

# 基于波动持续性的最优组合构建与分散化研究<sup>①</sup>

刘海飞, 李心丹\*, 柏 巍, 周明杰

( 南京大学工程管理学院, 南京 210093)

摘要: 构建恰当资产组合来减少风险, 是投资组合理论研究的重要目标. 由于金融时间序列的波动往往会伴随着持续性特征, 该种特性会增大组合未来收益的风险. 本文通过构建随机波动模型序列持续性最优投资组合模型, 以降低金融资产波动的持续性特征对组合收益波动的影响; 并通过研究其分散化水平, 考察该投资组合构建方法的有效性与稳健性. 研究发现: 与均值方差的组合模型相比较, 序列持续性组合的风险分散化水平更好. 此研究在资产组合选择方面, 具有较为重要的理论价值及实践意义.

关键词: 随机波动模型; 马尔科夫链蒙特卡洛估计; 持续性投资组合; 风险分散化

中图分类号: F830 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2019)01-0044-13

## 0 引 言

在投资领域, 投资者所面对的投资场所是金融市场, 而投资组合的运用主要集中在资本市场, 包括股票市场、债券市场以及金融衍生品市场. 国外资本市场发展比较早, 因而资产组合理论最早也是来自于国外, Markowitz<sup>[1]</sup>提出了均值方差组合模型, 从此奠定了资产组合理论研究的基石. 国内外的学者使用诸如下方方差、VaR、CVaR 等众多组合风险的度量方法进行最优组合选择, 从而达到控制组合风险的目的<sup>[2,3]</sup>. 总体来讲, 随着组合中的股票数量的增加, 其风险会相应的减少, 但是伴随着投资品种数量的增加, 组合的风险将会趋向于系统风险. 在此时继续增加投资品种数量一般情况下并不会有效地降低风险, 反而会增加相应的管理成本. 因此, 将组合的投资品种数量控制在一个合理的水平也是国内外众多学者研究的重点之一. 金融时间序列波动持续的特性, 会影响组合将来收益的风险. 那么通过什么样的方法构建投资组合, 来降

低金融时间序列波动的持续性对投资组合收益率波动造成的负面影响, 从而能够在一定程度上减少组合风险是许多投资者面临的问题.

本文以降低多元资产收益的持续性为切入点, 理论阐述随机波动模型 (stochastic volatility model, SV 模型)、序列持续性最优组合模型构建方法与投资组合分散化指标. 实证研究序列持续性组合构建, 在组合分散化水平方面与均值方差组合进行比较分析, 并对实证结果进行稳健性检验. 本文的贡献在于: 运用马尔科夫链蒙特卡洛贝叶斯估计方法来估计基于随机波动模型的序列持续性最优投资组合模型, 尝试降低持续性特征对波动性的影响作用, 以达到更优的组合风险分散化的目的. 与传统的均值方差模型相比, 本文的组合构建方法具有更好的风险分散能力.

## 1 国内外文献回顾与评述

目前对波动率的研究主要有 GARCH 类模型

① 收稿日期: 2016-03-25; 修订日期: 2017-10-29.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (U1811462; 71720107001; 71771116); 教育部哲学社会科学后期资助项目 (18JHQ058); 江苏省自然科学基金资助项目 (BK20161398).

通讯作者: 李心丹 (1966—), 男, 湖南浏阳人, 教授, 博士生导师. Email: xdli@nju.edu.cn

和随机波动(SV)模型。GARCH类模型主要将波动率视为过去信息可确定的数值,而SV模型却将波动率看作是由不确定的随机过程产生的。Engle<sup>[4]</sup>提出了自回归条件异方差模型(ARCH),其中扰动项的方差依赖于前期的扰动项。随后得到了广泛的应用<sup>[5-6]</sup>,并进化出更多的GARCH类模型如IGARCH模型<sup>[7-8]</sup>、将残差的一元方差改为协方差阵的VEC-GARCH模型、保证协方差阵正定的BEKK-GARCH模型、多元GARCH模型等。SV模型最初由Clark<sup>[9]</sup>等进行研究及应用。相关研究显示其能够很好地刻画金融时间序列波动的厚尾、长记忆等特性<sup>[10-11]</sup>。此后SV模型得到了较为广泛的研究和探讨,并经过理论和实证进一步说明SV模型对波动率的刻画能力在很大程度上优于GARCH类模型<sup>[12]</sup>。另外,从对金融时间序列的刻画能力、拟合优度的似然比检验和VaR的三个角度的比较也更显示出SV模型相较于GARCH类模型的有效性和优越性<sup>[13]</sup>。目前对SV模型的参数估计方法主要有基于矩阵的估计方法、基于极大似然法则的估计方法以及基于贝叶斯原理的参数后验分布的估计方法<sup>[14]</sup>。

国内外学者对于金融时间序列持续性以及序列持续性组合的构建方面也有一定的研究。时间序列的协整关系,在Granger首先进行了研究之后,已有较大发展,例如非线性协整、分整时序的协整等<sup>[15]</sup>。更进一步,针对收益率波动性的描述与研究发现资产长期的收益率会受到其收益率方差持续性的影响<sup>[16]</sup>。在协整理论和波动持续性概念的基础上,条件方差的协同持续性(Common Persistence)被提出,并被描述为各个分量序列之间的长期均衡关系。具体是指,如果向量GARCH过程的每一个分量都是持续的,则称向量GARCH过程是协同持续的,线性协同持续表明了向量GARCH过程各分量的波动之间存在一种长期的线性均衡关系。此后,众多针对波动持续性在向量GARCH模型的研究<sup>[17-19]</sup>以及对波动持续性和协同持续性的进一步的阐述和研究<sup>[20-22]</sup>均相继展开。应用GARCH模型从条件方差的持续性角度讨论波动持续性对资本资产定价和套利定价的影

响的相关研究,揭示了风险的持续影响之于金融定价过程的重要性<sup>[23]</sup>。进一步的研究也显示较高的波动持续性的行业具有更高的系统性风险<sup>[24]</sup>。基于SV模型构建协同持续条件下的投资组合,并将其与等比例组合、均值方差组合进行实证对比分析,研究发现协同持续组合的持续性参数值最小,也就是说此种组合的波动持续性对组合将来收益的影响也是最小的,因此得出该方法具有较强有效性的结论<sup>[25]</sup>。利用资产组合理论以及协整的方法,通过构建最优资产组合的策略来规避金融资产收益波动的持续性。此外,SV模型与向量GARCH模型过程中具有的协同持续相关性质也得到较多探讨<sup>[26]</sup>。

针对投资组合规模与风险分散的关系,国内外学者都做了一定的研究<sup>[27-29]</sup>。组合的资产规模到底有多少才能最大限度的分散组合风险,不同学者的研究结论之间存在着一定的差异性。较早的针对投资组合规模大小对分散组合风险影响的研究显示,资产组合中股票数量在10只左右时的组合效果最明显<sup>[30]</sup>。而随后也有研究显示,股票数量在30只以上才能达到较好的投资组合风险分散化效果<sup>[31]</sup>。还有运用均值方差模型得出的分散化最优投资组合的规模应该超过120只股票<sup>[32]</sup>。以上交所A股股票为样本构建投资组合,实证结果显示上交所股票资产组合中的股票数量在21只~30只之间最为合理,并且在这种情况下可以资产组合的总体风险可以减少25%<sup>[33]</sup>。以沪深两市所有的股票为样本,通过构造4种不同投资策略下的股票组合来研究组合平均风险及其分散化程度,研究发现不管采用哪种投资策略构建组合,8只~9只股票的组合都可以分散大约50%的风险,但随着股票种类的增加平均风险减少的幅度却变得非常的小,当股票的数量达到30只的时候组合的风险仅仅减少了55%左右<sup>[34]</sup>。之所以出现上述研究结果的差异,主要是由不同金融市场的交易方式、不同时期的金融数据具有差异性、投资者行为方式差异性造成的。在资产组合分散化衡量指标研究方面,用资产对风险的贡献率的分散化分布情况定性描述组合分散化程

度,定义了各资产对组合风险的贡献概率  $p_n$ ;并定义了有效数值  $N$ ( Effective Number of Bets) 来衡量组合分散化程度和基于非相关因素主成分方法  $N_{PC}$  ( Principal Components Bets) 来估算有效数值<sup>[35]</sup>. 本文将沿用这一方法.

综上,针对最优资产组合构建方面的研究,已经经历了长期的发展,自从马科维茨的均值方差模型( Mean-Variance Model ,MV 模型) 被提出以后,在不同类别的风险度量方法上已有大量的研究,通过文献研究分析可以发现,与金融资产收益率波动的持续性特征对组合风险的影响相关的研究还是比较少见的,因此,构建序列持续性组合对规避风险、控制风险值得进一步的关注与研究. 本文通过考察资产组合的分散化水平来衡量资产组合的优越性,这对于投资者的实践以及理论研究都具有非常重要的意义. 在投资组合分散化指标研究方面,国内的研究相对较少,指标比较单一,诸如方差等指标并不能非常完善的刻画资产组合风险的分散化程度.

## 2 研究设计

### 2.1 数据来源

数据来自于万得( Wind) 数据库,选取 2011 年 01 月 07 日—2014 年 12 月 31 日期间、沪深 300 成分股共 996 个样本数据. 为了确保 SV 模型回归的精确性,本文采用向前复权的方式对数据进行整理,从而消除了配股、转增股本、分红派息的影响,并且剔除了由于沪深 300 成分样本股的变动、退市、连续停牌、被 ST 的股票,以剩余的 201 只股票作为本文的研究样本. 本文的研究采用对数收益率,计算公式为  $R = \ln P_t - \ln P_{t-1}$ , 这里的  $P_t$  表示股票第  $t$  个交易日的收盘价. 本研究编程使用的软件是 Matlab2014b.

### 2.2 模型设计

#### 2.2.1 SV 模型

标准 SV 模型如下所示

$$y_t = \varepsilon_t e^{\frac{h_t}{2}} \quad (1)$$

$$h_t = \alpha_h + \beta_h (h_{t-1} - \alpha_h) + \eta_t \quad (2)$$

方程(1)、方程(2)分别表示均值方程以及波动方程,  $y_t$  表示资产在  $t$  时刻的收益率,  $\varepsilon_t$  指的是扰动项,  $\{\varepsilon_t\}$ 、 $\{\eta_t\}$  彼此之间互相独立,这里的  $\{\varepsilon_t\}$  为某一鞅差分序列,一般情况下假定  $\varepsilon_t \sim i. i. N(0, 1)$ ,  $\eta_t \sim i. i. N(0, \sigma_h^2)$ , 并且  $\sigma_h^2$  未知.  $h_t$  表示波动,潜在的波动  $h_t$  是服从高斯 AR(1) 过程的,  $\beta$  指的是持续性参数,体现了以前或者现在的波动对将来波动的影 响,假设  $|\beta| < 1$ , 并且有如下的初始化  $h_1 \sim (\alpha_h \frac{\sigma_h}{1 - \beta_h})$ , 在这种情况下,这一过程是平稳的.

#### 2.2.2 MCMC 贝叶斯估计

运用马尔科夫链蒙特卡洛贝叶斯估计方法( Markov Chain Monte Carlo 贝叶斯估计 MCMC 贝叶斯估计),首先需要构造出一个马尔科夫链,并且其平稳分布是  $\pi(x)$ , 得出  $\pi(x)$  的抽样,根据这些抽样做出不同的统计推断,一般情况下以我们的目标函数为基础,经过反复抽样得出贝叶斯估计方法下的后验分布. 本文通过 Gibbs 抽样方法构建此种马尔科夫链.

根据贝叶斯理论,在后验分布

$$\begin{aligned} \pi(\theta | x) &= \frac{h(x | \theta)}{m(x)} \\ &= \frac{(p(x | \theta) \pi(\theta))}{(\int_{\theta} p(x | \theta) \pi(\theta) d \theta)} \end{aligned} \quad (3)$$

已知的情况下,  $g(\theta)$  的期望如下所示

$$\begin{aligned} Eg(\theta | x) &= \int g(\theta) \pi(\theta | x) d \theta \\ &= (\int g(\theta) p(x | \theta) \pi(\theta) d \theta) / \\ &\quad (\int p(x | \theta) \pi(\theta) d \theta) \end{aligned} \quad (4)$$

该积分是样本  $x$  的函数,并且根据该函数能够针对  $g(\theta)$  进行相应的推断. 似然函数的计算相对是比较复杂的,尤其是面临较高维度时,似然函数很难求解,此时 MCMC 提供了一种相对有效的方法,通过在密度函数中抽样,能够避开对似然函数的计算,同时可以采用增加模拟的迭代次数这一简单方法来提高统计推断的精确性.

### 2.2.3 SV 模型序列持续性组合构建

基于构建资产组合来降低收益率序列持续性的波动对组合收益未来波动的影响从而达到减少或者化解组合的风险的思想,此处我们采用将持续性参数  $\beta$  引入到均值方差模型中的方法构建序列持续性组合。

均值方差模型是均值最大化与方差最小化的均衡,而 SV 模型序列持续性组合构建是基于持续性参数  $\beta$  最小化与其他因子均衡的原则,考虑到收益率方差与持续性参数  $\beta$  在均衡中谋求最小化方向上的一致性,这里尝试性的将持续性参数  $\beta$  引入到均值方差模型中。具体来说,将组合中的各个持续性参数序列的协方差  $cov(\beta_i, \beta_j)$  与对数收益率序列的协方差  $cov(r_i, r_j)$  归一化之后以等比例的权重相加,构建 MV -  $\beta$  模型,在收益率均值与方差以及序列持续性三者之间谋求均衡,并对  $C_{ij}$  进行归一化处理。

MV -  $\beta$  模型如下公式所示

$$\begin{aligned} \min \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \frac{C_{ij}}{\max C_{ij}} \\ \text{s. t.} \quad &\sum_{i=1}^n x_i r_i = r_p \\ &\sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ &-0.1 \leq x_i \leq 1, \quad x_i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $C_{ij} = cov(r_i, r_j) / \max [cov(r_i, r_j)] + cov(\beta_i, \beta_j) / \max [cov(\beta_i, \beta_j)]$ 。

式中  $x_i$  指的是组合中各项股票资产的投资比例,此处允许卖空,比例为总资产的 10%。采用滑动时间窗口的滚动试验法,运用 MCMC 的贝叶斯估计方法估计出  $n$  只股票的持续性参数序列向量  $\beta_i, i = 1, \dots, n$ 。

### 2.2.4 资产组合分散化指标分析

基于非相关因素主成分分析方法来计算有效数值,用以衡量组合风险分散化程度。有效熵值  $N$  介于 1 和组合股票数量总数  $\bar{n}$  之间,经过标准化的有效熵值(normalized effective number of bets, NENB) 介于 0 到 1 之间,即  $0 < N/\bar{n} < 1$ ; 组合分散化水平的评价标准为资产组合中各个股票资产的风险贡献率走势越平缓、有效熵值越大,则表明

资产组合的风散化水平越高,反之分散化水平则越低。

在给定权重  $b$  的情况下可以计算出各个资产对于组合总体风险的风险贡献概率为

$$p(b) = ((e^b) \circ (e^{-\sum_F b})) / (b \cdot \sum_F b) \quad (6)$$

其中  $\sum_{n=1}^{\bar{n}} p = 1, p \geq 0, n = 1, \dots, \bar{n}$ , 由此得到衡量组合分散化程度的有效熵值指标

$$N = e^{-\rho(b) \cdot \ln p(b)} \quad (7)$$

## 3 实证分析与稳健性检验

### 3.1 统计性描述

首先本文采用随机抽样方法,从沪深 300 指数股票经过预处理之后剩余的 201 只股票中抽出 10 只股票,以其对数收益率作为本文的研究对象。从表 1 中可以看出, MV 组合和 SV 组合的对数收益率以及标准差指标比单只股票获得了较为明显的改善,两种组合的对数收益率均值、对数收益率序列标准差和夏普比率分别是 (0.125 8, 0.137 4) 和 (1.350 6, 1.431 3) 以及 (0.084 3, 0.087 6)。除了国投电力外, SV 组合对数收益率的均值高于所有的单只股票,同时也高于 MV 组合的收益率均值; 两种组合收益率序列的标准差均小于其他单只股票, MV 组合的标准差略小于 SV 组合,表明两种组合的风险相对单只股票而言均较小; 综合来看,两种组合的夏普比率均大于单只股票的夏普比率,其中 SV 组合的夏普比率最大,比 MV 组合的要高,表明了运用该方法构建资产组合的优越性。

本文采用标准 SV 模型建模,运用 MCMC 仿真方法得出各个参数的贝叶斯估计值。在 Gibbs 抽样的过程中,对 SV 模型中的各个参数进行 50 000 次迭代,并进行 1 000 次退火处理,对模型进行相应的模拟仿真,得到了 10 只股票以及两种组合的基于 SV 模型的持续性指标,结果见表 3,具体包括每个参数的后验均值、标准误差以及 5%、95% 分位数的估计值。

表1 单只股票以及两种组合对数收益率序列的基本统计量

Table 1 The statistics of single stock and two portfolios logarithmic yield sequences

| 参数     | 徐工机械      | 河北钢铁     | 南京银行      | 中国国航      | 东软集团     | 国投电力     |
|--------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|
| 平均收益率  | -0.065 5  | 0.001 9  | 0.050 0   | -0.046 7  | -0.001 2 | 0.141 4  |
| 收益率中位数 | -0.091 9  | 0.000 0  | 0.000 0   | -0.113 7  | 0.096 9  | 0.000 0  |
| 最大     | 9.566 8   | 9.726 3  | 9.531 0   | 9.513 2   | 9.553 1  | 9.531 0  |
| 最小     | -8.180 3  | -8.883 1 | -10.016 1 | -6.852 0  | -9.636 3 | -7.791 5 |
| 标准差    | 2.261 3   | 1.860 1  | 1.732 9   | 1.953 9   | 2.629 3  | 1.810 3  |
| 偏度     | 0.576 5   | 0.469 1  | 0.542 5   | 0.675 6   | 0.304 1  | 0.477 0  |
| 峰度     | 5.656 2   | 7.221 7  | 8.426 5   | 6.484 3   | 4.948 4  | 6.375 7  |
| 夏普比率   | -0.034 3  | -0.005 4 | 0.021 9   | -0.030 1  | -0.005 0 | 0.071 5  |
| 参数     | 碧水源       | 华泰证券     | 永辉超市      | 恒生电子      | MV 组合    | SV 组合    |
| 平均收益率  | 0.078 1   | 0.061 7  | 0.011 9   | 0.107 1   | 0.125 8  | 0.137 4  |
| 收益率中位数 | 0.102 3   | -0.113 1 | 0.000 0   | 0.000 0   | 0.082 2  | 0.088 2  |
| 最大     | 9.531 0   | 9.559 7  | 9.552 5   | 9.543 7   | 5.924 9  | 6.094 4  |
| 最小     | -10.531 2 | -9.574 1 | -10.529 1 | -10.532 5 | -5.109 6 | -4.735 0 |
| 标准差    | 2.528 9   | 2.453 6  | 2.091 4   | 2.462 1   | 1.350 6  | 1.431 3  |
| 偏度     | -0.068 9  | 0.554 7  | 0.159 7   | 0.294 1   | 0.132 1  | 0.230 5  |
| 峰度     | 3.907 6   | 5.788 2  | 5.893 6   | 5.344 6   | 4.492 8  | 4.379 1  |
| 夏普比率   | 0.026 2   | 0.020 3  | 0.000 0   | 0.038 6   | 0.084 3  | 0.087 6  |

注: 由于参数小数点尾数较多, 为了便于直观比较, 此处将前五个参数值同时乘以 100.

### 3.2 SV 模型序列持续性组合构建

表2 MV 组合以及 SV 组合的权重

#### 3.2.1 SV 模型序列持续性组合构建

Table 2 The weights of MV/SV portfolios

此处针对 10 只股票资产的两种资产组合采用滑动时间窗口样本法进行投资组合分散化研究的稳健性检验. 本次研究基于采集的 966 个交易日的数据对滑动时间窗口样本进行划分, 将样本长度固定为 250, 每次试验的起始时间后移 22 天, 共进行 34 次试验, 运用基于 MCMC 的贝叶斯估计方法估计出 10 只股票的 SV 模型持续性参数序列向量  $\beta_i, i = 1, \dots, 10$ . 构建 MV 模型以及 MV- $\beta$  模型, 得出相应的有效前沿, 同时根据效用函数确定最优投资组合, 得出基本均值方差组合以及随机波动组合在一定风险偏好的条件下的最优权重, 如表 2 所示.

| 股票简称 | 均值方差组合   | 随机波动组合   |
|------|----------|----------|
| 徐工机械 | -0.100 0 | -0.100 0 |
| 河北钢铁 | 0.065 4  | 0.009 0  |
| 南京银行 | 0.351 0  | 0.231 0  |
| 中国国航 | -0.100 0 | -0.100 0 |
| 东软集团 | -0.067 4 | -0.100 0 |
| 国投电力 | 0.486 7  | 0.546 1  |
| 碧水源  | 0.123 3  | 0.151 5  |
| 华泰证券 | -0.034 0 | -0.041 3 |
| 永辉超市 | 0.094 7  | 0.160 4  |
| 恒生电子 | 0.180 3  | 0.243 2  |

3.2.2 SV 模型 MCMC 贝叶斯估计结果分析

表 3 各项资产 SV 模型的 MCMC 贝叶斯估计值

Table 3 MCMC Bayesian estimation of SV model for each asset

| 参数         | 徐工机械             | 河北钢铁             | 南京银行             | 中国国航             | 东软集团             | 国投电力             |
|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $\alpha$   | -7.283           | -7.687           | -7.276           | -6.665           | -6.794           | -7.811           |
|            | (0.935)          | (0.782)          | (1.728)          | (2.135)          | (1.464)          | (0.186)          |
|            | (-7.684, -6.713) | (-8.043, -7.364) | (-8.141, -2.746) | (-7.913, -1.382) | (-7.544, -3.293) | (-7.974, -7.635) |
| $\beta$    | 0.966            | 0.968            | 0.979            | 0.982            | 0.981            | 0.947            |
|            | (0.018)          | (0.014)          | (0.013)          | (0.014)          | (0.010)          | (0.024)          |
|            | (0.936, 0.994)   | (0.944, 0.991)   | (0.957, 1.000)   | (0.957, 1.000)   | (0.964, 0.999)   | (0.902, 0.978)   |
| $\sigma^2$ | 0.0170           | 0.0178           | 0.014            | 0.013            | 0.015            | 0.017            |
|            | (0.0048)         | (0.0043)         | (0.004)          | (0.003)          | (0.003)          | (0.005)          |
|            | (0.011, 0.026)   | (0.0116, 0.0255) | (0.009, 0.021)   | (0.009, 0.019)   | (0.010, 0.020)   | (0.010, 0.025)   |
| 参数         | 碧水源              | 华泰证券             | 永辉超市             | 恒生电子             | MV 组合            | SV 组合            |
| $\alpha$   | -7.255           | -6.677           | -7.619           | -7.360           | -8.170           | -8.080           |
|            | (0.053)          | (1.708)          | (0.066)          | (0.098)          | (0.073)          | (0.057)          |
|            | (-7.343, -7.169) | (-7.637, -2.454) | (-7.725, -7.511) | (-7.511, -7.200) | (-8.284, -8.063) | (-8.157, -8.006) |
| $\beta$    | 0.458            | 0.982            | 0.878            | 0.925            | 0.782            | 0.316            |
|            | (0.487)          | (0.012)          | (0.075)          | (0.029)          | (0.285)          | (0.411)          |
|            | (-0.546, 0.928)  | (0.961, 0.999)   | (0.775, 0.947)   | (0.871, 0.966)   | (0.070, 0.966)   | (-0.410, 0.900)  |
| $\sigma^2$ | 0.020            | 0.015            | 0.021            | 0.026            | 0.014            | 0.016            |
|            | (0.007)          | (0.004)          | (0.007)          | (0.009)          | (0.004)          | (0.005)          |
|            | (0.012, 0.033)   | (0.010, 0.022)   | (0.012, 0.035)   | (0.015, 0.044)   | (0.009, 0.021)   | (0.010, 0.025)   |

注： $\alpha$  指的是对数收益率序列波动程度  $\beta$  指的是对数收益率序列当前波动影响将来波动程度  $\sigma^2$  指的是市场中的扰动因素影响收益率序列将来波动程度；第一、二个括号里面的数据分别指的是 SV 模型参数 MCMC 贝叶斯估计值所对应的标准差以及 5%、95% 分位数。

从表 3 中可以看到，MV 组合以及 SV 组合的内在波动参数  $\alpha$  以及持续性参数  $\beta$  的贝叶斯估计值的向量为别为  $(-8.170, -8.080)$ 、 $(0.782, 0.316)$  与单只股票相比两种组合的内在波动较大，相对于 MV 组合，SV 组合的内在波动稍微小一些，也就是说 SV 组合的波动平均值相对较小；在持续性指标上，SV 组合的持续性参数的 MCMC 贝叶斯估计值是 0.316，显著地小于全部单只股票以及 MV 组合，由此可见，运用该方法建立的资产组合能够有效降低组合收益率当前波动对将来收益率波动的影响，在一定程度上达到规避组合风险的效果。 $\sigma^2$  指的是市场中的扰动因素影响收益率序列将来波动程度，该参数值在其均值 0.017 左右波动，并无太大差距，表明市场中其他因素对于单只股票以及组合的影响差别并不大。

3.2.3 贝叶斯估计实证结果稳健性检验

本文采用多次重复随机抽样的方法，分别构建基于两种不同方法的 10 只、15 只、20 股票资产组合，从多次重复抽样并改变组合规模的角度对 MV 组合与 SV 组合的基于 SV 模型 MCMC 贝叶斯估计结果进行稳健性检验。此处采用随机抽样方法从经处理过的沪深 300 指数剩下 201 只股票中抽出 10 只股票组成“10 只股票资产组合”，并重复进行 60 次，组成 60 组 10 只股票资产组合，分别构建 60 组“10 只股票资产 MV 组合”以及“10 只股票资产 SV 组合”，并对基于两种不同方法的组合进行参数的贝叶斯估计，分别得到 60 组 MV 组合以及 60 组 SV 组合参数的均值；采用同样的方法构建“15 只股票资产组合”以及“20 股票资产组合”。分别对上述三种不同规模的 MV 组合以及 SV 组合进行实证检验。

从表4中可以看出,在三种不同规模的组合中,两种方法构建的组合在市场风险参数均值上差别并不大,而随机波动组合的波动平均水平以及持续性指标的均值都低于均值方差组合,其中在持续性指标上,随机波动组合降低的幅度较为

显著,尤其是在组合规模为10的情况下最为明显,由此可见,运用该方法构建的序列持续性组合要比一般的均值方差组合能够更大水平地降低收益率序列当前波动对未来波动的影响,并且该实证结果具有很强的稳健性.

表4 不同规模资产组合的SV模型MCMC贝叶斯估计结果均值比较

Table 4 Comparison of MCMC Bayesian estimation results of SV model in different number portfolios

| 参数               | 组合<br>(规模) | 均值     | 标准差   | 5%<br>分位数 | 95%<br>分位数 | 组合<br>(规模) | 均值     | 标准差   | 5%<br>分位数 | 95%<br>分位数 |
|------------------|------------|--------|-------|-----------|------------|------------|--------|-------|-----------|------------|
| $\bar{\alpha}$   | MV-10      | -8.159 | 0.197 | -8.387    | -7.843     | SV-10      | -8.153 | 0.138 | -8.428    | -7.972     |
| $\bar{\beta}$    |            | 0.597  | 0.349 | 0.069     | 0.970      |            | 0.299  | 0.284 | 0.016     | 0.934      |
| $\bar{\alpha}^2$ |            | 0.015  | 0.001 | 0.012     | 0.017      |            | 0.016  | 0.001 | 0.014     | 0.018      |
| $\bar{\alpha}$   | MV-15      | -7.286 | 0.495 | -7.891    | -6.336     | SV-15      | -7.268 | 0.577 | -7.889    | -5.888     |
| $\bar{\beta}$    |            | 0.893  | 0.204 | 0.287     | 0.985      |            | 0.888  | 0.229 | 0.473     | 0.988      |
| $\bar{\alpha}^2$ |            | 0.018  | 0.003 | 0.012     | 0.025      |            | 0.017  | 0.002 | 0.013     | 0.021      |
| $\bar{\alpha}$   | MV-20      | -7.222 | 0.524 | -7.971    | -5.969     | SV-20      | -7.177 | 0.716 | -7.952    | -5.334     |
| $\bar{\beta}$    |            | 0.905  | 0.181 | 0.445     | 0.985      |            | 0.888  | 0.216 | 0.328     | 0.992      |
| $\bar{\alpha}^2$ |            | 0.017  | 0.003 | 0.013     | 0.025      |            | 0.017  | 0.003 | 0.013     | 0.023      |

注:运用MCMC贝叶斯估计,在Gibbs抽样过程中,进行了8000次迭代以及1000次退火处理;此处分别给出了“10只股票资产组合”、“15只股票资产组合”以及“20只股票资产组合”,其中MV-10表示“10只股票资产”的MV组合; $\bar{\alpha}$ 、 $\bar{\beta}$ 、 $\bar{\alpha}^2$ 分别指的是多次重复抽样条件下参数 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\sigma^2$ 贝叶斯估计结果的均值; $\bar{\alpha}$ 指的是对数收益率序列波动程度的平均水平, $\bar{\beta}$ 指的是对数收益率序列当前波动影响将来波动程度的平均水平, $\bar{\alpha}^2$ 指的是市场中的其他扰动因素影响收益率序列将来波动程度的平均水平.

### 3.3 SV组合以及MV组合分散化实证比较研究

#### 3.3.1 “10只股票资产”随机波动组合与均值方差组合分散化实证比较研究

此处以前文中从沪深300指数股票中以均匀分布随机抽样方法选出的10只股票研究对象,前文分别构建了均值方差资产组合以及SV模型序列持续性组合,并得出了两种不同组合相应的权重,此处以两种资产组合的权重以及组合中各个股票对数收益率数据为基础,通过分散化指标模型计算出资产组合中各个股票资产对组合总体风险的贡献率 $p$ 以及经过指数化的基于PCA方法的有效熵值 $N$ .基于PCA方法的有效熵值 $N_{MV} = 0.3330 < N_{SV} = 0.3732$ ,SV组合的熵值比MV组合的熵值高出了11.2%,此处的“10只股票资产”SV序列持续性组合的分散化水平要优于MV组合.

#### 3.3.2 分散化实证结果稳健性检验

本文中的组合分散化比较研究采用两种方法进行稳健性实证分析,第一种方法是基于滑动时间窗口样本的滚动试验法,该方法以时间维度作为基础,以一年为窗口期,以固定时间滑动一定次数,对基于两种不同方法的10只股票资产组合的风散化水平实证结果进行稳健性检验;第二种方法是采用多次重复随机抽样的方法,分别构建“10只股票资产组合”、“15只股票资产组合”以及“20股票资产组合”,从多次重复抽样并改变组合规模的维度对基于两种不同方法构建的资产组合的分散化水平实证结果进行稳健性检验.

##### (1) 基于滑动时间窗口的滚动试验法的稳健性检验

此处针对10股票资产的两种资产组合采用滑动时间窗口样本法进行投资组合分散化研究的

稳健性检验. 本次研究基于采集的 966 个交易日的数据对滑动时间窗口样本进行划分, 将样本长度固定为 250, 每次试验的起始时间后移 22 天, 共进行 34 次试验. 通过滑动时间窗口样本法, 可以对 SV 组合以及 MV 组合分散化水平的变化趋势进行判断, 并能够有效的评价不同模型构建的投资组合化解风险以及控制风险的效果. 运用同样的指标、方法, 可以计算出的 10 只股票资产对于组合总体风险的贡献率  $p$ , 经过滑动 34 个时间窗口, 便可以得到 34 个风险贡献率序列, 然后, 按照风险贡献率递减的顺序对股票进行排序, 并绘制出组合风险贡献分布三维立体图, 从图 1 中我们可以看到 MV 组合的风险贡献率的最大值超

过了 0.6, 而 SV 组合的风险贡献率最大值是小于 0.6 的, 总体上看, MV 组合的贡献率分布图要比 SV 组合的贡献率分布图表现的更为陡峭, 表明 SV 组合的分散化水平更好; 此外, 本文在两种不同方法构建的组合下, 通过滑动 34 个时间窗口计算出 34 个熵值, 以时间为横坐标绘制出有效熵值  $N$  比较图 2, 从该图中可以非常直观地看出, SV 组合的有效熵值很明显高于 MV 组合的有效熵值, 由此可见 SV 组合的分散化水平更好. 综上所述, 针对“10 只股票资产组合”, 通过滑动时间窗口滚动试验的方法验证了前文中得出 SV 序列持续性组合的分散化水平好于 MV 组合的结论, 这说明实证结果具有较强的有效性.

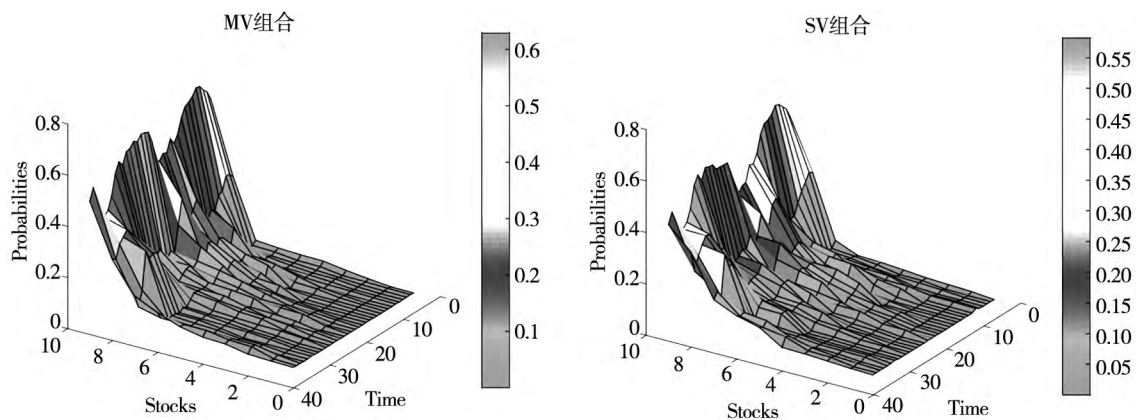


图 1 两种不同组合风险贡献率分布 (基于滑动时间窗口)

Fig. 1 The distributions of risk contribution rate in MV/SV portfolios (slide time window)

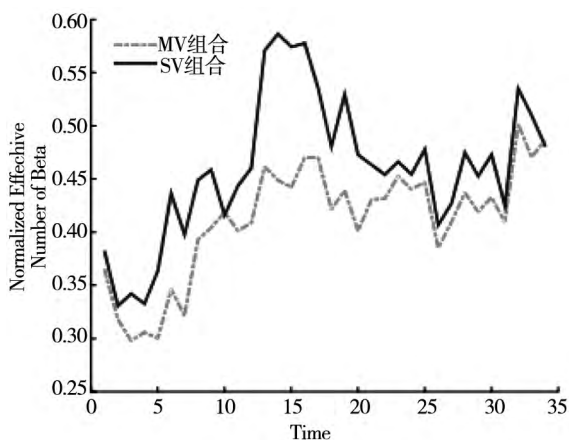


图 2 两种投资组合有效熵值 NENB 比较 (基于滑动时间窗口)

Fig. 2 Comparison of effective entropy NENB of MV/SV portfolios (slide time window)

(2) 基于多次重复抽样、组合规模的稳健性检验

分别构建基于两种不同方法的“10 只股票资产组合”、“15 只股票资产组合”以及“20 股票资产组合”并计算出每个组合相应的权重. 采用前文中求得组合权重以及组合中各股票对数收益率序列进行分散化比较研究, 从多次重复抽样、改变组合规模的维度进一步的检验组合分散化水平研究实证结果的稳健性.

如图 3 ~ 图 8, 分别给出三种不同规模情况下的 SV 组合以及 MV 组合风险贡献率分布比较图以及有效熵值的比较图. 在三种不同规模下的有效熵值的比较图中的图 (b), 此图中的有效熵值按照递减顺序排序, 从图 (b) 中可以很直观的看出三种不同规模随机波动组合的有效熵值总体上均大于均值方差组合的有效熵值, 也就是说在三



种不同规模情况下 随机波动组合的分散化水平均好于均值方差组合 这说明该方法构建序列持续

性投资组合在风险分散化能力强于均值方差组合, 并且该实证结果具有很强的稳健性与普适性.

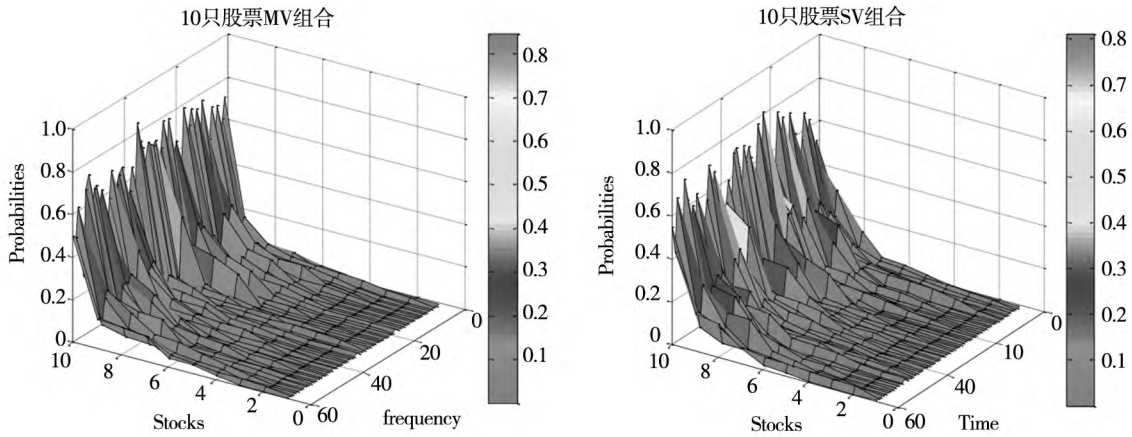


图3 “10只股票资产”组合风险贡献率分布比较(基于多次重复抽样)

Fig. 3 Comparison of distribution of risk contribution rate for “10 stocks” portfolio ( based on multiple repeated sampling)

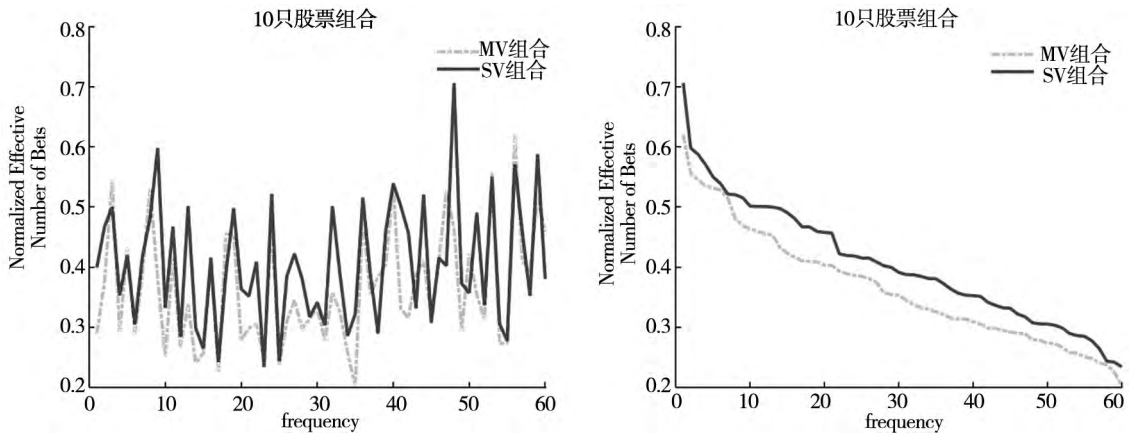


图4 “10只股票资产”组合有效熵值 NENB 比较(基于多次重复抽样): 未排序(左)、递减顺序排序(右)

Fig. 4 Comparison of effective entropy NENB for “10 stocks” portfolio ( based on multiple repeated sampling) : sorting ( left) and descending order ( right)

注: 图(b)表示将MV组合以及SV组合的有效熵值序列按照递减的顺序进行排序,下同.

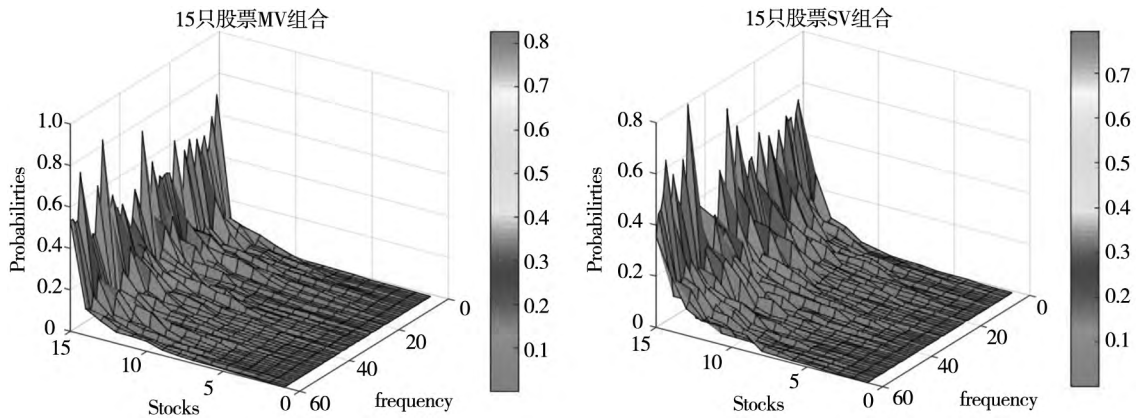


图5 “15只股票资产”组合风险贡献率分布比较(基于多次重复抽样)

Fig. 5 Comparison of distribution of risk contribution rate for “15 stocks” portfolio ( based on multiple repeated sampling)

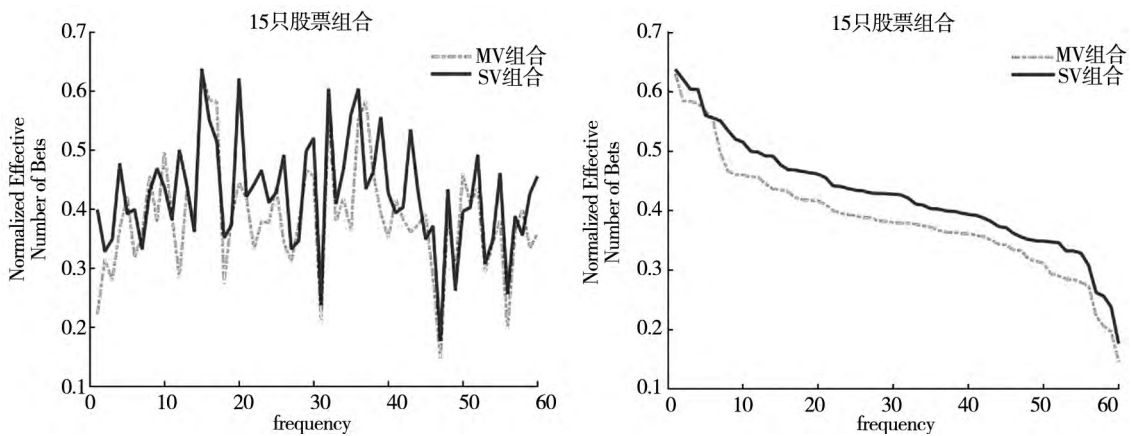


图 6 “15 只股票资产”组合有效熵值 NENB 比较(基于多次重复抽样)：未排序(左)、递减顺序排序(右)

Fig. 6 Comparison of effective entropy NENB for “15 stocks” portfolio (based on multiple repeated sampling) : Sorting ( left) and descending order ( right)

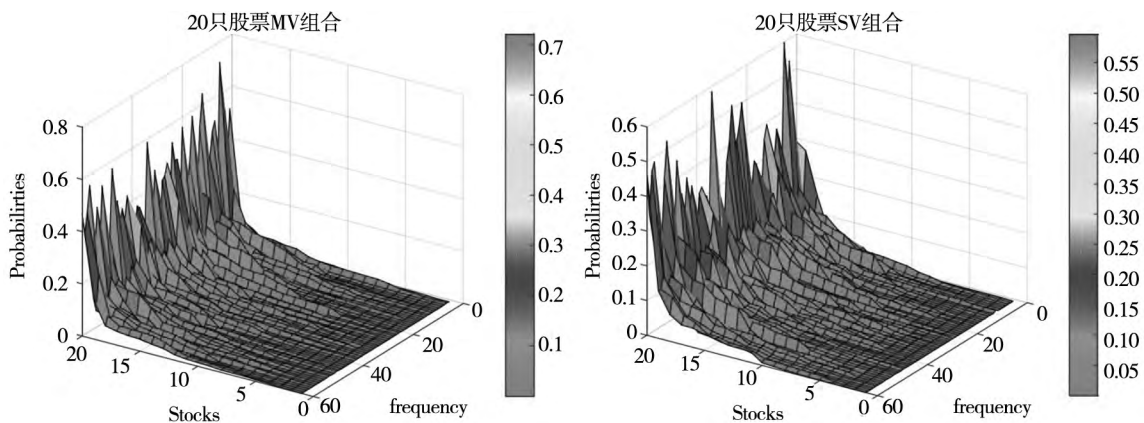


图 7 “20 只股票资产”组合风险贡献率分布比较(基于多次重复抽样)

Fig. 7 Comparison of distribution of risk contribution rate for “20 stocks” portfolio ( based on multiple repeated sampling)

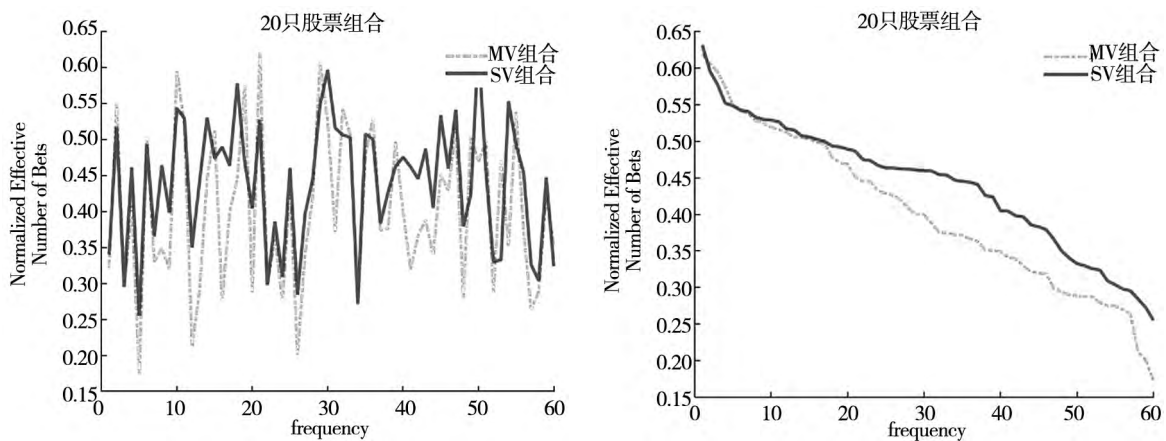


图 8 “20 只股票资产”组合有效熵值 NENB 比较(基于多次重复抽样)：未排序(左)、递减顺序排序(右)

Fig. 8 Comparison of effective entropy NENB for “20 stocks” portfolio ( based on multiple repeated sampling) : Sorting ( left) and descending order ( right)

### 4 结束语

本文通过构建随机波动模型序列持续性组合

来考察该种组合对消除金融资产波动的持续性特征对组合收益波动风险影响的能力,并研究其分散化水平来考察运用该方法构建投资组合的有效性,同时与均值方差组合进行比较研究.发现,

在持续性参数指标上,SV组合的持续性参数显著地小于单只股票以及MV组合,稳定性检验也验证了上述结论,由此可见,运用该方法构建的资产组合能够降低组合对数收益率当前波动对将来收益率波动的影响,在一定程度达到规避组合的风险的效果.在组合风险的分散化能力上,SV组合要强于MV组合.当然,未来还可以进行相应的拓展研究.在选股方法上,将来可以尝试采用社会

网络选股方法,通过聚类模型选取处于“簇”中心的股票作为研究样本.从SV模型序列持续性组合构建方法角度,未来的研究还可以运用其他理论方法,构建协同持续条件下的序列持续性资产组合.从以上结论可知,基于SV模型序列持续性指标构建的资产组合策略在风险分散方面具有较好的优越性,并且该结论具有较强的稳健性与普适性.

#### 参考文献:

- [1]Markowitz M H. Portfolio selection[J]. *Journal of Finance*, 1952, 7(1): 77-91.
- [2]黄金波,李仲飞,姚海洋. 基于 CVaR 两步核估计量的投资组合管理[J]. *管理科学学报*, 2016, 19(5): 114-126.  
Huang Jinbo, Li Zhongfei, Yao Haiyang. Investment portfolio management based on the two-step kernel estimator of CVaR [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2016, 19(5): 114-126. (in Chinese)
- [3]曾燕,黄金波. 基于均值-AS模型的资产配置[J]. *管理科学学报*, 2016, 19(2): 95-108.  
Zeng Yan, Huang Jinbo. Asset allocation based on mean-AS model [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2016, 19(2): 95-108. (in Chinese)
- [4]Engle R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U. K. inflation[J]. *Econometrica*, 1982, 50(4): 987-1008.
- [5]Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity [J]. *Journal of Econometrics*, 1986, 31(3): 307-327.
- [6]Bentarzi M, Hamdi F. Mixture periodic autoregressive conditional heteroskedastic models [J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2008, 53(1): 1-16.
- [7]Bollerslev T, Engle R F. Common persistence in conditional variance [J]. *Econometrica*, 1993, 61(1): 167-186.
- [8]Bentes S R. Forecasting volatility in gold returns under the GARCH, IGARCH and FIGARCH frameworks: New evidence [J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2015, 438: 355-364.
- [9]Clark P K. A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices [J]. *Econometrica*, 1973, 41(1): 135-155.
- [10]Gonzalo Cortazar, Matias Lopez, Lorenzo Naranjo. A multifactor stochastic volatility model of commodity prices [J]. *Energy Economics*, 2017, 67: 182-201.
- [11]Shirota S, Omori Y, Lopes H F, et al. Cholesky realized stochastic volatility model [J]. *Econometrics & Statistics*, 2017, 3: 34-59.
- [12]Franses P H, Van Der Leij M, Paap R. A simple test for GARCH against a stochastic volatility model [J]. *Journal of Financial Econometrics*, 2008, 6(3): 291-306.
- [13]余素红,张世英. SV和GARCH模型拟合优度比较的似然比检验[J]. *系统工程学报*, 2004, 19(6): 625-629.  
Yu Suhong, Zhang Shiyong. Comparative research of goodness of fit between SV and GARCH models by likelihood ratio test [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2004, 19(6): 625-629. (in Chinese)
- [14]Jacquier E. Bayesian analysis of stochastic volatility models [J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 1994, 20(1): 69-87.

- [15]程细玉,张世英. 向量分整序列的非线性协整研究[J]. 系统工程理论方法应用,2001,10(1): 85-87.  
Cheng Xiyu, Zhang Shiyong. Research on the nonlinear cointegration for vector fractional integration series [J]. Systems Engineering: Theory Methodology Applications, 2001, 10(1): 85-87. (in Chinese)
- [16]Engle R F, Bollerslev T. Modeling the persistence of conditional variances [J]. Econometrica Reviews, 1986, 5(5): 1-50.
- [17]Engle R F, Granger C W, Kraft D. Combining competing forecasting of inflation using a bivariate ARCH model [J]. Journal of Economic Dynamic and Control, 1984, 8(2): 151-165.
- [18]Duan J C. Augmented GARCH(p, q) process and its diffusion limit [J]. Journal of Econometrics, 1997, 79(1): 97-127.
- [19]Basrak B, Davis R A, Mikosch T. Regular variation of GARCH processes [J]. Stochastic Processes and Applications, 2002, 99(1): 95-115.
- [20]Baillie R T, Bollerslev B, Mikkelsen H O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity [J]. Journal of Econometrics, 1996, 95(74): 3-30.
- [21]Breidt F J, Crato N, Lima P D. The detection and estimation of long memory in stochastic volatility [J]. Journal of Econometrics, 1998, 83(1-2): 325-348.
- [22]Ding Z, Granger C W J. Modeling volatility persistence of speculative returns: A new approach [J]. Journal of Econometrics, 1996, 73(1): 185-215.
- [23]李汉东,张世英. 存在方差持续性的资本资产定价模型分析[J]. 管理科学学报,2003,6(1): 75-80.  
Li Handong, Zhang Shiyong. Analysis of capital asset pricing model with persistence in variance [J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(1): 75-80. (in Chinese)
- [24]Koutmos D. Time-varying beta risk, volatility persistence and the asymmetric impact of news: evidence from industry portfolios [J]. Global Business & Economics Review, 2011, 13(13): 42-56.
- [25]刘海飞,朱洪亮,吴承尧. 协同持续下资产组合最优决策理论与实证研究[J]. 管理科学学报,2010,13(9): 37-46.  
Liu Haifei, Zhu Hongliang, Wu Chengyao. Theoretical and empirical research on optimization of portfolio decision-making with co-persistence [J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(9): 37-46. (in Chinese)
- [26]Clements A, Hum S, White S. Estimating stochastic volatility models using a discrete non-linear filter [R]. Queensland University of Technology, 2006, Available at <<http://www.ncer.edu.au/papers/documents/WPN03.pdf>>.
- [27]Paolo Tasca, Stefano Battiston, Andrea Deghi. Portfolio diversification and systemic risk in interbank networks [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2017, 82: 96-124.
- [28]Mohammad Tariqul Islam Khan, Siow-Hooi Tan, Lee-Lee Chong, Hway-Boon Ong. Investment characteristics, stock characteristics and portfolio diversification of finance professionals [J]. Borsa Istanbul Review, 2017, 17(3): 164-177.
- [29]Maela Giofré. Financial education, investor protection and international portfolio diversification [J]. Journal of International Money and Finance, 2017, 71: 111-139.
- [30]Evans J F, Arch S H. Diversification and the reduction of dispersion: an empirical analysis [J]. Journal of Finance, 1968, 23(5): 761-767.
- [31]Statman M. How many stocks make a diversified portfolio? [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1987, 22(3): 353-363.
- [32]Statman M. How much diversification is enough? [R]. Santa Clara University, 2002, Available at <<https://ssrn.com/abstract=365241>>.
- [33]吴世农,韦绍永. 上海股市投资组合规模和风险关系的实证研究[J]. 经济研究,1998,4: 21-27.

Wu Shinong , Wei Shaoyong. An empirical study on the relationship between portfolio size and risk in Shanghai stock market [J]. *Economic Research Journal* , 1998 , 4: 21 – 27. ( in Chinese)

[34] 陈 健 , 胡文伟 , 李 湛. 不同策略条件下的投资组合平均风险比较与分散 [J]. *上海交通大学学报* , 2011 , 45 ( 12 ) : 1824 – 1835.

Chen Jian , Hu Wenwei , Li Zhan. A comparative research of average risk of portfolio on different strategies and risk diversification [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University* , 2011 , 45 ( 12 ) : 1824 – 1835. ( in Chinese)

[35] Meucci A. Managing diversification [J]. *Risk* , 2009 , 22 ( 5 ) : 74 – 79.

## Optimal portfolio and diversification based on persistent volatility

*LIU Hai-fei , LI Xin-dan<sup>\*</sup> , BAI Wei , ZHOU Ming-jie*

School of Management and Engineering , Nanjing University , Nanjing 210093 , China

**Abstract:** Building an appropriate portfolio to reduce risk is an important goal of portfolio theory. Since the volatility of financial time series tends to be persistent , this characteristic affects the risk of a portfolio's future returns. This paper constructs an optimal portfolio model with persistent financial asset volatility to reduce the future fluctuation of portfolio returns. By studying the diversification level , the effectiveness of this way of constructing investment portfolio is investigated. Compared with the mean variance model , our optimal portfolio model of the sequence persistence is better in risk diversification. This study has more important theoretical and practical values in asset portfolio selection.

**Key words:** SV model; MCMC estimation; persistence portfolio; risk diversification