doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2021.06.006

面临零部件过期的产品销售与售后服务供应链合同分析①

李　冬
(中山大学管理学院, 广州 510275)

摘要: 备件库存管理对产品售后服务至关重要,而零部件过期会影响备件库存的正常补货,进而延长故障修复时间,降低产品可用率. 终身购买作为应对零部件过期的重要策略,被广泛运用在实践中. 然而, 学术论文中关于零件过期对供应链管理影响的研究并不多见. 本文建立了同时考虑产品销售和售后服务情况下的供应链动态博弈模型,分析了客户的产品订购批量、供应商的定价决策以及备件终身购买批量之间的相互作用,探讨了保修期和零部件过期采购成本对合同均衡策略和供应链利润的影响. 结果表明,当零部件过期采购成本较低时,供应商可以在延长保修期的同时降低备件库存数量,并允许一定程度的备件缺货水平,从而最大化提升产品可用率所带来的收益. 同时,应当适当降低对备件数量的技术标准要求. 而当零部件过期采购成本较高时,供应商应当避免提供较长的保修期,并增加备件终身购买批量以减小零部件过期带来的负面影响. 此时,备件数量的技术标准则可以适当提高.

关键词: 售后服务; 保修; 零部件过期; 终身购买; 供应链合同; Stackelberg 博弈
中图分类号: F253; F224　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1007 - 9807(2021)06 - 0088 - 13

0 引　言

自本世纪以来, 售后服务已经成为许多制造企业收入、利润和竞争优势新的来源[1]. 耐用品的售后服务市场规模比新产品市场规模高出四到五倍, 售后服务可占据公司利润来源的 40% ~ 50%[2]. 服务质量对企业和产品运营正在产生越发重要的影响[3]. 许多情况下, 对于用户而言 售后服务或许比产品本身更为重要. 因为只有正常工作的设备才会产生价值, 而系统故障往往会带来巨大的停机损失. 因此, 售后服务是用户购买产品时所考虑的重要因素. 针对这一需求, 许多供应商在销售产品的同时, 也会为客户提供售后维修和支持服务.

备件对于开展产品售后服务业务至关重要. 因为损坏的零部件是否能够被及时更换会直接影响产品的可用率. 对普通备件而言, 学术界已经有了很多关于备件库存管理的研究[4]. 然而, 在工业实际中存在零部件与产品生命周期不匹配(life-cycle mismatch) 的现象. 例如, 大型通信设备可以使用 10 年以上, 而像存储器和微处理器这样的电子元件的供货期通常小于两年. 由于技术、市场和法规的迅速变革, 一种型号的零部件可能会在短时间内过期, 即零部件生产商停止这类产品的生产. 而当这些零部件损坏需要更换时, 如果先前的备件库存已经用完, 服务商将无法从正式渠道(即原始零部件生产商处)进行采购和补货. 一方面, 这将会影响维修进度, 增加设备停机时间, 另一方面, 服务商不得已从第三方市场采购此类零部件时, 往往面临更高的价格和仿冒品的风险. 因此, 零部件过期给备件库存管理带来了很大的挑战. 为了应对这一问题, 服

① 收稿日期: 2018 - 11 - 11; 修订日期: 2020 - 02 - 15.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71801228).
作者简介: 李　冬(1984—), 男, 山东曲阜人,博士, 助理教授. Email: lidong9@mail.sysu.edu.cn

务商通常会采用终身购买（lifetime-buy）策略[5, 6]，即在零部件供货期内或即将结束之前，从生产商处一次性购置一定数量的此类零部件作为备件库存，用来覆盖设备整个使用寿命期间的维护和维修需求. 因此，在面临零部件过期风险的情况下，备件终身购买成本是设备服务商需要考虑的重要因素. 在实践中，终身购买几乎成为所有电子产品过期管理的策略[7]. 对于使用寿命很长的产品，零部件过期产生的额外成本已经成为其使用周期中的主要成本之一. 因此，在签订产品销售和服务合同时，供应商和客户必须把应对零部件过期产生的成本包含在预算中.

综上所述，客户在与供应商签订合同时，需要同时考虑产品订购批量和供应商所能提供的售后服务质量. 而供应商为了更好的实现服务承诺，必须加强备件库存管理，并将应对零部件过期作为备件库存管理的重要考虑. 客户的产品订购决策受到外部需求和产品与服务价格的影响，而供应商定价则需要综合考虑运营成本和备件库存管理策略. 本文将针对这一较为复杂的供应链博弈场景，建立优化决策模型，找到均衡策略，从而分析零部件过期如何影响供应链成员的博弈决策和最优利润.

产品售后服务是运营管理研究中的一个重要问题. 毛照昉等[8]从售后服务合作视角出发，研究在电商环境下由线上与线下零售商组成的双渠道营销系统的产品与服务定价决策问题. 谢家平等[9]分析了如何针对售后服务垂直化和网络化两种供应链渠道结构进行最优的选择。近年来，售后服务合同成为运营管理的热点问题. 针对保修期这一传统售后服务合同，Guajardo 等[10]研究了保修期长度对汽车产品质量和消费者需求的影响. Huang 等[11]研究了如何根据产品使用率设计个性化的延长保修期策略. Bian 等[12]研究了如何在传统延长保修期和带有以旧换新的延长保修期之间做出最优的选择和定价策略. Luo 和 Wu[13]研究了考虑人为、软件和硬件等多种因素导致报修条件下的保修期优化问题. Chan 等[14]对比了固定费用保修和基于单次维修付费两种合同形式对产品可靠度和服务成本的影响. 另外，针对新型的售后服务合同（例如基于绩效的合同）也成为学术界研究的重点问题. 例如 Kim 等[15]研究了激励机制、服务产能决策等因素对售后服务合同设计的影响. 然而同本文相比，上述文献并没有将易过期备件的管理问题纳入到合同设计的决策中.

针对产品过期管理的研究主要包括以下文献. Bradley 和 Guerrero[6]研究了在多个过期零部件的设定中如何确定最佳终身购买批量. Krikke 和 Van Der Laan[16]利用推–拉模型研究了备件过期退回和终身购买控制策略. Van Der Heijden 和 Iskandar[17]讨论在产品带有保修期的情况下如何确定终身购买决策. Shen 和 Willems[18]研究了针对易过期零部件的采购策略. Pince 等[19]研究了合同过期条件下的备件库存管理策略. Behfard 等[20]研究了快速移动零件的终身购买和维修决策. 上述文献主要针对零部件库存管理策略本身进行了建模，并没有考虑到供应链成员之间的相互博弈，没有进一步研究终身购买策略对整个供应链的影响.

总之，与现有的文献相比，本文的主要创新贡献体现在把产品销售、售后服务与易过期零部件库存管理决策相结合，探讨了备件终身购买批量、产品订购批量、产品定价和维修服务定价等博弈决策的相互作用，并分了析零部件过期补货成本和产品保修期对供应链成员和整体利润的影响.

1　模型设置

1.1　问题描述

考虑由一个客户和一个供应商组成的双成员供应链，并且假设供应链成员都是风险中性的. 供应链中的产品为资本密集型设备，例如工业装备、网络通讯设备等. 对于关键设备而言，产品具有高度的复杂性和专业性，因此假设模型中的供应商为产品的总成商和唯一的售后服务提供商. 作为使用者，客户通过运行产品获取收入或效用. 因为只有正常工作的设备才能产生收益，而系统故障或停机会给使用者带来巨大的经济损失，所以客户在购买产品的同时，也会重点关注供应商所提供的售后服务的质量. 在产品的使用过程中，一些关键性电子零部件可能会发生故障，导致产品停机. 对供应商而言，能否及时迅

速地更换损坏的零部件决定了设备的可用率和自身的服务质量. 同时，该类零部件经常会发生过期问题，即原始厂商很快就会停止生产此类零部件. 这使得零部件的备件库存管理变得更加困难. 为了应对零部件过期问题，供应商采取终身购买策略，即在零部件供货期内或即将结束之前，从零部件生产商处一次性购置一定数量的零部件作为备件库存，用来满足设备整个使用寿命期间的维修需求.

如图 1 所示,整个供应链的活动时间分为合同签订阶段和售后服务阶段. 在合同签订阶段，供应商给出产品的价格 p,而客户则根据自身需求确定产购买产品的数量 N. 产品交付之后,售后服务开始. 售后服务阶段（长度为 T）又分为免费保修期（长度为 t，$t \leqslant T$）和收费服务期. 在保修期内,供应商免费提供故障维修和零部件更换. 保修期结束之后,供应商对每次产品维修和零部件更换收取服务费用 p_s .

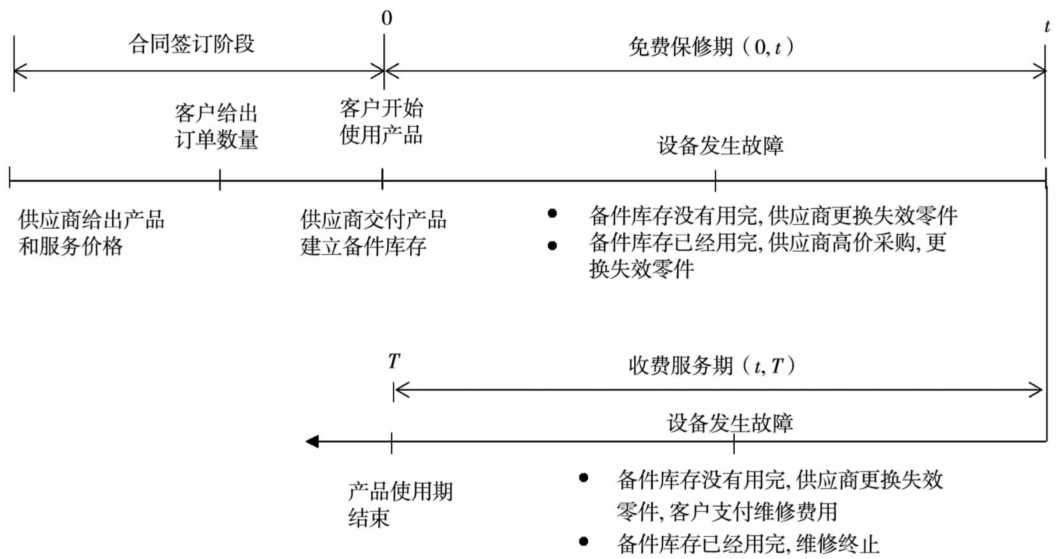


图 1　供应链成员决策事件顺序

Fig. 1 Sequence of events of the supply chain members

产品的单位生产成本为 c_p . 由于零部件面临过期风险,供应商在初始阶段要决定备件的一次性终身购买数量 s. 未过期时零部件购买成本为 c_s . 而当过期停产之后,供应商需要以更高的价格 $c_r > c_s$ 从其他渠道采购. 由于零部件的生命周期很短,而产品的使用周期很长,可以把零部件过期时间标准化为 0. 如果直至产品使用期结束后备件还有剩余,那么剩余库存单位持有成本为 c_h . 另外，虽然一个产品中可能有多个不同的零部件，为了保持模型的简洁，可以假设每个产品含有一个易过期的关键性零件，而不需要考虑不同零部件采购成本的差异[21]. 为了使结果表达式更加清晰易读,令 $\delta \equiv s/N$,并称为备件终身购买比率. 由于供应商是在客户给出产品购买数量 N 之后,决定备件的采购数量 s. 因此,对供应商而言 s 与 δ 为实质等同的决策变量. 在下文中统一将 δ 作为备件终身购买数量的代表决策变量,并且考虑两种情况:(1) δ 为外生变量. 这种情况表示备件的购买比率由外部因素(例如工业规范或强制性标准)决定;(2) δ 为内生变量. 这种情况表示供应商可以从自身利益出发,设定最优的零部件终身购买比率.

1.2　产品可用率

在设备运行过程中，故障的出现具有随机性. 通常，应用泊松过程来刻画这一过程. 然而离散分布将导致博弈分析中的可处理性问题. 为此 可用连续型随机变量来刻画故障的发生过程[22]. 令 x 为零件单位时间内的平均故障数. 假设 $x \in (0, \infty)$ 为连续型随机变量，其密度函数和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$. $F(0) = 0$, $F(\infty) = 1$. 并且 $F(x)$ 关于 x 二阶可导.

零件的故障发生和维修过程如图 2 所示. $N_v(\tau)$ 表示 τ 时刻正常工作的产品数量. 给定备件初始数量 s,每发生一次故障维修,损坏零件会

被备件代替，而备件数量则变为 $s-i$，$i=1,\cdots,s$. 当第 s 次故障发生后，备件库存数量变为 0. 令 T_s 为第 s 次零件故障发生的时间. 如果 $T_s > T$，表明备件数量足够大，满足了全部的维修需求，$N_v = N$. 如果 $t < T_s < T$，表明备件在收费服务期 (T_s, T) 内发生了缺货，产品可用率会下降，并且供应商失去了收取维修费用的机会. 如果 $T_s < t$，则表明保修期内就发生了缺货. 对 (T_s, t) 时间内发生的缺货，供应商需要强制性采购零件进行补货，直到保修期结束.

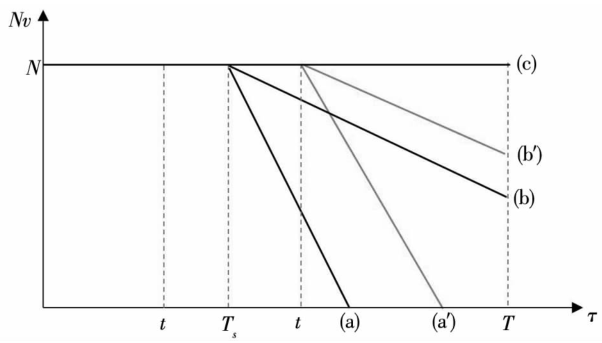


图 2　零件故障发生过程

Fig. 2 Components failure process

定义产品可用率为

$$A = \int_0^T N_v(\tau)\,\mathrm{d}\tau / N.$$

下列命题给出了函数 A 期望值的表达式和性质.

命题 1　1）令 $A(\delta,t) = E[A]$，则 $A(\delta,t) =$

$$\begin{cases} \int_0^{\frac{\delta}{T}} Tf(x)\mathrm{d}x + \int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{1+\delta}{T}} \left(\frac{\delta}{x} + \int_{\frac{\delta}{x}}^{T} [1-(\tau x-\delta)]\mathrm{d}\tau\right) f(x)\mathrm{d}x + \\ \quad \int_{\frac{1+\delta}{T}}^{\frac{\delta}{t}} \left(\frac{\delta}{x} + \int_{\frac{\delta}{x}}^{\frac{1+\delta}{x}} [1-(\tau x-\delta)]\mathrm{d}\tau\right) f(x)\mathrm{d}x + \\ \quad \int_{\frac{\delta}{t}}^{\infty} \left(t + \int_t^{t+\frac{1}{x}} [1-x(\tau-t)]\mathrm{d}\tau\right) f(x)\mathrm{d}x, \quad \text{if} \quad t \leqslant T\frac{\delta}{1+\delta}; \\ \int_0^{\frac{\delta}{T}} Tf(x)\mathrm{d}x + \int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{\delta}{t}} \left(\frac{\delta}{x} + \int_{\frac{\delta}{x}}^{T} [1-(\tau x-\delta)]\mathrm{d}\tau\right) f(x)\mathrm{d}x + \\ \quad \int_{\frac{\delta}{t}}^{\frac{1}{T-t}} \left(t + \int_t^{T} [1-x(\tau-t)]\mathrm{d}\tau\right) f(x)\mathrm{d}x + \\ \quad \int_{\frac{1}{T-t}}^{\infty} \left(t + \int_t^{t+\frac{1}{x}} [1-x(\tau-t)]\mathrm{d}\tau\right) f(x)\mathrm{d}x, \quad \text{if} \quad t > T\frac{\delta}{1+\delta} \end{cases} \tag{1}$$

2）$\partial A(\delta,t)/\partial\delta > 0$，$\partial A(\delta,t)/\partial t > 0$.

全部证明见附录. 如命题 1 所示，产品可用率关于 δ 和 t 单调递增. 因为只有当没有备件可用时，正常工作的产品数量才会出现减少. 所以产品可用率会随着备件数量的增加而增加. 同时，保修期强制保证了零件的补货. 因此产品可用率随着保修期长度的增加而增加.

1.3　产品可用率

只有正常工作的设备才能给用户带来收益. 因此，在整个产品使用期内，设备运行所带来的收益为

$$R = \int_0^T r(\tau) N_v(\tau)\,\mathrm{d}\tau.$$

其中 $r(\tau) = \mathscr{D} - N_v(\tau)$，表示单个正常工作设备单位时间内的收益率. $\mathscr{D}$ 表示随机需求，均值为 D. 收益率 $r(\tau)$ 的函数形式表明，收益率随着外部需求 $\mathscr{D}$ 的增加而增加；随着设备数量的增加而减少（因为在需求一定的情况下，可工作设备越多，单位设备收益就越少）. 结合产品可用率函数，期望收益函数可以写为

$$\mathbb{E}[R] = DNA(\delta,t) - N^2\tilde{A}(\delta,t) \tag{2}$$

其中 $\tilde{A}(\delta,t) = E[A^2]$. 模型中的全部参数和变量如表 1 所示.

表 1　模型参数和变量

Table 1 Notation

符号	含义
T	合同期限
t	保修期长度
N	产品订单数量
p	产品销售价格
p_s	收费服务期单次维修价格
c_p	产品生产成本
c_s	零件终身购买（未过期采购）单价
c_r	零件过期后采购单价
c_h	零件剩余库存持有成本
s	零件终身购买数量
δ	s/N，零件终身购买比率
x	零件单位时间平均故障次数
$f(x)$，$F(x)$	x 的密度函数和分布函数
τ	时间段
N_v	正常工作产品数量
T_s	第 s 次故障发生的总时间
A	产品可用率
$\mathscr{D}$，D	外部需求，外部需求均值
R	收益函数
$\tilde{A}$	$E[A^2]$
Π	供应链利润
C，C_d	供应链总成本

2 基准解

如前文所述,本文考虑两种情况下的备件购买数量决策:δ 外生和内生. 在实践中,外生备件数量(如行业技术标准)可以看作是对供应商的强制性约束,即供应商对每台产品应该配备(不少于)此数量的备件,而许多商家就是按照标准的规定值配备备件. 而内生 δ 则表示供应商可以自由设定每台产品的备件数量. 首先,将集中决策情况作为比较基准(Benchmark). 之后,讨论分散决策情况下供应链成员之间的博弈问题.

在集中决策环境中,供应商和客户集成为一个公司,因此不存在内部合同与转移价格(注意,此时保修期为 0). 集中决策者需要决定最优的产品数量和备件终身购买比率(δ 内生情况下)以最大化期望利润. 该问题决策模型如下:

$$\max_{N,(\delta)} \Pi = \mathbb{E}[R] - \mathbb{E}[Nc_p + N\delta c_s + c_h N(\delta - xT)^+] \tag{3}$$

其中 Nc_p 为全部产品的生产成本,$N\delta c_s$ 为备件采购成本(即终身购买成本),$c_h N(\delta - xT)^+$ 为合同期过后的剩余库存持有成本. 此外,用上标 0 表示集中决策情况下的最优解. 以下命题给出了集中决策下的基准解最优值.

命题 2 在集中决策环境下,

1)方程(3)中 Π 关于 N 和 δ 为凹函数.

2)如果 δ 为外生,最优产品订单数量为

$$N^0 = \frac{DA(\delta, t = 0) - C(\delta)}{2\tilde{A}(\delta, t = 0)}$$

如果 δ 为内生

$$N^0 = \frac{DA(\delta^0, t = 0) - C(\delta^0)}{2\tilde{A}(\delta^0)}$$

其中 δ^0 满足

$$\frac{DA'(\delta^0, t = 0) - C'(\delta^0)}{DA(\delta^0, t = 0) - C(\delta^0)} = \frac{\tilde{A}'(\delta^0, t = 0)}{2\tilde{A}(\delta^0, t = 0)} \tag{4}$$

供应链总体最优利润为

$$\Pi^0 = \frac{[DA(\delta^{(0)}, t = 0) - C(\delta^{(0)})]^2}{4\tilde{A}(\delta^{(0)}, t = 0)} \tag{5}$$

其中 $C(\delta) = c_p + \delta c_s + c_h \int_0^{\infty} (\delta - xT)^+ f(x)\,\mathrm{d}x$.

命题 2 中的最优解为比较分析分散决策条件下供应链博弈均衡解的基准.

3 供应链博弈

3.1 均衡解

当决策环境由集中变为分散供应链结构时,供应商和客户分别按照自身利益最大化的原则来决定各自给出的合同参数. 根据图 1 给出的事件顺序,首先由供应商给出产品和服务价格,然后客户再决定产品订单数量. 因此,整个合同设定过程为 Stackelberg 动态博弈——供应商为先动的领导者,而客户为跟随者. 供应链成员间的博弈过程可以由下列方程表示

$$\max_{p,p_s,(\delta)} \pi_s = N^* p + N^* p_s \mathbb{E}[\min\{(\delta - xt)^+, x(T-t)\}] - N^* \mathbb{E}[c_p + \delta c_s + c_h(\delta - xT)^+ + c_r(xt - \delta)^+] \tag{6}$$

$$\text{s.t. } N^* = \arg\max \mathbb{E}[\pi_c(N)] \tag{7}$$

$$\mathbb{E}[\pi_c(N)] = \mathbb{E}[R] - Np - Np_s \mathbb{E}[\min\{(\delta - xt)^+, x(T-t)\}] \tag{8}$$

在分散决策条件下,供应商在设定合同参数时,会考虑到客户在给定这些参数之后所做出的单方面最优方案 N^*. 同时,注意到供应商的收入存在两个来源:产品销售 $N^* p$ 和收费服务期内的维修收入 $N^* p_s \mathbb{E}[\min\{(\delta - xt)^+, x(T-t)\}]$. $\min\{(\delta - xt)^+, x(T-t)\}$ 表示只有在备件库存充足的条件下,供应商才能在收费服务期内提供服务,即收费服务期内可提供的维修次数为保修期过后的备件余量与收费服务期内故障发生次数之间的较小值. 另外,供应商的成本结构也发生了变化. 除了生产成本、备件终身购买成本和库存剩余持有成本,增加了备件补货成本 $c_r(xt - \delta)^+$. 由此可见,保修期的存在增加了供应商的成本. 但与此同时,强制性备件补货会增加产品的可用率,从而可能带来更多的收益. 因此,两者之间的相互作用值得进一步更加深入的分析. 以下命题给出了分散决策条件下的均衡解.

命题 3 在分散决策环境下,

1)如果 δ 为外生,供应商的最优价格为销售价格和服务价格的组合

$$p^* + p_s^* S(\delta, t) = \frac{DA(\delta, t) + C_d(\delta, t)}{2}.$$

客户的产品订单数量 $N^* = \dfrac{DA(\delta,t) - C_d(\delta,t)}{4\tilde{A}(\delta,t)}$.

2) 如果 δ 为内生，最优价格组合

$$p^* + p_s^* S(\delta^*,t) = \frac{DA(\delta^*,t) + C_d(\delta^*,t)}{2}.$$

最优备件终身购买比率 δ^* 满足

$$\frac{DA'(\delta^*,t) - C'(\delta^*)}{DA(\delta^*,t) - C(\delta^*)} = \frac{\tilde{A}'(\delta^*,t)}{2\tilde{A}(\delta^*,t)} \quad (9)$$

客户的产品订单数量 $N^* = \dfrac{DA(\delta^*,t) - C_d(\delta^*,t)}{4\tilde{A}(\delta^*,t)}$.

3) 客户的最优利润为

$$\pi_c^* = \frac{[DA(\delta^{(*)},t) - C_d(\delta^{(*)},t)]^2}{16\tilde{A}(\delta^{(*)},t)} \quad (10)$$

供应商最优利润为

$$\pi_s^* = \frac{[DA(\delta^{(*)},t) - C_d(\delta^{(*)},t)]^2}{8\tilde{A}(\delta^{(*)},t)} \quad (11)$$

供应链整体利润为

$$\Pi^* = \frac{3[DA(\delta^{(*)},t) - C_d(\delta^{(*)},t)]^2}{16\tilde{A}(\delta^{(*)},t)} \quad (12)$$

其中 $S(\delta,t) = \int_0^\infty \min\{(\delta - xt)^+, x(T-t)\} f(x)\mathrm{d}x$,

$C_d(\delta,t) = c_p + \delta c_s + c_h \int_0^\infty (\delta - xT)^+ f(x)\mathrm{d}x + \int_0^\infty c_r(xt-\delta)^+ f(x)\mathrm{d}x$.

可以看到，分散决策环境下供应商的最优价格并不是单一固定，而是产品销售价格和维修服务价格的组合. 供应商可以通过调整两种价格来实现客户选择最佳的产品数量. 另一方面，如果备件终身购买比率可以由供应商决定，其最优值受到 c_s，c_h，c_r 以及保修期 t 等多种参数的影响.

3.2　均衡比较分析

在分别得到集中决策和分散决策两种环境下的最优解之后，可以将两者的均衡结果进行对比分析，从而得到供应链合同的效率以及参数对各方收益的影响.

命题 4　当备件终身购买比率 δ 为外生参数时，$A^0 \leqslant A^*$，$N^* < N^0$.

由于目标函数方程的复杂性，在做对比分析时，只能对产品可用率 A 和产品订购批量 N 在 δ 为外生变量时取得闭合解. 内生 δ 条件下的比较分析包含在下一章节中. 命题 4 表明，在分散决策条件下，产品可用率要高于基准解，而产品订单数量则要低于基准解. 一方面，由于服务合同的存在，决定了供应商需要提供一定时间的产品保修，并且期间不允许发生备件缺货现象. 因此，产品可用率在分散决策条件下要高于集中决策的情况. 另一方面，由于供应链中的“双重边际化”效应，在分散决策的条件下，供应商和客户各自追求自身的最大化利益，从而造成内部加价，最终使得产品订单数量低于纵向集成条件下的结果.

4　数值算例分析

从工业实际来看，零部件过期现象在 IT 和电子产品领域尤为突出. 为了进一步分析比较均衡解和验证模型的有效性，本章节以大型网络交换机为例，进行数值仿真计算和分析. 网络交换机对保证通讯系统的正常运行起着至关重要的作用，通常使用周期为 10 年左右. 其中应用控制引擎作为一个关键零件，供货周期通常很短. 因此，供应商需要考虑零件的终身购买数量，用以支持 10 年左右时间的产品维修要求. 参数取值如表 2 所示. 利用(接近)真实的数据对均衡条件下的产品可用率、产品订单数量、供应链整体利润、最优备件终身购买比率和供应商利润进行了仿真计算，得到以下结论：

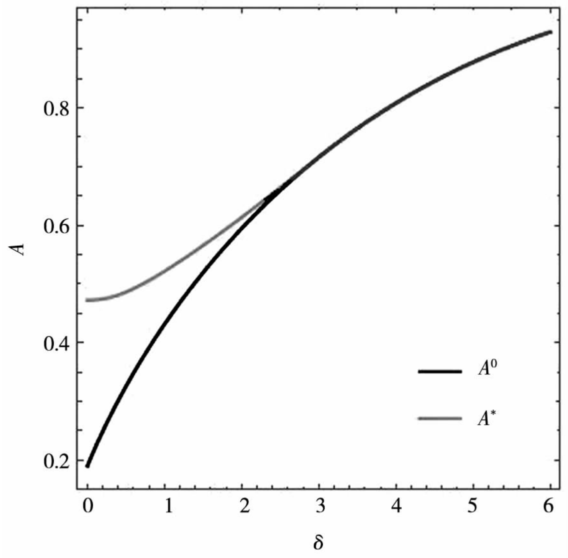
结论 1　分散决策环境导致更高的产品可用率和更少的产品订购量.

表 2　仿真计算参数取值

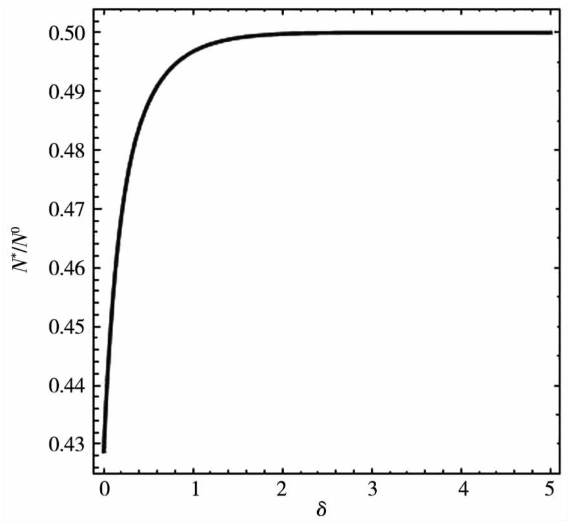
Table 2 Parameter values in numerical analysis

产品	大型网络交换机
零件	控制引擎
T	10 年
t	0 年 ~8 年
p	$30 000
c_p	$20 000
c_s	$5 000
c_r	$c_s - 5c_s$
c_h	$1 000
x	[0, 1] 均匀分布
D	$30 000

结论 1 验证了命题 4 的正确性. 如图 3 所示，分散决策条件下的产品可用率总是不低于基准解，两者的重合区域为 $t < \delta$，而产品订单数量则小于基准解.



(a) 产品可用率



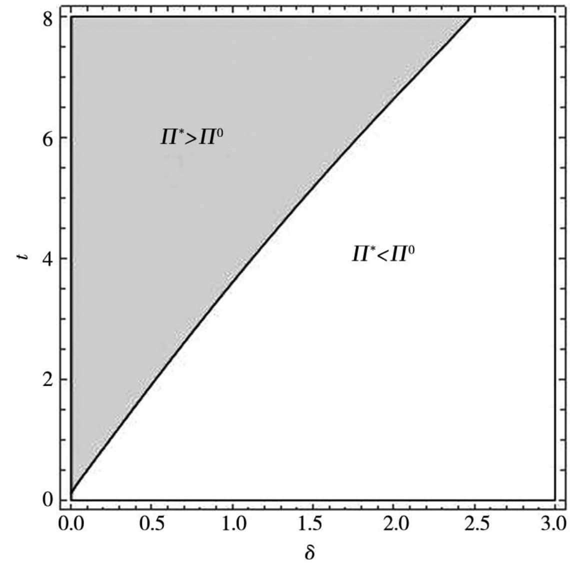
(b) 产品订购数量

图 3　产品可用率和产品订购数量

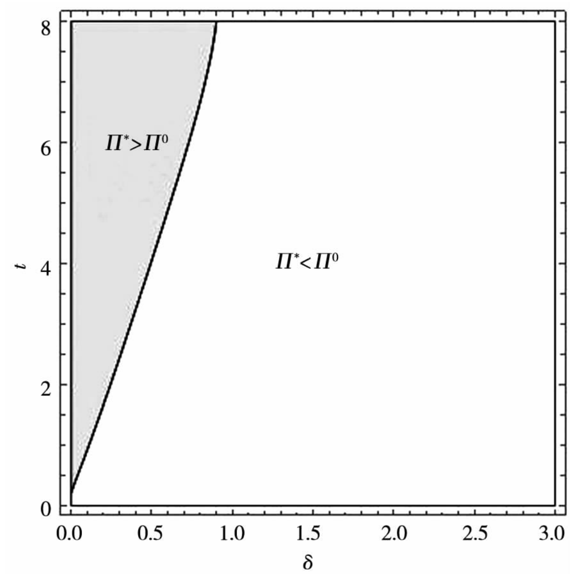
Fig. 3 Product availability and product order quantity

尽管模型中零件故障率 x 可以为任意分布，但在实际中，零件损坏一般为小概率事件. 因此，在数值计算中定义 x 符合 [0, 1] 均匀分布更具实际意义. 因为 x 上限值为 1，保修期内的故障次数最大值则为 Nt，所以当 $Nt < s$，即 $t < \delta$ 时，保修期内便不会发生缺货. 这种情况下，产品可用率相同，并且分散决策条件下产品的订购数量为基准解的 1/2. 而当 $t > \delta$ 时，保修期内会发生缺货，此时分散决策条件下会进行备件补货，所以产品可用率更高. 由于可用率提高，更少数量的产品就可以满足同样的外部需求. 因此，客户会减少产品订单数量.

结论 2　当备件终身购买比率较小而产品保修期较长时，分散决策条件下的供应链利润会高于基准解中的值.



(a) $c_r = 2c_s$



(b) $c_r = 4c_s$

图 4　供应链整体利润比较

Fig. 4 Comparison of supply chain profit

如果比较集中和分散两种条件下供应链的整体利润，可以发现存在一些区域使得分散决策条件下的供应链利润会变得更高. 如图 4 所示，当备

件购买比率较小而保修期较长时，供应链在分散决策条件下会取得更高的利润. 同时，这个结果发生的区域受到零部件过期采购成本 c_r 的影响：c_r 的值越小，分散决策导致更高供应链利润的区域越大. 在不存在内部合同的条件下，集中决策者只设置初始备件库存而不进行补货，因此当备件数量很低时，备件缺货导致的产品可用率下降会带来较大影响. 此时，如果零件补货成本不高，长保修期会较大幅度地增加产品可用率. 如果产品可用率增加带来的收益大于备件库存补货所增加的成本，供应链整体的利润就会变得更大. 这就是在较小的零件过期采购成本和较长保修期的条件下，分散决策会导致更高供应链利润的原因. 这一结果区别于单纯产品销售供应链管理的一般性结论.

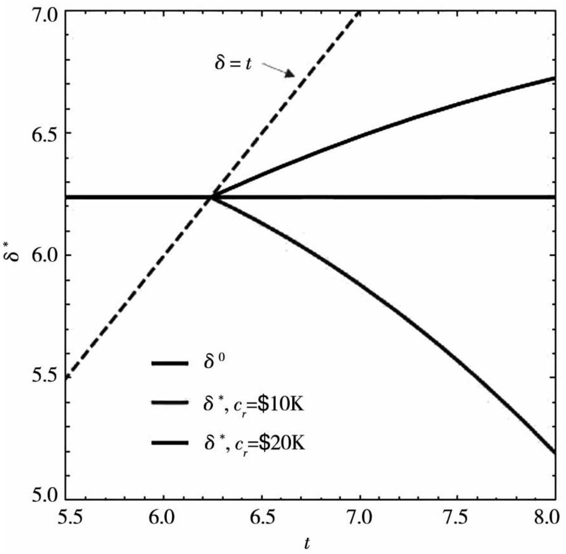
结论 3　当 δ 为内生变量时，备件最优终身购买比率受到保修期和过期采购成本的影响. 具体地

1）当过期采购成本较低（高）时，最优终身购买比率会随着保修期的延长而降低（增加）；

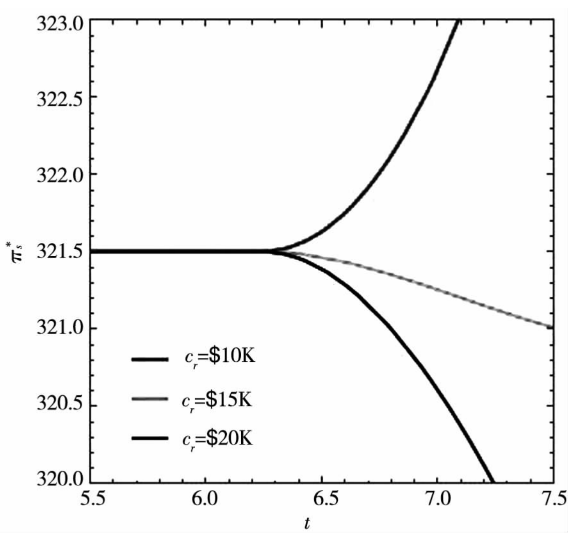
2）当保修期较短（长）时，最优终身购买比率大于（小于）保修期内的维修需求量.

结论 3 具有一定的反直觉性. 直观理解，如果保修期变长，备件购买数量应该随之增加. 然而，我们发现这种情况只有在过期采购成本较高时才会成立. 相反，如果过期采购成本较小，最优备件购买比率反而会随着保修期的延长而降低. 如图 5（a）所示，集中决策条件下的最优备件购买比率约为 6.2. 即在 10 年内，每台交换机需要 6.2 台控制引擎备件. 而分散决策条件下的最优比率可能会高于或低于这个值. 造成这一结果的原因是分散决策条件下供应商定价与客户产品订购批量均衡解之间的相互作用. 供应商所设定的内部价格会随着成本的增加而提高，因此较多的备件数量会使供应商相应地提高产品价格. 另一方面，客户的产品订购数量会随着价格的提高而降低，从而会减小供应商的收益. 当保修期变长时，设备整体的可用率会得到提升，然而同时也增加了备件补货数量. 如果 c_r 较小，产品可用率提升带来的收益大于备件缺货造成的成本增加. 此时，供应商应该以较低的备件库存数量来控制成本和价格，从而维持最优的产品订购数量. 如果 c_r 较大，备件缺货带来的负面影响要大于保修期延长所带来的收益，此时供应商应该增加加备件购买数量，从而抵消零部件过期带来的成本增加.

另外，还可以观察到当保修期较短时，相对于维修需求量，供应商会设置较多的备件库存（$\delta^* > t$）；而当保修期较长时，备件库存量会小于维修需求量（$\delta^* < t$）. 换句话说，如果保修期比较短，供应商可以通过设置较多的初始库存，在收费服务期内继续提供服务，获取服务收益. 如果保修期比较长，供应商的最优方案则是允许一定程度的备件缺货，使整体利润达到最大化.



（a）最优零件终身购买比率



（b）最优供应商利润

图 5　最优零件终身购买比率和供应商利润

Fig. 5 The optimal lifetime-buy ratio and the supplier's profit

结论 4　供应商的最优利润受到过期采购成

本的影响. 当过期采购成本较低(高)时, 供应商利润会随着保修期的延长而增加(降低).

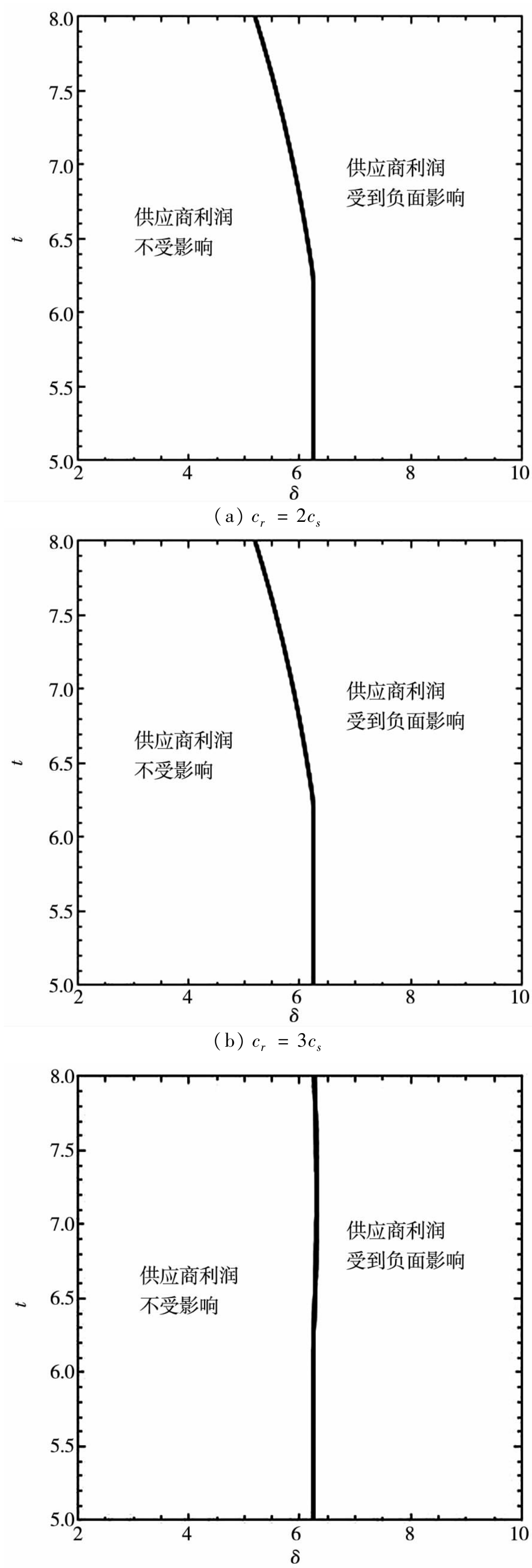
结论 4 揭示了供应商的利润对保修期长度并不具有单调性,而是受到过期采购成本 c_r 的影响. 如图 5(b)所示,当 c_r 较小时,保修期时间越长,供应商利润越高;当 c_r 较大时,保修期的增加会使供应商的利润减小. 因此,当零部件过期造成的影响不大时,供应商应该重点着眼于平衡产品保修期成本,倾向于提供较长时间的保修, 最大化获取提升产品可用率所带来的收益. 而当零部件过期会带来大幅度成本增加时,供应商应当避免提供过长的保修期,并同时优化备件终身购买比率以减少零部件过期带来的负面影响.

如前文所述,当 δ 为内生变量时,供应商可以自己确定最优的备件终身购买数量以最大化自身利润;而当 δ 为外生变量时,备件的数量由外部因素确定(例如技术标准等). 因此,可以通过对比供应商在这两种情况下的利润,分析外部因素对决策结果的影响,得出对于制定行业标准的指导意义. 针对这一问题的分析结果如下:

结论 5 1) δ^* 可作为备件数量外生技术标准阈值:当技术标准小于 δ^* 时,供应商利润将不会受到影响;而当技术标准大于 δ^* 时,供应商利润将会受到负面影响.

2) 技术标准阈值受到保修期长度和零件过期采购成本影响:当零件过期采购成本较低(高)时,技术标准应当随着保修期长度的增加而降低(提高).

外生备件数量 (如行业技术标准) 可以看作是对供应商的强制性约束, 即供应商对每台产品应该配备 (不少于) 此数量的备件. 一方面, 提高技术标准会更加有利于消费者. 特别是当零部件具有过期风险时, 商家可以以零件过期停产为理由, 拒绝买家的维修服务, 从而迫使消费者在零件发生故障时购买全新的产品. 如果商家被强制要求提供一定数量的备件, 则可以满足更多的产品维修需求. 另一方面, 如果强制标准定的过高, 供应商将不得不增加备件数量, 从而偏离最优购买批量, 减少了企业利润. 由于在内生 δ 条件下, 供应商可以自由设定最大化自身利润的备件数量, 因此当外生技术标准不高于内生条件下的最优值时, 供应商的最优利润不会受到影响.



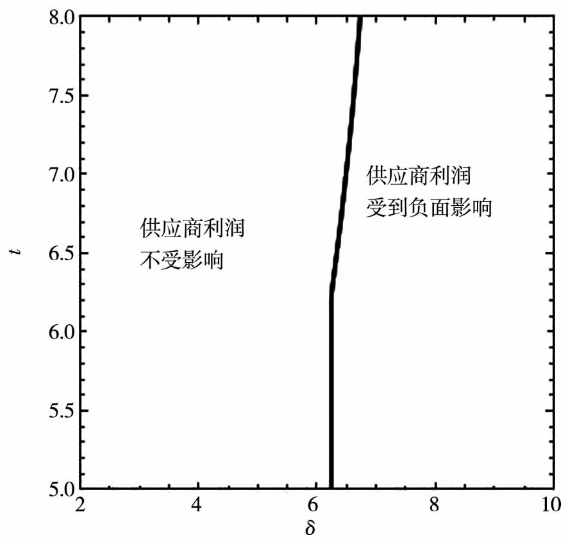
(a) $c_r = 2c_s$

(b) $c_r = 3c_s$

(c) $c_r = 4c_s$

图 6 备件数量技术标准与供应商利润

Fig. 6 Impact of technique standard for spare parts quantity on the supplier's profit



(d) $c_r = 5c_s$

续图 6

Fig. 6 Continues

由于最优备件购买批量受到运营参数的影响，因此，对行业技术标准的设定也应该随之有所调整. 如图 6 所示，横坐标为备件数量技术标准. 当技术标准大于图中曲线所示的阈值时（即曲线右边区域），供应商利润将会减少. 可以看到，当零件过期采购成本相对较低时（$c_r = 2c_s$，$c_r = 3c_s$），应该针对提供长保修期的产品设定较低的备件数量标准. 而当零件过期采购成本较高时（$c_r = 4c_s$，$c_r = 5c_s$），则可以适当提高具有长保修期产品的备件数量标准.

以欧盟最新的“维修权利”生态设计指令标准（Directive 2009/125/EC）为例，商家需要保证为所售电子产品提供 10 年维修需求的备件数量[23]. 假设年产品故障率为 0.6，则 $\delta = 10 \times 0.6 = 6$. 根据本文模型，如果商家提供较长的保修期，同时零件的过期采购成本又比较低时，这一标准可能会对供应商的利润产生不利影响. 例如图 6(a)，当 $t > 7$ 时，$\delta = 6$ 会损害供应商的利润. 因此，本文建议，行业技术标准的制定应当综合考虑产品保修期长度、零件过期采购成本等因素，适当增加灵活性.

5　结束语

本文的研究目的是讨论存在零部件过期问题的情况下，供应商和客户如何对产品销售和售后服务合同进行博弈决策. 备件管理对产品售后服务至关重，而易过期零部件在短期内会面临停产，从而影响备件库存的补货. 为了应对这一问题，供应商通常采用终身购买策略，即在未过期之前一次性购置一定数量的零部件作为备件，用以满足过后产品维修的需求. 在本文中，首先针对这一策略建立了零部件损坏和补货、维修过程模型，从而得到产品可用率和收益函数方程. 之后，基于 Stackelberg 动态博弈方法建立了供应商和客户的决策模型，并取得均衡解. 随后对均衡结果进行了比较分析，并利用真实数据进行了仿真计算，探讨了保修期和零件过期采购成本对决策均衡和供应链利润的影响. 研究发现零部件的过期采购成本对供应链的博弈结果与合同效率会产生很大的影响. 当采购过期零部件的成本较小时，供应商可以在延长保修期的情况下设置更低的终身购买批量，从而最大化产品可用率提升所带来的收益. 而当需要以很高的成本采购过期零部件时，供应商会增加备件终身购买批量，以减少保修期内的备件缺货成本. 本文的模型和结论为产品销售、售后服务和易过期备件库存协同管理提供了决策方法和建议. 同时，本文的模型还为制定行业技术标准提供了建议，即当零件过期采购成本相对较低时，应该针对保修期长的产品设定较低的备件数量标准；而当零件过期采购成本较高时，则可以适当提高具有长保修期产品的备件数量标准.

本文的模型也有一些局限. 例如，模型假设在合同签订时供应商就将过期采购成本纳入计划之中. 而在实际过程中，在签订合同时零部件可能并未过期. 因此，加入预测零件过期问题可以进一步增加模型的实际意义. 另外，模型中假设

损坏零部件具有不可修复性. 而实际中供应商可以选择修复损坏零件，而不一定更换. 因此将“维修或更换”决策纳入供应链博弈过程会是一个值得研究的问题.

参 考 文 献：

[1]Cohen M A, Narendra A, Vipul A. Winning in the after market[J]. Harvard Business Review, 2006, 84(5): 129 – 138.

[2]Bundschuh R, Dezvane T. How to make after-sales services pay off[J] . The McKinsey Quarterly, 2003, 4: 116 – 127.

[3]卞亦文, 闫　欣, 杨列勋. 社会学习视角下运营管理决策研究[J]. 管理科学学报, 2019, 22(5): 18 – 30.
Bian Yiwen, Yan Xin, Yang Liexun. Operations management decision issues from the social learning perspective[J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(5): 18 – 30. (in Chinese)

[4]Muckstadt J A. Analysis and Algorithms for Service Parts Supply Chains[M]. New York: Springer, 2005.

[5]Bradley J R,Guerrero H H. Product design for life-cycle mismatch[J]. Production and Operations Management, 2008, 17 (5): 497 – 512.

[6]Bradley J R, Guerrer H H. Lifetime buy decisions with multiple obsolete parts[J]. Production and Operations Management, 2009, 18(1): 114 – 126.

[7]Feng D, Singh P, Sandborn P. Lifetime buy optimization to minimize life-cycle cost[J]. http://www.enme.umd.edu/ESCML/Papers/AgingAircraft07-LTB.pdf, 2007.

[8]毛照昉, 刘　鹭, 李　辉. 考虑售后服务合作的双渠道营销定价决策研究[J]. 管理科学学报, 2019, 22(5): 47 – 56.
Mao Zhaofang, Liu Lu, Li Hui. Pricing decision of a dual channel under after-sales service cooperation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(5): 47 – 56. (in Chinese)

[9]谢家平, 夏　宇, 梁　玲, 等. 产品后市场服务渠道选择: 垂直式或网络化? [J]. 管理科学学报, 2019, 22(5): 31 – 46.
Xie Jiaping, Xia Yu, Liang Ling, et al. Channel selection in service aftermarket: Vertical or networked[J]? Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(5): 31 – 46. (in Chinese)

[10]Guajardo J A, Cohen M A, Netessine S. Service competition and product quality in the U. S. automobile industry[J]. Management Science, 2016, 62(7): 1860 – 1877.

[11]Huang Yeu-Shiang, Huang Chao-Da, Ho Jyh-Wen. A customized two-dimensional extended warranty with preventive maintenance[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 257(3): 971 – 978.

[12]Bian Yiwen, Xie Jiazheng, Archibald T W, et al. Optimal extended warranty strategy: Offering trade-in service or not? [J]. European Journal of Operational Research, 2019, 278(1): 240 – 254.

[13]Luo Ming, Wu Shaomin. A comprehensive analysis of warranty claims and optimal policies[J]. European Journal of Operational Research, 2019, 276(1): 144 – 159.

[14]Chan T H, de Vericourt F, Besbes O. Contracting in medical equipment maintenance services: An empirical investigation [J]. Management Science, 2019, 65(3): 1136 – 1150.

[15]Kim Sang-Hyun, Cohen M A, Netessine S, et al. Contracting for infrequent restoration and recovery of mission-critical systems[J]. Management Science, 2010, 56(9): 1551 – 1567.

[16]Krikke H,Van Der Laan E. Last time buy and control policies with phase-out returns: A case study in plant control systems [J]. International Journal of Production Research, 2011, 49(17): 5183 – 5206.

[17]Van Der Heijden M, Iskandar B P. Last time buy decisions for products sold under warranty[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 224(2): 302 – 312.

[18]Shen Y, Willems S P. Modeling sourcing strategies to mitigate part obsolescence[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 236(2): 522 – 533

[19]Pince C, Frenk J B G, Dekke R. The role of contract expirations in service parts management[J]. Production and Operations Management, 2015, 24(10): 1580 – 1597.

[20]Behfard S, Hanbali A A, van der Heijden M C, et al. Last time buy and repair decisions for fast moving parts[J]. International Journal of Production Economics, 2018, 197: 158 – 173.

[21] Kim S-H, Netessine S. Collaborative cost reduction and component procurement under information asymmetry[J]. Management Science, 2013, 59(1): 189 – 206.

[22] Bakshi N, Kim S-H, Nicos S. Signaling new product reliability with after-sales service contracts[J]. Management Science, 2015, 61(8): 1812 – 1829.

[23] Harrabin R. EU brings in 'right to repair' rules for appliances[EB/OD]. BBC News, https://www.bbc.com/news/business-49884827, 2019.

Supply chain contracting for product and after-sales service in the presence of obsolete components

LI Dong

School of Business, Sun Yat-sen University, Guangzhou 517275, China

Abstract: Spare parts are critical to delivery of after-sales service, and component obsolescence can affect spare parts replenishment, which leads to longer product downtime and reduces product availability. In practice, lifetime purchase is used widely to deal with part obsolescence; yet its impact on supply chain management has not been well studied in the literature. This paper proposes a dynamic supply chain game model which captures product sales and after-sales service simultaneously. The interactions between the optimal decisions for product order quantity, pricing, and spare parts lifetime purchase quantity are analyzed, and the impacts of warranty and part reacquisition cost on the equilibrium outcome and the supplier's profit are discussed. The results show that when the reacquisition cost is low, the supplier should offer long warranty while reducing the lifetime buy quantity to maximize the benefit of improved product availability. In the meantime, the technical standard for spare parts quantity should be reduced properly. When the reacquisition cost is high, the supplier is encouraged to reduce the warranty period and to purchase more spare parts to better control the cost of replenishing the obsolete parts. Then, the technical standard for spare parts quantity can also be set higher.

Key words: after-sales service; warranty; component obsolescence; lifetime-buy; supply chain contracts; Stackelberg game

附录

命题 1 证明　1) 根据图 2 中的故障发生过程，可以建立 (a)(b)(c) 以及 (a′)(b′)(c′) 情况下 N_v 的方程. 之后在 $(0,T)$ 上对 x 进行积分，即可得到公式 (1). 2) 将 $A(\delta,t)$ 分别对 δ 和 t 求偏导，可以得到

- 如果 $t \leqslant T\dfrac{\delta}{1+\delta}$

$$\frac{\partial A(\delta,t)}{\partial \delta} = \int_{\frac{1+\delta}{T}}^{\frac{\delta}{t}} \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x + \int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{1+\delta}{T}} (T - \frac{\delta}{x}) f(x)\,\mathrm{d}x > 0,$$

$$\frac{\partial A(\delta,t)}{\partial t} = 1 - F\left(\frac{\delta}{t}\right) > 0.$$

- 如果 $t > T\dfrac{\delta}{1+\delta}$

$$\frac{\partial A(\delta,t)}{\partial \delta} = \int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{\delta}{t}} (T - \frac{\delta}{x}) f(x)\,\mathrm{d}x > 0,$$

$$\frac{\partial A(\delta,t)}{\partial t} = 1 - F\left(\frac{1}{T-t}\right) + \int_{\frac{\delta}{t}}^{\frac{1}{T-t}} (T-t) x f(x)\,\mathrm{d}x > 0.$$

因此，$A(\delta,t)$ 关于 δ 和 t 单调递增.

命题 2 证明

1) $\partial^2\Pi/\partial N^2 = -2A_2(\delta,t=0) < 0$，$\partial^2\Pi/\partial\delta^2 = DNA''(\delta,t=0) - N^2A_2''(\delta,t=0) - NC''(\delta)$. 其中 $DNA''(\delta,t=0) = -DN\int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{1+\delta}{T}}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$，$N^2A_2''(\delta,t=0) = N\int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{1+\delta}{T}}\frac{2(-1+Tx-\delta)f(x)}{x}\mathrm{d}x$，$NC''(\delta) = N\frac{c_hf(\delta/T)}{T}$. 将这三项合并化简之后，得到

$$\partial^2\Pi/\partial\delta^2 = -DN\int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{1+\delta}{T}}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x - N\int_{\frac{\delta}{T}}^{\frac{1+\delta}{T}}\frac{2(-1+Tx-\delta)f(x)}{x}\mathrm{d}x - N\frac{c_hf(\delta/T)}{T} < 0.$$

因此，Π 是关于 N 和 δ 的凹函数. 通过求解一阶条件，就可以获得 唯一的 N^0 和 δ^0 使得 Π 达到最大值.

2) Π 关于 N 的一阶条件为

$$DA(\delta,t=0) - 2NA_2(\delta,t=0) - C(\delta) = 0.$$

因此，$N^0(\delta) = \frac{DA(\delta,t=0) - C(\delta,t=0)}{2A_2(\delta,t=0)}$. 将 $N^0(\delta)$ 代入利润方程，并对 δ 求导，可得到关于 δ 的一阶条件

$$-\frac{DA(\delta,t=0) - C(\delta)}{4A_2(\delta,t=0)^2}\begin{pmatrix}2A_2(\delta,t=0)DA'(\delta,t=0) - \\ (DA(\delta,t=0) - C(\delta))A_2'(\delta,t=0) - 2A_2(\delta,t=0)C'(\delta)\end{pmatrix} = 0$$

因此，δ^0 可通过求解

$$2A_2(\delta,t=0)DA'(\delta,t=0) = (DA(\delta,t=0) - C(\delta))A_2'(\delta,t=0) - 2A_2(\delta,t=0)C'(\delta)$$

获得. 整理后，即为公式 (4). 将 $N^0(\delta)$ 代入利润方程，即可得到公式 (5).

命题 3 证明 1) $\partial^2\pi_c/\partial N^2 = -2(A_2(\delta,t) + p_sSA_2(\delta,t)) < 0$. 因此 π_c^* 关于 N 是凹函数. 求解一阶条件可得到 $N^*(p,p_s,\delta) = \frac{-p + DA(\delta,t) - p_sS(\delta,t)}{2A_2(\delta,t)}$.

将 $N^*(p,p_s,\delta)$ 代入 π_s， 得到

$$\pi_s(N^*) = \frac{(p - DA(\delta,t) + p_sS(\delta,t))(p - C_d(\delta,t) + p_sS(\delta,t))}{2A_2(\delta,t)}.$$

对 p 进行求导，可以得到 $\partial^2\pi_s(N^*)/\partial p^2 = -1/A_2(\delta,t) < 0$. 因此 $\pi_s(N^*)$ 关于 p 也为凹函数. 求解 p 的一阶条件

$$-\frac{p - DA(\delta,t) + p_sS(\delta,t)}{2A_2(\delta,t)} - \frac{p - C_d(\delta,t) + p_sS(\delta,t)}{2A_2(\delta,t)} = 0$$

可以得到

$$p^*(\delta) = \frac{1}{2}(DA(\delta,t) + C_d(\delta,t) - 2p_s^*S(\delta,t)).$$

代入到 $N^*(p,p_s,\delta)$ 方程，可得到

$$N^*(\delta) = \frac{DA(\delta,t) - C_d(\delta,t)}{4A_2(\delta,t)}.$$

将 $N^*(\delta)$ 和 $p^*(\delta)$ 代入 π_s 和 π_c，可以得到式 (10) ~ 式(12).

2) 如果 δ 为内生，$N^*(\delta)$，$p^*(\delta)$，π_c^*，π_s^* 公式保持不变. 因此，δ^* 将决定唯一的N^* 和 p^*. 将π_s^* 对 δ 进行求导，可以得到关于 δ 的一阶条件

$$\frac{(DA(\delta,t) - C_d(\delta,t))}{8A_2(\delta,t)^2}(DA(\delta,t) - C_d(\delta,t)A_2''(\delta,t) + 2A_2(\delta,t)(DA'(\delta,t) - C_d'(\delta,t))) = 0$$

整理后即可得到公式 (9).

命题 4 证明 当 δ 为外生变量时，根据定义，$A^0 = A^*(t=0)$. 由于 $\partial A(\delta,t)/\partial t > 0$，因此 $\forall t > 0$，$A^*(t) > A^0$. 另外，$N^* = \frac{DA(\delta,t) - C_d(\delta,t)}{4A_2(\delta,t)}$，$N^0 = \frac{DA(\delta,t=0) - C(\delta)}{2A_2(\delta,t=0)}$. 如果 $t\int_0^\infty xf(x)\mathrm{d}x < \delta$，即保修期内不发生备件缺货，$C = C_d$，$A(\delta) = A(\delta,t=0)$，$A_2(\delta) = A_2(\delta,t=0)$. 此时 $N^* = N^0/2$. 如果 $t\int_0^\infty xf(x)\mathrm{d}x > \delta$，$\partial N^*/\partial t < 0$. 因此，总体上 $N^* \leqslant N^0/2$.