

doi: 10.19920/j.cnki.jmsc.2024.06.008

# 价格与需求同时不确定的原材料占线采购问题<sup>①</sup>

章潇月, 代文强\*, 周小渝  
(电子科技大学经济与管理学院, 成都 611731)

摘要: 市场价格剧烈波动与需求消耗不确定是许多企业在采购原材料时普遍面临的情景, 因此研究价格与需求同时不确定背景下的最优采购问题至关重要. 以往研究都聚焦于价格或需求的单参数不确定采购优化问题, 并大多假设这些参数变化具有随机分布信息, 而实际情况中价格与需求往往是同时不确定且不可随机观测的. 从占线理论出发, 首次提出并研究采购价格和消耗同时不确定条件下的原材料占线采购问题, 构造相应的数学模型, 设计竞争采购策略, 并证明其具有较好的常数竞争比. 数值分析进一步表明了策略具有较好的竞争性能.

关键词: 占线; 采购; 竞争策略; 竞争比

中图分类号: O221; F224 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2024)06-0149-10

## 0 引言

对很多制造型企业来说, 原材料采购成本是企业的关键成本之一, 然而一些原材料市场价格剧烈波动, 同时企业的需求消耗往往也不确定, 这对企业的采购和生产决策乃至最终盈利造成了重大影响. 这些企业的采购系统面临的环境通常具有以下特征: 1) 原材料价格随着时间显著波动,

如图 1 所示, 2021 年 1 月—2022 年 1 月, 进口铁矿石中青岛港 62% 澳粉港口现货价格的最高值是最低值的约 2.93 倍<sup>②</sup>; 2) 企业缺乏与上游供应商签订风险共担合约的议价能力, 因此长期合约难以达到锁定价格的功效<sup>③</sup>; 3) 采购系统必须考虑到企业的不确定需求消耗. 这种背景下, 如何应对价格与需求的双重不确定性, 设计出有效的采购策略以降低企业成本, 对企业具有重要意义.

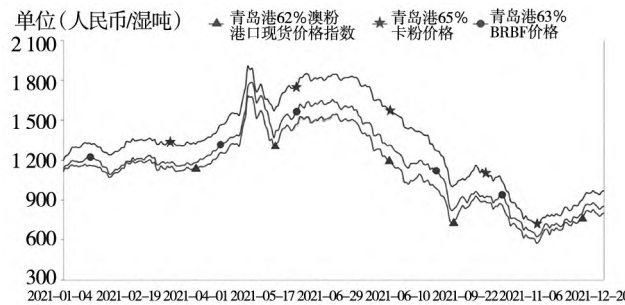


图 1 中国进口铁矿石价格指数<sup>②</sup>

Fig. 1 The price index for imported iron ore in China

① 收稿日期: 2020-10-10; 修订日期: 2023-05-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71871045).

通信作者: 代文强 (1978—), 男, 四川彭州人, 教授, 博士生导师, Email: wqdai@uestc.edu.cn

② 该数据来源于钢铁网 (<https://tks.mysteel.com/data/>).

③ 例如, 针对铁矿石采购, 几大铁矿石供应商必和必拓、力拓和淡水河谷逐渐开始采用季度协议价取代年度协议价, 进而用月度协议价取代了季度协议价, 甚至采取一船一价<sup>[1]</sup>.

研究者针对相关参数不确定的采购优化问题已经进行了很多的研究,但大多是在假设参数波动变化具有随机分布信息(即假设参数服从某个概率随机分布或随机过程)的条件下寻求最优方案。然而,由于原材料供需关系经常变化,导致其市场价格波动剧烈,企业的需求消耗也经常发生变化,往往难以假设其随机分布的存在。从理论上说,这些方法本质上都是静态的方法,即站在旁观者的立场上看问题,首先确定已知条件,然后在假设这些已知条件不变的基础上给出最优方案,条件一旦发生变化,所给出的最优方案就会失去其最优性。因此这些方法得到的静态优化结果难以满足实际的要求,企业需要的是不假设任何分布信息的条件下的最优决策方法。

近年来,理论界把决策者只掌握当前信息,在对未来既无确定性信息也无随机分布信息的条件下必须立即对当前状态做出决策的一类问题称为占线(online)问题,而将传统方法对应的问题称为离线(offline)问题。占线问题与竞争策略(competitive strategy)分析主要针对的是具有较强的动态特征的问题,它在变化因素的每一个特例中都能给出一个方案,使得这一方案所得到的解离最优方案给出的解总在一定的比例之内,因此能够避免传统的静态优化方法所得到的结论对初始假设依赖强的弊端<sup>[2,3]</sup>,近年内已被广泛应用于各种具有不确定性的管理学问题<sup>[4-6]</sup>。在本研究探讨的问题中,运用占线问题与竞争策略的分析方法可以克服传统方法的不足,针对采购价格与需求消耗动态环境下的原材料采购优化问题设计出有效的采购策略。

最近,已有研究学者利用占线问题与竞争策略的思想建立了价格不确定条件下同时考虑需求消耗的原材料采购决策模型。但是,建立的模型均假设的是确定性常数需求消耗,这没有考虑到在现实中,很多企业的需求消耗也是同时变化的。本研究将在已有研究的基础上,首次提出并研究价格与需求同时不确定条件下的原材料占线采购问题。建立相应的数学模型,通过分析问题的结构性,给出竞争采购策略并证明策略具有较好的常数竞争比,最后,用数值分析进一步验证了策略的

有效性。本研究不仅弥补了传统的不确定采购问题中总是假设参数服从随机分布的弊端,可适用于实际情形中价格和需求到达信息高度不确定的情形,同时是已有占线问题研究的有益补充和扩展。

## 1 文献综述

在库存管理领域,需求或价格的不确定性如何影响供应链各方的决策,受到了众多研究者的广泛关注<sup>[7-9]</sup>。本研究聚焦制造商的原材料采购库存决策问题,其属于库存管理的经典范畴,一直是管理科学与运作管理学术界关注的重点问题,学术性专著可参考如 Porteus<sup>[10]</sup>、Zipkin<sup>[11]</sup>和周永务等<sup>[12]</sup>。在这其中,针对相关参数不确定条件下的问题研究可参考综述性文献<sup>[13,14]</sup>。

现有考虑价格不确定的采购研究,可分为如下两大类:假设价格变化有分布信息<sup>④</sup>和假设价格无分布信息。本研究聚焦的是价格变化无分布信息的采购问题。针对这方面的研究,主要利用的是占线问题与竞争策略的分析方法,并可更进一步分为如下两类:无需求消耗和有需求消耗。其中前者起自 El-Yaniv 等<sup>[16]</sup>考虑的最优时间序列搜索和占线单方向外汇兑换问题。随后 Zhang 等<sup>[17]</sup>考虑了在一次时间价格序列中寻求  $k$  个最小价格的问题;Chin 等<sup>[18]</sup>研究了市场价格完全无界情形下的问题;Han 等<sup>[19]</sup>研究了价格变化相依条件下的问题,随后 Mohr<sup>[20]</sup>证明了价格变化相依情形下的问题等价于 El-Yaniv 等<sup>[16]</sup>的研究中某个特殊情形。上述研究均利用竞争比的分析方法来衡量竞争策略的方法,除此之外,Wang 等<sup>[21]</sup>和王玮等<sup>[22]</sup>利用竞争差的分析方法研究了占线单向交易问题。

考虑到企业在实际情形中,原材料的需求消耗是不能忽略的。一些学者对价格不确定条件下具有需求消耗的占线采购问题展开了研究。Larsen 与 Wøhlk<sup>[23]</sup>首次建立了该问题的基本占线采购模型。其模型考虑的是在未来价格未知的条件

④ 关于价格变化有分布信息的采购问题的最近的研究工作可以参考如李建斌等<sup>[15]</sup>及王夏阳等<sup>[8]</sup>的文章,以及 Alouloua 等<sup>[14]</sup>最新的综述性文献及其所引用的文献。

下,不假设任何的价格分布信息,决策者必须在当前的价格信息下做出采购决策以满足确定性的常数需求.建立了四类优化模型,针对各类模型给出了对应的占线竞争采购策略,并证明了策略竞争性能比的上界和下界.随后,丁黎黎等<sup>[24]</sup>在风险补偿分析框架下研究了类似的问题.代文强等<sup>[25]</sup>通过对其中一类占线模型进行分析,给出了新的采购策略.随后,Dai等<sup>[26]</sup>通过更进一步的分析,将Larsen与Wøhlk的已有结果<sup>[23]</sup>改进了至少20%.Dai等<sup>[27,28]</sup>考虑了易变质品的占线采购问题以及价格与供应量不确定条件下的占线采购问题.但以上研究都假设需求消耗为固定常数,目前尚未看到需求消耗同样不确定的占线采购问题的相关研究.

另一方面,从占线问题与竞争策略理论来研究需求不确定的采购决策问题,都是不考虑价格或者假设价格是已知的确定性常数.例如,Wanger等<sup>[29]</sup>假设价格为已知常数,研究了未来需求不确定条件下的库存控制问题.张桂清等<sup>[30]</sup>研究了需求不确定的报童问题,建立了概率预期下的风险补偿模型,在确定性预期和基本概率预期下分别为具有风险偏好的报童设计了最优采购策略.代文强等<sup>[31]</sup>基于网络销售的背景分析了商品允许退货再销售条件下的占线报童问题.Buchbinder等<sup>[32]</sup>利用原始对偶算法分析了需求不确定条件下的占线联合补货问题.韩曙光等<sup>[33]</sup>考虑了一个生产商和两个零售商之间具有数量折扣的占线采购问题.

通过文献梳理,可以看出现有研究的都是价格不确定或需求不确定条件下的单参数占线采购问题,目前还没有同时研究价格和需求都不确定且无随机分布信息的双参数占线采购问题.本研究将首次提出并研究这类新的占线采购问题,建立多阶段原材料占线采购决策模型,设计相应的占线竞争策略,并证明策略具有较好的常数竞争性能比.最后,通过数值算例进一步表明该策略具有较好的实际竞争性能.

## 2 问题描述

考虑如下的原材料采购问题.假设决策者现需要向上游进行  $n$  天的原材料的采购,在第  $t$  天,

$1 \leq t \leq n$ ,决策者面对的信息是当期的价格与需求  $\sigma_t = \{p_t, d_t\}$ ,对于  $t \leq i \leq n$ ,决策者需要在不假设任何未来价格  $p_i$  的概率分布和需求  $d_i$  的概率分布的条件下决策是否采购,以及采购多少原材料.假设该原材料的未来市场价格  $p_i$  在最低价格  $m$  和最高价格  $M$  之间进行波动,即  $m \leq p_i \leq M$ ,同时假设未来需求消耗  $d_i$  在最小需求  $d_{\min}$  和最大需求  $d_{\max}$  之间波动,即  $d_{\min} \leq d_i \leq d_{\max}$ .如下为符号方便同时记  $\theta = d_{\max}/d_{\min}$ .设仓库的最大储存能力为  $U$ ,不允许超出该库存容量,同时假设提前期为零,且不允许缺货,每单位数量每单位时间的持有成本为  $h$ .决策者向上游进行采购决策,需要支付的订购费用包括可变订购费用,即  $p_t$  倍采购的数量,以及库存持有成本,即  $h$  倍库存水平.

库存事件序列如下:期初库存水平  $L_0$  为 0,在第  $t$  天初,决策者观测到当天的价格  $p_t$ 、需求  $d_t$  及当前的库存水平  $L_{t-1}$ ,必须立即做出采购决策  $x_t$ ,如果  $x_t > 0$  则由于提前期为 0,采购的原材料立即到达,产生当天的可变订购成本  $p_t x_t$ .接着需求消耗  $d_t$  发生,若采购量不满足需求则不足部分从仓库库存中补充,若超过需求则将多余的数量存入仓库中,接下来根据现有库存水平  $L_t = L_{t-1} + x_t - d_t$  计算当天相应的持有成本  $h L_t$ .决策者需要最小化总订购费用,根据占线模型与竞争策略的基本思想,针对这里的问题,就是需要在下一个价格和需求  $\sigma_{t+1}$  确定之前,做出这一时刻的决策,并保证该决策在未来任何可能出现的最坏情形下达到某种最优性.

具体的,本研究需要设计出某种采购策略 ALG,如果对于任意的  $t$ ,其所做的采购决策  $x_t$  仅依据于当前和以往的需求与价格信息序列  $\sigma^{[1:t]} := \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_t\}$  以及当前的库存水平  $L_{t-1}$ ,而不依赖于任何未来的需求与价格信息,则该策略被称为是占线的<sup>[2,3]</sup>.更进一步,对给定决策周期内任意的输入价格和需求序列  $\sigma^{[1:n]} := \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ ,记设计的占线采购策略 ALG 和(在已知该输入序列  $\sigma^{[1:n]}$  的条件下的)最优离线采购策略 OPT 的成本费用分别是  $ALG(\sigma^{[1:n]})$  和  $OPT(\sigma^{[1:n]})$ .若存在同输入序列无关的常数  $\alpha$ ,

$\beta$  满足  $ALG(\sigma^{[1:n]}) \leq \alpha \cdot OPT(\sigma^{[1:n]}) + \beta$  则称该策略为竞争策略, 具有竞争比为  $\alpha$ . 显然  $\alpha$  应越小越好.

### 3 竞争策略分析

#### 3.1 竞争策略设计

采购策略的关键在于如何根据当天到达的价格和当前库存水平立即决策当天的采购数量. 直观来说, 当前价格较高时, 应该缩减采购量, 而当前价格较低时, 应该尽可能多地采购. 因此对当前价格高低与否的判定会对决策造成显著影响. 此外, 策略设计时还需要合理平衡需求的不确定和库存水平导致的库存成本. 为此, 本研究首先固定一个关于价格的函数  $f(p)$

$$f(p) = \begin{cases} \delta \ln \left[ \frac{\delta}{\delta-1} \left( 1 - \frac{p}{M-h} \right) \right] & \text{若 } p \in \left[ m, \frac{M-h}{\delta} \right] \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

其中

$$\delta = \left[ W \left( \frac{m - M + h}{(M - h)e} \right) + 1 \right]^{-1} \geq 1$$

$W(x)$  是 Lambert-W 函数, 即  $f(x) = xe^x$  的反函数. 易知  $f(p)$  是在  $[m, M]$  上的连续非增函数, 且当  $p = m$  时  $f(p)$  取得最大值 1. 该函数的现实含义是给定价格  $p$ , 仓库需要达到的库存水平比例. 本研究设计的占线采购策略 ALG 如下

步骤 1 令  $t = 0, L_0 = 0, \xi_0 = (M - h) / \delta$ ;

步骤 2 令  $t = t + 1, \xi_t = (M - h) / \delta$ , 计算  $x'_t =$

$$U \cdot [f(p_t) - f(\xi_t)]^+ + \sum_{i=1}^t d_i [f(p_i) - f(\xi_i)]^+;$$

步骤 3 计算采购量  $x_t = \max\{x'_t, [d_t - L_{t-1}]^+\}$ ;

步骤 4 更新  $L_t = L_{t-1} + x_t - d_t$ , 对于每个  $0 \leq i \leq t$  更新  $\xi_i = \min\{\xi_i, p_i\}$ , 若  $L_t \neq 0$  则回到步骤 2, 否则回到步骤 1.

策略的步骤 2 通过比较当天价格与历史价格的高低来预确定采购量  $x'_t$ , 其计算式的前半部分通过储存原材料来应对价格的不确定性, 后半部分采用类似项来应对需求的不确定性. 步骤 3 则保证实际采购量  $x_t$  能满足当天的需求消耗. 在

第  $t$  天, 若当前价格  $p_t$  足够低, 以至  $x'_t$  不仅能满足当天的需求, 还有多余的原材料储存到仓库时 (即  $x'_t > 0$  且  $x'_t \geq [d_t - L_{t-1}]^+$ ), 此时设定实际采购量为  $x_t = x'_t$ , 即应尽可能多的采购. 注意这里其实包含了库存较低和较高两种情况: 库存较低 ( $[d_t - L_{t-1}]^+ > 0$ ) 时, 则说明采购的  $x'_t$  数量原材料要先用来满足需求, 多余的再储存至仓库; 而库存较高 ( $[d_t - L_{t-1}]^+ = 0$ ) 时, 剩余库存已经足够满足需求, 此时采购的  $x'_t$  数量原材料全部储存至仓库. 而当价格和当前库存水平都相对较高时 (即  $x'_t = [d_t - L_{t-1}]^+ = 0$ ), 则不进行采购 ( $x_t = 0$ ); 当价格相对较高而当前库存水平相对较低 (即  $[d_t - L_{t-1}]^+ > 0$  且  $[d_t - L_{t-1}]^+ \geq x'_t$ ) 时, 仅采购满足需求的数量 ( $x_t = [d_t - L_{t-1}]^+$ ). 该策略符合管理直观, 易于实际的决策者采用, 但问题的困难点在于确定价格和库存水平的高低界限. 本研究定义在价格上的一个函数  $f(p)$  来评估库存水平的高低, 并将随时间不断更新的  $\xi_t$  作为价格基准来确定价格的高低. 与以往文献仅依赖于当前价格的策略相比<sup>[20-23]</sup>, 这里的 ALG 策略在每时刻做出的采购决策依赖于过去所有的价格信息和需求信息, 以及当前的库存水平, 利用的信息更多, 能够更好的降低总成本.

由于决策者在做决策时只利用了当前和以往的信息, 所以策略 ALG 显然是一个占线策略. 接下来证明该策略总是可行的, 即对于任意  $t$ , 都能在满足需求的条件下同时满足库存容量限制  $U$ . 为此, 首先给出以下定义.

定义 1 将仓库从开始存储原材料到再次存储原材料的时间间隔称为一个阶段, 即一个阶段包括一个开始存储原材料直至原材料完全耗尽的时期, 以及一个库存水平为零的连续时期. 本研究称前一种情况为阶段 I, 后一种情况为阶段 II.

定理 1 策略 ALG 总是可行的<sup>⑤</sup>.

#### 3.2 竞争比分析

根据定义 1, 本研究将时间区间划分为若干个阶段, 则策略 ALG 和离线最优策略 OPT 的总成本为各个阶段相应成本的总和, 因此只需分析在阶段内的竞争比即可. 为叙述方便, 下面给出相应的定义.

⑤ 本文中各定理与引理的详细证明过程请联系作者邮箱获取.

定义 2 在一个阶段中, 设  $n$  为该阶段的持续时间,  $D$  为该阶段的总需求, 即  $D = \sum_{i=1}^n d_i$ ,  $T_1$  为阶段 I 的持续时间,  $Cost_{OPT}$  ( $Cost_{ALG}$ ) 为对应的 OPT 策略 (ALG 策略) 的总成本.

接下来基于  $f(p)$  与定义 2, 分析任意一个阶段里离线策略 OPT 与占线策略 ALG 分别产生的总成本, 可以得到如下引理.

引理 1 在一个阶段里, 最坏情况下

$$Cost_{OPT} \geq U \hat{\xi}_0 + \sum_{i=1}^{T_1} d_i \hat{\xi}_i + \left( D - U - \sum_{i=1}^{T_1} d_i \right) \frac{M-h}{\delta} + h \sum_{i=1}^n (n-i+1) d_i$$

其中  $T_1 \geq 2$ ,  $D \geq U + \sum_{i=1}^{T_1} d_i$ ,  $\hat{\xi}_0 = \hat{\xi}_1$ , 且  $\hat{\xi}_i = \min\{p_i, p_{i+1}, \dots, p_{T_1}, (M-h)/\delta\}$ ,  $1 \leq i \leq T_1$ .

接下来分析 ALG 在一个阶段内最坏情形下的总成本的上界.

引理 2 在一个阶段内, 在最坏情况下 ALG 所产生成本的上界为

$$Cost_{ALG} \leq \left( D - U - \sum_{i=1}^{T_1} d_i \right) (M-h) + \Delta_1 + \Delta_2 + \left[ \sum_{i=1}^{T_1} (i-1) (1-f(\hat{\xi}_i)) d_i + D \right] h.$$

其中

$$\Delta_1 = \int_0^{U/\hat{\xi}_0} f^{-1}\left(\frac{x}{U}\right) dx + (U - Uf(\hat{\xi}_0)) (M-h)$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{T_1} \int_0^{d_i/\hat{\xi}_i} f^{-1}\left(\frac{x}{d_i}\right) dx + \sum_{i=1}^{T_1} (d_i - d_i f(\hat{\xi}_i)) (M-h)$$

基于引理 1 与引理 2, 可以得到最坏情况下 ALG 总成本与离线最优策略 OPT 总成本比值的上界, 即策略 ALG 的竞争比.

定理 2 占线采购策略 ALG 的竞争比为  $\max\{\delta, \Theta\}$ .

从定理 2 的结论可以看到, 提出策略的竞争

比不依赖于未来具体的价格和需求, 因此在实际采购情形中, 对于任意的价格和需求到达序列, 采购策略都能表现出良好的竞争性能. 在采购过程中, 占线采购决策者只要运用给定策略的采购方法进行采购决策就能够较好的平衡采购成本和库存持有成本. 需要注意的是该结论给出的是最坏情形下的理论保障, 这里的竞争比也被称作理论竞争比. 当然在实际的采购情形中, 价格和需求的到达序列并不总是按照最坏情形到达, 此时根据具体的到达序列, 采用所给的策略得到的总成本与最优离线总成本的比值, 本研究称其为实际竞争比. 显然策略所具有的实际竞争比将会比理论竞争比更优, 这一点在第四节数值算例中具体进行说明.

## 4 数值实验

本节进行仿真分析来评估策略的竞争性能.

下面将利用两组数据, 随机数据和实际的铁矿石数据来评估策略的实际竞争性能, 所有的数值实验均利用 Python 在个人计算机上实现.

### 4.1 随机仿真实验

#### 4.1.1 实验设计和结果

取  $n = 100$ , 即考察 100 天的采购问题. 固定  $h = 5$ ,  $U = 20$ , 根据不同的分布分别产生四组需求与价格序列, 计算策略在不同需求与价格分布下的实际竞争比与理论竞争比. 具体的, 令  $m = 1$ ,  $M = 10$  以及  $m = 1$ ,  $M = 20$ , 分别产生在区间  $[m, M]$  上服从均匀分布  $U(m, M)$ 、正态分布和泊松分布的三组随机价格序列<sup>⑥</sup>; 再令  $d_{\min} = 5$ ,  $d_{\max} = 10$ , 即  $\Theta = 2$ , 以及  $d_{\min} = 5$ ,  $d_{\max} = 20$ , 即  $\Theta = 4$ , 随机产生在区间  $[d_{\min}, d_{\max}]$  上服从均匀分布  $U(d_{\min}, d_{\max})$ 、正态分布和泊松分布的需求序列.

需要注意的是, 在已知需求序列  $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$  和价格序列  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  的条件下, 最优离线采购策略所实现的成本值  $Cost_{OPT}$  可以通过以下线性规划来计算

⑥ 在利用正态分布和泊松分布产生随机价格序列和后面的需求序列时, 如果生成的数据超过了相应的区间则直接丢弃该数据并重新再生成一个, 直至生成的数据在区间内.

$$\begin{aligned}
 (Cost_{opt}) \min & \sum_{t=1}^n x_t p_t + h \sum_{t=1}^n L_t \\
 \text{s. t} & L_t = L_{t-1} + x_t - d_t \quad t = 1, \dots, n \\
 & 0 \leq L_t \leq U \quad t = 1, \dots, n \\
 & x_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

其中目标函数包括两部分, 采购成本( =  $\sum_{t=1}^n x_t p_t$ )和库存持有成本( =  $h \sum_{t=1}^n L_t$ ). 第一个约束是库存平衡条件, 第二个约束保证满足需求与库存容量的限制.

通过计算策略在不同输入实例下的成本, 以及最优离线采购策略所实现的成本, 可以得到策略的竞争性能, 结果如表1~表3所示. 在这些表中, 第1列表示需求服从的分布; 第2

列、第6列表示如果已知需求和价格序列, 通过求解线性规划问题(  $Cost_{opt}$ ) 得到的离线最优成本  $Cost_{OPT}$ ; 第3列、第7列是策略 ALG 产生的总成本值  $Cost_{ALG}$ , 具体的, 根据3.1小节中的策略规则利用 Python 进行编程, 首先利用步骤2和步骤3得到每天的采购量  $x_t$ , 根据步骤4更新每天的库存  $L_t = L_{t-1} + x_t - d_t$ , 然后计算当天的采购成本  $x_t p_t$  与持有成本  $h L_t$ , 再对每天的成本进行求和, 则可得到  $Cost_{ALG}$ ; 第4列、第8列是前面两个值的比值, 表明了策略在该具体输入实例上的实际竞争比, 用  $\alpha'$  表示; 最后, 第5列、第9列是在相应的输入下, 利用定理2证明得到的最坏情形下的理论竞争比结果, 用  $\alpha$  表示.

表1 价格 ~  $U(1, 10)$  和价格 ~  $U(1, 20)$  时的竞争比性能

Table 1 The competitive ratio performance when price ~  $U(1, 10)$  and ~  $U(1, 20)$

需求	价格 ~ $U(1, 10)$				价格 ~ $U(1, 20)$			
	$Cost_{OPT}$	$Cost_{ALG}$	$\alpha'$	$\alpha$	$Cost_{OPT}$	$Cost_{ALG}$	$\alpha'$	$\alpha$
$U(5, 10)$	4 408.93	4 491.46	1.02	2	8 429.35	8 606.73	1.02	3.06
$U(5, 20)$	7 171.44	7 339.01	1.03	4	12 968.15	13 587.57	1.05	4
$N(8, 3^2)$	4 150.54	4 229.23	1.02	2	7 249.73	7 510.05	1.04	3.06
$N(12, 4^2)$	5 735.24	6 258.73	1.09	4	11 532.76	12 050.14	1.04	4
$P(8)$	5 423.84	6 011.03	1.10	2	9 415.91	10 010.31	1.06	3.06
$P(13)$	10 120.43	10 863.22	1.07	4	15 382.72	16 360.64	1.06	4

表2 价格 ~  $N(5, 2^2)$  和价格 ~  $N(10, 5^2)$  时的竞争比性能

Table 2 The competitive ratio performance when price ~  $N(5, 2^2)$  and ~  $N(10, 5^2)$

需求	价格 ~ $N(5, 2^2)$				价格 ~ $N(10, 5^2)$			
	$Cost_{OPT}$	$Cost_{ALG}$	$\alpha'$	$\alpha$	$Cost_{OPT}$	$Cost_{ALG}$	$\alpha'$	$\alpha$
$U(5, 10)$	3 502.52	4 134.83	1.18	2	6 415.33	6 750.66	1.05	3.06
$U(5, 20)$	5 534.41	5 954.33	1.15	4	9 788.72	10 353.47	1.06	4
$N(8, 3^2)$	3 192.95	3 658.16	1.17	2	5 872.85	6 301.84	1.07	3.06
$N(12, 4^2)$	4 793.17	5 091.96	1.06	4	9 412.42	9 904.29	1.05	4
$P(8)$	6 101.64	6 230.17	1.02	2	9 039.84	9 419.52	1.04	3.06
$P(13)$	9 786.59	9 934.73	1.02	4	14 768.80	15 319.15	1.04	4

表3 价格 ~  $P(5)$  和价格 ~  $P(10)$  时的竞争比性能

Table 3 The competitive ratio performance when price ~  $P(5)$  and ~  $P(10)$

需求	价格 ~ $P(5)$				价格 ~ $P(10)$			
	$Cost_{OPT}$	$Cost_{ALG}$	$\alpha'$	$\alpha$	$Cost_{OPT}$	$Cost_{ALG}$	$\alpha'$	$\alpha$
$U(5, 10)$	5 890.86	6 068.78	1.03	2	9 612.33	10 057.07	1.05	3.06
$U(5, 20)$	7 084.55	7 409.34	1.05	4	15 646.26	16 346.64	1.04	4
$N(8, 3^2)$	6 384.70	6 546.53	1.03	2	10 131.49	10 625.89	1.05	3.06
$N(12, 4^2)$	9 331.47	9 356.40	1.01	4	14 687.02	15 314.33	1.04	4
$P(8)$	9 039.84	9 419.52	1.04	2	10 113.99	10 570.56	1.05	3.05
$P(13)$	10 464.99	10 494.00	1.01	4	17 779.99	18 750.56	1.05	4

从表 1 ~ 表 3 可以看出,针对不同的价格和需求的随机分布序列,本研究所设计的占线策略都取得非常好的竞争性能.可以注意到,在所有的输入中,最大的实际竞争比仅为 1.18,并且所有的实际竞争比都明显小于理论竞争比.这是由于本研究证明的理论竞争比是最坏情况下的性能保证,而在实际中输入序列往往不会按最坏情况实现,因此实际竞争比会优于理论竞争比.理论竞争比与实际竞争比的结合充分说明了设计的策略可以良好的应对价格与需求同时不确定给企业控制成本带来的风险.

#### 4.1.2 与已有模型比较

在文献综述中,本研究已经阐明了目前有关参数不确定条件下的占线模型都只考虑了单参数不确定的情况,即或者价格不确定而需求固定,或者需求不确定而价格固定.其中与本研究中问题最相关的是价格不确定但需求确定的原材料采购问题,因此本小节将本研究设计的策略与已有策略进行对比,首先在理论上证明本研究的策略实现的理论竞争比更优,然后在不同的随机价格序列下对比本研究的策略与已有策略的实际竞争比,结果说明本研究的策略不仅适用于双参数不确定(即价格与需求同时不确定)的情况,即使在单参数不确定的情况,也明显优于已有策略.

首先,对理论竞争比进行分析.具体的,若  $d_{\min} = d_{\max} = d, h = 0$ ,则本研究的模型退化到 Larsen 与 Wøhlk 等人提出的有界存储 (Bounded Storage, BS) 模型<sup>[23]</sup>.已经给出了一个常数竞争性比为  $\alpha_{BA} = \sqrt{M/m}$  的占线采购策略——BA 策略.而根据定理 2,此时本研究所设计策略的理论竞争比为  $\alpha_{ALG} = \left[ W \left( \frac{m-M}{Me} \right) + 1 \right]^{-1}$ .以下定理可以证明本研究的策略实现的理论竞争比严格优于 BA 策略的理论竞争比.

**定理 3** 当  $d_{\min} = d_{\max} = d, h = 0$  时,本研究所设计策略实现的理论竞争比严格优于 Larsen 与 Wøhlk 等人提出的 BA 策略,即  $\left[ W \left( \frac{m-M}{Me} \right) + 1 \right]^{-1} \leq \sqrt{M/m}$ .

接下来比较在不同价格序列下两个策略的实际竞争比.随机产生十组服从均匀分布  $U(m, M)$  的价格序列,令本研究的策略在每组价格序列下的实际竞争比和理论竞争比分别为  $\alpha'_{ALG}$  和  $\alpha_{ALG}$ ,BA 策略在每组价格序列下的实际竞争比和理论竞争比分别为  $\alpha'_{BA}$  和  $\alpha_{BA}$ .通过计算,两个策略在不同价格序列下的性能表现如表 4 所示.

表 4 不同价格序列下与已有模型比较

Table 4 The comparison with existed model under different price sequences

价格分布	$\alpha'_{ALG}$	$\alpha'_{BA}$	$\alpha_{ALG}$	$\alpha_{BA}$
$U(1,10)$	1.467	1.947	2.553	3.162
$U(1,11)$	1.457	1.839	2.663	3.317
$U(1,12)$	1.694	1.844	2.768	3.464
$U(1,13)$	1.706	2.156	2.868	3.606
$U(1,14)$	1.343	1.627	2.965	3.742
$U(1,15)$	1.406	1.647	3.058	3.873
$U(1,16)$	1.704	2.383	3.149	4.000
$U(1,17)$	1.829	1.907	3.236	4.123
$U(1,18)$	1.557	1.659	3.321	4.243
$U(1,19)$	1.625	2.149	2.157	2.853
$U(1,20)$	1.469	1.817	3.484	4.472

结合表 4 与定理 3 可以看出,即使将模型退化到单参数不确定的情况,本研究的策略无论是从理论竞争比的维度还是实际竞争比的维度上来看,都优于国际上已有策略.因此,本研究的策略不仅能处理不确定性更强的原材料采购问题,而且与已有研究相比,也具有更好的竞争性能表现.

#### 4.2 实际数据测试

接下来进一步利用实际数据测试设计的策略的有效性.价格序列如引言中图 1 所示,分别采集 2021 年 1 月 1 日—2022 年 1 月 1 日,除节假日后共计 261 天的青岛港 62% 澳粉港口进口矿港口现货价格指数,65% 卡粉现货价格和 63% 巴混 (BRBF) 现货价格序列,并认为是实际的采购价格<sup>⑦</sup>.在下面的计算中,分别记这三个数据集为数

⑦ 在实际中,这里的数据单位是元/湿吨,同时在现实中计算采购成本时,一般考虑的公式是价格 \* (1 - 货损) \* 增值税,在最后的最后还需要加上港杂费.这里为了计算简单,假设湿吨的铁矿石就能满足需求,且忽略了货损、增值税以及港杂费在内的所有因素,仅用价格进行计算.

据集 1, 数据集 2 和数据集 3, 此外, 由于这三个数据集可能具有相同的价格变化趋势, 再选取了另一个时间段 2020 年 1 月 1 日—2021 年 1 月 1 日, 去除节假日后共计 263 天的 65% 卡粉现货价格序列, 作为数据集 4, 表 5 为数据集的基本描述统计量, 图 2 给出了数据集的箱型图。

表 5 实际价格数据集基本描述统计量

Table 5 The basic descriptive statistics of real price data sets

特征	数据集 1	数据集 2	数据集 3	数据集 4
样本数	261	261	261	263
均值	1 078.78	1 248.09	1 171.66	936.35
标准差	253.46	270.07	305.43	135.43
中位数	1122	1273	1172	923
最大值	1 684	1 910	1 892	1 263
最小值	724	710	642	760
极差	960	1200	1250	503
峰度	-1.01	-0.33	-1.12	-0.75
偏度	0.06	-0.14	0.05	0.53

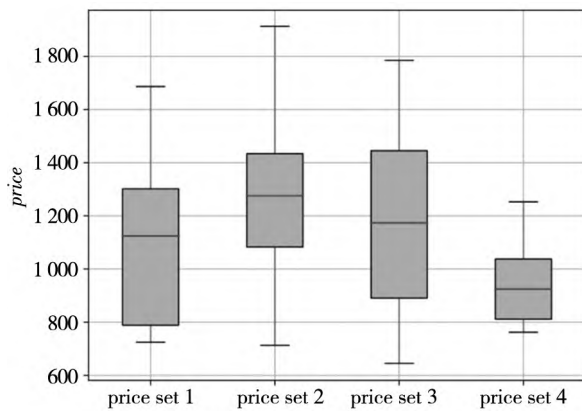


图 2 实际价格数据集的箱型图

Fig. 2 The box plot of real price data set

在产生需求序列数据时, 本研究根据黄肖玲等人的测算<sup>[34]</sup>, 考虑某钢厂某年共生产 51.53 百万 t 粗钢, 根据铁矿石 (62% Fe) 与粗钢的投入产出比 (1.6:1) 计算得出钢厂需投入 82.4 百万 t 铁矿石; 由于该年该钢厂对进口矿石的依赖度达到了 70%, 因此根据进口矿比例和生产的季节性因素, 该钢厂从 1 月~12 月的每月进口铁矿石分别为 434 万 t、517 万 t、500 万 t、418 万 t、527 万 t、391 万 t、345 万 t、458 万 t、618 万 t、440 万 t、557 万 t、572 万 t<sup>[34]</sup>。在此基础上, 将该月需求数据按照四个价格数据集相应的年份对应的每个月工作日天数进行平均, 同时每天加上均匀分布

$U(-5, 5)$  作为扰动项, 最终获得针对前三个价格序列的 261 个需求序列数据, 和第四个价格序列对应的 263 个需求序列数据。

假设最大仓储量  $U = 60$  万 t, 持有成本按照  $h = 0.5$  元/t 天测算, 利用这些数据, 运行策略 ALG, 可得到如下的竞争比结果。

表 6 实际数据竞争性能比

Table 6 The competitive ratio under real price data sets

数据集	1	2	3	4
实际竞争比	1.031	1.026	1.275	1.089

根据表 6, 针对实际的价格和需求序列, 本研究所设计的占线策略具有非常好的竞争性能。在四个数据集中, 最大的实际竞争比仅为 1.275。进一步验证了本研究策略的有效性。

## 5 结束语

本研究首次提出并研究了价格和需求同时不确定的占线采购问题。本文研究的问题, 面对的是原材料采购价格和企业的需求消耗常常是不可预测, 也不可用随机分布刻画的实际背景, 利用占线策略与竞争分析的方法对其进行分析, 并给出了有效的占线竞争采购策略, 证明了该策略具有的理论竞争性能比, 同时利用数值算例进一步评估了策略的有效性, 结果表明设计的采购策略具有较好的实际竞争性能, 与已有的策略相比也具有优越性。这些结论不仅对实际的原材料采购决策具有一定的理论和现实指导意义, 同时也丰富了现有的研究。

未来的研究方向包括但不仅限于如下几点: 第一, 继续针对本研究建立的原材料采购模型进行研究, 通过进一步刻画问题的结构特征, 或者设计出更优的占线采购策略以得到更好的竞争比结论, 或者构造特殊的输入价格和需求序列得到问题理论上的竞争比下界结果; 第二, 考虑将更多的实际因素融入到模型中以增加模型的指导性; 第三, 在模型的构建和具体的分析中, 本研究并没有考虑固定订购成本, 若加入固定订购成本考虑更一般的模型是一个值得进一步研究的方向。



## 参 考 文 献:

- [1] 郑利鹏. 暗战铁矿石期货[J]. 中国投资, 2012, 12: 68 – 70.  
Zheng Lipeng. Dark war iron ore futures[J]. China Investment, 2012, 12: 68 – 70. (in Chinese)
- [2] Albers S. Online algorithms: A survey[J]. Mathematical Programming, 2003, 97(1–2): 3 – 26.
- [3] Borodin A, El-Yaniv R. Online Algorithms and Competitive Analysis[M]. New York: Cambridge University Press, 1998.
- [4] 代文强, 左永恒, 孙朝苑, 等. Make-to-Order 模式下多产品占线生产策略研究[J]. 管理科学学报, 2020, 23(8): 101 – 108.  
Dai Wenqiang, Zuo Yongheng, Sun Chaoyuan, et al. Multiproduct online production strategy in a Make-to-Order system [J]. Journal of Management Sciences in China, 2020, 23(8): 101 – 108. (in Chinese)
- [5] Goyal V, Udvari R. Online matching with stochastic rewards: Optimal competitive ratio via path-based formulation[J]. Operations Research, 2023, 71(2): 563 – 580.
- [6] Ma W, Simchi-Levi D. Algorithms for online matching, assortment, and pricing with tight weight-dependent competitive ratios[J]. Operations Research, 2020, 68(6): 1787 – 1803.
- [7] 许明辉, 孙康泰. 需求预测信息共享对供应商入侵策略的影响[J]. 管理科学学报, 2020, 23(12): 75 – 90.  
Xu Minghui, Sun Kangtai. The impact of demand forecast sharing on supplier encroachment strategy [J]. Journal of Management Sciences in China, 2020, 23(12): 75 – 90. (in Chinese)
- [8] 王夏阳, 傅科, 梁桂添. 原材料价格波动下的库存与生产联合决策[J]. 管理科学学报, 2016, 19(12): 47 – 58.  
Wang Xiayang, Fu Ke, Liang Guitian. Joint inventory and production decisions under fluctuating material costs [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(12): 47 – 58. (in Chinese)
- [9] 邝云娟, 傅科. 考虑消费者后悔的库存及退货策略研究[J]. 管理科学学报, 2021, 24(4): 69 – 85.  
Kuang Yunjuan, Fu Ke. Inventory and consumer returns policies under consumers' anticipated regret [J]. Journal of Management Sciences in China, 2021, 24(4): 69 – 85. (in Chinese)
- [10] Porteus E. Foundations of Stochastic Inventory Theory [M]. California: Stanford University Press, 2002.
- [11] Zipkin P H. Foundations of Inventory Management [M]. Boston: McGraw-Hill Press, 2000.
- [12] 周永务, 王圣东. 库存控制理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.  
Zhou Yongwu, Wang Shengdong. Inventory Control: Theory and Methodology [M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)
- [13] Winands E M, Adan I, Houtum G. The stochastic economic lot scheduling problem: A survey [J]. European Journal of Operational Research, 2011, 210(1): 1 – 9.
- [14] Aloulou M A, Dolgui A, Kovalyov M Y. A bibliography of non-deterministic lot-sizing models [J]. International Journal of Production Research, 2014, 52(7–8): 2293 – 2310.
- [15] 李建斌, 杨瑞娜. 有限供应的现货市场与期权合约下的采购策略[J]. 管理科学学报, 2011(7): 43 – 54.  
Li Jianbin, Yang Ruina. Procurement policy based on portfolio contracts and spot market with limited capacity [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011(7): 43 – 54. (in Chinese)
- [16] El-Yaniv R, Fiat A, Karp R M, et al. Optimal search and one-way trading online algorithms [J]. Algorithmica, 2001, 30: 101 – 139.
- [17] Zhang W, Xu Y, Zheng F, et al. Online algorithms for the general k-search problem [J]. Information Processing Letters, 2011, 111(14): 678 – 682.
- [18] Chin F, Fu B, Jiang M, et al. Competitive algorithms for unbounded one-way trading [J]. Theoretical Computer Science, 2015, 607: 35 – 38.
- [19] Han S G, Guo J L, Zhang L P, et al. Competitive analysis of price online inventory problem with cost function [J]. Applied Mathematics – A Journal of Chinese Universities, 2017, 32(4): 493 – 502.
- [20] Mohr E. Optimal replenishment under price uncertainty [J]. European Journal of Operational Research, 2017, 258: 136 – 143.
- [21] Wang W, Wang L, Lan Y, et al. Competitive difference analysis of the one-way trading problem with limited information [J]. European Journal of Operational Research, 2016, 252(3): 879 – 887.
- [22] 王玮, 蓝颖杰, 严建援. 基于竞争差分析的占线单向交易策略[J]. 管理科学学报, 2017, 20(9): 15 – 24.  
Wang Wei, Lan Yingjie, Yan Jianyuan. Online one-way trading strategy based on competitive difference analysis [J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(9): 15 – 24. (in Chinese)
- [23] Larsen K S, Whlks S. Competitive analysis of the online inventory problem [J]. European Journal of Operational Research,

- 2010, 207: 685 – 696.
- [24] 丁黎黎, 张波, 刘新民. 风险补偿分析框架下的占线批量订货策略设计[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(5): 1261 – 1267.  
Ding Lili, Zhang Bo, Liu Xinmin. Online batch order strategies designs in risk-reward frameworks[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2016, 36(5): 1261 – 1267. (in Chinese)
- [25] 代文强, 蒋青竹, 冯毅. 原材料采购问题的占线竞争策略分析[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(6): 1490 – 1495.  
Dai Wenqiang, Jiang Qingzhu, Feng Yi. Online competitive strategy for raw materials procurement[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2016, 36(6): 1490 – 1495. (in Chinese)
- [26] Dai W Q, Jiang Q Z, Feng Y. A note: An improved upper bound for the online inventory problem with bounded storage and order costs[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 249: 628 – 630.
- [27] Dai W Q, Zheng M, Chen X, et al. Online economic ordering problem for deteriorating items with limited price information[J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2020, 44: 2246 – 2268.
- [28] Dai W Q, Yang Z L, Feng Y, et al. Real-time procurement policy with yield and price uncertainty[J]. International Journal of Production Research, 2020, 58(3): 758 – 782.
- [29] Wagner M R. Fully distribution-free profit maximization: The inventory management case[J]. Mathematics Of Operations Research, 2010, 35(4): 728 – 741.
- [30] 张桂清, 徐寅峰. 报童问题的最优竞争比策略及其风险补偿模型[J]. 管理学报, 2011, 8(1): 97 – 102.  
Zhang Guiqing, Xu Yinfeng. The optimal competitive strategy and risk-reward model of the online newsboy problem[J]. Chinese Journal of Management, 2011, 8(1): 97 – 102. (in Chinese)
- [31] 代文强, 傅倩. 可退货再销售商品的占线报童问题[J]. 系统工程, 2015, 33(10): 59 – 62.  
Dai Wenqiang, Fu Qian. Online newsvendor problem with return and resalable products[J]. Systems Engineering, 2015, 33(10): 59 – 62. (in Chinese)
- [32] Buchbinder N, Kimbrel T, Levi R, et al. Online make-to-order joint replenishment model: Primal-dual competitive algorithms[J]. Operations Research, 2013, 61(4): 1014 – 1029.
- [33] 韩曙光, 郭玖零, 方陈浩, 等. 供应链中需求在线的库存问题研究[J]. 高校应用数学学报, 2014, 29(3): 310 – 318.  
Han Shuguang, Guo Jiuling, Fang Chenhao, et al. Online inventory problem with uncertain demand of supply chain[J]. Applied Mathematics A Journal of Chinese Universities, 2014, 29(3): 310 – 318. (in Chinese)
- [34] 黄肖玲, 代霞梅, 纪国良, 等. 基于“前港后厂”模式的进口铁矿石采购物流成本优化[J]. 中国管理科学. 2021, 29(8): 218 – 228.  
Huang Xiaoling, Dai Xiamei, Ji Guoliang, et al. Optimization on the procurement logistics system of importing iron ore based on the “port before factory” mode[J]. Chinese Journal of Management Science. 2021, 29(8): 218 – 228. (in Chinese)

## Online procurement for raw materials with price and demand uncertainty

ZHANG Xiao-yue, DAI Wen-qiang<sup>\*</sup>, ZHOU Xiao-yu

School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China

**Abstract:** Many firms face significant price fluctuations and unpredictable demand for raw materials, making it increasingly important to study optimal procurement strategies under these uncertainties. Previous studies have focused on optimization problems with single parameter uncertainty and assumed the parameter to fluctuate randomly, which is not representative of the real world. Prices and demand in reality are often uncertain simultaneously and cannot be randomly observed. This paper uses online theory to investigate the procurement of raw materials under uncertain price and demand, presents a corresponding mathematical model, and analyzes a dynamic and effective competitive strategy, which is proved to have a better competitive ratio performance. Numerical analysis further demonstrates the strategy has superior empirical performance.

**Key words:** online; procurement; competitive strategy; competitive ratio