

# CVaR 准则下“公司 + 农户”模式的天气看跌期权契约<sup>①</sup>

伏红勇<sup>1</sup>, 但斌<sup>2</sup>, 王磊<sup>1</sup>, 徐鹏<sup>1</sup>

(1. 西南政法大学商学院, 重庆 401120; 2. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

**摘要:** 农业是对天气变化最为敏感的行业之一, 不利天气影响农业生产并使“公司 + 农户”模式面临着低履约率的窘境。为此, 以倒春寒的低温不利天气为例, 建立了天气影响下由风险厌恶农户与风险中性公司组成的“公司 + 农户”型农产品供应链决策模型, 并运用条件风险价值 (CVaR) 准则构建了农户的决策目标函数, 进而提出了改进的保护价格契约。研究发现该契约可以克服农资投入水平的扭曲问题, 但不能消除不利天气对公司与农户双方利润的不利影响。对此, 基于改进保护价格契约设计了天气看跌期权契约。研究发现该契约能够实现供应链的完美协调, 并且在该契约下不利天气的变化不会改变供应链的协调状态, 这意味着公司购买天气看跌期权能够外化不利天气风险, 从而保障公司与农户的稳定增收。

**关键词:** 农产品供应链 “公司 + 农户”模式; 协调契约; 天气期权; 看跌期权; 风险厌恶

**中图分类号:** F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2020)11-0059-15

## 0 引言

21 世纪以来“中央一号文件”连续 17 年 (2004 年~2020 年) 聚焦于“三农”问题。2019 年明确提出“建设现代气象为农服务体系”以及“强农惠农富农政策”<sup>[1]</sup>。2020 年再次明确提出“促进农民持续增收”的相关政策<sup>[2]</sup>, 这意味着如何管理农业生产中的天气、气候风险, 进而有效保障农户的稳定增收已成为党和国家关心的重要问题。

目前, 尽管党和政府在宏观层面上一直积极推进农业的健康发展, 然而不可避免的是我国农业依然面临着“小农户、大市场”的矛盾<sup>[3]</sup>。“公司 + 农户”这一新型现代农业模式 (本质上是种典型的“公司 + 农户”型两级农产品供应链), 在一定程度上能够缓解这一矛盾<sup>[4]</sup>。然而值得注意的是, 当前我国农业对天气、气候等自然因素的依赖依然较深<sup>[5]</sup>, 即便“公司 + 农户”模式也尚未解决公司与农户双方管控不利天气风险意愿不足的问题, 并且还面临着高违约率的窘境<sup>[6]</sup>。对此, 以提高公司与农户双方履约率为目的, 研究公司与农户共同应对不利天气风险, 探索“公司 + 农户”型农产品供应链的天气风险管理创新路径, 以外化不利天气风险, 对于促进我国农业的可持续健康发展具有重要意义。

针对农业中不可避免的天气风险, 国内外的相关学者提出了一些解决方案, 如 Chen 和 Yano<sup>[7]</sup> 在不利天气影响季节性产品 (包括农产品) 需求下, 设计了天气风险补偿契约来改善供应链绩效; Tang 等<sup>[8]</sup> 研究了天气指数保险对农业生产技术使用的影响; Fu 等<sup>[9]</sup> 通过设计天气指数保险契约, 来转移农产品供应链生产环节的天气风险; 伏红勇和但斌<sup>[6]</sup> 在天气影响农产品产出下, 通过设计风险补偿契约实现了农产品供应链的完美协调。以上研究对农业生产中的不利天气风险管理研究具有重要的参考价值, 然而上述研

究, 并且还面临着高违约率的窘境<sup>[6]</sup>。对此, 以提高公司与农户双方履约率为目的, 研究公司与农户共同应对不利天气风险, 探索“公司 + 农户”型农产品供应链的天气风险管理创新路径, 以外化不利天气风险, 对于促进我国农业的可持续健康发展具有重要意义。

① 收稿日期: 2015-10-16; 修订日期: 2020-02-26。

基金项目: 国家社会科学基金重大资助项目(15ZDB169); 国家自然科学基金资助项目(71501162); 中国博士后科学基金资助项目(2015M580770); 重庆市教委人文社会科学研究资助项目(19SKGH061); 西南政法大学 2019 年校级科研资助项目(2019XZZD-10)。

作者简介: 伏红勇(1982), 男, 山东泰安人, 博士, 教授。Email: fuhongyong@swupl.edu.cn

究均是在决策主体为风险中性的情形下进行的. 实践表明,我国小农的抗风险能力普遍较弱<sup>[4]</sup>,并且还面临多种风险,这就导致了我国农户的风险偏好往往是风险厌恶的.

自 Lau H 和 Lau A H<sup>[10]</sup>将决策者的风险偏好引入到供应链环境以来,相关学者分别运用均值-方差<sup>[11]</sup>、风险价值(value-at-risk, VaR)<sup>[12]</sup>等方法来研究决策主体具有风险偏好特性的供应链问题.然而,由于均值-方差对称地处理了收益与损失, VaR 风险度量模型也存在着不具有一致性测度的缺陷.对此,部分学者运用 Rockfellar 和 Uryasev<sup>[13,14]</sup>提出的条件风险价值(conditional value-at-risk, CVaR) 准则来度量决策者的风险偏好:一方面, CVaR 属于一致性风险测度,具有可加性;另一方面, CVaR 主要考虑超过 VaR 的尾部风险,即低分位数的平均收益,而这正是风险偏好决策者所关心的.由此,近年来 CVaR 受到供应链研究领域学者的青睐,得到了广泛的应用,如叶飞等<sup>[15]</sup>运用 CVaR 准则度量农户风险厌恶的特性,并通过设计“收购补贴+市场保护价+保证金”的契约实现了农产品供应链的协调.肖群和马士华<sup>[16]</sup>在 CVaR 风险度量准则下,将信息预测成本作为运营成本之一,研究了风险态度对零售商最优决策的影响. Ye 等<sup>[17]</sup>基于 CVaR 准则,研究了随机产出与需求下订单农业供应链的协调机制设计.上述研究运用 CVaR 刻画了供应链决策主体的风险偏好,然而并未考虑农产品供应链生产环节会遭受不利天气影响这一显著特性,更未考虑不利天气对农户风险偏好的影响.然而不可否认的是,不利天气与农户的风险偏好均会影响公司与农户双方的履约.

从目前已有文献来看,对于“公司+农户”模式履约问题,主要聚焦于从经济学的维度开展研究<sup>[18,19]</sup>,也有学者从供应链协作的维度,设计相应的激励机制并提出相应的治理机制<sup>[15]</sup>.但往往忽略了“公司+农户”模式的内在属性,所设计的契约缺乏对不利天气这一外在自然因素以及农户风险厌恶特性的考虑.借鉴 Ketzenberg 等<sup>[20]</sup>以及 Chen 和 Yano<sup>[7]</sup>的研究,本文以倒春寒的低温不利天气为例,探究如何设计与天气指数和农户风险厌恶程度相关的改进保护价格契约机制,来

提高该模式的履约率.尽管该契约可以促进“公司+农户”模式的稳健性,却无法打破该模式的封闭性,仅仅是通过组织内部成员间的风险共担来促进双方履约.对此,本文借鉴该研究,在改进保护价格契约基础上,通过引入天气看跌期权(weather put option, WPO)来外化不利天气风险,拟从根本上解决不利天气影响下“公司+农户”模式的违约问题.

综上所述,本文将根据“公司+农户”模式的特点,在综合考虑不利天气对农业生产影响的基础上,运用 CVaR 准则,构建由风险厌恶的农户与风险中性的公司组成的两级农产品供应链决策模型,拟在基于“保底收购、随行就市”保护价格所设计的改进保护价格契约的基础上,设计富有柔性的天气看跌期权契约机制来增强供应链系统的稳健性,以保障公司与农户的稳定增收,进而为“公司+农户”模式的管理者提供有益的管理启示.

## 1 问题描述与模型假设

在综合考虑不利天气与农资投入水平共同影响农产品产出的情形下,研究由单个风险中性的农业产业化公司与单个风险厌恶的农户组成的农产品供应链系统的协调契约设计问题.公司与农户双方仅针对某一特定地区的单一农产品进行交易,且在农产品生产季节来临之前公司与农户已签订双方同意的收购订单.在该订单模式下,农户决策整个生产过程中的农资投入水平  $I$  ( $I \in [0, 1]$ ),生产季节结束后公司以市场价格  $\omega$  来收购农户生产的所有农产品,随后公司对收购的农产品进行加工包装并在终端市场上销售,所面临的市场需求  $D$  为非负随机变量.不考虑因农产品缺货导致的商誉损失以及未售出农产品的残值.

在“公司+农户”模式下,双方均可观测到农产品生产过程中所遭遇的天气情况(如温度等).用  $w$  来表征农户在生产过程中所遭遇的不利天气情况,设适宜某一农作物生长的天气指数范围为  $(\underline{w}, \bar{w}) \subset [\underline{w}, \bar{w}]$ ,其中  $\underline{w}, \bar{w}$  为适宜农作物生

长的天气指数上下界,  $\underline{w}, \bar{w}$  为某一特定地区所出现的非灾难性不利天气指数的上下界, 且  $\underline{w}, \bar{w}, \underline{w}$  和  $\bar{w}$  均为不可控的外生变量. 以倒春寒<sup>②</sup>的低温 (即  $w \in [\underline{w}, \bar{w}]$ ) 不利天气为例, 研究天气影响产出下“公司 + 农户”型农产品供应链的协调契约设计问题; 当  $w \in [\underline{w}, \bar{w}]$  时, 则意味着发生了暖冬、洪涝等不利天气, 对于此类不利天气影响下公司与农户间的协调契约设计可做类似分析.

**假设 1** 农产品的产出  $Q(I, w)$  关于  $w$  满足, 当  $\underline{w} \leq w \leq \bar{w}$  时  $Q$  与  $w$  正相关且呈边际递减趋势, 这表明倒春寒的不利天气越严重 ( $w$  越小) 产量越低; 当  $\bar{w} \leq w \leq \underline{w}$  时  $Q$  与  $w$  负相关且呈边际递增趋势, 这表明倒春寒等不利天气越严重 ( $w$  越大) 产量越低.  $Q$  为  $I$  的严格递增凹函数, 这意味着产量随农资投入水平的增大而提高且呈边际递减趋势.

**假设 2** 农户在整个农产品生产过程中投入的总成本为  $C(I)$ , 假设  $C(I)$  为  $I$  的二阶可微的单增凸函数, 这意味着农户投入的总成本随农资投入水平的增加而增加且呈边际递增趋势.

文中用下标“SC”代表集中决策、下标“d”代表分散决策、下标“C”代表公司、下标“F”代表农户; 上标“\*”代表最优、上标“N”代表未实施协调契约、上标“pp”代表实施保护价格契约、上标“IPP”代表实施改进保护价格契约、上标“wpo”代表实施天气看跌期权契约. 其它符号说明如下:

$w$  — 不利天气指数 (具体指倒春寒的温度指数);

$I$  — 农户所付出的农资投入水平 (衡量农产品生产过程中投入的种子、农药、化肥以及防范各种风险的努力程度);

$Q(I, w)$  — 农产品的产出量, 受  $I$  与  $w$  的影响;

$C(I)$  — 农产品生产过程中农户所投入的总成本;

$\omega_c$  — 为公司决策所定的单位农产品收购价格;

$\omega_F$  — 农户的单位农产品保留价格;

$\eta_F$  — 为农户的风险厌恶度,  $\eta_F \in (0, 1]$ ,  $\eta_F$  越小表示农户的风险厌恶程度越高;

$\omega$  — 市场所决定的农产品随机收购价格, 其在  $[L, U]$  上的概率密度函数与分布函数分别为  $h(\cdot)$ ,  $H(\cdot)$ ;

$D$  — 农产品的随机市场需求, 其概率密度函数与分布函数分别为  $f(\cdot)$ ,  $F(\cdot)$ ;

$p$  — 为由市场决定的农产品零售价格;

$\pi_{sc}$  — 为集中决策下供应链系统的随机利润;

$\pi_i^N$  — 为分散决策下未实施协调契约的公司与农户的随机利润,  $i = C, F$ ;

$\pi_i^{(j)}$  — 为分散决策下实施契约  $j$  后公司与农户的随机利润,  $i = C, F$ ,  $j = pp, IPP, wpo$ .

## 2 基准决策模型

集中决策模式下, 供应链系统的随机利润与期望利润分别为

$$\pi_{sc}(I) = p \min(Q(I, w), D) - C(I) \quad (1)$$

$$E_D[\pi_{sc}(I)] = p \left( Q(I, w) - \int_0^{Q(I, w)} F(x) dx \right) - C(I) \quad (2)$$

对式 (2) 求解关于  $I$  的二阶导数可得

$$\frac{d^2 E_D[\pi_{sc}(I)]}{dI^2} = p(1 - F(Q(I, w))) \frac{d^2 Q(I, w)}{dI^2} - f(Q(I, w)) \left( \frac{dQ(I, w)}{dI} \right)^2 - \frac{d^2 C(I)}{dI^2} \quad (3)$$

易证  $\frac{d^2 \pi_{sc}(I)}{dI^2} < 0$ . 因此,  $I_{sc}^*$  满足一阶最优条件

$$\frac{dE_D[\pi_{sc}(I)]}{dI} = 0 \quad \text{整理可得 } I_{sc}^* \text{ 由下式唯一确定}$$

$$\frac{dC(I)}{dI} = p(1 - F(Q(I, w))) \frac{dQ(I, w)}{dI} \quad (4)$$

<sup>②</sup> 倒春寒的标准: 农业气象试验指出, 日平均气温  $\leq 12^\circ\text{C}$ , 维持期  $\geq 3$  天, 不利秧苗生长. 如果降温伴随着阴雨, 危害就更大, 这是比较公认的指标.

在分散决策模式下,农户的随机利润与期望利润分别为

$$\pi_F^N(I) = \omega Q(I, \mu) - C(I) \quad (5)$$

$$E_\omega[\pi_F^N(I)] = \int_L^U \omega dH(\omega) Q(I, \mu) - C(I) \quad (6)$$

农户决策最优农资投入水平时,不仅会考虑自身的收益,而且还会关心生产结束后最终收益风险的大小.为了更好地刻画这一问题,用 CVaR 准则来度量农户收益的风险,可得命题 1.

**命题 1** 具有风险厌恶特性农户的最优农资投入水平  $I_d^{N^*}$  由下式唯一确定

$$\frac{dC(I)}{dI} = \left( H^{-1}(\eta_F) - \frac{1}{\eta_F} \int_L^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega \right) \times \frac{dQ(I, \mu)}{dI} \quad (7)$$

证明 参见附录 I.

在分散决策模式下,公司的随机利润与期望利润分别为

$$\pi_C^N(\omega_c) = p \min(Q(I, \mu), D) - \omega_c Q(I, \mu) \quad (8)$$

$$E_{D, \omega}[\pi_C^N(\omega_c)] = p \left( Q(I, \mu) - \int_0^{Q(I, \mu)} F(x) dx \right) - \int_L^U \omega dH(\omega) Q(I, \mu) \quad (9)$$

由于理性的公司收购农产品时应具有正的边际收益,这就意味着  $\frac{dE_{D, \omega}[\pi_C^N(\omega_c)]}{dQ(I, \mu)} > 0$ , 由此结合式(9)分析可得,生产季节结束后公司进行农产品收购需满足如下约束条件

$$p(1 - F(Q(I, \mu))) > \int_L^U \omega dH(\omega) \quad (10)$$

综上所述,在相同天气条件  $w$  下,对比分析两种决策模式下的最优农资投入水平,可得如下定理.

**定理 1**

i 当  $\underline{w} \leq w \leq \bar{w}$  时,  $I_d^{N^*} (0 < \eta_F \leq 1) < I_{sc}^*$ ;

ii  $\pi_F^{N^*}(I_d^{N^*}) + \pi_C^{N^*}(I_d^{N^*}) < \pi_{sc}^*(I_{sc}^*)$ .

证明 参见附录 II.

由定理 1 可知: i 在倒春寒的低温不利天气影响下,农户的最优策略为投入低于供应链系统最优的农资水平,这势必会增加供应链管理的难度; ii 当前存在着供应链系统的效率损失,这就

需要设计合理的契约机制来激励农户提高农资投入水平,以破解“双重边际效应”.

### 3 基于改进保护价格契约的“公司 + 农户”型农产品供应链协调分析

#### 3.1 基于保护价格契约的协调分析

为破除不利天气影响下“公司 + 农户”型农产品供应链的“双重边际效应”,还需要设计有效的激励机制.对此,采取广泛使用的“保底收购、随行就市”的保护价格<sup>[15]</sup>,在双方签订的收购订单合约基础上,公司以保护价格  $\hat{\omega}$  ( $\hat{\omega} = \max\{\omega_c, \omega\}$ ) 其中  $\omega_c$  为公司所决策的单位农产品收购价格,应不低于农户的保留价格  $\omega_f$ ) 收购农户生产的所有农产品.在该契约下,双方的随机利润与期望收益分别为

$$\pi_F^{pp}(I) = \max\{\omega_c, \omega\} Q(I, \mu) - C(I) \quad (11)$$

$$E_\omega[\pi_F^{pp}(I)] = \left( U - \int_{\omega_c}^U H(\omega) d\omega \right) Q(I, \mu) - C(I) \quad (12)$$

$$\pi_C^{pp}(\omega_c) = p \min(Q(I, \mu), D) - \max\{\omega_c, \omega\} Q(I, \mu) \quad (13)$$

$$E_{D, \omega}[\pi_C^{pp}(\omega_c)] = p \left( Q(I, \mu) - \int_0^{Q(I, \mu)} F(x) dx \right) - \left( U - \int_{\omega_c}^U H(\omega) d\omega \right) Q(I, \mu) \quad (14)$$

类似命题 1 的分析,可以得到保护价格契约下最优的  $I_d^{pp^*}$ , 由下式唯一确定

$$\frac{dC(I)}{dI} = \left( H^{-1}(\eta_F) - \frac{1}{\eta_F} \int_{\omega_c}^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega \right) \times \frac{dQ(I, \mu)}{dI} \quad (15)$$

下面分析公司最优保底价格的决策,对式(13)求解关于  $\omega_c$  的二阶导数可得

$$\frac{d^2 E_{D, \omega}[\pi_C^{pp}(\omega_c)]}{d\omega_c^2} = -h(\omega_c) Q(I, \mu) < 0 \quad (16)$$

又由于  $\frac{dE_{D, \omega}[\pi_C^{pp}(\omega_c)]}{d\omega_c} = -Q(I, \mu) H(\omega_c) < 0$ , 则依据凹函数的性质可知  $\omega_c^{pp^*} = \omega_f$ , 即公司决策

的最优保底收购价格应为农户出售农产品的保留价格. 由此,  $I_d^{pp*}$  应由下式唯一确定

$$\frac{dC(I)}{dI} = \left( H^{-1}(\eta_F) - \frac{1}{\eta_F} \int_{\omega_F}^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega \right) \times \frac{dQ(I, \omega)}{dI} \quad (17)$$

类似于定理 1, i 的证明分析过程, 易证  $I_d^{pp*} > I_d^*$ . 由此可知, 保护价格契约能够提升农资投入水平, 让农户更有积极性进行农业生产. 那么, 保护价格契约机制能够完全破解农资投入水平的扭曲吗? 不利天气与风险厌恶偏好是如何影响农资投入水平的? 定理 2 期望回答以上两个问题.

定理 2

- i 当  $\underline{w} \leq w \leq \bar{w}$  时,  $I_d^{pp*} (0 < \eta_F \leq 1) < I_{SC}^*$  且  $I_d^{pp*}$  与  $I_{SC}^*$  均为  $w$  的单增函数;
- ii  $I_d^{pp*}$  为  $\eta_F$  在  $(0, 1]$  的单增函数;
- iii  $\pi_F^{pp*}(I_d^{pp*}) + \pi_C^{pp*}(I_d^{pp*}, \omega_C^{pp*}) < \pi_{SC}^*(I_{SC}^*)$ .

证明 参见附录 III.

从定理 2 i 可以发现, 在保护价格契约下, 依然存在着农资投入水平的扭曲. 另外, 倒春寒不利天气影响下, 两种决策模式下的最优策略均是降低最优的农资投入水平, 并且倒春寒的不利天气越严重, 农资投入水平越低. 从定理 2 ii 可以发现, 农户的风险厌恶度越高, 农资投入水平越低, 这将导致农产品产量降低, 进而会增加农产品供需的波动. 从定理 2 iii 可以发现, 供应链系统效率依然有损失, 这意味着保护价格契约需要进一步创新.

数值算例 1 以我国某地区的某农作物在生产过程中遭遇倒春寒 ( $w < \bar{w} = 12^\circ\text{C}$ ) 的低温不利天气为例进行数值分析. 假定: 农产品的产出函数为  $Q(w, I) = Q_0 I^\alpha \delta^{-\beta(w-w)}$ ,  $0 < \alpha < 1, \beta > 0$ , 其中  $Q_0 = 2000, \alpha = 0.5, \beta = 2.0, \delta = 4$ ; 公司所面对的农产品需求在区间  $[0, 4000]$  上服从均匀分布; 农产品的生产成本函数为  $C(I) = C_F I^2$ , 其中  $C_F = 200$ ; 农户所面临的农产品的市场收购价格在  $[0, 3]$  上服从均匀分布, 公司以  $p = 3.9$  的零售价格出售. 结合式 (4) 和式 (17), 并在给定  $\eta_F = 0.9$  的情形下, 可以得到“公司 + 农户”型农产品供应链集中决策以及保护价格契约下农户的最优农资投入水平 ( $\omega_F = 2.2, \omega_F = 2.0, \omega_F = 1.8$ ) 如图 1 所示.

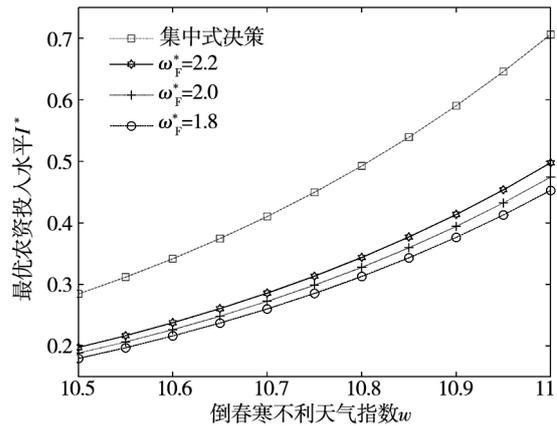


图 1 倒春寒不利天气对最优农资投入水平的影响

Fig. 1 Effect of late spring coldness on the optimal agricultural material invest level

由图 1 可以发现, 两种决策模式下的最优农资投入水平均随倒春寒不利天气的加剧 ( $w$  变小) 而降低, 这意味着倒春寒的低温不利天气影响下, 决策主体的最优策略是降低最优农资投入水平. 这与定理 2, i 结论一致. 此外, 由图 1 还可发现, 保护价格契约下农户的最优农资投入水平随保留价格的增大 ( $\omega_F$  变大) 而增大, 这意味着具有较高农产品保留价格的农户更愿意投入较多的农资 (较高的农资投入水平).

在给定倒春寒不利天气指数  $w = 11$  的情形下, 结合式 (4) 和式 (17), 可以得到农户风险厌恶偏好对最优农资投入决策的影响, 如图 2 所示. 由图 2 可知, 公司依据农户的保留价格提高保底价格, 可以在一定程度上激励农户提高农资投入水平; 另外, 农户的最优农资投入水平还会随着风险厌恶度的加剧

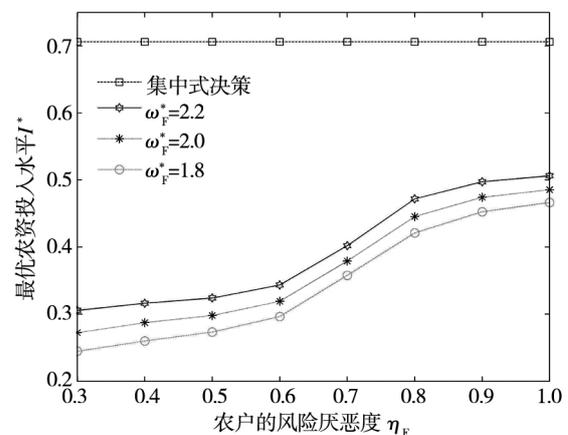


图 2 农户的风险厌恶度对最优农资投入水平的影响

Fig. 2 Effect of farmer's risk aversion on the optimal agricultural material invest level

而降低,这意味着农户风险厌恶的特性加剧了双重边际效应,这与定理2 ii 结论一致.

依据数值算例1提供的数据,并结合式(2)、式(6)和式(13)可得两种决策模式下各决策主体的期望利润,如图3所示.由图3可知,公司、农户、供应链系统的利润均会随着倒春寒不利天气的加剧而降低,另外,在保护价格契约下公司相对于农户获得了较高的收益,然而公司与农户的期望利润之和总是低于供应链系统的利润,这与定理2 iii 结论一致.以上分析表明作为主导方的公司需要创新保护价格契约来改善公司与农户双方的绩效.

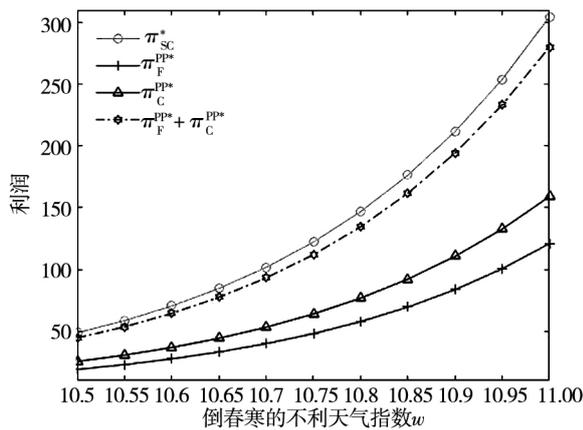


图3 倒春寒不利天气对农户、公司以及供应链利润的影响  
Fig. 3 Effect of late spring coldness on the benefits of farmer, company, and supply chain system

### 3.2 基于改进保护价格契约的协调分析

供应链协调的本质是供应链纵向结构中的各成员企业加强合作<sup>[21]</sup>,由于在保护价格契约下依然存在农资投入水平扭曲以及“双重边际效应”问题,这意味着公司与农户双方的合作还不够,存在着进一步创新的需求.对此,在保护价格基础上,可设计分担农户所遭遇不利天气风险的补偿机制:生产季节结束后公司以  $\hat{\omega}$  收购农户生产的所有农产品,并依据双方均能观测到的天气情况和农户风险厌恶偏好给予农户每单位农产品  $\lambda(\eta_F, w)$  的补偿,以使双方共担风险.在改进的保护价格契约 ( $\hat{\omega}, \lambda$ ) 下,公司与农户双方的利润分别为

$$\pi_F^{IPP}(I) = \max\{\omega_C, \omega\} Q(I, w) + \lambda Q(I, w) - C(I) \quad (18)$$

$$\pi_C^{IPP}(\omega_C) = p \min(Q(I, w), D) - \lambda Q(I, w) - \max\{\omega_C, \omega\} Q(I, w) \quad (19)$$

定理3 在改进的保护价格契约 ( $\hat{\omega}, \lambda$ ) 下,若单位农产品补偿系数  $\lambda$  满足

$$\lambda(\eta_F, w) = \frac{1}{\eta_F} \int_{\omega_F}^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega + p(1 - F(Q(I, w))) - H^{-1}(\eta_F) \quad (20)$$

那么  $\omega_C^{IPP*} = \omega_F^{PP*} = \omega_F$ ,  $I_d^{IPP*} = I_{SC}^*$ ,  $\pi_F^{IPP*}(I_d^{IPP*}) + \pi_C^{IPP*}(I_d^{IPP*}, \omega_C^{IPP*}) = \pi_{SC}^*(I_{SC}^*)$ .

证明 参见附录 IV.

由定理3可知,改进保护价格契约的实施并不影响公司最优保底价格的决策.此外,在天气风险补偿系数  $\lambda(\eta_F, w)$  满足一定条件下能够克服农资投入水平的扭曲,能有效保障双方总体收益的稳定性.此外,由定理3的分析还可得到如下推论.

推论1 当  $w \in [\underline{w}, \bar{w}]$  时

- i  $\lambda(\eta_F, w)$  随  $w$  的增大而减小;
- ii  $\lambda(\eta_F, w)$  随  $\eta_F$  的增大而减小.

由推论1的分析可以发现,单位农产品补偿系数与不利天气指数负相关(与不利天气程度正相关),这意味着在改进保护价格契约下农户在农产品生产过程中遭遇的不利天气越严重,公司所给予的补偿越高;单位农产品补偿系数与农户的风险厌恶度正相关,这表明在改进保护价格契约下农户的风险厌恶度越高则获得补偿可能越高,这也意味着改进保护价格协调机制可能导致农户的机会主义行为.

数值算例2 定理3在理论上证明了改进保护价格契约能够实现供应链的协调,下面通过数值算例来进一步说明农户的风险厌恶度以及倒春寒的低温不利天气指数对改进保护价格契约参数的影响,算例中涉及的参数赋值与数值算例1一致.图4刻画倒春寒的低温不利天气指数以及农户的风险厌恶度对单位农产品补偿系数的影响.随着农户风险厌恶度的加剧 ( $\eta_F$  变小),公司的最优决策是提高单位农产品补偿以激励农户投入更高的农资投入水平;随着倒春寒低温不利天气的加剧 ( $w$  变小),公司的最优决策依然是提高单位农产品补偿来保障农资的稳定投入,这与推论1的理论证明相一致.

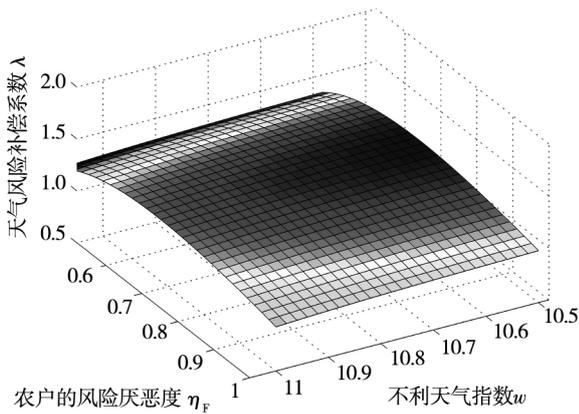


图 4 倒春寒不利天气、农户风险厌恶度对风险补偿系数的影响

Fig. 4 Effect of late spring coldness and farmer's risk aversion on risk compensation coefficient

为了进一步分析改进保护价格契约的有效性,结合定理 3 与推论 1 的分析,运用数值算例 1 中提供的数值,可以得到实施改进保护价格契约前后公司与农户的利润(见图 5)。

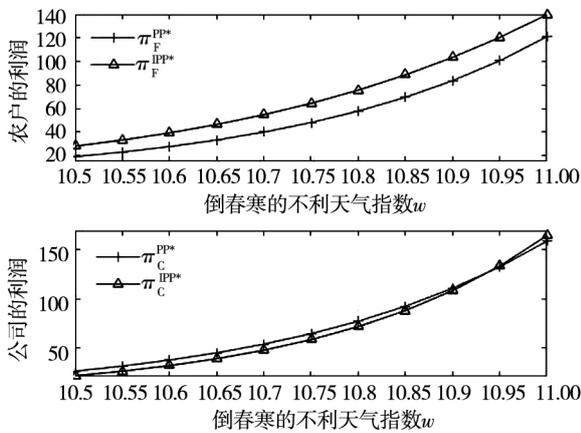


图 5 实施改进保护价格契约前后倒春寒不利天气对农户、公司利润的影响

Fig. 5 Effect of late spring coldness on the benefits of farmer, company before and after the implementation of the improved price protection contract

由图 5 可以发现,实施改进保护价格契约后农户的绩效可得到显著改善,这主要是由于农户所遭遇的倒春寒不利天气越严重则公司给予农户的风险补偿越高。然而,随着不利天气指数  $w$  的加剧,理论上当  $\lambda(\eta_F, w) Q(I, w) > \Delta \pi_C^N(\omega_C^{N*})$  时,具体到本数值算例则是当倒春寒的低温不利

天气指数  $w < 10.93$  °C 时,公司在实现供应链协调后的利润低于其协调前的利润,这将导致公司缺乏提供改进保护价格契约的动力。上述分析表明仅实施改进保护价格契约是不具有可执行性的,这主要是由于,一方面,该契约主要保护了农户的利益,然而并不能实现供应链系统的完美协调;另一方面,改进保护价格契约并未消除不利天气对降低公司与农户双方利润的影响,仅仅是在供应链系统内部进行的风险共担。因此,公司所设计的改进保护价格契约机制还存在进一步创新的空间。

#### 4 基于天气看跌期权契约的“公司 + 农户”型农产品供应链协调分析

梳理上述研究可以发现,在改进保护价格契约 ( $\lambda, \hat{\omega}$ ) 下依然未能消除不利天气带来的损失,这意味着需要进一步探寻能够有效破除不利天气风险的协调契约机制。借鉴陈静等<sup>[22]</sup>借助于第三方金融机构将供应链风险转移到供应链外部金融市场的理念,考虑借助于天气衍生品市场,公司通过购买天气看跌期权,从而将不利天气风险转嫁给供应链系统外部的金融衍生品市场。

借鉴 Weatherproof 公司设计的与不利天气指数相关的契约机制来管理不利天气风险的理念<sup>③</sup>,针对倒春寒的低温不利天气,设计天气看跌期权契约 ( $w, \lambda, \hat{\omega}$ ): 在农产品生产结束之后,公司以保护价格  $\hat{\omega}$  收购农户生产的所有农产品,并给予农户每单位农产品  $\lambda(\eta_F, w)$  的风险补偿,与此同时,公司在天气衍生品市场购买天气看跌期权来对冲公司因分担农户生产过程中所遭遇的天气风险而带来的损失。

接下来具体分析如何运用天气看跌期权来对冲倒春寒的低温不利天气风险。借鉴 Gao 等<sup>[23]</sup>、Chen 和 Yano<sup>[7]</sup>运用天气期权的理念,设计如下天气看跌期权(见图 6): 公司从供应链系统外部的天气衍生品市场购买单位天气看跌期权所支付的固定费用为  $\Delta$ , 如若农户在农产品生产过程中

③ Weatherproof 公司的 CEO Eliot Peyser 指出公司通过购买天气衍生品来对冲不利天气风险,使其更具有动力向客户提供天气补偿激励机制以提高产品销量进而增加自身收益。

遭遇倒春寒不利天气(即平均温度连续 3 天低于  $\underline{w} = 12\text{ }^\circ\text{C}$ ) 那么公司可选择执行天气看跌期权来获得补偿,其中平均温度每低于  $\underline{w} = 12\text{ }^\circ\text{C}$  的单位温度可获得  $\theta$  的补偿,然而最高可获得单位看跌期权补偿的上限为  $\tilde{\theta}$ ,假定公司购买天气看跌期权的数量为  $n$ ,则在天气看跌期权契约下公司获得的最终收益为  $n[\min(\theta(\underline{w} - w)^+ , \tilde{\theta}) - \Delta]$  其中  $\tilde{\theta} > \Delta$ . 此外,公司还应在满足  $n\Delta \leq \pi_{SC}(I_{SC}^* \omega_C^{ppo*}) - \pi_{SC}(I_d^{pp*} \omega_C^{pp*})$  的约束条件下购买天气看跌期权,这意味着理性的公司购买天气看跌期权的预期支出应不高于供应链系统因农资投入水平提高而增加的预期收益. 在  $(wpo, \lambda, \hat{\omega})$  契约下,公司与农户的期望利润分别为

$$E_\omega [\pi_F^{ppo}(I)] = \left( U - \int_{\omega_C}^U H(\omega) d\omega + \lambda \right) \times Q(I, w) - C(I) \quad (21)$$

$$E_{D,\omega} [\pi_C^{ppo}(\omega_C)] = p \left( Q(I, w) - \int_0^{Q(I, w)} F(x) dx \right) - \left( U - \int_{\omega_C}^U H(\omega) d\omega + \lambda \right) Q(I, w) + n[\min(\theta(\underline{w} - w)^+ , \tilde{\theta}) - \Delta] \quad (22)$$

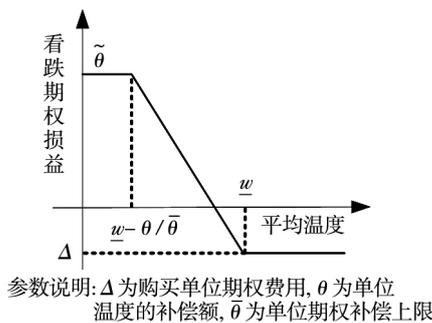


图 6 天气看跌期权

Fig. 6 Weather put option

分析式(20)与式(22),并结合改进保护价格契约下公司与农户双方各自最优决策的分析可知,  $\omega_C^{ppo*} = \omega_C^{IPPs*} = \omega_C^{PPs*} = \omega_F$ ,  $I_d^{ppo*} = I_d^{IPPs*} = I_{SC}^* > I_d^{PPs*}$ . 下面探寻在天气看涨期权的契约  $(wpo, \lambda, \hat{\omega})$  下,供应链系统的绩效改善问题,有如下定理.

定理 4

i 当  $w > \underline{w} - \Delta/\theta$  时

$$\begin{aligned} \pi_C^{pp}(\omega_C^{pp*}) + \pi_F^{pp}(I_d^{pp*}) &< \pi_F^{ppo*}(I_d^{ppo*}) + \pi_C^{ppo*}(\omega_C^{ppo*}) \\ &< \pi_F^{IPPs*}(I_d^{IPPs*}) + \pi_C^{IPPs*}(\omega_C^{IPPs*}) \\ &= \pi_{SC}^*(I_{SC}^*) \end{aligned}$$

ii 当  $\underline{w} \leq w \leq \underline{w} - \Delta/\theta$  时

$$\begin{aligned} \pi_C^{pp}(\omega_C^{pp*}) + \pi_F^{pp}(I_d^{pp*}) &< \pi_F^{IPPs*}(I_d^{IPPs*}) + \pi_C^{IPPs*}(\omega_C^{IPPs*}) \\ &= \pi_{SC}^*(I_{SC}^*) \\ &\leq \pi_F^{ppo*}(I_d^{ppo*}) + \pi_C^{ppo*}(\omega_C^{ppo*}) \end{aligned}$$

证明 参见附录 V.

从定理 4 可以发现,在整个农产品生产过程中,当农户未遭遇倒春寒的不利天气或者遭遇的倒春寒的不利天气影响较小时,天气看跌期权契约可以实现供应链的协调,但协调后公司与农户双方的总利润低于集中决策下供应链系统的利润,这主要是由于公司购买天气看跌期权需要支付固定费用,然而在满足约束条件下,实施该契约依然可以改善双方总绩效. 当农户在农产品生产过程中遭遇的倒春寒不利天气相对严重时,实施天气看跌期权契约不仅可以实现供应链协调,而且能够使得协调后双方的利润之和高于供应链系统的利润,这主要是由于公司通过购买天气看涨期权将所有的不利天气风险转移到天气衍生品市场,从而使得看跌期权收益高于购买期权支付的固定费用.

由定理 4 还可发现,无论农产品生产过程中是否出现倒春寒不利天气,所设计的天气看跌期权契约均能改善公司与农户双方的总绩效. 然而,为保障天气看跌期权契约的有效执行,不仅需要改进供应链系统的绩效以及对冲倒春寒不利天气给公司与农户双方带来的损失,而且还需要确保实施天气看跌期权契约后双方均能实现共赢. 如若公司预期  $w > \underline{w} - \Delta/\theta$ ,即可能发生  $\min(\theta(\underline{w} - w)^+ , \tilde{\theta}) - \Delta < 0$ ,此情形下公司缺乏提供天气看跌期权动力,因此客观上还存在进一步创新的需求. 为保证天气看跌期权的有效执行,下面探讨能够使公司与农户双方绩效均能得到帕累托改善的合理转移支付  $f$  (可以看作是农户的参与订单合约的加盟金, franchise fee) 的有效区间. 由此,可得如下定理.

定理 5 在天气看跌期权契约  $(wpo, f, \lambda, \hat{\omega})$

下,若农户向公司提供的加盟金  $f$  介于如下区间

$$[\lambda(\eta_F, \mu) Q(I, \mu) - \Delta\pi_C^{pp} - n\tilde{\Delta}, \Delta\pi_F^{pp} + \lambda(\eta_F, \mu) Q(I, \mu)]$$

其中

$$\tilde{\Delta} = [\min(\theta(\underline{w} - w) + \tilde{\theta}) - \Delta]$$

$$\Delta\pi_F = \pi_F(I_{SC}^*) - \pi_F(I_d^{pp*})$$

$$\Delta\pi_C = \pi_C(I_{SC}^*) - \pi_C(I_d^{pp*})$$

那么公司与农户双方均能实现帕累托改善.

证明 参见附录 VI.

由定理 5 的分析可以发现,当农户支付的加盟金在合理的区间范围内时,可以实现公司与农户双方绩效的帕累托改善,进而达到双赢的局面,这增强了供应链的稳健性.此外,由于在所设计的天气看跌期权下公司与农户双方可依据双方的谈判能力来任意分配协调后所增加的利润,这充分表明所设计的天气看跌期权契约富有柔性.

数值算例 3 为了能够进一步阐述和验证天气看跌期权契约的有效性,下面考虑通过数值仿真来对比分析契约实施前后公司与农户利润之和的变化,以及加盟金对供应链协调的影响.关于公司购买天气看跌期权的相关参数变量设定如下:公司购买  $n = 100$  单位的天气看跌期权,每单位期权所需支付的固定费用为  $\Delta = 1$ ;公司选择执行天气看跌期权时每低于  $\underline{w} = 12^\circ\text{C}$  单位温度可获得的补偿为  $\theta = 0.9$ ,然而单位看跌期权可获得补偿的最高上限为  $\tilde{\theta} = 100$ ;其他参数设置与数值算例 1 和数值算例 2 一致.

由公司与农户利润之和的曲线(图 7)可知,改进保护价格契约改善了供应链系统的利润.相对于改进保护价格契约,在  $\underline{w} > 10.89^\circ\text{C}$  条件下,实施天气看跌期权契约,这将使双方的总利润低于仅实施改进保护价格契约时双方利润,这主要是协调后增加的利润不足以抵消公司因购买天气看跌期权而支付的费用 100;而当  $\underline{w} \leq 10.89^\circ\text{C}$  时,随着倒春寒不利天气的加剧( $w$  变小),提高了相对于仅实施改进保护价格契约增加的利润,进而有效破解了倒春寒的低温不利天气给双方带来的损失,这主要是由于公司通过购买天气看涨期权转移了倒春寒的低温不利天气风险所带来的损失.

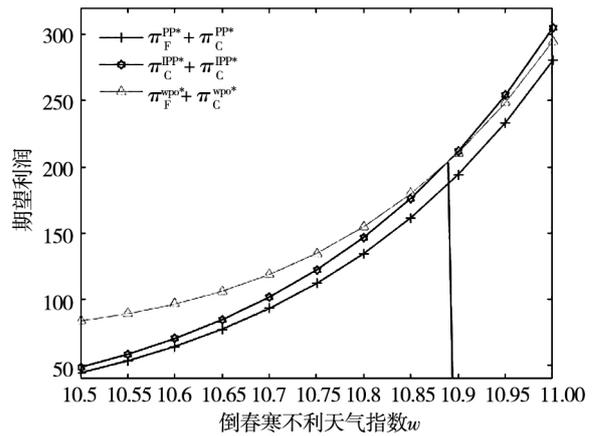


图 7 实施天气看跌期权契约前后倒春寒不利天气对农户与公司利润之和的影响

Fig. 7 Effect of late spring coldness on the total benefits of farmer and company before and after the implementation of the weather put option contract

依据数值算例 3 提供的数据,并结合定理 4 的分析可知,如果公司预期的倒春寒不利天气指数  $\underline{w} > 10.89^\circ\text{C}$ ,那么公司将缺乏提供天气看跌期权动力,对此结合定理 5 进一步分析加盟金对于供应链协调的影响,结果如图 8 所示.由图 8 的分析可知,在天气看跌期权契约下存在一个合理的加盟金范围  $[1.893, 9.126]$  使得公司与农户双方均可实现绩效的帕累托改善,即实现了供应链的完美协调,这有效增强了“公司 + 农户”型农产品供应链系统的稳健性.

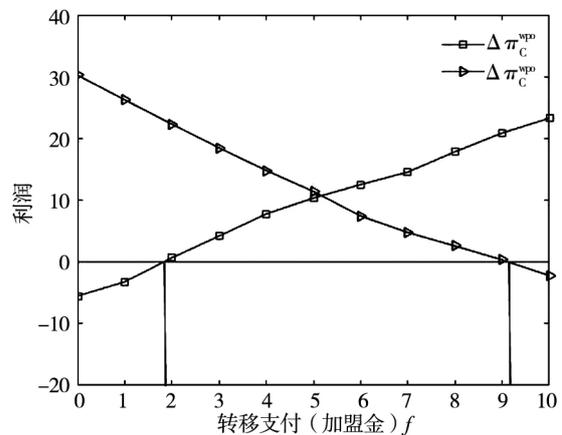


图 8 加盟金(转移支付)对“公司 + 农户”型供应链协调的影响

Fig. 8 Effect of guarantee monry (transfer payment) on “company + farmer” supply chain coordination

依据定理 3、定理 4 和定理 5 的理论证明,并结合数值算例 1、数值算例 2 和数值算例 3 的分

析,系统梳理可以发现,天气看跌期权契约( $wpo, f, \lambda, \hat{\omega}$ )的本质为“天气看跌期权+加盟金+风险补偿+保护价格”的组合契约,在该契约机制中,订单保护价格契约 $\hat{\omega}$ 的建立可在一定程度上保障农户的收益,风险补偿机制 $\lambda$ 的设计可以激励农户提高其农资投入水平,天气看跌期权契约的设计可以将公司因补偿农户所带来的风险损失完全转移给供应链系统外部的金融衍生品市场,合理加盟金 $f$ 的设计有利于双方实现共赢并且可以有效防范农户的机会主义行为.上述分析表明,天气看跌期权契约( $wpo, f, \lambda, \hat{\omega}$ )的设计在保障供应链稳健运行上是可行的.

此外,从全文的证明分析过程中可以发现,倒春寒的低温不利天气的变化不会改变各个函数的结构关系,这表明在所设计的天气看跌期权契约( $wpo, f, \lambda, \hat{\omega}$ )机制下不利天气的变化并未改变“公司+农户”型农产品供应链的协调状态,这意味着当决策主体面对人为不可控的倒春寒等不利天气影响时,可以依据不可控因素影响的结果来设计有效的契约以降低不利天气的影响,具体而言,可通过公司购买天气期权这一风险外化的方式将天气风险转嫁给金融市场以对冲不利天气带来的风险.

## 5 结束语

本文以农户在农产品生产中遭遇倒春寒的低温不利天气为例,研究由1个风险中性的公司和1个风险厌恶的农户组成两级农产品供应链的协调契约设计问题,主要结论可以概括为:

1) 倒春寒低温不利天气的发生以及农户风险厌恶程度的加剧均会降低最优的农资投入水平,这势必会增加“公司+农户”模式的管理难度; 2) 在传统的“保底收购、随行就市”的保护价格契约下依然存在农资投入水平扭曲问题,主要是由于该保护价格契约并未考虑不利天气与风险偏好因素的影响; 3) 实施改进保护价格契约可以克服农资投入水平的扭曲问题,并能有效保障农户的利益,但此契约机制的实施将使得公司在倒春寒的不利天气较为严重时承担更多的风险,因此公司依然存在违约的风险; 4) 天气看跌期权契约的设计,不仅可以实现“公司+农户”型农产品供应链的完美协调,而且在该契约下不利天气的影响不仅不会改变供应链的协调状态.该契约的本质为“天气看跌期权+加盟金+风险补偿+保护价格”的组合契约,其中保护价格契约的建立一定程度上保障了农户的收益,改进保护价格契约(保护价格+风险补偿)的构建可以激励农户提高其农资投入水平,天气看跌期权契约的设计可以将不利天气风险外化到“公司+农户”模式外部的天气衍生品市场,合理加盟金的设计有利于有效防范农户的机会主义行为.

本文的研究仅对于指导我国倒春寒等低温不利天气影响下的“公司+农户”模式农业生产具有一定的启示作用.而对于考虑暖冬、强降雨等其他不利天气影响下“公司+农户”模式的契约设计问题,以及不利天气影响下考虑农户损失厌恶偏好的“公司+农户”模式的契约设计问题将是进一步有意义的拓展研究方向.

## 参 考 文 献:

- [1] 中华人民共和国农业农村部. 2019年中央一号文件[Z]. [http://www.zwj.moa.gov.cn/zcwj/zywj/201906/t20190627\\_6319487.htm](http://www.zwj.moa.gov.cn/zcwj/zywj/201906/t20190627_6319487.htm), 2019.  
Ministry of Agriculture and Rural Affairs of the People's Republic of China. Central Document No. 1 in 2019 [Z]. [http://www.zwj.moa.gov.cn/zcwj/zywj/201906/t20190627\\_6319487.htm](http://www.zwj.moa.gov.cn/zcwj/zywj/201906/t20190627_6319487.htm), 2019. (in Chinese)
- [2] 新华网. 中央一号文件锁定两大重点任务[Z]. [http://www.xinhuanet.com/finance/2020-02/06/c\\_1125536874.htm](http://www.xinhuanet.com/finance/2020-02/06/c_1125536874.htm), 2020.  
Xinhua Network. Central Document No. 1 focusing on two key tasks [Z]. <http://www.xinhuanet.com/finance/2020-02/>

- 06/c\_1125536874.htm, 2020. (in Chinese)
- [3] 万俊毅. 准纵向一体化、关系治理与合约履行——以农业产业化经营的温氏模式为例[J]. 管理世界, 2008, (12): 93 - 102.
- Wan Junyi. The quasi-vertical integration, the governance by relations and the performance of contracts: Take Winkler mode of the industrialization of agriculture for example[J]. Management World, 2008, (12): 93 - 102. (in Chinese)
- [4] Prowse M. Contract farming in developing countries: A review[J/OL]. Available: <http://www.afd.fr/webdav/site/afd/shared/PUBLICATIONS/RECHERCHE/Scientifiques/A-savoir/12-VA-A-Savoir.pdf>
- [5] Regnier E. Doing something about the weather[J]. Omega-International Journal of Management Science, 2008, 36(1): 22 - 32.
- [6] 伏红勇, 但斌. 天气影响产出下“公司 + 农户”模式的风险补偿协调契约[J]. 管理工程学报, 2015, 29(2): 175 - 181.
- Fu Hongyong, Dan Bin. Risk-reward contract for “company & farmer” mode under weather-related output uncertainty[J]. Journal of Industrial Engineering/Engineering Management, 2015, 29(2): 175 - 181. (in Chinese)
- [7] Chen F Y H, Yano C A. Improving supply chain performance and managing risk under weather-related demand uncertainty[J]. Management Science, 2010, 56(8): 1380 - 1397.
- [8] Tang Y M, Yang Y, Ge J H, et al. The impact of weather index insurance on agricultural technology adoption evidence from field economic experiment in China[J]. China Agricultural Economic Review, 2019, 11(4): 622 - 641.
- [9] Fu H Y, Li J W, Li Y J, et al. Risk transfer mechanism for agricultural products supply chain based on weather index insurance[J]. Complexity, 2018, 2018: 1 - 17.
- [10] Lau H S, Lau A H L. Manufacturer's pricing strategy and return policy for a single-period commodity[J]. European Journal of Operational Research, 1999, 116(2): 291 - 304.
- [11] Zhuo W Y, Shao L S, Yang H L. Mean-variance analysis of option contracts in a two-echelon supply chain[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 271(2): 535 - 547.
- [12] Yang L, Xu M H, Yu G, et al. Supply chain coordination with CVaR criterion[J]. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 2009, 26(1): 135 - 160.
- [13] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk[J]. Journal of Risk, 2000, 2(3): 21 - 42.
- [14] Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions[J]. Journal of Banking & Finance, 2002, 26(7): 1443 - 1471.
- [15] 叶飞, 林强, 莫瑞君. 基于 B-S 模型的订单农业供应链协调机制研究[J]. 管理科学学报, 2012, 15(1): 66 - 76.
- Ye Fei, Lin Qiang, Mo Ruijun. Contract-farming supply chain coordination mechanism based on B-S model[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(1): 66 - 76. (in Chinese)
- [16] 肖群, 马士华. 风险厌恶零售商考虑信息预测成本的协调机制[J]. 管理科学学报, 2016, 19(11): 45 - 53.
- Xiao Qun, Ma Shihua. Coordination of supply chains with endogenous investment in information acquisition and order quantity[J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(11): 45 - 53. (in Chinese)
- [17] Ye F, Lin Q, Li Y. Coordination for contract farming supply chain with stochastic yield and demand under CVaR criterion[J]. Operational Research, 2020, 20(1): 369 - 397.
- [18] Wang H H, Zhang Y P, Wu L P. Is contract farming a risk management instrument for Chinese farmers? Evidence from a survey of vegetable farmers in Shandong[J]. China Agricultural Economic Review, 2011, 3(4): 489 - 504.
- [19] Miyata S, Minot N, Hu D H. Impact of contract farming on income: Linking small farmers, packers, and supermarkets in China[J]. World Development, 2009, 37(11): 1781 - 1790.
- [20] Ketzenberg M, Bloemhof J, Gaukler G. Managing perishables with time and temperature history[J]. Production and

Operations Management , 2015 , 24( 1) : 54 – 70.

[21] 应珊珊, 蒋传海. 收入共享契约下价格歧视及配置效率分析 [J]. 管理科学学报, 2018 , 21( 10) : 74 – 83.

Ying Shanshan , Jiang Chuanhai. Price discrimination and allocation efficiency with revenue-sharing contracts [J]. Journal of Management Sciences in China , 2018 , 21( 10) : 74 – 83. ( in Chinese)

[22] 陈 静, 魏 航, 谢 磊. 商业保险在供应链质量风险管理中的应用研究 [J]. 管理科学学报, 2019 , 22( 1) : 80 – 93.

Chen Jing , Wei Hang , Xie Lei. The application of business insurance into the management of quality risks in supply chain [J]. Journal of Management Sciences in China , 2019 , 22( 1) : 80 – 93. ( in Chinese)

[23] Gao F , Chen F Y , Chao X L. Joint optimal ordering and weather hedging decisions: Mean-CVaR model [J]. Flexible Services and Manufacturing Journal , 2011 , 23( 1) : 1 – 25.

## Weather put option contract for “company & farmer” pattern under CVaR criterion

*FU Hong-yong<sup>1</sup> , DAN Bin<sup>2</sup> , WANG Lei<sup>1</sup> , XU Peng<sup>1</sup>*

1. Business School , Southwest University of Political Science and Law , Chongqing 401120 , China;

2. School of Economics and Business Administration , Chongqing University , Chongqing 400030 , China

**Abstract:** Agriculture is one of the most weather-sensitive industries. Adverse weather affects agricultural productions , and compels the “company & farmer” pattern to face high default rates. To solve this issue , this paper considers an example of late spring coldness , and builds a decision model for a two-stage agricultural supply chain consisting of a risk-averse farmer and a risk-neutral company. By employing the CVaR criterion , a decision function is constructed for the risk-averse farmer. Further , an improved price protection contract is put forward based on adverse weather index. The results show that the improved price protection contract can solve the distortion in agricultural material input levels. However , it cannot eliminate the negative impacts of adverse weathers. Hence , a weather put option contract is developed based on the improved price protection contract. It is found that the weather put option contract can fully coordinate the supply chain , and the coordination will not be affected by the change of adverse weathers. In addition , the weather put option can help the company transfer the adverse weather risks , so that the relative stable revenues of both the company and the farmer are guaranteed.

**Key words:** agricultural supply chain; “company & farmer” mode; coordination contract; weather option; put option; risk aversion

附录

I 命题 1 的证明

依据 CvR 的一般化定义 , 可将式 (6) 表征为

$$\text{CVaR}_{\eta_F}(\pi_F^N) = \max_{v \in R^+} \left\{ v + \frac{1}{\eta_F} E_{\omega} [\min(\pi_F^N - v, 0)] \right\} \quad (\text{A1})$$

式中  $v = q_{\eta_F}(\pi_F^N) = \inf\{z \mid \Pr(\pi_F^N \leq z) \geq \eta_F\}$  为  $\eta_F$  的分位数且  $\eta_F \in (0, 1]$  ,  $\eta_F$  越小说明农户越厌恶风险, 当  $\eta_F = 1$

时表示农户为风险中性的决策者. 为求解  $I_d^{N^*}$ , 下面依据 CVaR 的定义并结合式 (A1) 定义如下函数

$$g(I, \nu) = \nu + \frac{1}{\eta_F} E_\omega [\min(\pi_F^N(I) - \nu, 0)] \tag{A2}$$

依据 CVaR 的定义可知  $g(I, \nu)$  为  $(I, \nu)$  的联合凹函数, 由此可得  $I_d^{N^*} = \arg \max_{\nu \in R^+} \max_{I > 0} g(I, \nu)$ . 由于  $\omega$  在区间  $[L, U]$  上的概率密度函数与分部函数分别为  $h(\cdot), H(\cdot)$ , 现将式 (5) 代入式 (A2) 整理可得

$$g(I, \nu) = \nu - \frac{1}{\eta_F} \int_L^U [v - \omega Q(I, \nu) + C(I)]^+ dH(\omega) \tag{A3}$$

式中  $[m]^+ = \max\{m, 0\}$ , 下面在给定  $I$  的情形下, 依据  $\eta_F$  分位数  $\nu$  的取值范围, 求解最优的  $\nu^*$ .

1) 当  $\nu \leq LQ(I, \nu) - C(I)$  时,  $g(I, \nu) = \nu$ , 则

$$\frac{\partial g(I, \nu)}{\partial \nu} = 1 > 0 \tag{A4}$$

2) 当  $LQ(I, \nu) - C(I) < \nu \leq UQ(I, \nu) - C(I)$  时, 整理式 (A3) 可得

$$g(I, \nu) = \nu - \frac{1}{\eta_F} \int_L^{Q(I, \nu)} [v - \omega Q(I, \nu) + C(I)] dH(\omega) \tag{A5}$$

对式 (A5) 求解关于  $\eta_F$  分位数  $\nu$  的一阶偏导数, 整理可得

$$\left. \frac{\partial g(I, \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=LQ(I, \nu)-C(I)} = 1 - \frac{1}{\eta_F} H(L) = 1 > 0 \tag{A6}$$

$$\left. \frac{\partial g(I, \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=UQ(I, \nu)-C(I)} = 1 - \frac{1}{\eta_F} H(U) < 0 \tag{A7}$$

3) 当  $\nu > UQ(I, \nu) - C(I)$  时, 整理式 (A3) 可得

$$g(I, \nu) = \nu - \frac{1}{\eta_F} \int_L^U [v - \omega Q(I, \nu) + C(I)] dH(\omega) \tag{A8}$$

对式 (A8) 求解关于  $\nu$  的一阶偏导数, 可得

$$\frac{\partial g(I, \nu)}{\partial \nu} = 1 - \frac{1}{\eta_F} \int_L^U h(\omega) d\omega = 1 - \frac{1}{\eta_F} < 0 \tag{A9}$$

由于  $g(I, \nu)$  是  $\nu$  的凹函数, 可知  $\nu^*$  应介于区间  $(LQ(I, \nu) - C(I), UQ(I, \nu) - C(I))$  内, 且满足一阶最优条件

$\frac{\partial g(I, \nu)}{\partial \nu} = 1 - \frac{1}{\eta_F} H\left(\frac{\nu + C(I)}{Q(I, \nu)}\right) = 0$ , 求解可得  $\nu^*(I) = H^{-1}(\eta_F) Q(I, \nu) - C(I)$ . 将  $\nu^*(I)$  代入式 (A5) 可得

$$g(I, \nu^*(I)) = H^{-1}(\eta_F) Q(I, \nu) - \frac{1}{\eta_F} Q(I, \nu) \int_L^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega - C(I) \tag{A10}$$

由于  $g(I, \nu^*(I))$  为  $I$  的凹函数, 则  $I_d^{N^*}$  满足一阶最优条件  $\frac{dg(I, \nu^*(I))}{dI} = 0$ , 即  $I_d^{N^*}$  由如下方程唯一确定

$$\frac{dC(I)}{dI} = (H^{-1}(\eta_F) - \frac{1}{\eta_F}) \int_L^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega \frac{dQ(I, \nu)}{dI} \tag{A11}$$

证毕.

### II 定理 1 的证明

为证明需要, 首先设定  $Y(I) = \frac{dC(I)}{dI}$ , 下面对  $Y(I)$  求解关于  $I$  的一阶导数, 可得

$$\frac{dY(I)}{dI} = \frac{\frac{dQ(I, \nu)}{dI} \frac{d^2 C(I)}{dI^2} - \frac{d^2 Q(I, \nu)}{dI^2} \frac{dC(I)}{dI}}{\left(\frac{dQ(I, \nu)}{dI}\right)^2} \tag{A12}$$

易证  $\frac{dY(I)}{dI} > 0$ , 即  $Y(I)$  为  $I$  的增函数. 结合式 (4) 与式 (7) 分析, 要明确  $I_{sc}^*$  与  $I_d^{N^*}$  的大小关系, 必须首先确定

$p(1 - F(Q(I, \mu)))$  与  $H^{-1}(\eta_F) - \frac{1}{\eta_F} \int_L^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega$  的大小关系. 为此, 设  $M(x) = H^{-1}(x) - \frac{1}{x} \int_L^{H^{-1}(x)} H(\omega) d\omega$  且  $x \in (0, 1]$  对  $M(x)$  求解关于  $x$  的一阶导数, 可得

$$\frac{dM(x)}{dx} = \frac{1}{x^2} \int_L^{H^{-1}(x)} H(\omega) d\omega > 0 \tag{A13}$$

则  $M(x)$  为  $x$  在  $(0, 1]$  上的增函数, 从而可知  $H^{-1}(\eta_F) - \frac{1}{\eta_F} \int_L^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega < H^{-1}(1) - \frac{1}{1} \int_L^{H^{-1}(1)} H(\omega) d\omega = U - \int_{\omega_F}^U H(\omega) d\omega$ . 又结合式(9)分析可知  $p(1 - F(Q(I, \mu))) > (U - \int_{\omega_F}^U H(\omega) d\omega)$ . 再结合式(A12),  $Y(I)$  为  $I$  的增函数的分析, 可得  $I_d^{N^*} (0 < \eta_F \leq 1) < I_{SC}^*$ .

ii 由式(3)可知  $\frac{d^2 \pi_{SC}(I)}{dI^2} < 0$ , 又由于  $I_{SC}^*$  为供应链系统利润的最优努力水平且  $I_d^{N^*} (0 < \eta_F \leq 1) < I_{SC}^*$ , 则在相同的天气条件  $w$  下,  $\pi_F^{N^*}(I_d^{N^*}) + \pi_C^{N^*}(I_d^{N^*}) = \pi_{SC}^*(I_d^{N^*}) < \pi_{SC}^*(I_{SC}^*)$ . 证毕.

### III 定理 2 的证明

i 类似定理 1 i) 的证明, 易证  $I_d^{PP^*} (0 < \eta_F \leq 1) < I_{SC}^*$ . 分析  $w$  对  $I_d^{PP^*}$  的影响, 当  $\underline{w} \leq w \leq \bar{w}$  时, 由于  $Y(I)$  为  $I$  的单调增函数, 又由于  $H^{-1}(\eta_F) - \frac{1}{\eta_F} \int_{\omega_C}^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega$  是与  $w$  无关的常数, 结合式(A11)分析可知,  $I_d^{PP^*}$  随  $w$  的增大而增大; 类似地对  $I_{SC}^*$  分析可得相同结论.

ii 分析  $I_d^{PP^*}$  关于  $\eta_F$  的性质, 对式(A10)求解关于  $(I, \eta_F)$  的混合偏导数, 有

$$\frac{\partial^2 g(I, \eta_F^*)}{\partial I \partial \eta_F} = \frac{1}{\eta_F^2} \frac{dQ(I, \mu)}{dI} \int_{\omega_C}^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega \tag{A14}$$

易知  $\frac{\partial^2 g(I, \eta_F^*)}{\partial I \partial \eta_F} > 0$ , 从而可知  $g(I, \eta_F^*)$  关于  $(I, \eta_F)$  具有严格的超模性. 由超模函数的性质可知,  $I_d^{PP^*}$  为  $\eta_F$  的单调增函数, 当  $\eta_F = 1$  时农资投入水平达到最大.

iii 类似定理 1 ii) 的证明分析过程, 易证  $\pi_F^{PP^*}(I_d^{PP^*}) + \pi_C^{PP^*}(I_d^{PP^*}, \omega_C^{PP^*}) = \pi_{SC}^*(I_d^{PP^*}) < \pi_{SC}^*(I_{SC}^*)$ . 证毕.

### IV 定理 3 的证明

类似于  $\omega_C^{PP^*} = \omega_F$  的证明, 易证  $\omega_C^{IP^*} = \omega_C^{PP^*} = \omega_F$ . 这与保护价格契约下的保底收购价格相同. 在改进价格保护契约  $(\hat{\omega}, \lambda)$  下, 结合式(A1)和式(A2)整理可得风险厌恶农户的目标为

$$\max_{v \in R^+} g(x, \mu) = \max_{v \in R^+} \left\{ v - \frac{1}{\eta_F} \int_L^{\omega_C} [v - \omega_C Q(I, \mu) - \lambda Q(I, \mu) + C(\lambda)]^+ dH(\omega) - \frac{1}{\eta_F} \int_{\omega_C}^U [v - \omega Q(I, \mu) - \lambda Q(I, \mu) + C(\lambda)]^+ dH(\omega) \right\} \tag{A15}$$

类似对于  $I_d^{IP^*}$  的求解分析, 改进保护价格契约  $(\hat{\omega}, \lambda)$  下, 最优农资投入水平  $I_d^{IP^*}$  由下式唯一确定

$$\frac{dC(I)}{dI} = \left( H^{-1}(\eta_F) + \lambda - \frac{1}{\eta_F} \int_{\omega_F}^{H^{-1}(\eta_F)} H(\omega) d\omega \right) \frac{dQ(I, \mu)}{dI} \tag{A16}$$

将式(19)代入式(A16)并结合式(4)分析可得  $I_d^{IP^*} = I_{SC}^*$ . 此外, 结合式(2)、式(11)、式(13)以及  $I_d^{PP^*} = I_{SC}^*$ , 可得  $\pi_F^{IP^*}(I_d^{IP^*}) + \pi_C^{IP^*}(I_d^{IP^*}, \omega_C^{IP^*}) = \pi_{SC}^*(I_{SC}^*)$ . 证毕.

### V 定理 4 的证明

i 在天气看跌期权契约  $(w, \lambda, \hat{\omega})$  下, 若农户未遭遇倒春寒的不利天气, 即  $w \geq \underline{w}$ ; 或农户遭遇的倒春寒不利天气低于某一程度  $w > \underline{w} - \frac{\Delta}{\theta}$ . 那么公司购买单位天气看跌期权所获得的补偿将会低于公司购买单位期权所支付的费用,

此时,  $\min(\theta(\underline{w} - w)^+ + \tilde{\theta}) - \Delta < 0$ . 另外, 由于在  $(w_{po}, \lambda, \hat{\omega})$  下, 有  $\omega_C^{wpo^*} = \omega_C^{ipp^*} = \omega_F, I_d^{wpo^*} = I_d^{ipp^*} = I_{sc}^*$ , 则由此可得

$$\pi_F^{wpo^*}(I_d^{wpo^*}) + n[\min(\theta(\underline{w} - w)^+ + \tilde{\theta}) - \Delta] + \pi_C^{wpo^*}(\omega_C^{wpo^*}) < \pi_F^{ipp^*}(I_d^{ipp^*}) + \pi_C^{ipp^*}(\omega_C^{ipp^*}) \quad (A17)$$

同时结合天气看跌期权契约  $(w_{po}, \lambda, \hat{\omega})$  需满足  $n\Delta \leq \pi_{sc}(I_{sc}^*, \omega_C) - \pi_{sc}(I_d^{pp^*}, \omega_C)$  的约束条件, 又由于在改进保护价格契约  $(\lambda, \hat{\omega})$  下, 有  $\pi_F^{ipp^*}(I_d^{ipp^*}) + \pi_C^{ipp^*}(\omega_C^{ipp^*}) = \pi_{sc}^*(I_{sc}^*)$ , 则易证, 当  $w > \underline{w} - \frac{\Delta}{\theta}$  时

$$\pi_C^{pp}(\omega_C^{pp^*}) + \pi_F^{pp}(I_d^{pp^*}) < \pi_F^{wpo^*}(I_d^{wpo^*}) + \pi_C^{wpo^*}(\omega_C^{wpo^*}) < \pi_F^{ipp^*}(I_d^{ipp^*}) + \pi_C^{ipp^*}(\omega_C^{ipp^*}) = \pi_{sc}^*(I_{sc}^*)$$

ii 当  $\underline{w} \leq w \leq \underline{w} - \frac{\Delta}{\theta}$  时, 意味着农户在农产品生产过程中所遭遇的倒春寒不利天气超过了一定程度, 那么公司此时选择执行天气看跌期权, 则每单位天气看涨期权所获得的补偿会高于购买天气看跌期权时所支付的固定费用,  $\min(\theta(\underline{w} - w)^+ + \tilde{\theta}) - \Delta \geq 0$ . 类似于  $w > \underline{w} - \frac{\Delta}{\theta}$  时的分析, 可得

$$\pi_C^{pp}(\omega_C^{pp^*}) + \pi_F^{pp}(I_d^{pp^*}) < \pi_F^{ipp^*}(I_d^{ipp^*}) + \pi_C^{ipp^*}(\omega_C^{ipp^*}) = \pi_{sc}^*(I_{sc}^*) \leq \pi_F^{wpo^*}(I_d^{wpo^*}) + \pi_C^{wpo^*}(\omega_C^{wpo^*}) \quad (A18)$$

证毕.

### VI 定理 5 的证明

当  $\pi_F^{wpo^*} = \pi_{sc}^* - \pi_C^{pp^*}$  时, 农户将会抽取“公司 + 农户”型农产品供应链协调后增加的所有利润, 此时结合式(2)、式(14)以及式(21), 进一步整理可得农户所支付的合理加盟金(转移支付)的下界为  $f_{\min} = \lambda(\eta_F, \mu) Q(I, \mu) - \Delta\pi_C^{pp} - n\tilde{\Delta}$ , 其中  $\tilde{\Delta} = [\min(\theta(\underline{w} - w)^+ + \tilde{\theta}) - \Delta]$ ,  $\Delta\pi_C = \pi_C(I_{sc}^*) - \pi_C(I_d^{pp^*}) - \pi_C(I_d^{wpo^*})$ . 类似地, 当  $\pi_C^{wpo^*} = \pi_{sc}^* - \pi_F^{pp^*}$  时, 公司将会抽取供应链完美协调后增加的所有利润, 此时结合式(2)、式(6)以及式(22), 整理可得农户所支付的合理加盟金(转移支付)的上界为  $f_{\max} = \Delta\pi_F^{pp} + \lambda(\eta_F, \mu) Q(I, \mu)$ , 其中  $\Delta\pi_F = \pi_F(I_{sc}^*) - \pi_F(I_d^{pp^*})$ . 另外, 在满足  $n\Delta \leq \pi_{sc}(I_{sc}^*, \omega_C^{pp^*}) - \pi_{sc}(I_d^{pp^*}, \omega_C^{pp^*})$  的约束条件下, 易证  $f_{\max} - f_{\min} > 0$ , 则可确保存在使得公司与农户双方均能实现帕累托改善的可行区域.

证毕.