline{k}_a}$，即 $\rho_{\bar{k}_a} \leqslant 2\rho_{\underline{k}_a}$，即 $\bar{k}_a \leqslant \frac{\underline{k}_a}{4-3\underline{k}_a}$.

若 $\underline{k}_a < k_1 < \bar{k}_a$，即 $\frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{\underline{k}_a} < |Z_a| < \frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{\bar{k}_a}$ 则 $\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]} G(k) = \min\{G(\underline{k}_a), G(\bar{k}_a)\}$，当 $k = \bar{k}_a$ 时，$G(\bar{k}_a) = \frac{a^2}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}$，当 $k = \underline{k}_a$ 时，$G(\underline{k}_a) = \frac{a^2}{2\underline{k}_a\sigma_\varepsilon^2} > G(\bar{k}_a) = \frac{a^2}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}$，所以，此时 $\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]} G(k) = G(\underline{k}_a) = f_a(\bar{k}_a)D_a - \frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2 D_a^2 + \sigma_\eta^2 Z_a^2 + 2\rho_{\bar{k}_a}\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_a Z_a)$，需满足 $\frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{\underline{k}_a} < |Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} < \frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{\bar{k}_a}$，即 $2\rho_{\underline{k}_a} < \rho_{\bar{k}_a} < 2\rho_{\bar{k}_a}$，即 $\bar{k}_a > \frac{\underline{k}_a}{4-3\underline{k}_a}$.

相似地，若 $k_1 \geqslant \bar{k}_a$，则有 $D_a = \frac{f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho^2_{\underline{k}_a})\sigma_\varepsilon^2} = \frac{\underline{k}_a f_a(\underline{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2} > 0$，$Z_a = -\frac{\rho_{\underline{k}_a} f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho^2_{\underline{k}_a})\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} = -\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} < 0$，且需满足 $|Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} \geqslant \frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{k_{LL}\underline{k}_a}$，即 $\rho_{\underline{k}_a} < 2\rho_{\underline{k}_a}$，显然，这与条件矛盾.

②若 $D_a \leqslant 0$，则当 $k < k_1$ 时，$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1} < 0$；当 $k > k_1$ 时，$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1} > 0$，显然，$k_1$ 是 $G(k)$ 的最小值点，且此时 Z_a 与 ρ 同号.

若 $k_1 \leqslant \underline{k}_a$，则有 $D_a = \frac{f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho^2_{\underline{k}_a})\sigma_\varepsilon^2} = \frac{\underline{k}_a f_a(\underline{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2} > 0$，$Z_a = -\frac{\rho_{\underline{k}_a} f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho^2_{\underline{k}_a})\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} = -\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} < 0$，且满足 $|Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} < \frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\rho_{\underline{k}_a}$，显然，这与条件矛盾. 相似地，若 $\underline{k}_a < k_1 < \bar{k}_a$ 或 $k_1 \geqslant \bar{k}_a$，则结果也与条件矛盾.

3) 当 $a < 0, Z_a > 0$ 时，令 $\frac{\partial G}{\partial k} = 0$，解得

$$k_1 = \frac{1}{1-\left(\frac{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta Z_a}{2a}\right)^2}$$

①若 $D_a > 0$ 时，则当 $k < k_1$ 时，$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1} < 0$；当 $k > k_1$ 时，$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1} > 0$，显然，$k_1$ 是 $G(k)$ 的最小值点.

若 $k_1 \leqslant \underline{k}_a$，则有 $D_a = \frac{f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho^2_{\underline{k}_a})\sigma_\varepsilon^2} = \frac{\underline{k}_a f_a(\underline{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2} < 0$，$Z_a = -\frac{\rho_{\underline{k}_a} f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho^2_{\underline{k}_a})\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} = -\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} > 0$，且满足 $|Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a} < 2\left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a}$，显然，这与条件矛盾. 相似地，若 $\underline{k}_a < k_1 < \bar{k}_a$ 或 $k_1 \geqslant \bar{k}_a$，则结果也与条件矛盾.

②若 $D_a \leqslant 0$ 时，则当 $k < k_1$ 时，$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1} > 0$；当 $k > k_1$ 时，$\left.\frac{\partial G}{\partial D_a}\right|_{k=k_1} < 0$，显然，$k_1$ 是 $G(k)$ 的最大值点.

若 $k_1 \leqslant \underline{k}_a$，即 $|Z_a| \leqslant \left|\frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a}$，则有 $D_a = \frac{G(\bar{k}_a)}{(1-\rho^2_{\bar{k}_a})\sigma_\varepsilon^2} = \frac{\bar{k}_a f_a(\bar{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2} < 0$，$Z_L = -\frac{\rho_{\bar{k}_a} f_a(\bar{k}_a)}{(1-\rho^2_{\bar{k}_a})\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} = -\frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} > 0$，且需满足 $|Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\bar{k}_a} \leqslant 2\left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a}$，即 $\rho_{\bar{k}_a} \leqslant 2\rho_{\underline{k}_a}$，即 $\bar{k}_a \leqslant \frac{\underline{k}_a}{4-3\underline{k}_a}$.

若 $\underline{k}_a < k_1 < \bar{k}_a$，即 $\left|\frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a} < |Z_a| < \left|\frac{2a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\bar{k}_a}$ 则 $\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]} G(k) = \min\{G(\underline{k}_a), G(\bar{k}_a)\}$，当 $k = \bar{k}_a$ 时，$G(\bar{k}_a) = \frac{a^2}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}$，当 $k = \underline{k}_a$ 时，$G(\underline{k}_a) = \frac{a^2}{2\underline{k}_a\sigma_\varepsilon^2} > g(\bar{k}_a) = \frac{a^2}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}$，所以，此时 $\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]} G(k) = G(\bar{k}_a) = f_a(\bar{k}_a)D_a - \frac{1}{2}(\sigma_\varepsilon^2 D_a^2 + \sigma_\eta^2 Z_a^2 +$

$2\rho_{\bar{k}_a}\sigma_\varepsilon\sigma_\eta D_a Z_a)$，需满足 $2\left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a} < |Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\bar{k}_a} < 2\left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\bar{k}_a}$，即 $2\rho_{\underline{k}_a} < \rho_{\bar{k}_a} < 2\rho_{\bar{k}_a}$，即 $\bar{k}_a > \frac{\underline{k}_a}{4-3\underline{k}_a}$.

若 $k_1 \geqslant \bar{k}_a$，则有 $D_a = \frac{f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho_{\underline{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon^2} = \frac{\underline{k}_a f_a(\underline{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2} < 0$，$Z_a = -\frac{\rho_{\underline{k}_a} f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho_{\underline{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} = -\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} > 0$，且需满足 $|Z_a| = \left|-\frac{a\rho_{\underline{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right| = \left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a} \geqslant 2\left|\frac{a}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right|\rho_{\underline{k}_a}$，即 $\rho_{\underline{k}_a} \geqslant 2\rho_{\underline{k}_a}$，显然，这与条件矛盾.

4) 当 $a<0$，$Z_a \leqslant 0$ 时，若 $D_a > 0$，则 $D_a = \frac{f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho_{\underline{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon^2} = \frac{\underline{k}_a f_a(\underline{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2} < 0$，$Z_a = -\frac{\rho_{\underline{k}_a} f_a(\underline{k}_a)}{(1-\rho_{\underline{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} > 0$，这与条件矛盾；若 $D_L \leqslant 0$，则 $D_a = \frac{g(\bar{k}_a)}{(1-\rho_{\bar{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon^2} = \frac{\bar{k}_a g(\bar{k}_a)}{\sigma_\varepsilon^2} < 0$，$Z_a = -\frac{\rho_{\bar{k}_a} g(\bar{k}_a)}{(1-\rho_{\bar{k}_a}^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta} > 0$，显然，这也与条件矛盾.

综上所述，部分知情交易商的需求函数为

$$D_a = \frac{a}{\sigma_\varepsilon^2}, Z_a = -\frac{a\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}.$$

因此得到式(24)和式(25).

附录 2：完全知情交易商的 β_1 与 α_1 和部分知情交易商的 β_a 与 α_a 的计算

1) 完全知情交易商的 β_1 与 α_1

由式(1)、式(11)、式(33)和式(39)可知

$$\boldsymbol{Cov}(\tilde{R}_1, \tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*) = \frac{f(\boldsymbol{k})}{\tilde{p}^*(\tilde{p}^* - c_1)}, \boldsymbol{Var}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\tilde{p}^{*2}} \tag{A1}$$

因此

$$\beta_1 \equiv \frac{\boldsymbol{Cov}(\tilde{R}_1, \tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*)}{\boldsymbol{Var}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*)} = \frac{\tilde{p}^*}{\tilde{p}^* - c_1}\frac{EP}{\sigma_\varepsilon^2}$$

其中最后一个等式用到了股权溢价的定义式式(32)，因此得到式(40).

由式(31)和式(39)，可得

$$\mathrm{E}(\tilde{R}_1 \mid \tilde{p}^*) = \mathrm{E}\left(\frac{1}{\tilde{p}^* - c_1}\left[\frac{(f(k)+\tilde{\varepsilon})f(k)}{(1-\rho^2)\sigma_\varepsilon^2} - \frac{\tilde{\eta}\rho f(k)}{(1-\rho^2)\sigma_\varepsilon\sigma_\eta}\right] \mid \tilde{p}^*\right) = \frac{1}{\tilde{p}^* - c_1}\frac{k[f(k)]^2}{\sigma_\varepsilon^2}$$

由式(33)，可得

$$\mathrm{E}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*) = \mathrm{E}\left(\frac{\tilde{v}}{\tilde{p}^*} - 1 \mid \tilde{p}^*\right) = \frac{f(k)}{\tilde{p}^*} \tag{A2}$$

因此

$$\alpha_1 \equiv \mathrm{E}(\tilde{R}_1 \mid \tilde{p}^*) - \beta_1 \mathrm{E}(\tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*) = \frac{\boldsymbol{k}-1}{\tilde{p}^* - c_1}\frac{EP^2}{\sigma_\varepsilon^2} > 0$$

因此得到式(41).

2) 部分知情交易商的 β_a 与 α_a

由部分知情交易商的收益率式(36)和市场收益率式(33)，可知

$$\boldsymbol{Cov}(\tilde{R}_a, \tilde{R}_M \mid \tilde{p}^*) = \frac{a^*}{\tilde{p}^*(\tilde{p}^* - c_2)\sigma_\varepsilon}\left[\boldsymbol{Cov}\left(\frac{(f(\boldsymbol{k})+\tilde{\varepsilon})}{\sigma_\varepsilon}, (f(\boldsymbol{k})+\tilde{\varepsilon}) \mid \tilde{p}^*\right) - \boldsymbol{Cov}\left(\frac{\tilde{\eta}\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\eta}, (f(\boldsymbol{k})+\tilde{\varepsilon}) \mid \tilde{p}^*\right)\right] =$$

$\dfrac{(1-\rho_{\bar{k}_a}\boldsymbol{\rho})a^*}{\tilde{p}^*(\tilde{p}^*-c_a)}$

由上式和式(A2)，可得

$$\beta_a\equiv\frac{\boldsymbol{Cov}(\tilde{R}_a,\tilde{R}_M\mid\tilde{p}^*)}{\boldsymbol{Var}(\tilde{R}_M\mid\tilde{p}^*)}=\frac{(1-\rho_{\bar{k}_a}\boldsymbol{\rho})\tilde{p}^*a^*}{(\tilde{p}^*-c_a)\sigma_\varepsilon^2}$$

因此得到式(37).

部分知情交易商的收益率式(36)，可得

$$\mathrm{E}(\tilde{R}_a\mid\tilde{p}^*)=\frac{a^*}{(\tilde{p}^*-c_a)\sigma_\varepsilon}\mathrm{E}\left(\left[\frac{(f(k)+\tilde{\varepsilon})}{\sigma_\varepsilon}-\frac{\tilde{\eta}\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\eta}\right]\mid\tilde{p}^*\right)=\frac{a^*f(\boldsymbol{k})}{(\tilde{p}^*-c_a)\sigma_\varepsilon^2}$$

则由上式和式(37)、式(A1)，可得

$$\alpha_a\equiv\mathrm{E}(\tilde{R}_a\mid\tilde{p}^*)-\beta_a\mathrm{E}(\tilde{R}_M\mid\tilde{p}^*)=\frac{a^*f(\boldsymbol{k})}{(\tilde{p}^*-c_a)\sigma_\varepsilon^2}-\frac{(1-\rho_{\bar{k}_a}\boldsymbol{\rho})\tilde{p}^*a^*}{(\tilde{p}^*-c_a)\sigma_\varepsilon^2}\frac{f(\boldsymbol{k})}{\tilde{p}^*}=\frac{\rho_{\bar{k}_a}\boldsymbol{\rho}a^*}{\tilde{p}^*-c_a}\frac{EP}{\sigma_\varepsilon^2}>0$$

因此得到式(38).

附录 3：性质 2 的证明

首先来求解部分知情交易商的事前期望效用. 把部分知情交易商的需求函数代入式(24)和式(25)其预算约束式(21)，再代入其目标函数式(22)，可得部分知情交易商在已知市场均衡价格 $\tilde{p}^*$ 时的间接效用为

$$V_{a1}(\tilde{p}^*,\tilde{\theta}_L)=\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]}-\exp\left[-\left((\tilde{p}^*-c_a)+\frac{a^{*2}}{k\sigma_\varepsilon^2}-\frac{a^{*2}\left(1+\rho_{\bar{k}_a}^2-2\rho_{\bar{k}_a}\sqrt{1-\dfrac{1}{k}}\right)}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)\right]$$

令 $A(k)=\dfrac{a^{*2}}{k\sigma_\varepsilon^2}-\dfrac{a^{*2}\left(1+\rho_{\bar{k}_a}^2-2\rho_{\bar{k}_a}\sqrt{1-\frac{1}{k}}\right)}{2\sigma_\varepsilon^2}=\dfrac{a^{*2}}{k\sigma_\varepsilon^2}+\dfrac{a^{*2}\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon^2}\sqrt{1-\dfrac{1}{k}}-\dfrac{a^{*2}(1+\rho_{\bar{k}_a}^2)}{2\sigma_\varepsilon^2}$

由一阶条件，解得

$$k=\frac{1}{1-\left(\dfrac{\rho_{\bar{k}_a}}{2}\right)^2}<\bar{k}_a$$

当 $k<\dfrac{1}{1-\left(\frac{\rho_{\bar{k}_a}}{2}\right)^2}$ 时 $\dfrac{\partial A(k)}{\partial k}>0$；当 $k>\dfrac{1}{1-\left(\frac{\rho_{\bar{k}_a}}{2}\right)^2}$，$\dfrac{\partial A(k)}{\partial k}<0$，则 A 在 $k=\dfrac{1}{1-\left(\frac{\rho_{\bar{k}_a}}{2}\right)^2}$ 处取最大值，则

$\min\limits_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]}A(k)=\min\{A(\underline{k}_a),A(\bar{k}_a)\}$，由于

$$A(\underline{k}_a)-A(\bar{k}_a)=\frac{a^{*2}}{\sigma_\varepsilon^2}\left(\frac{1}{\underline{k}_a}-\frac{1}{\bar{k}_a}+\rho_{\bar{k}_a}\rho_{\underline{k}_a}-\rho_{\bar{k}_a}\rho_{\bar{k}_a}\right)=\frac{a^{*2}}{\sigma_\varepsilon^2}\rho_{\underline{k}_a}(\rho_{\bar{k}_a}-\rho_{\underline{k}_a})>0$$

所以

$$\min_{k\in[\underline{k}_a,\bar{k}_a]}A(k)=A(\bar{k}_a)=\frac{a^{*2}}{\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}+\frac{a^{*2}\rho_{\bar{k}_a}}{\sigma_\varepsilon^2}\sqrt{1-\frac{1}{\bar{k}_a}}-\frac{a^{*2}(1+\rho_{\bar{k}_a}^2)}{2\sigma_\varepsilon^2}=\frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}$$

$$V_{a1}(\tilde{p}^*,\tilde{\theta}_a)=-\exp\left[-\left((\tilde{p}^*-c_a)+\frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\right)\right]$$

则转变为不知情交易者的事前期望效用为

$$V_{a0}=\min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]}-\exp\left[-\left(\mathrm{E}_k\left((\tilde{p}^*-c_a)+\frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\right)-\frac{1}{2}Var_k\left((\tilde{p}^*-c_a)+\frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\right)\right)\right]\tag{A3}$$

由式(11)，可得

$$\mathrm{E}_k\left((\tilde{p}^* - c_a) + \frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\right) = (\bar{v} - f(k) - c_a) + \frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2},\ Var_k\left((\tilde{p}^* - c_a) + \frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\right) = \sigma_{\theta 0}^2 + \sigma_{\theta a}^2 + \sigma_{\theta 1}^2$$

将上述两式代入式(A3)，可得

$$\begin{aligned} V_{a0} &= \min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]} -\exp\left[-\left(\mathrm{E}_k\left((\tilde{p}^* - c_a) + \frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\right) - \frac{1}{2}Var_k\left((\tilde{p}^* - c_a) + \frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}\right)\right)\right] \\ &= -\exp\left[-\left(\bar{v} - c_a - \bar{f}_0 + \frac{a^{*2}}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2} - \frac{\sigma_{\theta_0}^2 + \sigma_{\theta_a}^2 + \sigma_{\theta_1}^2}{2}\right)\right] \end{aligned}$$

即得式(44). 接下来，将对性质 2 进行证明.

把式(31)代入优势函数 $B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a)$（式(46)）中的最小化问题中，则有

$$B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a) = \min_{k\in[\underline{k}_0,\bar{k}_0]}\left[-f(k) + \frac{kf^2(k)}{2\sigma_\varepsilon^2}\right] - \left(-\bar{f}_0 + \frac{\bar{f}_0^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) = \begin{cases} \dfrac{\left(\dfrac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0} - 1\right)\sigma_\varepsilon^2}{[\lambda_0 + (\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0]} + \dfrac{(\bar{k}_0 - 1)}{2\,[\lambda_0 + (\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0]^2}, & \lambda_1 + \lambda_a < \dfrac{\dfrac{\bar{k}_0}{2} - 1}{\bar{k}_0 - 1} \\ \left(\dfrac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0} - 1\right)\dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{2\,[\lambda_0 + (\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0]^2}, & \lambda_1 + \lambda_a \geqslant \dfrac{\dfrac{\bar{k}_0}{2} - 1}{\bar{k}_0 - 1} \end{cases} \tag{A4}$$

由 $B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a) = c_1$，解得

$$\lambda_1 + \lambda_a = \begin{cases} \dfrac{\dfrac{(\bar{k}_0 - 1)\sigma_\varepsilon}{\left[-\left(\dfrac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0} - 1\right)\sigma_\varepsilon + \sqrt{\left(\dfrac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0} - 1\right)^2\sigma_\varepsilon^2 + 2c_1(\bar{k}_0 - 1)}\right]} - 1}{\bar{k}_0 - 1}, & c_1 > 2\sigma_\varepsilon^2\left(\dfrac{1}{\bar{k}_0^2}\right) \\ \dfrac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\dfrac{\dfrac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0} - 1}{2c_1}} - 1}{\bar{k}_0 - 1}, & c_1 \leqslant 2\sigma_\varepsilon^2\left(\dfrac{1}{\underline{k}_0} - \dfrac{1}{\bar{k}_0^2}\right) \end{cases}$$

由 $B_{a,0}(\lambda_1,\lambda_a) = c_a$ 和式(47)，可得

$$\lambda_1 + \lambda_a = \frac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\dfrac{\bar{k}_0^2 - \bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}} - 1}{\bar{k}_0 - 1}$$

因此，若均衡存在，即 $\begin{cases} B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a) = c_1 \\ B_{a,0}(\lambda_1,\lambda_a) = c_a \end{cases}$ 有解，则需

1) 当 $c_1 > 2\sigma_\varepsilon^2\left(\dfrac{1}{\underline{k}_0} - \dfrac{1}{\bar{k}_0^2}\right)$ 时，需

$$\frac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\dfrac{\bar{k}_0^2 - \bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}} - 1}{\bar{k}_0 - 1} = \frac{\dfrac{(\bar{k}_0 - 1)\sigma_\varepsilon}{\left[-\left(\dfrac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0} - 1\right)\sigma_\varepsilon + \sqrt{\left(\dfrac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0} - 1\right)^2\sigma_\varepsilon^2 + 2c_1(\bar{k}_0 - 1)}\right]} - 1}{\bar{k}_0 - 1}$$

即

$$c_2=\frac{\left[\bar{k}_0^2-\bar{k}_a\right]\left[-\left(\frac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0}-1\right)\sigma_\varepsilon+\sqrt{\left(\frac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0}-1\right)^2\sigma_\varepsilon^2+2c_1\left(\bar{k}_0-1\right)}\right]^2}{2\bar{k}_a\left(\bar{k}_0-1\right)^2}$$

2）当 $c_1 \leqslant 2\sigma_\varepsilon^2\left(\frac{1}{\underline{k}_0}-\frac{1}{\bar{k}_0^2}\right)$ 时，需

$$\frac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}}-1}{\bar{k}_0-1}=\frac{\sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{\frac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0}-1}{2c_1}}-1}{\bar{k}_0-1}$$

即

$$c_2=\frac{\left[\bar{k}_0^2-\bar{k}_a\right]c_1}{\bar{k}_a\left(\frac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0}-1\right)}$$

另外，在交易商处于均衡状态下，当 $\sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a c_a}}=1$，即 $c_2=\frac{\bar{k}_0^2-\bar{k}_a}{2\bar{k}_a\sigma_\varepsilon^2}$ 时，$\lambda_1+\lambda_a=0$，这就表明此时市场上不存在完全知情交易商和知情较少交易商，此时市场上的交易商均为不知情交易商.

至此，性质 2 得证.

附录 4：性质 6 的证明

1）对交易商分布的影响

由式（A4），可知

$$B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a)=\begin{cases}\dfrac{\left(\frac{\bar{k}_0}{\underline{k}_0}-1\right)\sigma_\varepsilon^2}{\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]}+\dfrac{(\bar{k}_0-1)}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2}, & \lambda_1+\lambda_a<\dfrac{\frac{\bar{k}_0}{2}-1}{\bar{k}_0-1}\\[2ex]\left(\frac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0}-1\right)\dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2}, & \lambda_1+\lambda_a\geqslant\dfrac{\frac{\bar{k}_0}{2}-1}{\bar{k}_0-1}\end{cases}$$

$$\frac{\partial B_{1,0}^0(\lambda_1,\lambda_a)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}=\left[\frac{1}{\underline{k}_0}+\frac{1-(\lambda_1+\lambda_a)(\bar{k}_0-1)}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2}-\frac{(\lambda_1+\lambda_a)(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}{\underline{k}_0\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]}\right]\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]}$$

由于 $\lambda_a+\lambda_1<1$，故

$$\frac{1}{\underline{k}_0}+\frac{1-(\lambda_1+\lambda_a)(\bar{k}_0-1)}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2}-\frac{(\lambda_1+\lambda_a)(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}{\underline{k}_0\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]}>$$

$$\frac{1}{\underline{k}_0}+\frac{1-(\lambda_1+\lambda_a)(\bar{k}_0-1)}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2}-\frac{(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}{\underline{k}_0\bar{k}_0}=\frac{1}{\bar{k}_0}+\frac{1-(\lambda_a+\lambda_1)(\bar{k}_0-1)}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2}$$

由于 $\lambda_a+\lambda_1<\frac{\frac{\bar{k}_0}{2}-1}{\bar{k}_0-1}$，故

$$\frac{1-(\lambda_a+\lambda_1)(\bar{k}_0-1)}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2} > \frac{1-\left(\frac{\bar{k}_0}{2}-1\right)}{2}\left(\frac{2}{\bar{k}_0}\right)^2$$

则

$$\frac{1}{\bar{k}_0}+\frac{1-(\lambda_a+\lambda_1)(\bar{k}_0-1)}{2\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2} > \frac{1}{\bar{k}_0}+\frac{1-\left(\frac{\bar{k}_0}{2}-1\right)}{2}\left(\frac{2}{\bar{k}_0}\right)^2=\frac{4}{\bar{k}_0^2}>0$$

同时

$$\frac{\partial B^1_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}=\left[\bar{k}_0-\frac{(\lambda_a+\lambda_1)(\bar{k}_0^2-\underline{k}_0)}{\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0}\right]\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\underline{k}_0\left[\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0\right]^2}$$

$$\bar{k}_0-\frac{(\lambda_a+\lambda_1)(\bar{k}_0^2-\underline{k}_0)}{\lambda_0+(\lambda_1+\lambda_a)\bar{k}_0}>\bar{k}_0-\frac{\bar{k}_0^2-\underline{k}_0}{\bar{k}_0}=\frac{\underline{k}_0}{\bar{k}_0}>0$$

综上所述

$$\frac{\partial B_{1,0}(\lambda_1,\lambda_a)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}>0$$

$$\frac{\partial B_{a,0}(\lambda_1,\lambda_a)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}=\Bigg[-\alpha(\bar{k}_0-\underline{k}_0)^3+\left(\frac{\alpha\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0+2\alpha^2\right)(\bar{k}_0-\underline{k}_0)^2+\left(\frac{2\underline{k}_a\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0^2+4\alpha\underline{k}_a\right)(\bar{k}_0-\underline{k}_0)+$$
$$\frac{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-\alpha\underline{k}_0^3+2\underline{k}_a^2-\alpha\underline{k}_0^3+2\underline{k}_a^2\Bigg]\frac{(\lambda_a+\lambda_1)\sigma_\varepsilon^2}{2\bar{k}_a^2\left[\lambda_0^*+(\lambda_1^*+\lambda_a^*)\bar{k}_0\right]^3}$$

令

$$H=-\alpha(\bar{k}_0-\underline{k}_0)^3+\left(\frac{\alpha\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0+2\alpha^2\right)(\bar{k}_0-\underline{k}_0)^2+\left(\frac{2\underline{k}_a\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0^2+4\alpha\underline{k}_a\right)(\bar{k}_0-\underline{k}_0)+$$
$$\frac{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-\alpha\underline{k}_0^3+2\underline{k}_a^2-\alpha\underline{k}_0^3+2\underline{k}_a^2$$

则由一阶条件,可解得

$$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1=\frac{-\left(\frac{\alpha\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0+2\alpha^2\right)+\sqrt{\left(\frac{\alpha\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0+2\alpha^2\right)^2+3\alpha\left(\frac{2\underline{k}_a\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0^2+4\alpha\underline{k}_a\right)}}{-3\alpha}$$

$$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_2=\frac{-\left(\frac{\alpha\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0+2\alpha^2\right)-\sqrt{\left(\frac{\alpha\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0+2\alpha^2\right)^2+3\alpha\left(\frac{2\underline{k}_a\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0^2+4\alpha\underline{k}_a\right)}}{-3\alpha}$$

当 $\frac{2\underline{k}_a\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0^2+4\alpha\underline{k}_a<0$,即 $\frac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}<\alpha\left(\frac{3}{2}\frac{\underline{k}_0^2}{\underline{k}_a}-2\right)$ 时,$\frac{\alpha\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0+2\alpha^2<0$,$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1$,$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_2<0$,

则

$$\frac{\partial H}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}<0,\quad \lim_{(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\to+\infty}H=-\infty,\quad \lim_{(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\to 0+}H=\frac{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-\alpha\underline{k}_0^3+2\underline{k}_a^2$$

令上式为零解得 $\frac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}=\frac{\alpha\underline{k}_0^3-2\underline{k}_a^2}{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0}$

$$\lim_{(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\to 0^+} H = \frac{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-\alpha\underline{k}_0^3+2\underline{k}_a^2\begin{cases}\leqslant 0, 0<\dfrac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}\leqslant\dfrac{\alpha\underline{k}_0^3-2\underline{k}_a^2}{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0}\\ >0, \dfrac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}>\dfrac{\alpha\underline{k}_0^3-2\underline{k}_a^2}{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0}\end{cases}$$

当 $\dfrac{\alpha\underline{k}_0^3-2\underline{k}_a^2}{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0}<\dfrac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}<\alpha\left(\dfrac{3}{2}\dfrac{\underline{k}_0^2}{\underline{k}_a}-2\right)$ 时，存在 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1^*\in(0,+\infty)$，使得 $H=0$，即 $\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}=0$，若 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\in(0,(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1^*)$，$\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}>0$；若 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\in((\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1^*,+\infty)$ 时，$\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}<0$. 当 $\dfrac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}\leqslant\dfrac{\alpha\underline{k}_0^3-2\underline{k}_a^2}{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0}<\alpha\left(\dfrac{3}{2}\dfrac{\underline{k}_0^2}{\underline{k}_a}-2\right)$ 时，$\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}<0$.

当 $\dfrac{2\underline{k}_a\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}-3\alpha\underline{k}_0^2+4\alpha\underline{k}_a>0$ 时，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1>0$，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_2<0$.

当 $\dfrac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}\geqslant\dfrac{\alpha\underline{k}_0^3-2\underline{k}_a^2}{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0}>\alpha(\dfrac{3}{2}\dfrac{\underline{k}_0^2}{\underline{k}_a}-2)$ 时，$\lim\limits_{(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\to 0^+}H>0$，$H(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1>0$，则存在，使得 $H=0$，即 $\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}=0$，即当 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\in(0,(\bar{k}_0-\underline{k}_0)k_1^*)$ 时，$\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}>0$；当 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\in((\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1^*,+\infty)$ 时，$\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}<0$.

当 $\alpha\left(\dfrac{3}{2}\dfrac{\underline{k}_0^2}{\underline{k}_a}-2\right)<\dfrac{\lambda_0}{\lambda_a+\lambda_1}<\dfrac{\alpha\underline{k}_0^3-2\underline{k}_a^2}{(2\underline{k}_a-\alpha\underline{k}_0)\underline{k}_0}$ 时，$\lim\limits_{(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\to 0^+}H<0$，若 $A(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1>0$，则存在 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1^*\in(0,(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1)$，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_2^*\in((\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1,+\infty)$ 使得 $H=0$，即 $\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}=0$，即当 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\in(0,(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1^*)\cup((\bar{k}_0-\underline{k}_0)_2^*,+\infty)$ 时，$\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}<0$，当 $(\bar{k}_0-\underline{k}_0)\in((\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1^*,(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_2^*)$ 时，$\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}>0$；若 $H(\bar{k}_0-\underline{k}_0)_1\leqslant 0$，则 $\dfrac{\partial B_{a,0}(\lambda_a,\lambda_1)}{\partial(\bar{k}_0-\underline{k}_0)}<0$.

所以，$(\bar{k}_0-\underline{k}_0)$ 下降时，λ_1 会下降，而 λ_a 不一定下降.

2) 不知情交易商的股权溢价在实现均衡时为

当 $\lambda_a^*+\lambda_1^*>\dfrac{\frac{\bar{k}_0}{2}-1}{\bar{k}_0-1}$ 时，由

$$B_{1,0}(\lambda_a^*,\lambda_1^*)=\left(\frac{\underline{k}_0^2}{\underline{k}_0}-1\right)\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\left[\lambda_0^*+(\lambda_a^*+\lambda_1^*)\bar{k}_0\right]^2}=c_1$$

则

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\lambda_0^*+(\lambda_a^*+\lambda_1^*)\bar{k}_0}=\sqrt{\frac{2c_1\sigma_\varepsilon^2}{\frac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0}-1}}$$

将上式代入式(50),得

$$EP^* = \frac{\bar{k}_0 \sigma_\varepsilon^2}{k\left[\lambda_0^* + (\lambda_a^* + \lambda_1^*)\bar{k}_0\right]} = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{2c_1\sigma_\varepsilon^2}{\frac{1}{\underline{k}_0} - \frac{1}{\bar{k}_0^2}}}$$

则

$$\frac{\partial EP^*}{\partial(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)} < 0 .$$

即当 $\lambda_a^* + \lambda_1^* > \dfrac{\frac{\bar{k}_0}{2} - 1}{\bar{k}_0 - 1}$. 时,$(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)$ 的降低会使股权溢价增加.

3) 福利变化

令 $M = \underline{k}_0 - \left(\frac{\underline{k}_0}{\bar{k}_0}\right)^2$,$N = \dfrac{c_1}{\frac{\bar{k}_0^2}{\underline{k}_0} - 1}$,显然

$$\frac{\partial N}{\partial(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)} < 0, \frac{\partial M}{\partial(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)} = \underline{k}_0 - \frac{2\underline{k}_0^2}{\bar{k}_0^3} .$$

所以当 $\underline{k}_0 < \dfrac{\bar{k}_0^3}{2}$ 时,$\dfrac{\partial M}{\partial(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)} < 0$,$\dfrac{\partial WEL^*}{\partial(\bar{k}_0 - \underline{k}_0)} < 0$.

(上接第 36 页)

Does controlling shareholder's share pledge affect the firm's decision on large stock dividends?

*HUANG Deng-shi, HUANG Yu-shun, ZHOU Jia-nan**

School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

Abstract: The large stock dividends was highly welcomed by the capital market, so it was often used by some listed companies to attract investors as well as to achieve their own interests. In this paper, we adopted the perspective of controlling shareholder's share pledge to reveal the motivation behind the large stock dividends. The results show that after controlling the other self-interest motivations of the controlling shareholders, listed companies tend to be more likely to make large stock dividends decisions if the controlling shareholders have share pledge. Second, the more the number of share pledge the controlling shareholders have, the more likely the listed company would to make large stock dividends. Further research indicates that under the same situation of the equity pledge, the company with a falling stock price would more likely to launch large stock dividends. This paper further explains the motivation behind the large stock dividends, and provides the empirical evidence for regulators' latest decisions which strengthened the supervision and the inquiry of the large stock dividends.

Key words: large stock dividends; share pledge; dividend payout policy