第 24 卷第 4 期
2021 年 4 月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 24 No. 4
Apr. 2021

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2021.04.005

考虑消费者后悔的库存及退货策略研究①

邝云娟[1], 傅　科[2*]
(1. 香港理工大学工商管理学院物流及航运学系, 中国香港; 2. 中山大学岭南学院, 广州 510275)

摘要: 消费者预期后悔对在线零售商的决策有显著影响. 在考虑消费者预期后悔、需求不确定性以及是否提供退货的情况下,构建了零售商定价和库存优化模型. 研究发现,当零售商不提供退货时,消费者的保留价格、零售商的最优价格、最优订货量和期望利润均随着迟疑后悔强度的减弱或购买后悔强度的增加而减小. 零售商提供全额退款提高消费者的保留价格,并使得零售商在一定条件下不受消费者预期后悔的影响. 零售商是否提供全额退款受到消费者预期后悔、消费者退货成本、产品边际成本和回收残值的综合影响:当退货成本较小且预期后悔满足一定条件时,提供退货是有利的;否则,提供全额退款会降低零售商的期望利润. 研究强调在制定退货决策时考虑消费者预期后悔和退货成本的重要性.

关键词: 估值不确定性; 消费者预期后悔; 随机需求; 策略型消费者; 退货
中图分类号: F272　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1007 - 9807(2021)04 - 0069 - 17

0 引　言

在线零售具有许多不同于传统零售的特点. 首先,在线零售在一定程度上引起购买和消费的分离,导致消费者需要在估值不确定性下做出购买决策. 这种不确定性可能来源于个人原因(如健康、心情、财务、工作安排、家庭因素等[1]),或产品原因(如尺码、颜色、质量等). 不确定性下的决策可能使得消费者获得负的经济剩余,导致购买决策在事后引发后悔等负面情绪. 例如,由于颜色和尺码偏差,服装类消费者经常在收到商品后发现“衣服不合适,不如不买”,即产生购买后悔. 相反,未购买的消费者在论坛或社交网络上发现商品物超所值时常后悔没有及时抓住购买机会,即产生迟疑后悔. 研究表明,当消费者回想自己的购买决策时,他们常常后悔自己当初的决定[2]. 事实上,在消费之前,消费者也经常能够预测到不理想的结果带来的感受[3]. 这种对后悔、失望等负面情绪的预期会影响消费者的购买行为,例如,预期后悔使人们花费更多的精力做决策[4]. 近期研究也指出预期后悔会影响消费者的决策和零售商的定价、预售策略、竞争策略以及产品创新等[5, 6]. 然而,尚没有发现文献在随机需求环境下研究消费者预期后悔对在线零售商的定价、库存和退货决策的影响. 基于以上观察,本文的第一个研究问题是,在经典单期随机需求环境下,消费者预期后悔会对消费者行为和零售商的定价和订货量产生什么影响?

其次,在线零售和传统零售的退货动机及规则不一样. 在线零售的消费者因面临更大的估值不确定性,常常犹豫不决. 为了刺激消费,在线零售商会采取一些措施以求缓解消费者的后顾之忧,如天猫、京东、当当、小米商城等都推出“七天无理由退货”服务. 近年来,退货已经成为电子商务中普遍的现象并获得法律的支持. 自 2014 年 3 月 15 日实施的新《消费者权益保护法》第 25 条

① 收稿日期: 2017 - 12 - 16; 修订日期: 2020 - 07 - 16.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71671192; 71721001; 71222105); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目.
通讯作者: 傅　科(1975—), 男, 四川绵竹人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: fuke@mail.sysu.edu.cn

规定:除特殊商品外,消费者有权自收到商品之日起七日内无理由退货,并且除经营者和消费者另有约定的情况外,退回商品的运费由消费者承担. 然而,值得注意的是,最近部分在线零售商开始减少自营商品中的七天无理由退货的范围. 例如,2017 年 9 月初,京东取消了部分自营显卡和耳机的七天无理由退货. 此外,对消费者而言,即便是全额退款,退货也会带来一定的损失,包括运费等经济损失和时间等隐形成本(例如,前述《消费者权益保护法》要求消费者承担退回商品的运费). 基于以上观察,本文的第二个研究问题是,在经典单期随机需求环境下,考虑消费者预期后悔和消费者退货成本时, 在线零售商提供退货会对消费者行为和零售商的定价和库存策略产生什么影响? 第三, 在线零售商是否应该提供退货?

本文将消费者预期后悔、消费者退货成本和全额退款引入到经典的报童模型中,构建新的决策模型,目的是研究预期后悔对消费者行为和零售商决策的影响. 本文发现,当零售商不接受退货时,消费者的保留价格(willingness-to-pay)、零售商的最优价格、最优订货量和期望利润都是后悔程度的减函数,即消费者的保留价格、零售商的最优价格、最优订货量和期望利润随着迟疑后悔强度的减弱或购买后悔强度的增强而减小. 允许退货为消费者带来更多的经济剩余并提高消费者的保留价格. 提供退货也使得零售商的决策在一定范围内不受消费者预期后悔的影响. 但是,从零售商的期望利润的角度来看,是否应该提供退货取决于消费者预期后悔程度、消费者退货成本、产品边际成本和回收残值的大小,当退货成本相对较大或后悔程度超出一定范围时, 零售商最好不要提供退货.

1 文献综述

以下分别从报童模型、情感与决策的关系和退货三个方面对相关文献进行综述.

Petruzzi 和 Dada[7] 回顾了同时考虑库存和定价决策的报童模型. Khouja[8] 从目标函数结构、供应商定价策略、零售商定价策略、需求信息结构、产品结构和随机产出等方面对报童模型及其扩展进行了详细综述. Su[9] 和张霖霖等[10] 研究了考虑顾客退货的报童模型. 情感因素方面,Perakis 和 Roels[11] 将零售商的后悔引入报童模型. 这篇文章考虑了零售商的情感,但未考虑消费者情感因素所带来的影响. 后者是本文所关注的.

本文涉及情感与决策的关系研究. 情感包括后悔(如 Braun 和 Muermann[12], Nasiry 和 Popescu[5] 等)和失望(如 Liu 和 Shum[13] 等)等. Zeelenberg 等[14] 详细解释了失望和后悔之间的区别(具体地,后悔来源于错误的决定,即所选的结果不如错失的结果;失望来源于结果与期望不一致,即所选的结果不如期望的结果). 二者是两种不同的情感,并且出于自责,后悔的强度大于失望. 因此本文专注于后悔带来的影响.

Bell[15] 和 Loomes 和 Sugden[16] 先后提出的后悔理论(regret theory)认为,在不确定性环境下,决策者在制定决策时会同时权衡各个决策的经济剩余和情感剩余. 该后悔理论能够有效解释许多违背传统期望理论的现象. 但是,它的缺点是只适用于两个决策之间的比较. Quiggin[17] 通过定义后悔为"错失选项的事后结果中最好的结果的反效用(disutility)",将后悔理论推广到多个选择相互比较的情况. 目前,后悔理论已经被广泛运用于各个领域的研究中. 例如,Braun 和 Muermann[12] 将后悔理论运用于保险决策的研究中. 值得指出的是,与后悔相反的情感叫庆幸(rejoicing),指的是所得到的结果好于错失选择的结果时带来的喜悦. 后悔理论同时考虑了后悔与庆幸. 但考虑到后悔与庆幸是不对称的,并且负面情绪的影响较大[14],本文专注于研究后悔.

近年来,在国内外运营管理领域,越来越多的学者开始关注涉及消费者预期后悔的决策模型. Nasiry 和 Popescu[5] 分析了消费者预期后悔对预售的影响,认为不行动后悔使得零售商从消费者狂热(frenzy)中获利,而行动后悔会降低消费者的保留价格,从而降低预售的价值. 这篇文章考虑了消费者估值方面的不确定性,但没有考虑潜在总需求量的不确定性,这是本文希望补充的其中一点. Diecidue 等[18] 在两阶段预售模型中考虑了消费者的买者后悔和犹豫者后悔,并详细分析了后悔的来源. Özer 和 Zheng[19] 研究了预期后悔和可得性感知差异影响下的卖方定价和库存决策,

发现在这两种因素影响下，打折促销可能比天天低价更有利. Jiang 等[6]研究了消费者的尝新购买行为（switching）和重复购买行为（repeat purchase）分别引发的后悔对竞争策略和产品创新的影响. 另外，高鹏等[20]将消费者预期后悔的研究扩展到了竞争型再制造领域，研究了后悔与不同的再制造权力结构之间的相互作用. Zou 等[21]研究了消费者预期后悔对零售商的产品线设计的影响，包括对产品线的价格、质量和利润的影响. Kuang 和 Ng[22]分析了消费者预期后悔对提供升级迭代产品的零售商的定价和利润的影响. 与 Özer 和 Zheng[19]类似，本文同时研究了消费者预期后悔下零售商的定价和库存决策，不同的是，本文考虑了总需求量的不确定性，并同时研究了估值和总需求量双重不确定性下消费者预期后悔和消费者退货的相互作用，为预期后悔和退货的研究提供了新的视角.

许多文献研究了电商的售后服务问题（如毛照昉等[23]），其中，与本文密切相关的是涉及消费者的退货问题的研究. 在退货的文献中，有些学者研究了退货的功能和影响. 例如，Mann 和 Wissink[24, 25]认为对消费者而言，退货相当于风险削弱机制，能够促进需求和产品之间的匹配. Moorthy 和 Srinivasan[26]认为退货、广告和价格是商品质优的标志. Su[9]指出，退货可以促进商品在消费者间的合理分配. 本文的研究表明退货还可以调节消费者预期后悔的影响. Davis 等[27]认为，退货可以通过鼓励消费者尝试新产品，增加销量；通过降低不匹配风险、增加消费者的购买意愿，提高价格. 该研究认为在一定条件下，退货有利于零售商利润的提高. 本文由于考虑了消费者后悔等因素，将得到与此不同的结论. Ofek 等[28]研究了退货对多渠道零售商的渠道决策的影响. 该项研究仔细探讨了退货会给零售商和消费者带来的成本. 杨光勇和计国君[29]研究了退货产品不同处理方式下退货对零售商利润的影响. 李建斌和李赟[30]认为退货策略是否对零售商有利受到产品质量、退货残值和消费者退货成本等因素的影响. 与此不同，本文发现退货是否对零售商有利取决于消费者预期后悔程度、消费者退货成本、产品边际成本和回收残值的大小. 此外，Shulman 等[31]和 Akçay 等[32]研究了退回产品的再储存和再销售问题. Davis 等[33]考虑了消费的投机行为，并从退货策略的设计或选择角度分析如何控制退货率以便降低零售商的损失. 原逸超和石岿然[34]研究了产品的耐用性对零售商定价、订货和退货决策的影响. 另外，还有一些学者研究废旧产品回收的问题，如范体军等[35]研究废旧产品回收的外包决策等.

综上，Davis 等[27]在假设消费者估值服从两点分布的基础上，研究了退货有利于零售商利润和社会效益的条件，并认为这个条件受到回收残值和消费者退货成本的影响，本文也论证了退货可能对零售商有利，不同之处在于本文刻画的退货有利的条件包含了消费者情感（后悔）因素和产品边际成本. Su[9]在报童模型中研究了退货问题，但是没有考虑情感因素，本文拓展了该研究，说明了不仅产品回收残值和边际成本会影响零售商定价和退货策略，消费者情感因素也能显著影响这些决策. Nasiry 和 Popescu[5]同时考虑了消费者预期后悔和退货对零售商定价和退货的影响，但其假设潜在消费者总量是确定的. 本文也考虑消费者后悔对零售商定价及退货决策的影响，但与其差异在于本文还考虑了消费者总量的不确定性. 总体来讲，本文建立在随机需求基础上，同时考虑了消费者退货成本，从而把经典报童模型与估值不确定性、消费者预期后悔和退货有机统一为一个决策框架，为该方向的进一步研究提供有利条件.

2　基础模型

2.1　模型构建

在经典报童模型的基础上考虑了消费者估值不确定性、消费者预期后悔和退货. 具体地，一个面临随机市场需求 D 的零售商需要在需求得到揭示前确定订货量大小. 市场由大量无穷小的消费者组成，消费者彼此之间的决策互不影响. 总需求的累积分布和密度函数分别为 $F(\cdot)$ 和 $f(\cdot)$. 零售商商品的边际成本为 c，该成本包括了产品的生产或采购成本、采购引发的运输成本及库存成本等. 假设商品的回收残值为 s. 不失一般性，假设允许退货时，退回产品不再销售，并和未销售

产品具有相同的残值,类似的假设可见于 Davis 等[27]和 Su[9]. 事实上,由于消费者退货即意味着零售商只能以残值销售,零售商在做决策时必须考虑退货造成的损失,这间接反映了零售商的退货成本. 假设 $\mu > c > s$,其中 μ 是消费者的估值均值. 假设零售商是风险中立的并遵守全额退款规则. 零售商的目标是通过制定销售价格 p 和订货量 q 以最大化自己的期望利润.

需求方面,消费者在做出购买决策时,面临估值不确定性. 假设所有消费者在销售期到来时同时到达市场,消费者的估值 V 服从相同但相互独立的分布,分布函数为连续函数 $G(\cdot)$. 最后,由于决策时的估值不确定性,消费者具有事前同质性,即所有消费者基于独立同分布的估值和相同的信息做出决策以最大化自己的期望剩余.

在销售季,消费者需要决定是否购买商品. 这个购买决策,如上文所述,是在估值不确定性下做出的. 如果消费者选择购买而结果是估值小于价格,这样的决策可能会引发购买后悔;与之相反,如果消费者选择不购买,并且事后发现估值大于价格,不购买决策可能会引发迟疑后悔. 为了研究的方便性,本文假设不管消费者在销售季中是否选择购买,估值的大小都可以在销售季后得到揭示(例如,不购买的消费者可以通过诸如阅读网上评论等渠道获知产品信息从而了解自己的估值). 后悔是一种负效用. 消费者这个阶段的决策目标是通过决定是否购买以最大化期望净剩余.

在销售季后,估值和后悔得到揭示,选择了购买的消费者需要决定是否退货. 如果退货,消费者可以从卖方得到全额退款,但消费者需要承担退货引发的成本 t , $(0 \leqslant t < p)$,消费者退货成本包括可能的运输费用等经济损失和时间等隐形成本. 因此,消费者从退货中得到的总退款是 $p - t$. 在这个阶段,由于退货决策是在估值已知的情况下做出的,所以不再考虑预期后悔. 消费者决定是否退货的目标是最大化自己的经济净剩余.

与 Nasiry 和 Popescu[5], Özer 和 Zheng[19] 和 Jiang 等[6]类似,假设消费者的剩余由经济剩余和后悔导致的负效用(以下除非特别指出,均简称为后悔)组成,该假设的理论基础是 Bell[15] 和 Loomes 和 Sugden[16] 的后悔理论. 经济剩余指消费者的估值与产品价格的差值. 依据 Quiggin[17] 和 Braun 和 Muermann[12],后悔的大小与事后最好的结果和所选选项的结果之间的差值成一定比例. 设 α 和 β 分别是购买后悔和迟疑后悔的系数,并且 $\alpha,\beta \geqslant 0$. 消费者在预期后悔上具有同质性.

最后,为了技术上的方便,假设 $(p-s)\bar{G}(p-t)$ 是单峰的(可以证明,在比较一般的条件下,常用的均匀分布、正态分布和指数分布均满足此要求),其中 $\bar{G}(\cdot) = 1 - G(\cdot)$. 本文研究零售商的库存和退货策略,分析先从零售商不接受退货的情况开始. 下文中下标 n 和 r 分别表示不提供退货(no return)和提供退货(full return)的情况.

2.2 零售商不提供退货

当零售商不接受退货时,消费者选择购买得到的经济剩余是 $V-p$,选择不购买的是 0. 两个选择的最好结果是 $\max\{V-p,0\}$,根据 2.1 节对后悔的定义,选择购买时后悔的大小为 $\alpha[\max\{V-p,0\} - (V-p)]$. 那么,选择购买的期望净剩余为

$$\begin{aligned} S_{n1} &= \mathrm{E}\{(V-p)-\alpha[\max\{V-p,0\}-(V-p)]\} \\ &= \mathrm{E}(V-p) + \alpha\mathrm{E}(V-p)^{-} \end{aligned} \tag{1}$$

其中 x^{-} 的表达式是 $x^{-}=\min\{x,0\}$. $(V-p)^{-}$ 代表消费者的产品估值小于零售价格的情况,该情况下的购买决策可能引起购买后悔. 消费者选择不购买可能产生迟疑后悔,大小为 $\beta[\max\{V-p,0\} - 0]$. 选择不购买的期望净剩余为

$$\begin{aligned} S_{n2} &= \mathrm{E}\{0 - \beta[\max\{V-p,0\} - 0]\} \\ &= -\beta\mathrm{E}(V-p)^{+} \end{aligned} \tag{2}$$

其中 x^{+} 的表达式是 $x^{+} = \max\{x,0\}$. 需要注意的是,本文假设零售商按先来先得的顺序销售商品并在缺货时及时下架商品. 这样假设的目的是为了保证消费者在有货的前提下决定是否购买的,消费者在制定购买决策时,不存在缺货风险. 用 $\Delta S_n = S_{n1} - S_{n2}$ 表示消费者是否购买的差异期望剩余. 当 $\Delta S_n > 0$ 时,购买是比不购买更好的选择,反之亦然. 本文假设当 $\Delta S_n \geqslant 0$ 时,消费者选择购买. ΔS_n 可以表示为

$$\Delta S_n = (1+\beta)(\mu-p)+(\alpha-\beta)\mathrm{E}(V-p)^{-} \tag{3}$$

观察上式可以发现一个有趣的事实是,为了避免不购买可能引发的迟疑后悔,消费者可能在期望经济剩余为负时购买商品. 例如,如果消费者估值服从 $[0,1]$ 上的均匀分布, $\alpha = 0$, $\beta = 1$ 且

$p = \frac{7}{12}$，$\Delta S_n > 0$，消费者选择购买，而此时期望经济剩余为 $-\frac{1}{12} < 0$. 对此现象的进一步解释可参阅 Nasiry 和 Popescu[5].

用 γ 表示后悔程度. 令 $\gamma = \frac{\alpha - \beta}{1 + \beta}$，$\gamma > -1$. γ 的值反映购买后悔与迟疑后悔的相对强度和影响消费者行为的后悔类型：当 $\gamma < 0$ 时，购买后悔的强度小于迟疑后悔的强度，此时，后悔程度表现为迟疑后悔，即消费者的购买决策受到迟疑后悔的影响；同理，当 $\gamma > 0$ 时，购买后悔的强度大于迟疑后悔的强度，此时，后悔程度表现为购买后悔，即消费者的购买决策受到购买后悔的影响. 此外，当 $\gamma = 0$ 时，购买后悔的强度等于迟疑后悔的强度，此时，购买后悔和迟疑后悔都不影响消费者的购买决策. 给定 γ 的表达式，可以得到

$$\frac{\Delta S_n}{1 + \beta} = \mu - p + \gamma \mathrm{E}\,(V - p)^- \tag{4}$$

令 $R(x) \triangleq \mathrm{E}\,(V - x)^-$，则 $R(x) \leqslant 0$ 是 x 的递减凹函数，$x + R(x)$ 是 x 的递增凹函数，$R'(x) = -G(x)$. 上式改写为

$$\frac{\Delta S_n}{1 + \beta} = \mu - p + \gamma R(p) \tag{5}$$

用 $\bar{w}(\gamma)$ 表示消费者的保留价格(willingness-to-pay)，$\bar{w}(\gamma)$ 是消费者愿意支付的最高价格，即 $\mu - p + \gamma R(p) = 0$ 时的价格. 当零售商不提供退货时，消费者的保留价格具有如下特性：

命题1　不提供退货时，消费者的保留价格 $\bar{w}(\gamma)$ 是后悔程度 γ 的减函数.

命题1及其证明说明：当 $\gamma = 0$ 时，$\bar{w}(0) = \mu$，即当后悔不影响消费者的购买决策时，消费者的保留价格等于估值均值. 当 $\gamma < 0$ 时，$\bar{w}(\gamma) > \bar{w}(0) = \mu$，这表明，当消费者受到迟疑后悔的影响时，消费者的保留价格大于估值均值，即迟疑后悔提高了消费者的保留价格. 相反，当 $\gamma > 0$ 时，$\bar{w}(\gamma) < \bar{w}(0) = \mu$，这表明，购买后悔的影响使得消费者的保留价格小于估值均值，即购买后悔降低了消费者的保留价格.

利润方面，零售商面临随机市场需求. 估值不确定性的存在使得消费者表现出事前同质性，即所有消费者基于独立同分布的估值和相同的信息做出决策. 文献 Su[9] 和 Gao 和 Su[36] 等也使用了类似的设定. 当零售商的价格大于消费者保留价格时，市场需求为0；相反，当价格小于保留价格时，零售商获得到达市场的所有需求 D. 零售商最大化其期望利润

$$\begin{aligned}\pi_n &= p\mathrm{E}\min\{D,q\} + s[q - \mathrm{E}\min\{D,q\}] - cq \\ &= (p - s)\,\mathrm{E}\min\{D,q\} - (c - s)q\end{aligned} \tag{6}$$

从式(6)可以得到零售商的最优价格和最优订货量如下

$$p_n^* = \bar{w}(\gamma),\ \bar{F}(q_n^*) = \frac{c - s}{p_n^* - s} \tag{7}$$

不提供退货时，零售商将价格制定为消费者的保留价格以攫取消费者所有的剩余. 进一步分析可以得到如下命题：

命题2　1)零售商的最优价格 p_n^*、最优订货量 q_n^* 和期望利润 π_n^* 都是后悔程度 γ 的减函数；

2)零售商从消费者的迟疑后悔中获利，而消费者的购买后悔损害零售商的利润；这种获利或受损是价格和订货量同时变化的结果.

命题2中的1)说明，零售商的最优价格 p_n^*，最优订货量 q_n^* 和期望利润 π_n^* 随着后悔程度 γ 的增大而减小. 这表明，$\gamma < 0$ 下的最优价格 p_n^*，最优订货量 q_n^* 和期望利润 π_n^* 分别大于 $\gamma = 0$ 下的 p_n^*，q_n^* 和 π_n^*，即迟疑后悔提高了零售商的最优价格，最优订货量和期望利润；同理，$\gamma > 0$ 下的 p_n^*，q_n^* 和 π_n^* 分别小于 $\gamma = 0$ 下的 p_n^*，q_n^* 和 π_n^*，即购买后悔降低了零售商的最优价格，最优订货量和期望利润. 期望利润随着迟疑后悔的减小或购买后悔的增大而降低是最优价格和最优订货量共同作用的结果. 命题2中的2)总结了以上讨论.

命题2中的2)解释了淘宝、京东、亚马逊等购物网站首页醒目的“活动仅剩3天”、“最后一天，不容错过”等促销方式存在的意义：零售商可以通过刺激迟疑后悔制定更高的价格、获取更多的利润.

与 Nasiry 和 Popescu[5] 不同，本文发现购买后悔损害零售商的利润不仅仅是因为最优价格是后悔程度的减函数. 当零售商面临随机需求时，利润随着迟疑后悔的减小或购买后悔的增大而降低是价格和订货量共同作用的结果.

另外，从命题 2 可知，当市场表现为迟疑后悔时，零售商愿意提供更高的服务水平（更大的订货量）.

2.3 零售商提供退货

由 2.1 节知，消费者的退货成本为 t . 当零售商提供退货且消费者选择购买商品时，每一个到达市场的消费者面临三种情况：1）$V > p$ ，获得正的经济剩余并选择保留商品；2）$p - t < V < p$ ，获得负的经济剩余，但仍保留商品；3）$V < p - t$ ，获得负的经济剩余并退货. 因此，选择购买的经济剩余是 $\max\{V, p - t\} - p$. 可以发现，允许退货提高消费者购买决策的经济剩余. 另外，不购买决策的经济剩余是 0. 因此，零售商提供退货下消费者选择购买的期望净剩余是

$$\begin{aligned} S_{r1} &= \mathrm{E}(z) - \alpha \mathrm{E}[\max\{0, z\} - z] \\ &= \mathrm{E}(V - p) + \alpha \mathrm{E}(V - p)^{-} - \\ &\quad (1 + \alpha)\mathrm{E}[V - (p - t)]^{-} \end{aligned} \tag{8}$$

其中 $z = \max\{V, p - t\} - p$. 退货机制不改变不购买决策的经济剩余，也不影响不购买决策的期望剩余. 事实上，选择不购买的消费者只有在 $V > p$ 时才会产生迟疑后悔. 因此，选择不购买时的期望净剩余依然是

$$S_{r2} = -\beta \mathrm{E}(V - p)^{+} \tag{9}$$

利用上述公式得到是否购买的差异期望剩余，化简后得

$$\begin{aligned} \frac{\Delta S_r}{1 + \beta} &= \mu - p + \gamma R(p) - (1 + \gamma) \times \\ &\quad R(p - t) \end{aligned} \tag{10}$$

由此得到如下命题：

命题 3 1）提供退货时，消费者的保留价格 $\bar{w}(\gamma, t)$ 分别是后悔程度 γ 和退货成本 t 的减函数；

2）相比不提供退货时的情况，允许退货提高了消费者的保留价格.

与命题 1 相似，命题 3 中的 1）表明当零售商提供退货时，消费者的保留价格 $\bar{w}(\gamma, t)$ 依然随着后悔程度 γ 的增加而减小，即迟疑后悔提高消费者的保留价格和购买后悔减小消费者的保留价格.

与命题 1 不同的是，当零售商提供退货时，消费者的保留价格 $\bar{w}(\gamma, t)$ 随着退货成本 t 的增加而减小. 特别地，当 $t = 0$ 时，消费者的退货成本为 0，此时，所有到达市场的消费者都会选择购买，即消费者的保留价格等于产品估值的最大值. 当 $t = p$ 时，消费者的退货成本等于产品的价格，此时，$\bar{w}(\gamma, t) = \bar{w}(\gamma)$ ，即提供退货下消费者的保留价格等于不提供退货下消费者的保留价格. 当 $0 < t < p$ 时，$\bar{w}(\gamma, t) > \bar{w}(\gamma)$ ，即只要退货成本小于产品的价格，提供退货就会提高消费者的保留价格.

零售商决策方面，提供退货时零售商的利润为

$$\begin{aligned} \pi_r &= p\bar{G}(p - t) \text{ 中的 } \mathrm{E}\min\{D, q\} + \\ &\quad sG(p - t)\mathrm{E}\min\{D, q\} + \\ &\quad s(q - \mathrm{E}\min\{D, q\}) - cq \\ &= (p - s)\bar{G}(p - t)\mathrm{E}\min\{D, q\} - \\ &\quad (c - s)q \end{aligned} \tag{11}$$

根据零售商利润的表达式可以得知，增加一个单独的退货成本参数 k 不会根本上改变零售商决策的性质，但是会使得结果和表达式变得更为复杂. 具体地，引入固定退货成本 k ，则提供退货的情况下，零售商的利润可以表示为 $\pi_r = p\bar{G}(p - t)\mathrm{E}\min\{D, q\} + (s - k)G(p - t)\mathrm{E}\min\{D, q\} + s(q - \mathrm{E}\min\{D, q\}) - cq = [(p - s + k)\bar{G}(p - t) - k]\mathrm{E}\min\{D, q\} - (c - s)q$. 此时，利用 $(p - s)\bar{G}(p - t)$ 是单峰函数的假设，可得 $[(p - s + k)\bar{G}(p - t) - k]$ 的单峰性，据此可得最优定价的唯一性，从而可以进一步计算最优订货量.

注意到，退货的存在使得零售商的利润与消费者的估值以及退货成本有关. 如果忽略考虑消费者后悔和保留价格，最大化零售商的利润函数得到

$$p_0^* = \arg\max_p (p - s)\bar{G}(p - t) \tag{12}$$

$$\bar{F}(q_0^*) = \frac{c - s}{(p_0^* - s)\bar{G}(p_0^* - t)} \tag{13}$$

但是，由于零售商需要满足条件 $p \leqslant \bar{w}(\gamma, t)$ ，所以零售商的最优价格和最优订货量为 $p_r^* = \min\{p_0^*, \bar{w}(\gamma, t)\}$ (14)

$$\bar{F}(q_r^*) = \frac{c - s}{(p_r^* - s)\bar{G}(p_r^* - t)} \tag{15}$$

命题 4 当 $p_0^* \leqslant \bar{w}(\gamma, t)$ ，零售商的最优价格 p_r^* 、最优订货量 q_r^* 和期望利润 π_r^* 与后悔程

度 γ 的大小无关；当 $p_0^* > \bar{w}(\gamma,t)$，零售商的最优价格 p_r^*、最优订货量 q_r^* 和期望利润 π_r^* 都是 γ 的减函数.

直觉上，零售商的最优价格等于消费者的保留价格，即零售商会攫取消费者全部的剩余. 然而，有趣的是，命题 4 表明，当零售商提供退货时，在一定的条件下（即 $\bar{w}(\gamma,t) > p_0^*$），零售商的最优价格小于消费者的保留价格. 这是因为提供退货时，高价同时意味着高退货率. 例如，在阿里巴巴旗下电商交流平台生意经上，可以见到许多商家交流讨论定价过高导致退货率高的问题. ②事实上，高价导致更多的消费者获得负的经济剩余，即 $V < p$ 的消费者数量增加. 当退货成本 t 保持不变时，选择退货的消费者数量（$V < p - t$）增加. 由于退货为零售商带来的是低于成本的回收残值，高退货率可能会损害零售商的利润. 因此，零售商的最优价格不一定等于消费者的保留价格.

命题4 也表明，当 $p_0^* \leq \bar{w}(\gamma,t)$，零售商的最优价格 p_r^*、最优订货量 q_r^* 和期望利润 π_r^* 不会受到后悔程度 γ 的影响.

3 估值服从均匀分布

前文分析了消费者估值服从一般分布的情形. 为了更好的研究零售商的退货策略，本章考虑消费者的估值 V 服从均匀分布 $U[0,1]$ 的情形. 值得注意的是，有相当多的研究采用了均匀分布，如 Özer 和 Zheng[19]、Aflaki 等[37]、Liu 和 Van Ryzin[38] 和 Hu 和 Nasiry[39] 等. 给定估值 V 服从均匀分布 $U[0,1]$，容易得到：

零售商不提供退货时的最优价格为 $p_n^*(\gamma) = \bar{w}(\gamma) = 1/(\sqrt{1+\gamma}+1)$；

提供退货时消费者的保留价格为 $\bar{w}(\gamma,t) = t + 1 + t\gamma - \sqrt{t(1+\gamma)(2+t\gamma)}$.

可以发现，保留价格 $\bar{w}(\gamma,t)$ 分别是后悔程度和退货成本的减函数，当 $t = 0$ 时，消费者的保留价格为产品估值的最大值 1. 根据式(12)得到不考虑保留价格时的最优价格 $p_0^* = \frac{1+s+t}{2}$. 注意到，零售商的实际最优价格 $p_r^* = \min\{p_0^*, \bar{w}(\gamma,t)\}$.

3.1 零售商提供退货时的决策

提供退货时，比较 p_0^* 与 $\bar{w}(\gamma,t)$ 的大小可以确定零售商的最后定价.

命题 5 1）当 $0 \leq t < 1 - s$ 时，存在临界值 $\hat{\gamma}(s,t)$：当 $-1 < \gamma \leq \hat{\gamma}(s,t)$，零售商的最优价格为 $p_r^* = p_0^*$；否则，最优价格为 $p_r^* = \bar{w}(\gamma,t)$.

2）$\hat{\gamma}(s,t)$ 分别是回收残值 s 和退货成本 t 的减函数.

命题 5 中的 1）表明，当消费者的退货成本 t 和后悔程度 γ 足够小时，零售商的最优价格与消费者的保留价格和后悔程度 γ 无关. 并且，最优价格小于消费者的保留价格，相应的解释可参考命题 4 后的讨论. 反之，当消费者的退货成本 t 或后悔程度 γ 足够大时，零售商的最优价格等于消费者的保留价格. 这是因为，当 t 或 γ 增大时，由命题 3 中的 1）可知，消费者的保留价格 $\bar{w}(\gamma,t)$ 减小. 当忽略后悔程度的最优价格 p_0^* 大于消费者的保留价格 $\bar{w}(\gamma,t)$，零售商根据消费者的保留价格定价可以满足到达市场的所有需求，而根据 p_0^* 定价将导致产品需求为 0. 特别地，当 $t = p$ 时，相当于零售商不提供退货的情况，此时，对任意 γ，零售商的最优价格都是消费者的保留价格（参见命题2）.

命题 5 中的 2）表明：零售商的最优价格在多大范围内与后悔程度无关受到回收残值 s 和退货成本 t 的影响. 具体地，当 t 增大时，γ 影响零售商的最优价格的范围减小；当 s 减小时，γ 影响零售商的最优价格的范围增大. 这是因为当 s 减小时，s 不影响保留价格，但退货产品的回收价值有限，这使得零售商提供退货服务的意愿减小，零售商更希望通过制定忽略后悔程度的最优价格 p_0^* 从销售中获得最大的利润.

提供退货时的最优订货量具有与最优价格相似的特征，不过订货量还受到边际成本的影响：当 $(p_r^* - s)\bar{G}(p_r^* - t) \leq c - s$ 时，零售商的最优订货量

② https://baike.1688.com/doc/view-d44239477.html

为 0.

3.2 零售商的退货策略

比较提供退货前后的最优价格得到:

命题 6 当 $0 \leqslant t < 1 - s$ 时,存在临界值 $\bar{\gamma}(s,t)$:当 $-1 < \gamma < \bar{\gamma}(s,t)$,提供退货下的最优价格小于不提供退货下的最优价格,即 $p_r^* < p_n^*$;否则,$p_r^* \geqslant p_n^*$.

与 Davis 等[27]的结论不同,命题 6 表明,零售商提供退货策略不一定提高零售价格. 当消费者的迟疑后悔足够大时,零售商更希望通过制定低于保留价格的价格以减少退货的数量. 关于退货对零售商利润的影响,比较式(6)和式(11),得到如下命题:

命题 7 1)当 $0 \leqslant t < s$ 时,存在 $\tilde{\gamma}_1$ 和 $\tilde{\gamma}_2$:当 $\tilde{\gamma}_1 < \dfrac{1-2c}{c^2}$ 且 $\gamma \in (\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2)$ 时,$\pi_r^* > \pi_n^*$,当 $\tilde{\gamma}_1 \geqslant \dfrac{1-2c}{c^2}$ 或 $\gamma \notin (\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2)$ 时,$\pi_r^* \leqslant \pi_n^*$;2)当 $0 \leqslant s \leqslant t$ 时,$\pi_r^* \leqslant \pi_n^*$.

命题 7 表明零售商是否提供退货与消费者预期后悔、消费者退货成本、商品的边际成本和回收残值有关. 后悔程度和退货成本影响消费者的剩余,而边际成本和回收残值的差值衡量了零售商为退货支付的成本.

当退货成本为 0、边际成本较小且后悔程度大于一定范围时($\gamma > \tilde{\gamma}_1$),提供退货总是有利的. 当退货成本不为 0 且后悔程度大于一定范围($\gamma > \tilde{\gamma}_2$)时,消费者拥有较低的保留价格. 受到保留价格和商品边际成本的影响,零售商缺乏参与交易的意愿,不管是否有退货机制,零售商的订货量都为 0. 但如果退货成本相对较低($0 < t < s$),零售商在提供退货下的订货量为正的范围($-1 < \gamma < \tilde{\gamma}_2$)大于在不提供退货下的订货量为正的范围($-1 < \gamma < \dfrac{1-2c}{c^2}$),即退货成本相对较低时,提供退货会让零售商为后悔程度更大的消费者提供服务. 当退货成本相对较低($0 < t < s$),同时后悔程度小于一定范围($\gamma < \tilde{\gamma}_1$)时,提供退货是不利的. 例如,当消费者行为主要受到迟疑后悔的影响时,不管零售商是否提供退货,消费者都倾向于购买产品以避免可能引发的迟疑后悔. 这种情况下,提供退货让冲动购买的消费者有机会退回商品,损害零售商的利益. 这个结论可以用来解释 2019 年 5 月"女子买 18 件衣服旅游,晒完照片后退货"的现象③. 当退货成本较低,且消费者购买后悔强度较小时,提供退货会导致消费者的投机购买行为,最终增加退货率并损害零售商的利润. 当退货成本相对较低($0 < t < s$),同时后悔程度适中($\gamma \in (\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2)$)时,提供退货为零售商带来更多的利润. 此时,退货机制通过调节估值不确定性引起的犹豫、延迟购买等负面影响,提高消费者的保留价格,为零售商带来更多的利润. 提供退货是否会提高零售商的利润受到回收残值和商品边际成本的影响. 对一定的退货成本而言,回收残值越大,提供退货会提高零售商的利润的可能性越大. 这是因为回收残值越大,零售商为退货支付的成本 $c - s$ 越小. 同理,对一定的回收残值而言,当产品边际成本越小时,提供退货会提高零售商的利润的可能性越大. 当退货成本相对较大或回收残值相对较小($t \geqslant s$)时,零售商也不应该提供退货. 尽管提供退货依然可以提高消费者的保留价格,但是过高的退货成本大大降低了退货对消费者的吸引力. 同时,过低的回收残值降低了退货对零售商的吸引力. 这些影响使得提供退货带来的好处不及购买后悔的带来的负面影响,最终导致提供退货损害零售商利润. 这个结论在一定程度上解释了京东部分取消七天无理由退货的现象. 当产品回收残值较小时,提供七天无理由退货会损害零售商利润. 总的来说,零售商提供退货,可以提高消费者的保留价格,但也同时引发了退货损失. 零售商是否应该提供退货受到消费者后悔类型、后悔大小、退货成本、产品边际成本和回收残值的综合影响.

现有文献中有一些文章研究了零售商是否应该提供全额退款策略,其中,Su[9]认为当产品的边际成本或回收残值足够小时,提供全额退款策略会损害零售商的利润;Davis 等[27]认为当零售商的回收残值足够大或消费者退货成本足够大

③ https://www.sohu.com/a/313272289_115479

时，提供全额退款策略有利于提高零售商的利润；李建斌和李赟[30]认为无理由退货的盈利能力受到产品质量、退货残值和消费者退货成本等因素的影响. 本文拓展了现有研究，说明不仅回收残值、产品边际成本和消费者退货成本会影响零售商的退货决策，消费者的预期后悔程度也会显著影响该决策.

4　数值分析与讨论

使用数值实验进一步讨论模型及其拓展，具体分为两部分：第一小节验证上文的主要结论；第二小节讨论部分退款及其与上文结论的联系.

4.1　数值分析

假设消费者的随机需求服从正态分布 $N(\mu_D, \sigma_D^2)$. 与上一章保持一致，假设消费者的估值服从均匀分布 $U[0,1]$. 除特殊说明外，默认参数为 $c=0.3$，$s=0.25$，$t=0.15$，$\mu_D=10\ 000$，$\sigma_D=1\ 000$.

图 1 表明，不管是否提供退货，消费者的保留价格都是后悔的减函数，但提供退货提高了保留价格，验证了命题 1 和命题 3.

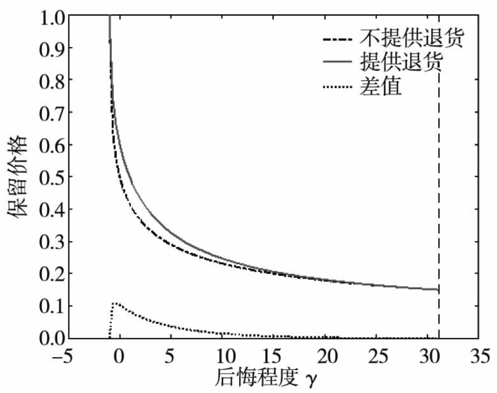

图 1　不提供退货和提供退货下的消费者保留价格及差值

Fig. 1 Consumers' willingness-to-pay in the cases of no return and full return and the difference

图 2 显示了提供退货前后零售商的最优价格和最优订货量. 可以看到，提供退货下，当后悔程度 $\gamma < -0.52$ 时，最优价格和最优订货量与后悔程度无关；而当 $\gamma > -0.52$ 时，与不提供退货时的情况类似，最优价格和最优订货量都是后悔程度的减函数，验证命题 2、命题 4 和命题 5. 当后悔程度很小时，提供退货下的最优价格小于不提供退货时的最优价格，验证了命题 6.

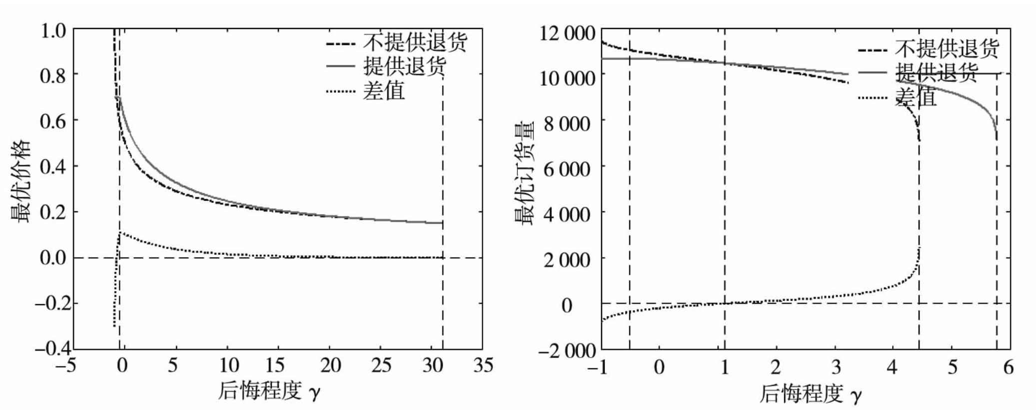

图 2　不提供退货和提供退货下的最优价格和最优订货量及差值

Fig. 2 Optimal prices and inventory decisions in the cases of no return and full return and the differences

图 3 验证了命题 7：1）当 $t=0$ 时，对任意后悔程度，零售商的最优价格与后悔程度无关，并且当 $\gamma > 1.43$ 时，提供退货为零售商带来更多的利润；2）当 $t=0.15$ 时，$0 < t < s < c$，此时，当 $\gamma < -0.52$，零售商的最优价格与后悔程度无关. 当 $\gamma > -0.52$ 时，提供退货时的利润随着后悔的增加而减小. 当 $1.11 < \gamma < 5.77$ 时，提供退货为零售商带来更多的利润. 值得注意的是，提供退货使得零售商的销售范围从 $\gamma \in (-1, 4.44)$ 扩大到了 $\gamma \in (-1, 5.77)$；3）当 $t=0.25$ 时，$t=s<c$，在所有销售范围 $\gamma \in (-1, 4.44)$ 内，提供退货都将降低零售商的利润；4）当 $t=0.55$ 时，$c < t < 1$，无退货时的销售范围仍然是 $\gamma \in (-1, 4.44)$. 如果在这种情况下提供退货，不仅销售范围减小为 $\gamma \in (-1, -0.33)$，零售商的利润也同时减小. 以上四种情况强调了在制定退货

决策时评估退货成本和消费者后悔类型和后悔大小的重要性. 为了发挥退货的好处,零售商应该努力降低消费者的退货成本并同时采取营销措施增强消费者的购买后悔.

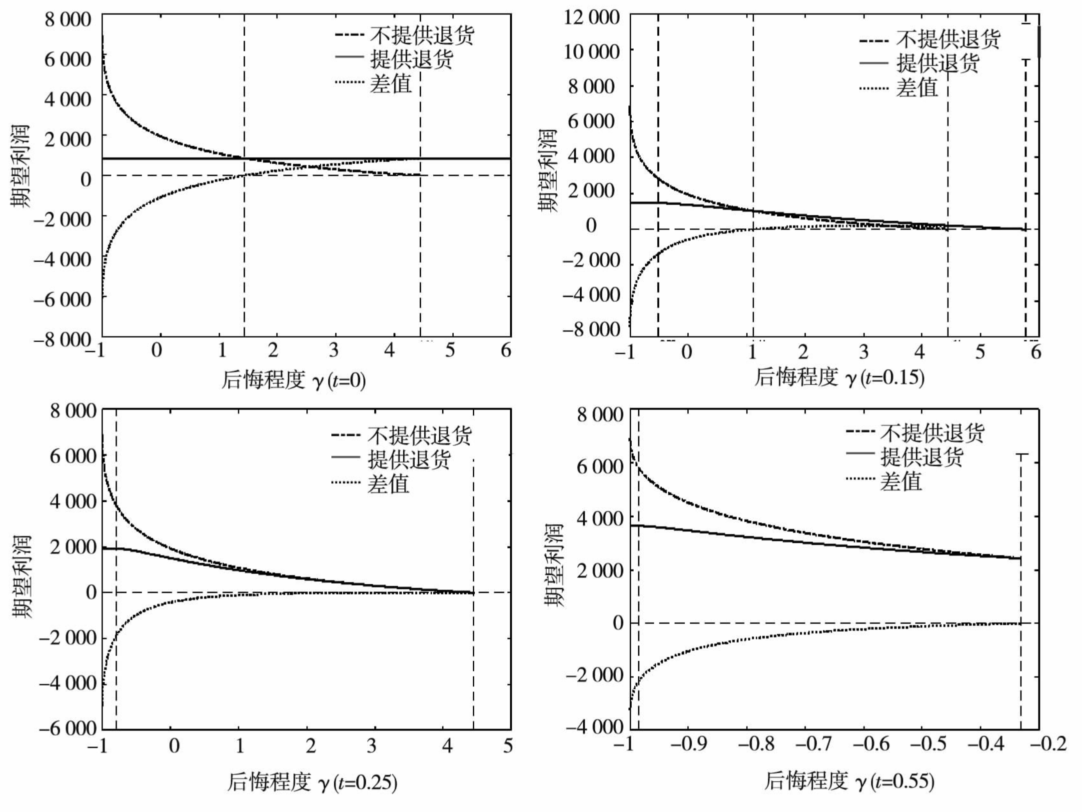

图 3 不提供退货和提供退货下的期望利润及差值

Fig. 3 Expected profits in the cases of no return and full return and the difference

4.2 零售商提供部分退款

由于部分退款下零售商的决策问题较复杂,解析分析较为困难,本节采用数值实验研究部分退款策略对零售商利润的影响. 与上文一致,假设消费者的估值服从均匀分布 $U[0,1]$,消费者的随机需求服从正态分布 $N(\mu_D,\sigma_D^2)$, $c = 0.3$, $s = 0.25$, $\mu_D = 10\ 000$, $\sigma_D = 1\ 000$. 另外,由于 $\gamma < 0$ 时提供退货会降低迟疑后悔的好处而损害零售商的利润,并且 $\gamma = 0$ 时后悔不产生影响,本部分只专注于 $\gamma > 0$ 时的情况.

假设在部分退款情况下,零售商支付给消费者的部分退款金额为 r , $0 \leqslant r \leqslant p$. 与前文一致,下文先分析消费者行为,再讨论零售商的决策,最后比较不提供退货,提供全额退款和提供部分退款三种情况.

与全额退款的情况一致,在部分退款的情况下,选择退货的消费者需要承担退货引发的退货成本 t . 消费者退货成本包括可能的运输费用等经济损失和时间等隐形成本. 因此,当零售商提供部分退款时,消费者选择退货获得的经济剩余为 $r - t$. 值得注意的是,当 $r - t \leqslant 0$ 时,选择退货不能增加消费者的经济剩余,即所有的消费者都不会选择退货. 换言之,当 $r - t \leqslant 0$ 时,零售商提供部分退款下的消费者行为与零售商不提供退货下的消费者行为一致. 为了避免重复累赘,后文假设 $t < r \leqslant p$. 当 $r - t > 0$ 时,每一个选择了购买的消费者面临三种情况:1) $V \geqslant p$,消费者获得正的经济剩余并选择保留商品;2) $r - t \leqslant V < p$,消费者获得负的经济剩余,但保留商品是比退货更好的选择;3) $0 \leqslant V < r - t$, 消费者获得负的经济剩余并选择退货. 用下标 p 表示零售商提供部分退款(partial return)的情况,零售商提供部分退款下消费者选择购买的期望剩余为

$$\begin{aligned} S_{p1} &= \mathrm{E}(z') - \alpha\mathrm{E}[\max\{0,z'\} - z'] \\ &= \mathrm{E}(V-p) + \alpha\mathrm{E}\,(V-p)^- - \\ &\quad (1+\alpha)\mathrm{E}\,[V-(r-t)]^- \end{aligned} \tag{16}$$

其中 $z' = \max\{V, r-t\} - p$. 消费者选择不购买的期望剩余为

$$\begin{aligned} S_{p2} &= 0 - \beta\mathrm{E}[\max\{0, V-p\} - 0] \\ &= -\beta\mathrm{E}\,(V-p)^+ \end{aligned} \tag{17}$$

是否选择购买的差异期望剩余为

$$\begin{aligned} \Delta S_p &= S_{p1} - S_{p2} \\ &= (1+\beta)(\mu-p) + (\alpha-\beta)\mathrm{E}\,(V-p)^- - \\ &\quad (1+\alpha)\mathrm{E}\,[V-(r-t)]^- \end{aligned} \tag{18}$$

化简后得

$$\begin{aligned} \frac{\Delta S_p}{1+\beta} &= \mu - p + \gamma R(p) - (1+\gamma) \times \\ &\quad R(r-t) \end{aligned} \tag{19}$$

根据上述方程可以得到零售商提供部分退款下的消费者保留价格. 进一步,当消费者的估值 V 服从均匀分布 $U[0,1]$ 时

$$\bar{w}(\gamma, r, t) = \frac{1 + (1+\gamma)(r-t)^2}{\sqrt{1 + \gamma + \gamma(1+\gamma)(r-t)^2} + 1} .$$

零售商决策方面,提供部分退款时,零售商的利润表达式为

$$\begin{aligned} \pi_p &= p\bar{G}(r-t)\mathrm{E}\min\{D,q\} + \\ &\quad (p-r+s)G(r-t)\mathrm{E}\min\{D,q\} + \\ &\quad s(q - \mathrm{E}\min\{D,q\}) - cq \\ &= (p-s)\bar{G}(r-t)\mathrm{E}\min\{D,q\} + \\ &\quad (p-r)G(r-t)\mathrm{E}\min\{D,q\} - \\ &\quad (c-s)q \end{aligned} \tag{20}$$

由数值实验可知,当 $0 < \gamma < 3$ 时, $\pi_p^* \geqslant \max\{\pi_n^*, \pi_r^*\}$,即在部分退货情况下,由于决策灵活性增强,零售商的利润通常比不退货或全额退货高. 详情可见图4. 特别地,当 $t = 0.15$ 时并且 γ 足够大时,部分退款下的最优退款额度等于最优价格($r^* = p^*$),即零售商的最优退货策略是全额退款. 这表明,当消费者后悔程度足够大的时候,考虑部分退款的模型可以简化为全额退款模型.

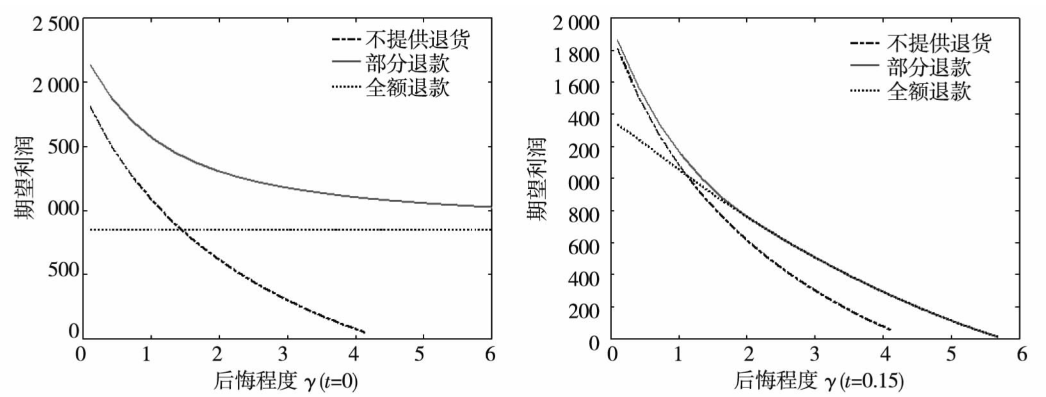

图4　不提供退货、部分退款和全额退款下的期望利润

Fig. 4 Expected profits in the cases of no return, partial return, and full return

5　结束语

消费者的“后悔权”随着电商的兴起近几年得到了重视,“无理由退货”已经得到零售商和消费者的广泛接受,例如,中国消费者协会《网购企业落实消费者“后悔权”调查报告》④发现,接受调查的消费者中有近20%的消费者发起了“无理由退货”,其中大部分消费者退货成功. 2018年《广州市消费者电商平台(零售类)调查报告》⑤显示主流电商的退货率成功率达到了较高水平,例如排名最高的“唯品会”退货成功率达到99%. 然而,零售商是否应该加强或者放松“无理由退货”是比较复杂的问题,一些电商如京东部分取消“七天无理由退货”,显示零售商的两难处境.

本文构建了含有消费者估值不确定性、退货

④　http://www.cca.org.cn/jmxf/detail/24207.html

⑤　http://www.guangzhou315.com/show-17-13108-1.html

及消费者后悔的随机需求模型，探讨了消费者后悔对零售商的价格、订货量和退货策略的影响. 主要结论如下：

1）不提供退货时，消费者的保留价格、零售商的最优价格、最优订货量和期望利润都是后悔程度的减函数，即消费者的保留价格、零售商的最优价格、最优订货量和期望利润随着迟疑后悔强度的减弱或购买后悔强度的增强而减小. 零售商从消费者的迟疑后悔中获利，而购买后悔损害零售商的利润；这种获利或损害是价格和订货量随着后悔同时变化的结果.

2）提供退货时，退货增加消费者的经济剩余，提高保留价格；全额退款使得零售商在一定的范围内不受消费者预期后悔的影响. 超过该范围后，和不提供退货时类似，最优价格、最优订货量和期望利润函数是后悔程度的减函数，即最优价格、最优订货量和期望利润随着迟疑后悔强度的减弱或购买后悔强度的增强而减小.

3）全额退款下的退货决策受到消费者后悔、退货成本、回收残值和产品边际成本的影响. 退货一方面调节购买后悔的负面影响，另一方面减小迟疑后悔的好处. 对负面影响的调节作用随着退货成本的增加而减弱，当退货成本大于残值时，零售商最好不要提供退货；另外，当消费者表现为迟疑后悔时，提供退货反而增加退回商品的数量，降低利润. 前者解释了京东部分取消七天无理由退货的现象.

本文的创新点是：将消费者预期后悔引入随机需求模型中，探讨后悔对订货量的影响. 在退货中考虑了消费者的退货成本，这点使得模型更加贴近现实；另外，在消费者预期后悔和退货成本的基础上探讨提供全额退款策略的价值，强调零售商在制定退货决策时评估消费者预期后悔和退货成本的重要性.

研究结论有助于零售商在决策中考虑消费者后悔因素，为零售商决策提供了一定的管理启示. 从理论上讲，本文刻画了考虑消费者后悔的情况下是否退货的决策依据，为退货的研究提供了新的发现. 从管理启示讲，为京东部分取消“七天无理由退货”等管理实践现象提供了一定的理论解释，其核心本质是零售商在面临消费者后悔时是否应该提供无理由退货（如果零售商可以选择）.

未来的研究方向包括考虑消费者异质性和研究消费者后悔、退货与竞争三者之间的相互作用等.

参 考 文 献：

[1] Shugan S M, Die J. Advance-selling as a competitive marketing tool[J]. International Journal of Research in Marketing, 2005, 22(3): 351 – 373.

[2] Simonson I. The influence of anticipating regret and responsibility on purchase decisions[J]. Journal of Consumer Research, 1992, 19(1): 105 – 118.

[3] Baron J. The Role of Anticipated Emotions in Decision Making[C]. La Jolla: A Conference on the Role of Anticipation and Regret in Decision Making, 1991.

[4] Zeelenberg M. Anticipated regret, expected feedback and behavioral decision making[J]. Journal of Behavioral Decision Making, 1999, 12(2): 93 – 106.

[5] Nasiry J, Popescu I. Advance selling when consumer sregret[J]. Management Science, 2012, 58(6): 1160 – 1177.

[6] Jiang B, Narasimhan C, Turut Ö. Anticipated regret and product innovation[J]. Management Science, 2017, 63(12): 4308 – 4323.

[7] Petruzzi N C, Dada M. Pricing and the newsvendor problem: A review with extensions[J]. Operations Research, 1999, 47(2): 183 – 194.

[8] Khouja M. The single-period (news-vendor) problem: Literature review and suggestions for future research[J]. Omega, 1999, 27(5): 537 – 553.

[9] Su X. Consumer returns policies and supply chain performance[J]. Manufacturing & Service Operations Management,

2009, 11(4): 595－612.

[10]张霖霖，姚　忠. 考虑顾客退货时在线企业的定价与订货策略[J]. 管理科学学报，2013，16(6)：10－21.
Zhang Linlin, Yao Zhong. Pricing and order decisions with customer returns in online retailing[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(6): 10－21. (in Chinese)

[11]Perakis G, Roels G. Regret in the newsvendor model with partial information[J]. Operations Research, 2008, 56(1): 188－203.

[12]Braun M, Muermann A. The impact of regret on the demand for insurance[J]. Journal of Risk and Insurance, 2004, 71(4): 737－767.

[13]Liu Q, Shum S. Pricing and capacity rationing with customer disappointment aversion[J]. Production and Operations Management, 2013, 22(5): 1269－1286.

[14]Zeelenberg M, Van Dijk W W, Manstead A S R, et al. On bad decisions and disconfirmed expectancies: The psychology of regret and disappointment[J]. Cognition & Emotion, 2000, 14(4): 521－541.

[15]Bell D E. Regret in decision making under uncertainty[J]. Operations Research, 1982, 30(5): 961－981.

[16]Loomes G, Sugden R. Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty[J]. The Economic Journal, 1982, 92(368): 805－824.

[17]Quiggin J. Regret theory with general choice sets[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 1994, 8(2): 153－165.

[18]Diecidue E, Rudi N, Tang W. Dynamic purchase decisions under regret: Price and availability[J]. Decision Analysis, 2012, 9(1): 22－30.

[19]Özer Ö, Zheng Y. Markdown or everyday low price? The role of behavioral motives[J]. Management Science, 2016, 62(2): 326－346.

[20]高　鹏，杜建国，聂佳佳，等. 消费者后悔预期对竞争型再制造供应链权力结构的影响[J]. 中国管理科学，2017，25(1)：78－87.
Gao Peng, Du Jianguo, Nie Jiajia, et al. Impact of consumer's anticipated regret on power structure of competitive remanufacturing supply chain[J]. Chinese Journal of Management Science, 2017, 25(1): 78－87. (in Chinese)

[21]Zou T, Zhou B, Jiang B. Product-line design in the presence of consumers' anticipated regret[J]. Management Science, 2020, 66(12): 5665－5682.

[22]Kuang Y, Ng C T. Pricing substitutable products under consumer regrets[J]. International Journal of Production Economics, 2018, 203: 286－300.

[23]毛照昉，刘　鹭，李　辉. 考虑售后服务合作的双渠道营销定价决策研究[J]. 管理科学学报，2019，22(5)：47－56.
Mao Zhaofang, Liu Lu, Li Hui. Pricing decision of a dual channel under after-sales service cooperation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(5): 47－56. (in Chinese)

[24]Mann D P, Wissink J P. Money-back contracts with double moral hazard[J]. The RAND Journal of Economics, 1988, 19(2): 285－292.

[25]Mann D P, Wissink J P. Money-back warranties vs. replacement warranties: A simple comparison[J]. The American Economic Review, 1990, 80(2): 432－436.

[26]Moorthy S, Srinivasan K. Signaling quality with a money-back guarantee: The role of transaction costs[J]. Marketing Science, 1995, 14(4): 442－466.

[27]Davis S, Gerstner E, Hagerty M. Money back guarantees in retailing: Matching products to consumer tastes[J]. Journal of Retailing, 1995, 71(1): 7－22.

[28]Ofek E, Katona Z, Sarvary M. "Bricks and clicks": The impact of product returns on the strategies of multichannel retailers[J]. Marketing Science, 2011, 30(1): 42－60.

[29]杨光勇，计国君. 存在战略顾客的退货策略研究[J]. 管理科学学报，2014，17(8)：23－33，94.
Yang Guangyong, Ji Guojun. Research on return strategy in the presence of strategic consumers[J]. Journal of Management

Sciences in China, 2014, 17(8): 23 – 33, 94. (in Chinese)

[30]李建斌, 李 赟. 无理由退货政策下的在线定价及补偿优化策略[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(11): 2811 – 2819.
Li Jianbin, Li Yun. Optimal online pricing and compensation strategy in MBG returns policy[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2016, 36(11): 2811 – 2819. (in Chinese)

[31]Shulman J D, Coughlan A T, Savaskan R C. Optimal restocking fees and information provision in an integrated demand-supply model of product returns[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2009, 11(4): 577 – 594.

[32]Akçay Y, Boyacı T, Zhang D. Selling with money-back guarantees: The impact on prices, quantities, and retail profitability[J]. Production and Operations Management, 2013, 22(4): 777 – 791.

[33]Davis S, Hagerty M, Gerstner E. Return policies and the optimal level of "hassle"[J]. Journal of Economics and Business, 1998, 50(5): 445 – 460.

[34]原逸超, 石岿然. 考虑策略型消费者和退货的零售商定价和订货决策研究[J]. 中国管理科学, 2020, 28(6): 83 – 93.
Yuan Yichao, Shi Kuiran. The retailer's decision problem considering heterogeneous strategic consumers' non-defective returns[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(6): 83 – 93. (in Chinese)

[35]范体军, 楼高翔, 王晨岚, 等. 基于绿色再制造的废旧产品回收外包决策分析[J]. 管理科学学报, 2011, 14(8): 8 – 16.
Fan Tijun, Lou Gaoxiang, Wang Chenlan, et al. Analysis of outsourcing decision-making on used products collection for green remanufacturing[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(8): 8 – 16. (in Chinese)

[36]Gao F, Su X. Online and offline information for omnichannel retailing[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2017, 19(1): 84 – 98.

[37]Aflaki A, Feldman P, Swinney R. Becoming strategic: Endogenous consumer time preferences and multiperiod pricing[J]. Operations Research, 2020, 68(4): 1116 – 1131.

[38]Liu Q, Van Ryzin G J. Strategic capacity rationing to induce early purchases[J]. Management Science, 2008, 54(6): 1115 – 1131.

[39]Hu Z, Nasiry J. Are markets with loss-averse consumers more sensitive to losses? [J]. Management Science, 2018, 64(3): 1384 – 1395.

Inventory and consumer returns policies under consumers' anticipated regret

KUANG Yun-juan[1], *FU Ke*[2*]

1. Department of Logistics and Maritime Studies, Faculty of Business, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China;
2. Lingnan (University) College, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

Abstract: This paper studies a online retailer's pricing and inventory decisions and consumer returns policy with consideration of consumers' anticipated regret. A game-theoretical model, in which a retailer sells a single product to consumers, is developed. The retailer faces demand uncertainty and makes pricing and inventory decisions before the demand uncertainty is realized. Moreover, consumers face valuation uncertainty and may experience buyer's regret or hesitater's regret. They decide whether to purchase in anticipation of potential regret. Besides, consumers care about the retailer's return policy: If the retailer allows returns, then consumers may return the product to the retailer at a return cost when the realized valuation is low. Several interesting results are obtained: First, in the case of no return, consumers' reservation price and the retailer's optimal price, optimal ordering quantity and expected profit decrease with the buying regret and increase with the hesitation regret. Second, although a full return policy increases consumers' reservation price and may allow the retailer's price and quantity decisions to be independent of consumers' anticipated regret, it does not necessarily increase the retailer's expected profit. Whether a retailer should adopt a full return policy is affected by consumers' anticipated regret, return cost, marginal cost and salvage value of the product. When the return cost is low and the expected regret satisfies certain conditions, it is beneficial to adopt a full return policy; Otherwise, a full return policy will decrease the retailer's profit. This study emphasizes the importance of considering the consumer's expected regret and return cost when making product return decisions.

Key words: valuation uncertainty; consumers' anticipated regret; demand uncertainty; strategic consumer; consumer returns

附录

命题 1 证明 消费者愿意支付的最高价格满足 $\Delta S_n = 0$,即 $\mu - \bar{w}(\gamma) + \gamma R(\bar{w}(\gamma)) = 0$. 求 $\bar{w}(\gamma)$ 关于 γ 的偏导数得命题 1. 证毕.

命题 2 证明 1)由命题 1 和式(7)容易得到 p_n^* 和 q_n^* 是 γ 的减函数. 这里主要证明期望利润是 γ 的减函数.

$$\pi_n = (p-s)\mathrm{E}\min\{D,q\} - (c-s)q = (p-s)\left[\int_0^q xf(x)\,\mathrm{d}x + q(1-F(q))\right] - (c-s)q$$

因为 $\dfrac{\partial q_n^*}{\partial\gamma} = \dfrac{c-s}{(w-s)^2 f(q)}\cdot\dfrac{\partial w}{\partial\gamma}$,所以

$$\begin{aligned}\frac{\partial\pi_n}{\partial\gamma} &= \frac{\partial w}{\partial\gamma}\left[\int_0^q xf(x)\,\mathrm{d}x + q\cdot\frac{c-s}{w-s}\right] + (w-s)\left[qf(q)\cdot\frac{\partial q}{\partial\gamma} + \frac{c-s}{w-s}\cdot\frac{\partial q}{\partial\gamma} - q\cdot\frac{c-s}{(w-s)^2}\cdot\frac{\partial w}{\partial\gamma}\right] - (c-s)\cdot\frac{\partial q}{\partial\gamma}\\ &= \frac{\partial w}{\partial\gamma}\left[\int_0^q xf(x)\,\mathrm{d}x + q\cdot\frac{c-s}{w-s}\right]\leqslant 0\end{aligned}$$

因此,零售商的期望利润也随 γ 的增大而减小.

2)当 $\gamma < 0$ 时, $p_n^*(\gamma) = \bar{w}(\gamma) > \bar{w}(0) = \mu$, $\bar{F}(q_n^*(\gamma)) = \dfrac{c-s}{\bar{w}(\gamma)-s} < \dfrac{c-s}{\bar{w}(0)-s} = \bar{F}(q_n^*(0))$,所以 $q_n^*(\gamma) > q_n^*(0)$. 同理可得 $\gamma > 0$ 时的结论. 证毕.

命题 3 证明 提供退货时,消费者的保留价格满足 $\Delta S_r = 0$,即 $\mu - \bar{w}(\gamma,t) + \gamma R(\bar{w}(\gamma,t)) - (1+\gamma)R(\bar{w}(\gamma,t)-t) = 0$. 分别求 $\bar{w}(\gamma,t)$ 关于 γ 和 t 的偏导数得到命题 3 中 1)的第一部分.

当 $t = 0$ 时, $S_{r1} \geqslant S_{r2}$,如果假设差异期望剩余为 0 时选择购买,那么无论价格和后悔的大小是多少,所有到达市场的消费者都会选择购买.

当 $t = p$ 时, $\bar{w}(\gamma,t) = \bar{w}(\gamma)$. 因为 $\dfrac{\partial\bar{w}(\gamma,t)}{\partial t} < 0$,所以当 $t < p$ 时, $\bar{w}(\gamma,t) > \bar{w}(\gamma)$. 证毕.

命题 4 证明 $p_0^* \leqslant \bar{w}(\gamma,t)$ 的情况可以从表达式的形式中得出. 这里证明 $p_0^* > \bar{w}(\gamma,t)$ 的情况. 当最优价格是 $\bar{w}(\gamma,t)$ 时,由命题 3 中的 1)知最优价格是后悔的减函数. 又

$$\frac{\partial q_r^*}{\partial\gamma} = \frac{c-s}{[(w-s)\bar{G}(w-t)]^2 f(q)}\cdot[\bar{G}(w-t) - (w-s)g(w-t)]\cdot\frac{\partial w}{\partial\gamma}$$

设 $h(p) = (p-s)\bar{G}(p-t)$,根据 3.1 节中的假设知道, $h(p)$ 是单峰函数,并且在 $p = p_0^*$ 时取最大值,即 $h'(p)\big|_{p=p_0^*} = 0$. 进一步,最优价格取 $\bar{w}(\gamma,t)$ 的条件是 $\bar{w}(\gamma,t) < p_0^*$,那么 $h'(p)\big|_{p=\bar{w}(\gamma,t)} > 0$,即 $[\bar{G}(w-t) - (w-s)g(w-t)] > 0$,又由命题 4 中 1) 知 $\dfrac{\partial\bar{w}(\gamma,t)}{\partial\gamma} < 0$. 所以 $\dfrac{\partial q_r^*}{\partial\gamma} < 0$,即最优订货量是 γ 的减函数. 利润性质的证明与命题 2 的证明类似,故

从略. 证毕.

命题 5 证明 令 $p_0^* = \overline{w}(\gamma,t)$ 可以得到 $\hat{\gamma}(s,t) = [(1-s)^2 - 6t - 2st + t^2]/[4(1+s)t]$. 分别求 $\hat{\gamma}(s,t)$ 关于 t 和 s 的偏导数得 $\frac{\partial\hat{\gamma}(s,t)}{\partial s} = \frac{(3+s-t)(-1+s+t)}{4(1+s)^2 t}$ 和 $\frac{\partial\hat{\gamma}(s,t)}{\partial t} = \frac{t^2-(1-s)^2}{4(1+s)t^2}$.

可以证明,当 $t=1-s$ 时,$\hat{\gamma}(s,t) = -1$,当 $t = 0$ 时,$\overline{w}(\gamma,t) = 1 > p_0^*$;当 $0 < t < 1-s$ 时,$\frac{\partial\hat{\gamma}(s,t)}{\partial s} < 0$,$\frac{\partial\hat{\gamma}(s,t)}{\partial t} < 0$;当 $t \geqslant 1-s$ 时,$\hat{\gamma}(s,t)$ 不存在. 证毕.

命题 6 证明 用 $\overline{\gamma}(s,t)$ 表示 $p_0^* - \overline{w}(\gamma) = 0$ 的解,可以得到命题 6. 证毕.

命题 7 证明 令 $y_n^* = p_n^* - s$, $y_r^* = (p_r^* - s)\overline{G}(p_r^* - t)$, 并且 $y_{r0}^* = \frac{1}{4}(1+t-s)^2$, $y_{rwtp}^* = [\overline{w}(\gamma,t) - s]\overline{G}[\overline{w}(\gamma,t) - t]$. 因为期望利润是 $y_i^*(i = n,r)$ 的增函数,所以比较 y_n^* 和 y_r^* 的大小可以间接比较零售商提供退货前后的利润. 以下事实有助于后面的证明: y_n^* 和 y_{rwtp}^* 都是关于 γ 的减函数; $s < c < \frac{1}{2}$.

首先,当 $t = 0$ 时,$y_r^* = y_{r0}^* = \frac{1}{4}(1-s)^2$,解 $y_r^* = y_n^*$ 得到 $\tilde{\gamma}_1$. 注意到当 $y_i^* \leqslant c-s$ 时,最优订货量为 0,即当 $\gamma = \frac{1-2c}{c^2}$ 时,不提供退货时的最优订货量为 0;当 $\frac{1}{4}(1-s)^2 \leqslant c-s$,提供退货的最优订货量为 0. 因此,当 $\tilde{\gamma}_1 \geqslant \frac{1-2c}{c^2}$ 时,$\pi_r^* = 0$;当 $\tilde{\gamma}_1 < \frac{1-2c}{c^2}$ 且 $\gamma > \tilde{\gamma}_1$ 时,$\pi_r^* > \pi_n^*$. 此时,可令 $\tilde{\gamma}_2$ 为正无穷大.

下面对 $0 < t < 1$ 的情况进行证明. 令 $f(\gamma) = y_{rwtp}^* - y_n^*$. 可以得到 $f\left(\frac{1-2t}{t^2}\right) = 0$,即 $f(\gamma)$ 有至少一个零点. 接下来的证明分为三步:先通过证明 $f(\gamma)$ 是凹函数进而证明其有一个或两个零点,再根据 $f(\gamma)$ 在 $\gamma = \frac{1-2t}{t^2}$ 时一阶导数的正负判断 $f(\gamma)$ 的变化过程,最后通过比较 y_i^* 和 $c-s$ 的大小判断最优订货量是否为 0 得出最终结论.

第一步 证明 $f(\gamma)$ 是凹函数.

可以求得,$f(-1) = -(1-s)(1-t)$,$f(0) = (1+t-s-\sqrt{2t})\sqrt{2t} - \frac{1}{2} + s$. 根据凹凸性的定义,$f(\gamma)$ 是凹函数的具体证明过程如下:A) 当 $0<t<\frac{1}{2}$ 时,令 $\theta = \frac{1-2t}{(1-t)^2}$,$x=-1$,$y=\frac{1-2t}{t^2}$, $\theta x + (1-\theta)y = 0$. 令 $g = (1-t)\{f(0) - [\theta f(x) + (1-\theta)f(y)]\}$,则 $g = (\sqrt{2t} - t)(1-s) + t\sqrt{2t}(s-t) + (\frac{1}{2} - 2t)(1-t)$.

a) $t < s$ 且 $0 < t \leqslant \frac{1}{4}$, $g > 0$.

b) $\frac{1}{4}<t<s$,$\frac{\partial g}{\partial s}|_{0<t<\frac{1}{2}}<0$,因为 $s < \frac{1}{2}$,所以 $g > g|_{s=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}[\sqrt{2t}(1+t-2t^2)+(1-6t+4t^2)] > g|_{s=\frac{1}{2},t=\frac{1}{2}} = 0$.

c) $t = s < \frac{1}{2}$, $g = \left(\sqrt{2t} - 3t + \frac{1}{2}\right)(1-t)$, 因为 $0 < t < \frac{1}{2}$ 时, $\left(\sqrt{2t} - 3t + \frac{1}{2}\right) > 0$;$t = \frac{1}{2}$ 时, $\left(\sqrt{2t} - 3t + \frac{1}{2}\right) = 0$; $\frac{1}{2} < t < 1$ 时, $\left(\sqrt{2t} - 3t + \frac{1}{2}\right) < 0$;所以此时 $g > 0$.

d) $s < t < \frac{1}{2}$, $g > g|_{s=t} > 0$.

B) 当 $\frac{1}{2} < t < 1$ 时,令 $\theta' = \frac{2t-1}{t^2}$,$x' = -1$, $y' = 0$,$\theta'x' + (1-\theta')y' = \frac{1-2t}{t^2}$. 令 $g' = f(\frac{1-2t}{t^2}) - [\theta' f(-1) + (1-\theta')f(0)]$,则 $g' = -\frac{1-t}{t^2}g$. 因为 $\frac{1}{2} < t < 1$ 时, $g < g|_{s=t} < 0$,所以 $g' > 0$.

综上，当 $0 < t < 1$ 时，$f(\gamma)$ 是凹函数. 又由于 $f(\gamma)$ 在该定义域上连续可导，且 $f(\frac{1-2t}{t^2}) = 0$，所以 $f(\gamma)$ 有一个或两个零点. 由于凹函数在最小化运算中的性质，可知 y_n^* 和 y_r^* 有一个或两个交点.

第二步　分析 $f(\gamma)$ 在 $\gamma = \frac{1-2t}{t^2}$ 时的一阶导数值.

$$\frac{\partial f(\gamma)}{\partial \gamma} = t[1 + t + s - 2\bar{w}(\gamma,t)]\left(1 - \frac{t + 2 + 2t\gamma}{2\sqrt{t(1+\gamma)(2+t\gamma)}}\right) + \frac{1}{2(\sqrt{1+\gamma}+1)^2\sqrt{1+\gamma}}$$

$$\frac{\partial f(\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\gamma=\frac{1-2t}{t^2}} = -\frac{t^3}{2(1-t)}(s-t)$$

当 $0 < t < s$ 时，$\frac{\partial f(\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\gamma=\frac{1-2t}{t^2}} < 0$，$f(\gamma)$ 存在比 $\gamma = \frac{1-2t}{t^2}$ 更小的零点 $\tilde{\gamma}_{1wtp}$，当 $\gamma \in \left(\tilde{\gamma}_{1wtp}, \frac{1-2t}{t^2}\right)$，$f(\gamma) > 0$. 因为 $y_r^* = (p_r^* - s)\bar{G}(p_r^* - t)$，$p_r^* = \min\{p_0^*, \bar{w}(\gamma,t)\}$，所以 y_r^* 与 y_n^* 的交点可能是 $f(\gamma)$ 的零点或 y_{r0}^* 与 y_n^* 的交点. 令 y_{r0}^* 与 y_n^* 的交点为 $\tilde{\gamma}_{10}$，那么 y_r^* 与 y_n^* 的交点 $\tilde{\gamma}_1$ 的解如下，当 $\tilde{\gamma}_{10} < \hat{\gamma}(s,t)$ 时，$\tilde{\gamma}_1 = \tilde{\gamma}_{10}$；否则 $\tilde{\gamma}_1 = \tilde{\gamma}_{1wtp}$.

当 $t = s$ 时 $\frac{\partial f(\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\gamma=\frac{1-2t}{t^2}} = 0$，$\gamma = \frac{1-2t}{t^2}$ 是唯一的零点，当 $\gamma < \frac{1-2t}{t^2}$，$f(\gamma) < 0$；

当 $s < t < 1$ 时 $\frac{\partial f(\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\gamma=\frac{1-2t}{t^2}} > 0$，存在比 $\gamma = \frac{1-2t}{t^2}$ 大的零点，当 $\gamma < \frac{1-2t}{t^2}$，$f(\gamma) < 0$.

第三步　判断最优订货量是否为零.

由本证明第二段可知，当 $\gamma = \frac{1-2c}{c^2}$，$y_n^* = c - s$，即最优订货量为 0. 所以当 $\gamma \geqslant \frac{1-2c}{c^2}$ 时，$\pi_n^* = 0$. 令 $\tilde{\gamma}_2$ 为 $y_r^* = c - s$ 时的零点，由单调性知 $\tilde{\gamma}_2$ 是唯一的. 那么

当 $0 < t < s$ 时，$t < s < c$，$\frac{1-2c}{c^2} < \frac{1-2t}{t^2}$. 如果 $\tilde{\gamma}_1 < \frac{1-2c}{c^2}$，有 $\tilde{\gamma}_1 < \frac{1-2c}{c^2} < \tilde{\gamma}_2 < \frac{1-2t}{t^2}$，那么 $\gamma \in (-1, \tilde{\gamma}_1)$ 时，$\pi_r^* < \pi_n^*$；当 $\gamma \in (\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2)$ 时，$\pi_r^* > \pi_n^*$；当 $\gamma > \tilde{\gamma}_2$ 时，$\pi_r^* = \pi_n^* = 0$. 如果 $\tilde{\gamma}_1 \geqslant \frac{1-2c}{c^2}$，那么当 $\gamma < \frac{1-2c}{c^2}$ 时，$\pi_r^* < \pi_n^*$；当 $\gamma \geqslant \frac{1-2c}{c^2}$ 时，$\pi_r^* = \pi_n^* = 0$.

当 $s \leqslant t < c$ 时，$\frac{1-2c}{c^2} < \frac{1-2t}{t^2}$. 当 $\gamma < \frac{1-2c}{c^2}$ 时，$\pi_r^* < \pi_n^*$；当 $\gamma \geqslant \frac{1-2c}{c^2}$ 时，$\pi_r^* = \pi_n^* = 0$.

当 $c \leqslant t < 1$ 时，$\frac{1-2c}{c^2} > \frac{1-2t}{t^2}$. 当 $\gamma < \frac{1-2t}{t^2}$ 时，$\pi_r^* < \pi_n^*$.　证毕.