

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2025.01.001

自动驾驶通勤行为建模与阶梯收费效率评价^①

李志纯, 吴苏萍

(华中科技大学管理学院, 武汉 430074)

摘要: 自动驾驶汽车的出现将解放驾驶员双手, 从而为车内出行者自由开展车内活动提供方便. 在阐述自动驾驶汽车通勤者车内活动效用的基础上, 使用基于活动的分析方法, 建立了普通驾驶汽车与自动驾驶汽车混行的多方式时变活动效用瓶颈模型, 分析了该模型的性质. 确定了多方式瓶颈系统消除排队的连续动态拥挤收费方案, 设计了最优阶梯收费方案来近似连续动态收费方案, 评价了最优阶梯收费方案消除排队的效果. 结果表明在线性时变边际活动效用下, 不考虑自动驾驶汽车车内活动效用会导致对高峰期出行时间窗的偏差估计; 普通驾驶汽车通勤者与自动驾驶汽车通勤者依次序出行, 存在最优的自动驾驶汽车市场占有率使得社会总成本最低; 与不收费情形相比较, 最优阶梯收费导致的排队延误消除率大于 $\sqrt{3}/3$.

关键词: 瓶颈模型; 基于活动的方法; 车内活动效用; 动态收费; 阶梯收费

中图分类号: F570 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2025)01-0001-16

0 引 言

近年来, 随着人工智能技术的快速发展, 自动驾驶汽车技术受到业界和学术界的广泛关注, 有望给交通行业和人们的生活带来巨大变革. 与普通驾驶汽车相比, 自动驾驶汽车可以解放驾驶员双手, 通勤者可在车内吃早餐或补充睡眠(与家庭活动有关)、回复工作邮件或准备工作计划(与工作活动有关)等, 在一定程度上可以为车内通勤者带来效用和减少通勤者对长时间呆在车内的厌恶^[1]. 自动驾驶汽车也可以为行动不便的人(例如老年人、残疾人)带来出行便利^[2]. Kyriakidis 等^[3]通过互联网调查, 收集了来自 109 个国家的 5 000 份问卷, 调查问题包括对自动驾驶汽车的接受程度、关注程度和购买意愿等. 结果表明, 到 2050 年, 自动驾驶汽车将占据约 50% 的市场份额.

自动驾驶汽车可以为使用者带来活动效用, 因而可能改变通勤者早晨离开家的出发时间. 1969 年, 诺贝尔经济学奖得主 Vickrey 应用确定性排队理论, 首次提出了一个能导致所有通勤者具有相同费用的内生出发时间选择模型, 这就是著名的瓶颈模型^[4]. Vickrey 瓶颈模型采用的是基于出行的分析方法, 以出行为分析单位, 忽视了通勤者早晨在家活动和上班工作获得的效用对出发时间决策的影响, 而且假定通勤者单位旅行时间价值、早到和迟到单位时间价值分别为常数 α 、 β 和 γ , 不随时间变化. 众多学者对瓶颈模型进行了拓展. Tabuchi^[5]首次对高速公路与地铁并行的交通系统, 分析了拥挤收费模式对通勤者方式选择的影响. 黄海军等^[6]在 Tabuchi 工作基础上考虑了公交车内体触拥挤带来的成本. Wu 和 Huang^[7]进一步考虑了公交车内拥挤和瓶颈处车辆排队拥挤, 研究了拥挤收费对方式划分、社会总

① 收稿日期: 2021-10-14; 修订日期: 2022-08-26.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72131008); 华中科技大学“交叉研究支持计划”(2023JCYJ021); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2021GCR014).

作者简介: 李志纯(1976—), 男, 江西高安人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: smzcli@hust.edu.cn

成本和收费总收入的影响. 陈蒂等^[8]在瓶颈模型中考虑了多个目标属性, 分析了错峰出行政策对瓶颈拥挤的影响. 于璐伊等^[9]针对公交车和轿车并行的交通系统, 以瓶颈模型为基础, 分析了差异化停车券(指定车位停车券和不定车位停车券)管理策略与动态拥挤收费对用户出行选择和系统性能的影响.

上述研究均假定通勤者的时间价值为常数, 但一些实证研究已经表明, 通勤者实施活动的边际效用通常随时间发生变化(如 Liu 等^[10]、Tseng 和 Verhoef^[11]、Jenelius 等^[12]). 为弥补该缺陷, 一些研究考虑了出行负效用与活动效用之间的权衡. 例如, Tseng 和 Verhoef^[11]提出了基于活动效用的瓶颈模型, 并利用调查数据对线性时变家庭活动与工作活动效用参数进行了标定. Li 等^[13]利用基于活动分析的方法, 研究了通勤者全天活动链中早晚高峰出发时间选择问题, 并与 Vickrey 经典瓶颈模型的解进行了比较. Li 等^[14]进一步研究了时变活动效用下的拥挤收费问题, 表明线性时变边际活动效用下的拥挤收费消除排队延误的效率高于对应的常数边际活动效用情形. 李志纯和丁晶^[15]对基于活动的瓶颈模型进行了拓展, 得出 Vickrey 的经典瓶颈模型会高估排队延误和拥挤收费水平. Li 和 Zhang^[16]提出了时变边际活动效用下的小汽车与公交车混合出行瓶颈模型, 考虑了小汽车与公交车之间的替代效应及相互拥挤影响, 分析了车辆拥挤外部性和公交车车内乘客体触拥挤外部性对社会成本的影响, 并对拥挤收费问题展开了讨论. 邓瑶和李志纯^[17]系统介绍了经典的瓶颈模型与基于活动的瓶颈模型的基础理论, 分析和比较了两类模型最优动态收费和最优阶梯收费下的解及消除排队延误的效率. 肖玲玲等^[18]建立了基于活动的拼车通勤模型, 从消除瓶颈排队队的角度, 推导了系统最优下的动态收费均衡解. Li 等^[19]对瓶颈模型过去 50 年的研究进展进行了全面综述, 指明了瓶颈模型未来可能的研究方向.

近年来, 自动驾驶技术发展迅速, 有望成为人们未来日常出行的重要交通工具. 有些学者对自动驾驶汽车对未来交通系统的影响开展了研究. Liu^[20]建立了自动驾驶汽车用户早高峰出发时间与停车地联合选择均衡模型. Zhang 等^[21]进一步建立了早晚通勤出行链出发时间与停车地选择均

衡模型. Van den Berg 和 Verhoef^[22]研究了自动驾驶汽车的使用对出行时间与道路通行能力的影响, 分析了自动驾驶汽车供应机制(私人垄断、完全竞争和公共部门供应)对通勤者边际出行成本的影响. 朱玲和卢晓珊^[23]研究了自动驾驶汽车市场占有率对出行、延误和空驶等成本的影响, 揭示了通行能力和旅行时间价值的变化对系统总成本的影响. Pudane^[1]基于 Vickrey 的 $\alpha - \beta - \gamma$ 常数效用瓶颈模型, 假定所有通勤者使用自动驾驶汽车出行, 研究了自动驾驶汽车车内活动效用对通勤者出发时间选择的影响, 揭示了车内活动效用会降低人们对长时间旅行的厌恶, 发现通勤者将偏好准时到达, 结果导致瓶颈拥堵加剧.

本研究将采用时变活动效用方法, 对现有相关研究进行拓展, 在量化自动驾驶汽车车内活动效用的基础上, 研究普通驾驶汽车与自动驾驶汽车混合出行行为, 建立多方式时变边际活动效用瓶颈模型, 识别最优的自动驾驶汽车市场占有率, 并对瓶颈动态收费和阶梯收费问题开展研究.

1 模 型

假设有 N 个通勤者每天从家去工作地上班, 有一条通行能力有限的瓶颈公路(比如桥梁、隧道等)连接家和工作地, 瓶颈通行能力为单位时间内通过 s 辆车. 系统中存在普通汽车和自动驾驶汽车, 假定使用自动驾驶汽车出行的占比为 θ , 则有 θN 位通勤者使用自动驾驶汽车出行, $(1 - \theta)N$ 位通勤者使用普通汽车出行. 使用自动驾驶汽车的通勤者出行活动由在家活动、车内活动、上班工作活动以及从家到工作地的出行构成. 与自动驾驶汽车不同, 使用普通汽车的通勤者由于专注开车而无法在车内开展自由活动, 其出行活动由在家活动、上班工作活动以及从家到工作地的出行构成. 定义早晨开始时间为 t_s , 早晨结束时间为 t_e , 所有通勤者都在区间 $[t_s, t_e]$ 内完成出行活动计划. 定义 t_d 为通勤者早晨离开家的出发时间, t_a 为通勤者到达工作地的时间, $T(t_d)$ 为 t_d 时刻出发的通勤者在瓶颈处的排队等待时间. 为方便分析, 不失一般性, 本研究假定通勤者从家出发就遇上瓶颈. 因此, 路上自由流行驶时间可以正则化

为0,不会影响结果分析.

1.1 车内活动边际效用

本研究考虑两种活动:早晨在家活动和工作活动.实施两种活动给个体带来正的效用.令 $h(t)$ 为 t 时刻通勤者在家活动相对于行驶时间的边际效用, $w(t)$ 为 t 时刻通勤者工作活动相对于行驶时间的边际效用(见 Tseng 和 Verhoef^[11] 或式(3)的定义).根据 Tseng 和 Verhoef 的实证研究结果, $h(t)$ 单调递减, $w(t)$ 单调递增.考虑线性时变边际活动效用情形, $h(t)$ 和 $w(t)$ 为时间 t 的线性函数

$$\begin{cases} h(t) = \xi + \delta t \\ w(t) = \mu + \lambda t \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\xi > 0, \mu > 0, \lambda > 0, \delta < 0$ 且 $\xi > \mu$. 由于 $h(t)$ 单调递减, $w(t)$ 单调递增,一定存在一个时间点 t^* 使得 $h(t^*) = w(t^*)$, 即 $t^* = (\xi - \mu) / (\lambda - \delta)$, 如图 1(a) 所示.

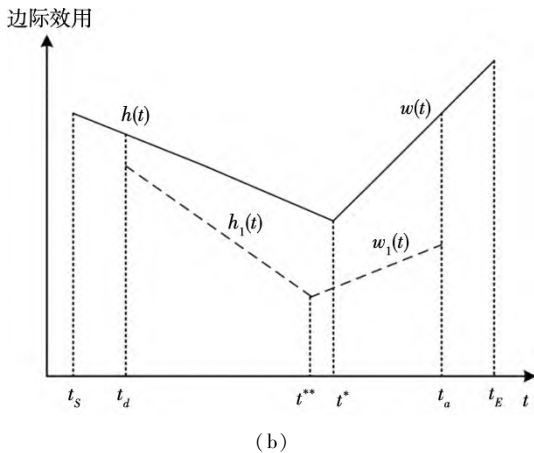
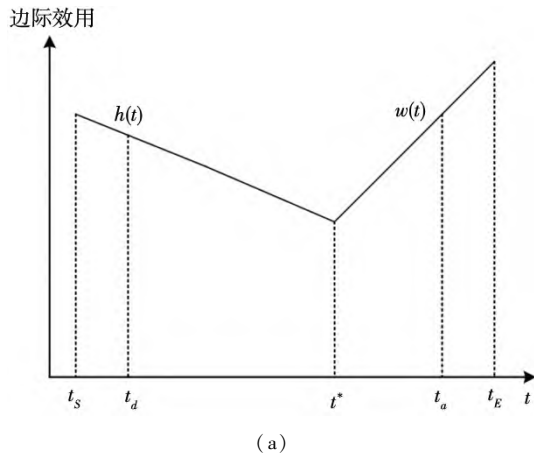


图1 普通驾驶和自动驾驶通勤者执行活动的边际效用

Fig. 1 Marginal activity utilities of commuters using regular vehicles and autonomous vehicles

使用自动驾驶汽车出行的通勤者,车内时间原本可以用来呆在家里继续执行出发前在家未完成的活动(如吃早餐或睡觉),也可以用来执行正式工作前的准备事项(如回复邮件或准备工作计划),因此,车内活动时间存在一个机会效用.考虑到在车内执行家庭活动或工作活动一定程度上会产生不便性或厌烦,该机会效用应当满足如下特点:1) 边际机会效用应当小于家庭活动或工作活动的边际效用;2) 车内执行家庭活动比在家执行对应活动的边际效用下降得更快(即斜率更陡),车内执行工作活动比在办公室执行对应活动的边际效用上升得更慢(即斜率更缓),如图 1b 所示.自动驾驶汽车通勤者在车内执行家庭活动还是工作活动,取决于车内两种活动边际效用的大小,如果车内执行家庭活动边际效用更高,则选择开展家庭活动,否则选择开展工作活动.

令 $h_1(t)$ 为 t 时刻通勤者在车内从事家庭相关活动带来的边际效用, $w_1(t)$ 为 t 时刻通勤者在车内从事工作相关活动带来的边际效用.考虑线性时变边际活动效用情形, $h_1(t)$ 和 $w_1(t)$ 定义为

$$\begin{cases} h_1(t) = \xi_1 + \delta_1 t \\ w_1(t) = \mu_1 + \lambda_1 t \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\xi_1 \leq \xi, \delta_1 < \delta, \mu_1 \leq \mu$ 和 $\lambda_1 < \lambda$. 由于 $h_1(t)$ 单调递减, $w_1(t)$ 单调递增,一定存在一个时间点 t^{**} 使得 $h_1(t^{**}) = w_1(t^{**})$, 即 $t^{**} = (\xi_1 - \mu_1) / (\lambda_1 - \delta_1)$, 如图 1b 所示.

1.2 自动驾驶汽车与普通驾驶汽车通勤者的出行效用

自动驾驶汽车通勤者在车内可以自由开展家庭或工作等相关活动,从而带来活动效用.定义自动驾驶汽车通勤者在早晨时段 $[t_s, t_E]$ 获得的总效用 $U(t_d^A, t_a^A)$ 为

$$\begin{aligned} U(t_d^A, t_a^A) &= \int_{t_s}^{t_d^A} \hat{h}(t) dt + \int_{t_d^A}^{t_a^A} v(t) dt + \int_{t_a^A}^{t_E} \hat{w}(t) dt + \\ &\quad \int_{t_d^A}^{t^{**}} h_1(t) dt + \int_{t^{**}}^{t_a^A} w_1(t) dt \\ &= \int_{t_s}^{t_E} v(t) dt + \int_{t_s}^{t_d^A} (\hat{h}(t) - v(t)) dt + \\ &\quad \int_{t_d^A}^{t_a^A} (\hat{w}(t) - v(t)) dt + \int_{t_d^A}^{t^{**}} h_1(t) dt + \\ &\quad \int_{t^{**}}^{t_a^A} w_1(t) dt \end{aligned}$$

$$= \int_{t_S}^{t_E} v(t) dt + \int_{t_S}^{t^*} h(t) dt - \int_{t_d^A}^{t^*} h(t) dt + \int_{t^*}^{t_E} w(t) dt - \int_{t^*}^{t_d^A} w(t) dt + \int_{t_d^A}^{t^{**}} h_1(t) dt + \int_{t^{**}}^{t_d^A} w_1(t) dt \quad (3)$$

其中上标“A”代表自动驾驶汽车 (autonomous vehicles) 出行. $\hat{h}(t)$ 为 t 时刻通勤者在家活动的边际效用, $\hat{w}(t)$ 为 t 时刻通勤者工作活动的边际效用, $v(t)$ 为 t 时刻通勤者上班途中行驶的边际负效用. 定义 $h(t) = \hat{h}(t) - v(t)$ 为 t 时刻通勤者在家活动相对于路上行驶时间的边际效用, $w(t) = \hat{w}(t) - v(t)$ 为 t 时刻通勤者工作活动相对于路上行驶时间的边际效用. 式中第一、二、四项为常数, 因此, 最大化效用 $U(t_d^A, t_a^A)$ 等价于最小化如下出行成本

$$C^A(t_d^A, t_a^A) = \int_{t_d^A}^{t^*} h(t) dt + \int_{t^*}^{t_d^A + T^A(t_d^A)} w(t) dt - \int_{t_d^A}^{t^{**}} h_1(t) dt - \int_{t^{**}}^{t_d^A + T^A(t_d^A)} w_1(t) dt \quad (4)$$

将 t^* 和 t^{**} 代入式(4), 可得 t_d^A 时刻从家出发的自动驾驶汽车通勤者的出行成本为

$$C^A(t_d^A) = -\frac{\delta - \delta_1}{2}(t_d^A)^2 - ((\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1))t_d^A + (\mu - \mu_1)T^A(t_d^A) + \frac{\lambda - \lambda_1}{2}(t_d^A + T^A(t_d^A))^2 + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} - \frac{(\xi_1 - \mu_1)^2}{2(\lambda_1 - \delta_1)} \quad (5)$$

令 t_q^A 和 $t_{q'}^A$ 分别为第一位和最后一位自动驾驶汽车通勤者早晨离开家的时间. 当系统到达均衡时, 第一位和最后一位通勤者不面临瓶颈排队, 且出行成本相等, 即 $C^A(t_q^A) = C^A(t_{q'}^A)$. 出行成本非负 (即 $C^A(t_q^A) \geq 0$ 和 $C^A(t_{q'}^A) \geq 0$) 的充要条件为 $(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1) > 0$ 和 $(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1) > 0$. 另外, 高峰期 $[t_q^A, t_{q'}^A]$ 内的瓶颈通过率为 s , 则 $N = (t_q^A - t_{q'}^A)s$. 因此, 联立 $C^A(t_q^A) = C^A(t_{q'}^A)$ 和 $N = (t_q^A - t_{q'}^A)s$ 可推导出第一位和最后一位通勤者早晨离开家的时间分别为

$$\begin{cases} t_q^A = \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)} - \frac{N}{2s} \\ t_{q'}^A = \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)} + \frac{N}{2s} \end{cases} \quad (6)$$

将 t_q^A 代入式(5), 得到均衡状态下自动驾驶汽车通勤者的出行成本 \bar{C}^A 为

$$\bar{C}^A = \frac{((\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1))N^2}{8s^2} - \frac{((\xi - \mu)(\lambda_1 - \delta_1) - (\xi_1 - \mu_1)(\lambda - \delta))^2}{2(\lambda - \delta)(\lambda_1 - \delta_1)((\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1))} \quad (7)$$

在均衡状态, 由 $C^A(t_d^A) = \bar{C}^A$, 得到自动驾驶汽车通勤者在瓶颈处的排队延误时间 $T^A(t_d^A)$ 为

$$T^A(t_d^A) = -\left(t_d^A + \frac{\mu - \mu_1}{\lambda - \lambda_1}\right) + \frac{\sqrt{\left((\lambda - \lambda_1)t_d^A + (\mu - \mu_1)\right)^2 - 2(\lambda - \lambda_1)\left(\frac{\Gamma_1}{2}(t_d^A)^2 - \Gamma_2 t_d^A + \frac{\Gamma_2^2}{2\Gamma_1} - \frac{\Gamma_1 N^2}{8s^2}\right)}}{\lambda - \lambda_1} \quad (8)$$

其中 $\Gamma_1 = (\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)$ 和 $\Gamma_2 = (\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)$.

进一步可得, 总的排队延误时间 QT^A 为

$$QT^A = \int_{t_q^A}^{t_{q'}^A} T^A(t_d^A) s dt_d^A \quad (9)$$

令 $\frac{dC^A(t_d^A, t_a^A)}{dt_d^A} = 0$, 得到

$$\begin{cases} \frac{dT^A(t_d^A)}{dt_d^A} = \frac{h(t_d^A) - h_1(t_d^A)}{w(t_d^A + T^A(t_d^A)) - w_1(t_d^A + T^A(t_d^A))} - 1 \\ \frac{d^2 T^A(t_d^A)}{d(t_d^A)^2} = \frac{(\delta - \delta_1) - \left(1 + \frac{dT^A(t_d^A)}{dt_d^A}\right)^3 (\lambda - \lambda_1)}{w(t_d^A + T^A(t_d^A)) - w_1(t_d^A + T^A(t_d^A))} \end{cases} \quad (10)$$

由于家庭活动边际效用函数 $h(t)$ 和在车内执行家庭活动的边际效用函数 $h_1(t)$ 分别单调递减, 即 $dh(t)/dt < 0$ 和 $dh_1(t)/dt < 0$; 工作边际效用函数 $w(t)$ 和在车内执行工作的边际效用函数 $w_1(t)$ 分别单调递增, 即 $dw(t)/dt > 0$ 和 $dw_1(t)/dt > 0$, 且 $w(t) > 0, h(t) - h_1(t) > 0$ 和 $w(t) - w_1(t) > 0$, 因此, 容易得出: 当 $(\delta - \delta_1) - \left(1 + \frac{dT^A(t_d^A)}{dt_d^A}\right)^3 (\lambda - \lambda_1) < 0$ 时, 式(10)中的 $d^2 T^A(t_d^A)/d(t_d^A)^2 < 0$. $\xi_1 = \delta_1 = \mu_1 = \lambda_1 = 0$ 意味着不考虑自动驾驶通勤者车内活动效用, 则

$$\frac{d^2 T^A(t_d^A)}{d(t_d^A)^2} = \frac{d h(t_d^A)}{d t_d^A} - \left(1 + \frac{d T^A(t_d^A)}{d t_d^A}\right)^2 \frac{d w(t_d^A + T^A(t_d^A))}{d t_d^A} < 0.$$

性质 1 对线性时变边际活动效用, 当 $(\delta - \delta_1) - \left(1 + \frac{d T^A(t_d^A)}{d t_d^A}\right)^3 (\lambda - \lambda_1) < 0$ 时, 自动驾驶汽车通勤者在瓶颈处的排队等待时间 $T^A(t_d^A)$ 是非线性连续可导的凹函数; 否则, 不一定是凹函数.

本研究假定性质 1 中的条件满足, 探讨自动驾驶汽车通勤者排队等待时间曲线 $T^A(t_d^A)$ 是凹函数情形. 此时, $T^A(t_d^A)$ 关于时间 t_d^A 呈倒 U 关系, 意味着从第一个自动驾驶汽车通勤者出发开始, 瓶颈处的排队长度首先从零逐渐增加, 然后逐渐下降, 直到最后一个通勤者出发时排队降为零. 由 $d T^A(t_d^A)/d t_d^A = 0$ 可得, 当所有通勤者使用自动驾驶汽车出行时, 瓶颈处的最大排队延误时刻 t_{\max}^A 为

$$t_{\max}^A = \frac{\xi - \xi_1}{\delta_1 - \delta} - \frac{\sqrt{(\xi - \xi_1)^2 - (\delta_1 - \delta) \left(\frac{\Gamma_2^2}{\Gamma_1^2} + \frac{2\Gamma_2}{\Gamma_1} (\mu - \mu_1) + (\lambda - \lambda_1) \left(\frac{\Gamma_2^2}{\Gamma_1^2} - \frac{N^2}{4s^2} \right) \right)}}{\delta_1 - \delta} \quad (11)$$

若不考虑自动驾驶汽车车内的活动效用, 自动驾驶汽车等同于普通驾驶汽车, 即 $\xi_1 = \mu_1 = \lambda_1 = \delta_1 = 0$, 可得 t_d^R 时刻从家出发的普通驾驶汽车通勤者的出行成本为

$$C^R(t_d^R) = -\frac{\delta}{2}(t_d^R)^2 - (\xi - \mu)t_d^R + \mu T^R(t_d^R) + \frac{\lambda}{2}(t_d^R + T^R(t_d^R))^2 + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} \quad (12)$$

其中上标“R”表示使用普通汽车 (regular vehicles) 出行.

当所有通勤者选择普通驾驶汽车出行, 在均衡状态, 由 $C^R(t_q^R) = C^R(t_q^R)$ 和 $N = (t_q^R - t_q^R)s$, 可得普通驾驶汽车通勤者的最早出发时间 t_q^R 与最晚出发时间 t_q^R 分别为

$$t_q^R = \frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} - \frac{N}{2s}, \quad t_q^R = \frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} + \frac{N}{2s} \quad (13)$$

将 t_q^R 代入式 (12), 得到均衡状态下普通驾驶汽车通勤者的出行成本 \bar{C}^R 为

$$\bar{C}^R = \frac{(\lambda - \delta)N^2}{8s^2} \quad (14)$$

在均衡状态, 由 $C^R(t_d^R) = \bar{C}^R$, 得到普通驾驶汽车通勤者在瓶颈处的排队延误时间 $T^R(t_d^R)$ 为

$$T^R(t_d^R) = -\left(t_d^R + \frac{\mu}{\lambda}\right) + \frac{\sqrt{(\lambda t_d^R + \mu)^2 - 2\lambda \left(\frac{\lambda - \delta}{2} (t_d^R)^2 - (\xi - \mu)t_d^R + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} - \frac{N^2}{8s^2} (\lambda - \delta) \right)}}{\lambda} \quad (15)$$

由 $d T^R(t)/d t = 0$ 可得, 当系统中所有通勤者使用普通驾驶汽车出行时, 瓶颈处的最大排队延误时刻 t_{\max}^R 为

$$t_{\max}^R = -\frac{\xi}{\delta} + \frac{1}{\delta} \sqrt{\xi^2 - \frac{\delta \lambda N^2}{4s^2} + \frac{\delta(\xi - \mu)(2\xi \lambda - \delta \mu - \xi \delta)}{(\lambda - \delta)^2}} \quad (16)$$

对比式 (6) 和式 (13) 得到, 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} <$

$\frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时, 即 $t^* > t^{**}$, 有 $t_q^R < t_q^A$ 和 $t_q^R < t_q^A$; 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时, 即 $t^* < t^{**}$, 有 $t_q^R > t_q^A$ 和 $t_q^R > t_q^A$. 此外, 若不考虑自动驾驶汽车车内的活动效用, 即 $\xi_1 = \mu_1 = \lambda_1 = \delta_1 = 0$, 此时, $t_q^R = t_q^A$ 和 $t_q^R = t_q^A$. 上述结果可归纳为

性质 2 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时,

不考虑自动驾驶汽车车内活动效用会低估高峰期第一个和最后一个通勤者的出发时间; 反之, 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时, 不考虑自动驾驶汽车车内活动效用会高估高峰期第一个和最后一个通勤者的出发时间.

对比式 (7) 和式 (14), 可得

性质 3 当 $\xi_1 = \delta_1 = \mu_1 = \lambda_1 = 0$ 时, 式 (7) 和式 (14) 相同, 意味着不考虑自动驾驶汽车通勤者车内活动效用所导致的均衡成本与所有通勤者使用普通驾驶汽车导致的均衡成本相等; 当 ξ_1 、 δ_1 、 μ_1 和 λ_1 均不为 0 时, 所有通勤者使用自动驾驶汽车出行下的均衡成本低于普通驾驶汽车出行

下的均衡成本.

1.3 自动驾驶汽车与普通驾驶汽车通勤者出行行为均衡分析

对普通驾驶汽车与自动驾驶汽车混合出行,容易得到如下性质

性质 4 当普通驾驶汽车与自动驾驶汽车混行时,当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时,使用普通驾驶汽车的通勤者先出发,使用自动驾驶汽车的通勤者后出发;当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时,使用自动驾驶汽车的通勤者先出发,使用普通驾驶汽车的通勤者后出发.

两类车混合出行时的排队延误曲线可用图 2 来描述. 当 $\frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 与 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta}$ 相差足够大时,两类通勤者出行出现分离,从而可视为单类车型出行. 下面分别讨论图 2 中的两种情形.

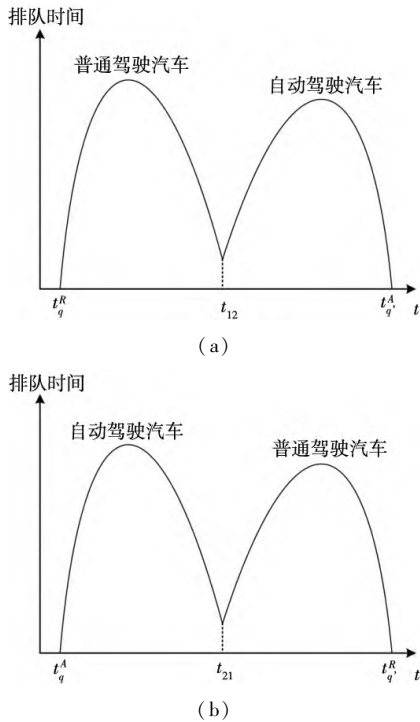


图 2 两种车型混行时的排队情形

Fig. 2 Queuing patterns of regular vehicles and autonomous vehicles

情形 1 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时

根据图 2(a), 当系统达到均衡时, 满足 $C^R(t_q^R) = C^R(t_{12})$ 和 $C^A(t_q^A) = C^A(t_{12})$, t_{12} 为两类车在瓶颈处排队延误曲线的交点. 结合式(12)和式(5), 可得

$$\begin{cases} C^R(t_q^R) = -\frac{\delta}{2}(t_q^R)^2 - (\xi - \mu)t_q^R + \frac{\lambda}{2}(t_q^R)^2 + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} \\ C^R(t_{12}) = -\frac{\delta}{2}(t_{12})^2 - (\xi - \mu)t_{12} + \mu T^R(t_{12}) + \\ \frac{\lambda}{2}(t_{12} + T^R(t_{12}))^2 + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} C^A(t_q^A) = -\frac{\delta - \delta_1}{2}(t_q^A)^2 - \Gamma_2 t_q^A + \frac{\lambda - \lambda_1}{2}(t_q^A)^2 + \\ \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} - \frac{(\xi_1 - \mu_1)^2}{2(\lambda_1 - \delta_1)} \\ C^A(t_{12}) = -\frac{\delta - \delta_1}{2}(t_{12})^2 - \Gamma_2 t_{12} + (\mu - \mu_1)T^A(t_{12}) + \\ \frac{\lambda - \lambda_1}{2}(t_{12} + T^A(t_{12}))^2 + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} - \frac{(\xi_1 - \mu_1)^2}{2(\lambda_1 - \delta_1)} \end{cases} \quad (18)$$

在均衡状态, 由式(17)和 $t_{12} = t_q^R + (1 - \theta)N/s$, 得到在 t_{12} 时刻普通驾驶汽车通勤者的瓶颈排队延误 $T^R(t_{12})$ 为

$$\begin{aligned} T^R(t_{12}) = & -\left(t_{12} + \frac{\mu}{\lambda}\right) + \\ & \sqrt{\left(t_{12} + \frac{\mu}{\lambda}\right)^2 - \frac{2}{\lambda} \left(\frac{\lambda - \delta}{2} \left(2t_{12} - \frac{(1-\theta)N}{s} \right) \frac{(1-\theta)N}{s} - (\xi - \mu) \frac{(1-\theta)N}{s} \right)} \end{aligned} \quad (19)$$

根据式(18)和 $t_{12} = t_q^A - \theta N/s$, 得到在 t_{12} 时刻自动驾驶汽车通勤者的瓶颈排队延误 $T^A(t_{12})$ 为

$$\begin{aligned} T^A(t_{12}) = & -\left(t_{12} + \frac{\mu - \mu_1}{\lambda - \lambda_1}\right) + \\ & \sqrt{\left(t_{12} + \frac{\mu - \mu_1}{\lambda - \lambda_1}\right)^2 - \frac{2}{\lambda - \lambda_1} \left(-\frac{\Gamma_1}{2} \left(2t_{12} + \frac{\theta N}{s} \right) \frac{\theta N}{s} + \Gamma_2 \frac{\theta N}{s} \right)} \end{aligned} \quad (20)$$

在 t_{12} 时刻, 普通驾驶汽车通勤者与自动驾驶汽车通勤者的排队延误时间应当相等. 由式 $T^R(t_{12}) = T^A(t_{12})$, 可计算出 t_{12} 的值.

因此, 对应的社会总成本为

$$\begin{aligned} TC_1 = & (1 - \theta)NC^R(t_q^R) + \theta NC^A(t_q^A) \\ = & (1 - \theta)N \left(-\frac{\delta}{2}(t_q^R)^2 - (\xi - \mu)t_q^R + \frac{\lambda}{2}(t_q^R)^2 + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} \right) + \\ & \theta N \left(-\frac{\delta - \delta_1}{2}(t_q^A)^2 - \Gamma_2 t_q^A + \frac{\lambda - \lambda_1}{2}(t_q^A)^2 + \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} - \frac{(\xi_1 - \mu_1)^2}{2(\lambda_1 - \delta_1)} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

令 $\frac{d TC_1}{d \theta} = 0$, 可得

$$\left[\theta \left((\lambda - \delta) \frac{N}{s} + (\xi_1 - \mu_1) - (\lambda_1 - \delta_1) \left(t_{12} + \frac{\theta N}{s} \right) \right) + \right. \\ \left. (\lambda - \delta) \left(t_{12} - \frac{(1 - \theta)N}{s} \right) - (\xi - \mu) \right] \times \\ \left(\frac{d t_{12}}{d \theta} + \frac{N}{s} \right) + \left[(\lambda - \delta) \frac{N}{s} + (\xi_1 - \mu_1) - \frac{\lambda_1 - \delta_1}{2} \times \right. \\ \left. \left(t_{12} + \frac{\theta N}{s} \right) \right] \left(t_{12} + \frac{\theta N}{s} \right) - \frac{\lambda - \delta}{2} \frac{N^2}{s^2} - (\xi - \mu) \times \\ \frac{N}{s} - \frac{(\xi_1 - \mu_1)^2}{2(\lambda_1 - \delta_1)} = 0 \quad (22)$$

由式(22)可计算出使社会总成本最小的自动驾驶汽车占比 θ 值。

情形2 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时

根据图2(b),当系统到达均衡状态时,满足 $C^A(t_q^A) = C^A(t_{21})$ 与 $C^R(t_q^R) = C^R(t_{21})$, t_{21} 为情形2下的两类车排队延误曲线的交点.情形2的分析过程与情形1类似.^②

2 拥挤收费策略

2.1 最优动态收费

车辆排队对整个社会来说属于一种资源浪费和损失,Arnott等^[24]在经典瓶颈模型的基础上推导了最优动态收费策略,该策略利用动态收费完全取代瓶颈处排队,使系统的总成本最小.在最优收费策略下,瓶颈处不存在排队,因此,模型中的排队时间满足 $T^A(t_d^A) = T^R(t_d^R) = 0$.令 $\tau(t_d)$ 为 t_d 时对应瓶颈处的拥挤收费,下面推导 $\tau(t_d)$ 的表达式.

先分析两种极端情形的最优动态收费:所有通勤者使用普通汽车和所有通勤者使用自动驾驶汽车出行.当所有通勤者使用普通自动驾驶汽车出行时,在均衡状态,有 $C^R(t_d^R) + \tau(t_d^R) = \bar{C}^R$.结合式(12)和式(14),可推导出最优动态收费策略为

$$\tau(t_d^R) = -\frac{1}{2}(\lambda - \delta)(t_q^R)^2 + (\xi - \mu)t_d^R - \\ \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} + \frac{N^2}{8s^2}(\lambda - \delta), \\ t_d^R \in [t_q^R, t_q^R] \quad (23)$$

由式(23)可得,所有通勤者使用普通自动驾驶汽车出行时的最优动态收费曲线的对称轴为 $t^* =$

$\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta}$,最大收费值 $\tau(t^*) = \frac{N^2}{8s^2}(\lambda - \delta)$,对应的瓶颈处的总拥挤收费 Φ^R 为

$$\Phi^R = \int_{t_q^R}^{t_q^R} \tau(t_d^R) s d t_d^R \\ = \int_{t_q^R}^{t_q^R} \left(-\frac{\lambda - \delta}{2} (t_d^R)^2 + (\xi - \mu)t_d^R - \frac{(\xi - \mu)^2}{2(\lambda - \delta)} + \right. \\ \left. \frac{N^2}{8s^2}(\lambda - \delta) \right) s d t_d^R \\ = \frac{N^3}{12s^2}(\lambda - \delta) \quad (24)$$

在最优动态收费下,瓶颈排队完全被消除,因此总排队延误费用 TQC^R 等于总拥挤收费 Φ^R ,即 $TQC^R = \Phi^R$.

当所有通勤者使用自动驾驶汽车出行时,在均衡状态,有 $C^A(t_d^A) + \tau(t_d^A) = \bar{C}^A$.结合式(5)和式(7),得到最优动态收费策略为

$$\tau(t_d^A) = \frac{-\Gamma_1}{2} (t_d^A)^2 + \Gamma_2 t_d^A + \frac{\Gamma_1 N^2}{8s^2} - \frac{(\Gamma_2)^2}{2\Gamma_1}, \\ t_d^A \in [t_q^A, t_q^A] \quad (25)$$

由式(25)得到,所有通勤者使用自动驾驶汽车出行时的最优动态收费曲线的对称轴为 $t^{A*} = \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$,最大收费值 $\tau(t^{A*}) = \frac{N^2}{8s^2}((\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1))$.显然, $\frac{\partial \tau(t^{A*})}{\partial \lambda_1} = -\frac{N^2}{8s^2} < 0$, $\frac{\partial \tau(t^{A*})}{\partial \delta_1} = \frac{N^2}{8s^2} > 0$.对应的瓶颈处的总拥挤收费 Φ^A 为

$$\Phi^A = \int_{t_q^A}^{t_q^A} \tau(t_d^A) s d t_d^A \\ = \int_{t_q^A}^{t_q^A} \left(-\frac{1}{2}\Gamma_1 (t_d^A)^2 + \Gamma_2 t_d^A - \frac{\Gamma_2^2}{2\Gamma_1} + \frac{N^2}{8s^2}\Gamma_1 \right) s d t_d^A \\ = \frac{N^3}{12s^2}((\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)) \quad (26)$$

同样,总瓶颈排队延误费用 TQC^A 等于总拥挤收费 Φ^A ,即 $TQC^A = \Phi^A$.

由式(26),得到 $d\Phi^A/d\lambda_1 = -N^3/12s^2 < 0$, $d\Phi^A/d\delta_1 = N^3/12s^2 > 0$.此外,通过比较式(24)和式(26),易发现,当 $\delta_1 < \delta, \lambda_1 < \lambda$ 时, $\Phi^A < \Phi^R$.综上,可归纳得到

^② 为节省篇幅,此处不再介绍.若有需要可联系作者邮箱获取.

性质 5 在瓶颈处,对自动驾驶汽车通勤者实施最优动态收费策略所产生的总的拥挤收费 Φ^A 随着 λ_1 的增大而减小、随着 δ_1 的增大而增大,表明车内工作/家庭活动边际效用越大,导致的总拥挤收费越小/越大;不考虑自动驾驶汽车车内活动产生的效用,将高估自动驾驶汽车通勤者的总拥挤收费。

下面分析两类车混合出行时的最优动态收费策略。分两种情形讨论,即 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$

和 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 。

情形 1 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时

由 $C^R(t_d^R) + \tau(t_d^R) = C^R(t_q^R)$ 和 $C^A(t_d^A) + \tau(t_d^A) = C^A(t_q^A)$, 可推导出线性时变边际活动效用下的社会最优动态收费策略为

$$\tau(t_d) = \begin{cases} \frac{\lambda - \delta}{2}((t_q^R)^2 - t_d^2) - (\xi - \mu)(t_q^R - t_d), t_d \in [t_q^R, t_{12}] \\ \frac{\Gamma_1}{2}((t_q^A)^2 - t_d^2) - \Gamma_2(t_q^A - t_d), t_d \in [t_{12}, t_q^A] \end{cases} \quad (27)$$

对应的总的拥挤收费为

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \int_{t_q^R}^{t_{12}} \left(\frac{\lambda - \delta}{2}((t_q^R)^2 - t_d^2) - (\xi - \mu)(t_q^R - t_d) \right) dt_d + \\ &\int_{t_{12}}^{t_q^A} \left(\frac{\Gamma_1}{2}((t_q^A)^2 - t_d^2) - \Gamma_2(t_q^A - t_d) \right) dt_d = \\ &\frac{1}{6}s(\lambda - \delta)(t_{12} - t_q^R)^2(3t_q^R - 2t_q^R - t_{12}) + \\ &\frac{1}{6}s\Gamma_1(t_q^A - t_{12})^2(2t_q^A + t_{12} - 3t_q^A) \end{aligned} \quad (28)$$

情形 2 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时

由 $C^A(t_d^A) + \tau(t_d^A) = C^A(t_q^A)$ 和 $C^R(t_d^R) + \tau(t_d^R) = C^R(t_q^R)$, 可得线性时变边际活动效用下的社会最优动态收费策略和对应的总的拥挤收费。由于情形 2 的分析过程与情形 1 类似,此处不再介绍。

2.2 阶梯收费

动态收费的实施对硬件技术要求高,而且其连续时变性大大降低公众可接受性。与动态收费相比,阶梯收费结构简单,在实际中可操作性强,容易实施,新加坡使用的就是阶梯收费。关于瓶颈模型中阶梯收费的研究可分为三类:ADL 模型^[24, 25]、Laih 模型^[26, 27]及刹车模型^[28]。这 3 类模型的区别在于阶梯

收费时段结束后的不收费出行者的行为假设。ADL 模型假设阶梯收费结束之后出行的所有通勤者同时到达瓶颈。Laih 模型假设阶梯收费快结束时,缴纳拥挤费的通勤者和不愿意缴纳拥挤费而选择排队等待的通勤者在瓶颈处不同的车道上分开排队,相互不产生影响。Laih^[26]提出的阶梯收费方法表明,最优的单阶梯收费正好是内接于连续收费曲线的最大矩形的面积。Lindsey 提出的刹车模型考虑了阶梯收费快结束时,通勤者可能会选择通过刹车以推迟到达瓶颈的时间直至阶梯收费结束,从而避免缴纳拥挤费。与 ADL 模型和刹车模型相比,Laih 模型假设较严格,但计算简单方便,因此,本研究采用该建模方法。

阶梯收费问题将确定最优的收费水平、收费开始时间和结束时间,以便最大程度地消除瓶颈处的排队。对普通汽车和自动驾驶汽车混行问题,假设普通汽车通勤者的最优阶梯收费水平为 ρ_1 , 收费时间窗为 $[t_1^+, t_1^-]$, 其中 t_1^+ 和 t_1^- 分别为普通汽车通勤者的收费开始和结束时间;自动驾驶汽车通勤者的最优阶梯收费水平为 ρ_2 , 收费时间窗为 $[t_2^+, t_2^-]$, 其中 t_2^+ 和 t_2^- 分别为自动驾驶汽车通勤者的收费开始和结束时间。下面分别对两种情形进行讨论。

情形 1 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时

由式(27)可知,普通驾驶通勤者与自动驾驶通勤者的时变收费曲线为倒 U 形状(如图 3 所示)。类似于单类车型的阶梯收费问题,当存在两类车型时,阶梯收费的目的在于确定收费时间窗和收费水平,以便最大限度地消除瓶颈排队延误。由于参数的变化(如 ξ_1 、 δ_1 、 μ_1 和 λ_1),两类车型收费时间窗的一端可能落在边界 t_{12} 上,这将导致四种可能性,如图 3 所示。

下面分别对这四种情形进行讨论:

1) 当 $t_1^- \leq t_{12} \leq t_2^+$ 时,

$$\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} + \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \frac{(1 - \theta)N}{s} \leq t_{12} \leq \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} - \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \frac{\theta N}{s},$$

普通驾驶通勤者和自动驾驶通勤者的阶梯收费区间均内接于时变收费曲线,如图 3(a)所示。对应的问题是通过确定阶梯收费方案(包括收费水平和收费时间窗) ρ_1 , ρ_2 , t_1^+ , t_1^- , t_2^+ 和 t_2^- , 尽可能地消除瓶颈排队延误。对应的模型为

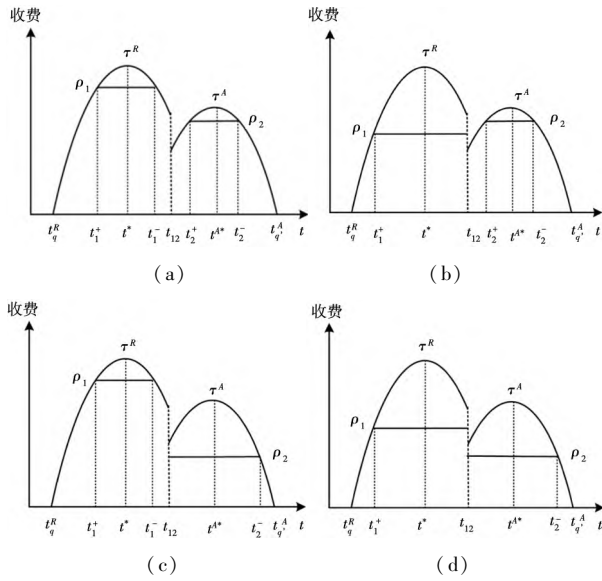


图3 阶梯收费

Fig. 3 Step tolling

$$\max A_1(\rho_1, \rho_2, t_1^+, t_1^-, t_2^+, t_2^-) = (t_1^- - t_1^+) \rho_1 s + (t_2^- - t_2^+) \rho_2 s \quad (29)$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} \rho_1 = \tau(t_1^+) = \tau(t_1^-) \\ \rho_2 = \tau(t_2^+) = \tau(t_2^-) \\ t_1^- = 2t^* - t_1^+ \\ t_2^- = 2t^{A*} - t_2^+ \end{cases} \quad (30)$$

由上述模型的最优性条件, 得到最优收费时间窗和最优收费水平为

$$\begin{cases} t_1^+ = t^* - \frac{\sqrt{3}}{3}(t^* - t_q^R) \\ t_1^- = t^* + \frac{\sqrt{3}}{3}(t^* - t_q^R) \\ t_2^+ = t^{A*} - \frac{\sqrt{3}}{3}(t_q^A - t^{A*}) \\ t_2^- = t^{A*} + \frac{\sqrt{3}}{3}(t_q^A - t^{A*}) \\ \rho_1 = \frac{1}{3}(\lambda - \delta)(t^* - t_q^R)^2 \\ \rho_2 = \frac{1}{3}((\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1))(t_q^A - t^{A*})^2 \end{cases} \quad (31)$$

将式(31)代入式(29), 可得最优阶梯收费消除的排队延误为

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{2\sqrt{3}}{9}s(\lambda - \delta)(t^* - t_q^R)^3 + \\ &\quad \frac{2\sqrt{3}}{9}s\Gamma_1(t_q^A - t^{A*})^3 \end{aligned} \quad (32)$$

2) 当 $t_{12} \leq \min(t_1^-, t_2^+)$ 时,

$$t_{12} \leq \min\left(\frac{\xi - u}{\lambda - \delta} + \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \frac{(1 - \theta)N}{s}, \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} - \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \frac{\theta N}{s}\right),$$

普通驾驶通勤者的收费时间窗 $[t_1^+, t_1^-]$ 的一端落在时变收费曲线上, 另一端在边界 t_{12} 上, 而自动驾驶通勤者的收费时间窗 $[t_2^+, t_2^-]$ 内接于时变收费曲线, 如图3(b)所示. 对应的模型通过优化 ρ_1 , ρ_2 , t_1^+ , t_2^+ 和 t_2^- , 来最大程度地消除瓶颈排队

$$\max A_2(\rho_1, \rho_2, t_1^+, t_2^+, t_2^-) = (t_{12} - t_1^+) \rho_1 s + (t_2^- - t_2^+) \rho_2 s \quad (33)$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} \rho_1 = \tau(t_1^+) \\ \rho_2 = \tau(t_2^+) = \tau(t_2^-) \\ t_2^- = 2t^{A*} - t_2^+ \end{cases} \quad (34)$$

式(33)和式(34)的最优解为

$$\begin{cases} t_1^+ = \frac{2t^* + t_{12} - \sqrt{(t_{12} - t^*)^2 + 3(t^* - t_q^R)^2}}{3} \\ t_2^+ = t^{A*} - \frac{\sqrt{3}}{3}(t_q^A - t^{A*}) \\ t_2^- = t^{A*} + \frac{\sqrt{3}}{3}(t_q^A - t^{A*}) \\ \rho_1 = (\lambda - \delta)(t_1^+ - t_q^R)\left(t^* - \frac{1}{2}(t_q^R + t_1^+)\right) \\ \rho_2 = \frac{1}{3}((\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1))(t_q^A - t^{A*})^2 \end{cases} \quad (35)$$

将式(35)代入式(33)可得, 最优阶梯收费消除的排队延误为

$$\begin{aligned} A_2 &= s(\lambda - \delta)(t_{12} - t_1^+)(t_1^+ - t_q^R)\left(t^* - \frac{1}{2}(t_q^R + t_1^+)\right) + \\ &\quad \frac{2\sqrt{3}}{9}s((\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1))(t_q^A - t^{A*})^3 \end{aligned} \quad (36)$$

3) 当 $t_{12} \geq \max(t_1^-, t_2^+)$ 时,

$$t_{12} \geq \max\left(\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} + \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \frac{(1 - \theta)N}{s}, \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} - \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \frac{\theta N}{s}\right),$$

普通驾驶汽车通勤者的收费时间窗 $[t_1^+, t_1^-]$ 内接于时变收费曲线, 而自动驾驶汽车通勤者的收费时间窗 $[t_2^+, t_2^-]$ 的一端 t_2^- 落在时变收费曲线上, 另一端落在边界 t_{12} 上, 如图3(c)所示. 该模型旨在优化 ρ_1 , ρ_2 , t_1^+ , t_1^- 和 t_2^- , 以便尽可能地消除排队延误

$$\begin{aligned} \max A_3(\rho_1, \rho_2, t_1^+, t_1^-, t_2^-) &= \\ &= (t_1^- - t_1^+) \rho_1 s + (t_2^- - t_{12}) \rho_2 s \end{aligned} \quad (37)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \rho_1 = \tau(t_1^+) = \tau(t_1^-) \\ \rho_2 = \tau(t_2^-) \\ t_1^- = 2t^* - t_1^+ \end{cases} \quad (38)$$

该模型的解为

$$\begin{cases} t_1^+ = t^* - \frac{\sqrt{3}}{3}(t^* - t_q^R) \\ t_1^- = t^* + \frac{\sqrt{3}}{3}(t^* - t_q^R) \\ t_2^- = \frac{2t^{A^*} + t_{12} + \sqrt{(t^{A^*} - t_{12})^2 + 3(t_q^A - t^{A^*})^2}}{3} \\ \rho_1 = \frac{1}{3}(\lambda - \delta)(t^* - t_q^R)^2 \\ \rho_2 = \Gamma_1(t_q^A - t_2^-) \left(\frac{1}{2}(t_q^A + t_2^-) - t^{A^*} \right) \end{cases} \quad (39)$$

将式(39)代入式(37),得到最优阶梯收费消除的排队延误为

$$\Lambda_3 = \frac{2\sqrt{3}}{9}s(\lambda - \delta)(t^* - t_q^R)^3 + s\Gamma_1(t_2^- - t_{12}) \times (t_q^A - t_2^-) \left(\frac{1}{2}(t_q^A + t_2^-) - t^{A^*} \right) \quad (40)$$

4) 当 $t_2^+ \leq t_{12} \leq t_1^-$ 时,

$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \frac{\sqrt{3}-1}{2} \frac{\theta N}{s} \leq t_{12} \leq \frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} + \frac{\sqrt{3}-1}{2} \frac{(1-\theta)N}{s}$, 普通驾驶通勤者和自动驾驶通勤者的收费时间窗均有一端落在时变收费曲线上, 另一端在边界 t_{12} 上, 如图 3(d) 所示. 通过确定最优阶梯收费水平 ρ_1 、 ρ_2 和收费时间窗 $[t_1^+, t_2^-]$, 来最大化消除排队延误, 对应的模型为

$$\max \Lambda_4(\rho_1, \rho_2, t_1^+, t_2^-) = (t_{12} - t_1^+)\rho_1 s + (t_2^- - t_{12})\rho_2 s \quad (41)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \rho_1 = \tau(t_1^+) \\ \rho_2 = \tau(t_2^-) \end{cases} \quad (42)$$

可推导出模型的最优解为

$$\begin{cases} t_1^+ = \frac{2t^* + t_{12} - \sqrt{(t_{12} - t^*)^2 + 3(t^* - t_q^R)^2}}{3} \\ t_2^- = \frac{2t^{A^*} + t_{12} + \sqrt{(t^{A^*} - t_{12})^2 + 3(t_q^A - t^{A^*})^2}}{3} \\ \rho_1 = (\lambda - \delta)(t_1^+ - t_q^R) \left(t^* - \frac{1}{2}(t_q^R + t_1^+) \right) \\ \rho_2 = \Gamma_1(t_q^A - t_2^-) \left(\frac{1}{2}(t_q^A + t_2^-) - t^{A^*} \right) \end{cases} \quad (43)$$

将式(43)代入式(41), 可得最优阶梯收费消除的排队延误为

$$\Lambda_4 = s(\lambda - \delta)(t_{12} - t_1^+)(t_1^+ - t_q^R) \times \left(t^* - \frac{1}{2}(t_q^R + t_1^+) \right) + s\Gamma_1(t_2^- - t_{12}) \times (t_q^A - t_2^-) \left(\frac{1}{2}(t_q^A + t_2^-) - t^{A^*} \right) \quad (44)$$

根据以上分析, 普通驾驶汽车和自动驾驶汽车混行时可能出现四种阶梯收费情形是由自动驾驶汽车车内活动效用和自动驾驶汽车市场渗透率决定的. 自动驾驶汽车车内活动效用会给自动驾驶通勤者带来不同于普通驾驶通勤者的“异质效用”^[22]. 为此, 选择不同车型的通勤者可视为“两类不同时间价值的通勤者”, 结果造成对普通驾驶汽车通勤者和自动驾驶汽车通勤者阶梯收费出现时间上的分异. 因此, 对未来普通驾驶汽车和自动驾驶汽车混行系统, 可以通过对不同车型差别收费来最大程度地缓解交通拥堵.

情形 2 当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$ 时

根据 2.1 节可知, 情形 2 类似于情形 1, 也存在四种可能的阶梯收费方案. 情形 2 下阶梯收费顺序与情形 1 正好相反, 即先对自动驾驶汽车通勤者收费, 后对普通驾驶汽车通勤者收费, 分析过程完全类似于情形 1, 仅需把 t_q^R 与 t_q^A 、 t_q^R 与 t_q^A 、 t^* 与 t^{A^*} 、 t_1^+ 与 t_2^- 、 t_1^- 与 t_2^+ 、 t_{12} 与 t_{21} 、 ρ_1 与 ρ_2 进行调换^③.

对情形 1 (即 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$),

根据式(32)、式(36)、式(40)、式(44)和式(28), 得到如下重要定理.

定理 对线性时变边际活动效用, 普通驾驶汽车与自动驾驶汽车混行下的最优阶梯收费排队延误消除率大于 $\sqrt{3}/3$.

证明 根据 t^* 和 t^{A^*} 的确定, 容易发现 ξ_1 、 δ_1 、 μ_1 和 λ_1 的取值会直接影响 t^* 与 t^{A^*} 的大小. 当 t^{A^*} 比 t^* 足够大时, 两类车型的收费曲线不会相交, 这种极端情形适用于 $t_1^- \leq t_{12} \leq t_2^+$ 场景下的模型, 此时, 所有通勤者在瓶颈处的总排队延迟 Θ 为

③ 为节省篇幅, 此处不再介绍. 若有需要可联系作者邮箱获取.

$$\begin{aligned}\Theta &= \int_{t_q^R}^{2t^* - t_q^R} \tau^R(t_d) s d t_d + \int_{2t^{A*} - t_q^A}^{t_q^A} \tau^A(t_d) s d t_d \\ &= \frac{2}{3} s (\lambda - \delta) (t^* - t_q^R)^3 + \Gamma_1 (t_q^A - t^{A*})^3\end{aligned}\quad (45)$$

根据式(32),实施阶梯收费可消除的排队延误 Λ 为

$$\Lambda = \frac{2\sqrt{3}}{9} s (\lambda - \delta) (t^* - t_q^R)^3 + \frac{2\sqrt{3}}{9} s \Gamma_1 \times (t_q^A - t^{A*})^3 \quad (46)$$

因此,线性时变边际活动效用下的最优阶梯收费可消除排队延误的效率 (queuing removal rate, QRR) 为

$$QRR = \frac{\Lambda}{\Theta} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 57.73\% \quad (47)$$

当 ξ_1 、 δ_1 、 μ_1 和 λ_1 取到合适的值时, t^* 与 t^{A*} 会不断靠近,两条收费曲线出现相交,表明对两类车型可消除的排队延误效率 QRR 在逐步增加,其值大于 $\sqrt{3}/3$. 当 t^* 与 t^{A*} 重合时,实施拥挤收费消除的排队延误效率等于 $\sqrt{3}/3$,这是因为当 t^* 与 t^{A*} 重合时,两类车型的拥挤收费曲线为各自分离时一半的组合,由此可知若 t^* 与 t^{A*} 相等,则实施阶梯收费消除的排队延误效率为 $\sqrt{3}/3$;若 t^* 与 t^{A*} 不相等,则阶梯收费可消除的排队延误效率均大于 $\sqrt{3}/3$.

对情形 2 (即 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda_1 - \delta_1)}$),

有类似的性质,这里不再赘述. 回顾经典 Vickrey 瓶颈模型 (即常数边际效用情形),对应的最优阶梯收费排队延误消除率为 1/2,因此,与本研究提出的模型相比,经典 Vickrey 瓶颈模型将低估阶梯收费消除排队的效率.

3 算 例

本节使用算例来验证模型的性质. 算例参数设置为: $N = 600$ (人), $s = 300$ (辆/h), $\xi = 57$ (元/h²), $\delta = -9$ (元/h²), $\mu = 40$ (元/h²), $\lambda = 25$ (元/h²), $\xi_1 = 50$ (元/h²), $\delta_1 = -14$ (元/h²), $\mu_1 = 38$ (元/h²), $\lambda_1 = 15$ (元/h²). 这些参数值称为基本情形,除非特别申明,否则参数的值取为基本情形.

图 4 描述了当通勤者全部采用自动驾驶汽车出行时的瓶颈排队结果. 图中“ $\xi_1 = \delta_1 = \mu_1 = \lambda_1 = 0$ ”

意味着不考虑自动驾驶汽车通勤者车内活动效用. 容易发现,自动驾驶通勤者在瓶颈处的排队延误曲线为时间 t_d 的非线性凹函数,且连续可导,

这验证了性质 1. 此外,可以发现,当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} <$

$\frac{(\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda_1 - \delta_1)}$ 时 ($\mu_1 = 38$, $\lambda_1 = 15$ 满足此条件),不考虑自动驾驶汽车车内活动效用会

低估高峰期第一个和最后一个通勤者的出发时间;当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} > \frac{(\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda_1 - \delta_1)}$ 时 ($\mu_1 = 34$,

$\lambda_1 = 17$ 满足此条件),不考虑自动驾驶汽车车内活动效用会高估高峰期第一个和最后一个通勤者的

出发时间,这进一步验证了性质 2.

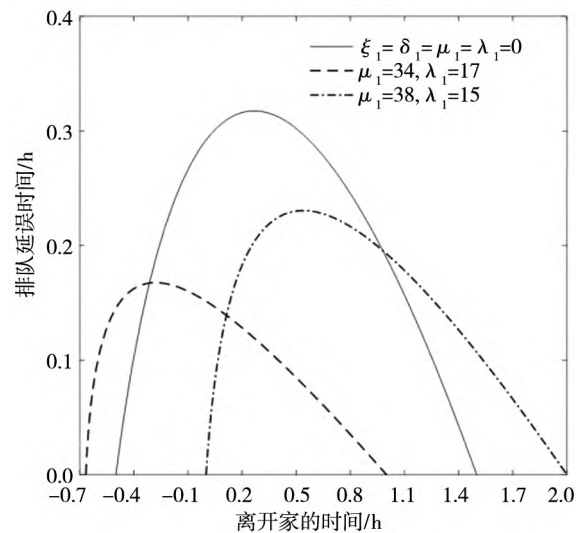


图 4 不收费下的瓶颈排队曲线

Fig. 4 Queuing curves under no toll

图 5 描述了当所有通勤者采用自动驾驶汽车出行时,车内活动效用变化对总的排队延误的影响. 图 5(a) 和图 5(b) 表明,系统总的排队延误随着车内家庭活动效用参数 ξ_1 和 δ_1 值的增大而增大,这是因为车内执行家庭活动的效用越大,通勤者更愿意提前离开家前往工作地,整个出发区间提前,通勤者由于提前到达工作地而导致平均工作时间延长,结果工作效用增加,而且延长的工作时间获得的效用大于因提前离家而减少的在家活动时间的效用,为平衡增加的效用,总的排队延误也将增加. 另一方面,图 5(c) 和 5 图(d) 表明,系统总的排队延误随着车内工作活动效用参数 μ_1 和 λ_1 值的增大而减小,这是因为车内执行工作活动的效用越大,通勤者会推迟离开家的时间,整个

出发区间会延后,而且通勤者因工作时间缩短而减少的工作效用大于因推迟离家而增加的在家活动的效用,为平衡减少的效用,总的排队延误也将减少。

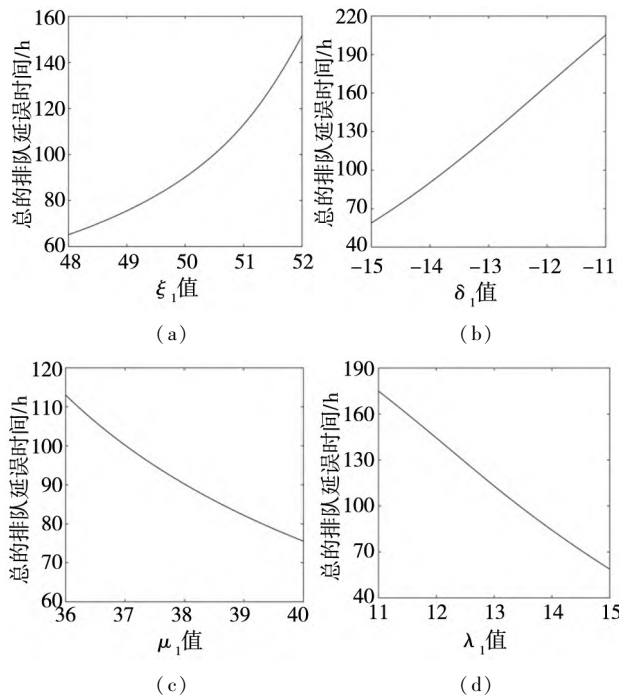


图 5 ξ_1 、 δ_1 、 μ_1 和 λ_1 的取值对总的排队延误的影响

Fig. 5 Effects of ξ_1 , δ_1 , μ_1 and λ_1 on total queuing delay time

图 6 描述了两类车混合出行时,社会总成本随自动驾驶汽车市场占比 θ 值的变化结果. 容易发现,社会总成本曲线是凸的. 当通勤者全部选择普通驾驶汽车出行时(即 $\theta = 0$),社会总成本最大. 当 λ_1 分别为 10、13、16 时,社会总成本曲线均

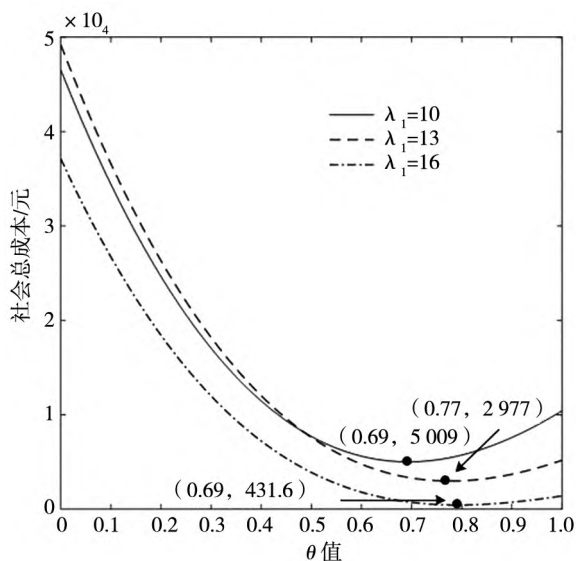


图 6 不收费下的自动驾驶车辆占比 θ 对社会成本的影响

Fig. 6 Effects of θ on total social cost under no toll

随着 θ 值的增大先逐渐减少然后逐渐增加,因此存在最优的占比 θ 使得社会总成本最小,对应的最小社会总成本分别为 5 009 元、2 977 元、431.6 元,对应的最优的 θ 值分别为 69%、77%、79% (正好为式(22)的解). 这意味着市场中引入一定比例的自动驾驶汽车有利于降低社会总成本. 从整个社会角度来看,并非是自动驾驶车辆越多越好,因此,对未来实际的城市交通系统,交通管理部门可通过管控自动驾驶车辆的比例来实现系统最优。

图 7 描述了当 $\frac{\xi - \mu}{\lambda - \delta} < \frac{(\xi - \mu) - (\xi_1 - \mu_1)}{(\lambda - \delta) - (\lambda_1 - \delta_1)}$

时(图中 4 组参数均满足此条件),自动驾驶汽车与普通驾驶汽车混行下可能出现的 4 种阶梯收费情形(此时,普通驾驶通勤者先出行,自动驾驶通勤者后出行). 当 $\mu_1 = 38$, $\lambda_1 = 16$, $\theta = 0.48$ 时,阶梯收费满足 2.2 节的第 1 种情形(即 $t_1^- \leq t_{12} \leq t_2^+$),如图 7(a)所示,普通驾驶汽车通勤者的最优阶梯收费时间窗为 $[-0.14, 0.9]$,最优收费水平为 4.68 元;自动驾驶汽车通勤者的最优阶梯收费时间窗为 $[0.9, 1.86]$,最优收费水平为 0.49 元;与不收费情形相比较,阶梯收费引起的排队延误消除率为 63.9%. 当 $\mu_1 = 35$, $\lambda_1 = 18$, $\theta = 0.67$ 时,阶梯收费满足 2.2 节的第 2 种情形(即 $t_{12} \leq \min(t_1^-, t_2^+)$),如图 7(b)所示,普通驾驶汽车通勤者的最优阶梯收费时间窗为 $[-0.18, 0.48]$,最优收费水平为 5.15 元;自动驾驶汽车通勤者的最优阶梯收费时间窗为 $[0.48, 1.82]$,最优收费水平为 0.45 元;此时,阶梯收费排队延误消除率为 58.33%. 当 $\mu_1 = 37$, $\lambda_1 = 16$, $\theta = 0.6$ 时,阶梯收费满足 2.2 节的第 3 种情形(即 $t_{12} \geq \max(t_1^-, t_2^+)$),如图 7(c)所示,最优阶梯收费实施区间为 $[0.08, 2.08]$,对普通驾驶汽车通勤者的最优收费水平为 1.99 元,对自动驾驶汽车通勤者的最优收费水平为 1.65 元,此时,排队延误消除率为 58.7%. 当 $\mu_1 = 38$, $\lambda_1 = 15$, $\theta = 0.67$ 时,阶梯收费满足 2.2 节的第 4 种情形(即 $t_2^+ \leq t_{12} \leq t_1^-$),如图 7(d)所示,最优阶梯收费实施区间为 $[-0.03, 1.97]$,对普通驾驶汽车通勤者的最优收费水平为 3.59 元,对自动驾驶汽车通勤者的最优收费水平为 1.84 元,此时,排队延误消除率为 63.03%. 综上所述,4 种情形下的阶梯收费排队延误消除率均大于 $\sqrt{3}/3$. 这验证了本研究定理的结果。

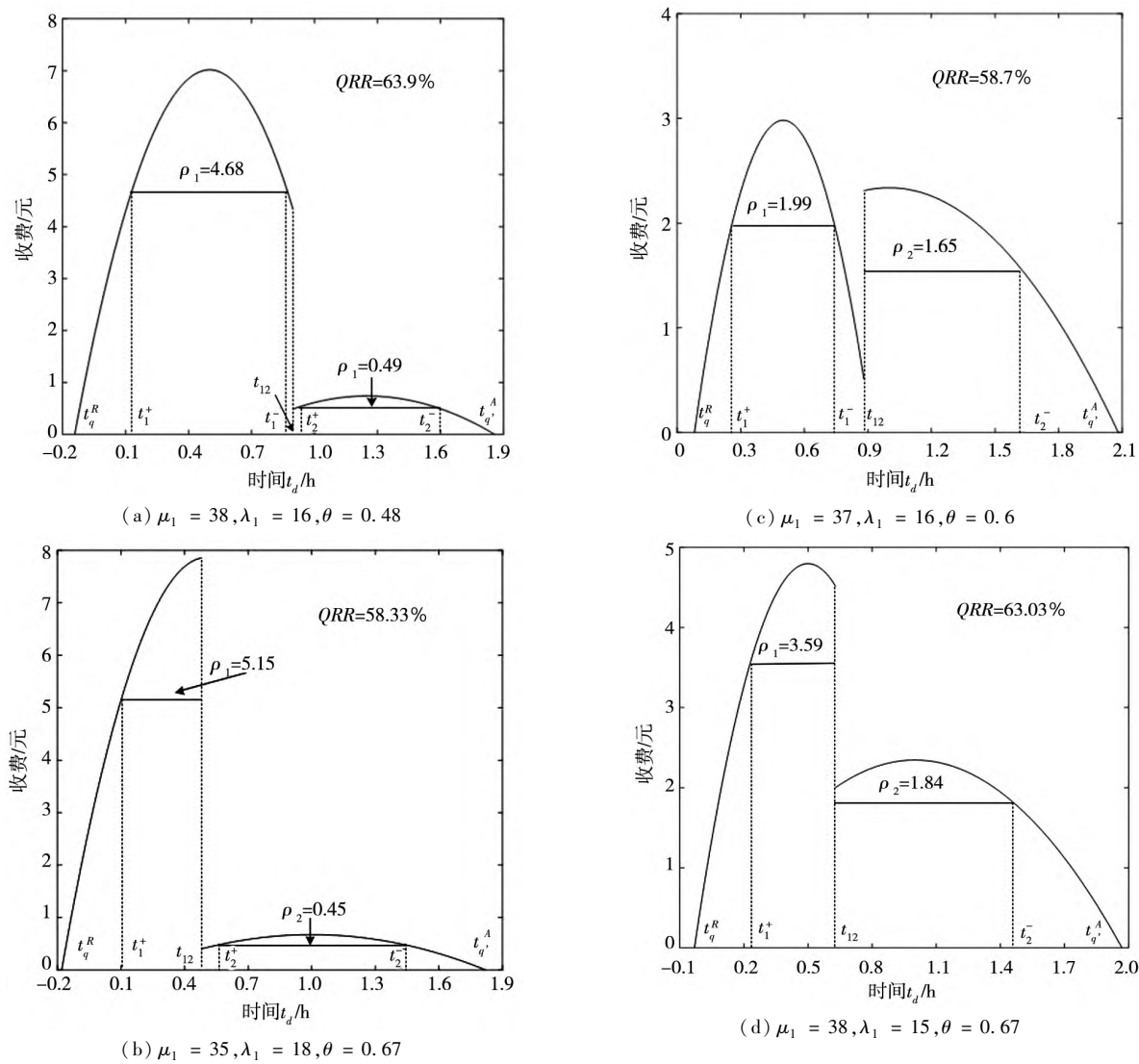


图 7 普通驾驶汽车与自动驾驶汽车混行时的阶梯收费

Fig. 7 Step tolling with mixed traffic of regular and autonomous vehicles

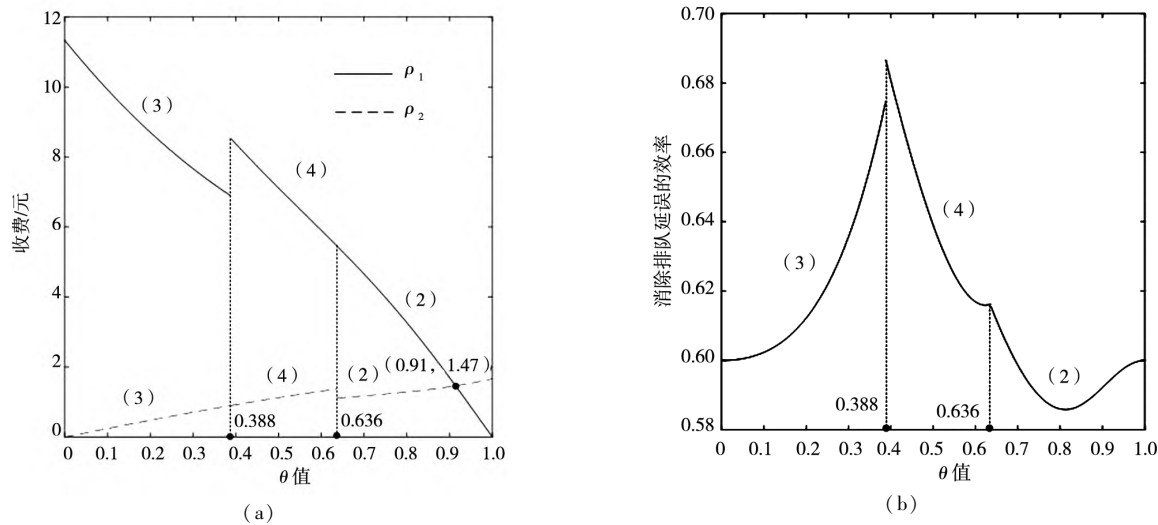


图 8 自动驾驶汽车占比 θ 对两类车阶梯收费及阶梯收费消除排队延误的效率的影响

Fig. 8 Effects of θ on step tolls and queuing removal rates of regular and autonomous vehicles

图 8 描述了自动驾驶汽车占比 θ 对两类车实施的最优阶梯收费及阶梯收费消除排队延误的效率的影响. 发现, 当 θ 值从 0 到 1 逐渐增大时, 采用的阶梯收费模式依次满足 2.2 节中的情形 3、情形 4 和情形 2. 图 8(a) 显示, 对情形 (3) 和情形 (4), 即 $\theta \in [0, 0.388]$ 和 $\theta \in [0.388, 0.636]$, 普通驾驶汽车收费 ρ_1 高于自动驾驶汽车收费 ρ_2 ; 对情形 (2), 即 $\theta \in [0.636, 1]$, 普通驾驶汽车收费 ρ_1 开始时高于自动驾驶汽车收费 ρ_2 , 但后来低于自动驾驶汽车收费. 当自动驾驶汽车占比 θ 为 0.91 时, 两类车阶梯收费 ρ_1 和 ρ_2 相等, 均为 1.47 元, 对其他占比, 两类车阶梯收费出现时间分异. 图 8(b) 表明, 阶梯收费消除排队延误的效率始终大于 $\sqrt{3}/3$ ($\approx 57.73\%$). 结合图 8(a) 和 8(b), 可以看到, 若交通部门管控自动驾驶汽车占比 θ 为 0.388 时, 此时采用阶梯收费模式 (4), 消除排队延误的效率最高 (即最大程度地缓解瓶颈拥挤), 自动驾驶汽车通勤者的收费要低于普通驾驶汽车通勤者的收费.

4 结束语

本研究采用基于活动的分析方法, 研究了自动驾驶汽车与普通驾驶汽车混行环境下的高峰期通勤行为, 建立了考虑自动驾驶汽车车内活动效用的多方式时变活动效用瓶颈模型, 确

定了最优动态收费和阶梯收费, 并评价了阶梯收费的效果. 研究结果表明在线性时变边际活动效用下, 自动驾驶通勤者在瓶颈处的排队延误为非线性连续可导的凹函数. 忽视自动驾驶汽车车内活动效用会造成对出发高峰期的偏差估计. 在考虑自动驾驶汽车车内活动效用下, 普通驾驶汽车通勤者与自动驾驶汽车通勤者依次出行. 在不收费均衡下, 存在一个最优的自动驾驶汽车市场占比使得社会总成本最小. 因此, 对未来实际的城市交通系统, 交通管理部门可通过管控自动驾驶车辆的占比来降低道路拥挤状况, 实现系统最优. 当普通驾驶汽车与自动驾驶汽车混行时, 与不收费均衡解相比, 实施最优阶梯收费的排队延误消除率高于 $\sqrt{3}/3$, 表明经典 Vickrey 瓶颈模型 (即常数边际活动效用瓶颈模型) 将低估阶梯收费消除排队的效率.

本研究仅考虑个体通勤者出行, 未来可进一步拓展到家庭出行^[29], 考虑家庭成员决策之间的相互作用将使模型更加复杂, 但更接近现实. 本研究提出的模型仅考虑了早高峰, 未来可以考虑早晚通勤链式出行问题^[13]. 文中假设瓶颈通行能力为固定的常数, 但现实中, 受天气条件、交通管制政策以及突发事件的影响, 瓶颈处的通行能力可能会随机扰动, 从而对通勤者的决策行为带来影响^[30], 因此研究随机通行能力下的多方式瓶颈模型也是一个重要的方向.

参 考 文 献:

- [1] Pudane B. Departure time choice and bottleneck congestion with automated vehicles: Role of on-board activities[J]. European Journal of Transport and Infrastructure Research, 2020, 20(4): 306–334.
- [2] Zhang T, Tao D, Qu X, et al. The roles of initial trust and perceived risk in public's acceptance of automated vehicles[J]. Transportation Research Part C, 2019, 98: 207–220.
- [3] Kyriakidis M, Happee R, de Winter J C F. Public opinion on automated driving: Results of an international questionnaire among 5000 respondents[J]. Transportation Research Part F, 2015, 32: 127–140.
- [4] Vickrey W S. Congestion theory and transport investment[J]. The American Economic Review, 1969, 59(4): 251–260.
- [5] Tabuchi T. Bottleneck congestion and modal split[J]. Journal of Urban Economics, 1993, 34(3): 414–431.
- [6] 黄海军, Bell M G H, 杨 海. 公共与个体竞争交通系统的定价研究[J]. 管理科学学报, 1998, 1(2): 17–23.
Huang Haijun, Bell M G H, Yang Hai. Pricing and modal split in a competitive system of mass transit and highway[J]. Journal of Management Sciences in China, 1998, 1(2): 17–23. (in Chinese)

- [7] Wu W X, Huang H J. Equilibrium and modal split in a competitive highway/transit system under different road-use pricing strategies[J]. *Journal of Transport Economics and Policy*, 2014, 48(1): 153–169.
- [8] 陈 蒂, 张 宁, 刘利娟. 面向双目标时刻瓶颈模型—交通错峰原理[J]. *管理科学学报*, 2015, 18(8): 52–60.
Chen Di, Zhang Ning, Liu Lijuan. Bottleneck model for bi-arrival time: Principle of staggered work hours[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(8): 52–60. (in Chinese)
- [9] 于璐伊, 郑 煜, 张小宁. 考虑碳排放成本的差异化停车券管理研究[J]. *管理科学学报*, 2021, 23(11): 47–58.
Yu Luyi, Zheng Yu, Zhang Xiaoning. Differentiated parking permits for traffic management considering traffic emission costs [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2021, 23(11): 47–58. (in Chinese)
- [10] Liu H X, He X, Recker W. Estimation of the time-dependency of values of travel time and its reliability from loop detector data[J]. *Transportation Research Part B*, 2007, 41(4): 448–461.
- [11] Tseng Y Y, Verhoef E T. Value of time by time of day: A stated-preference study[J]. *Transportation Research Part B*, 2008, 42(7): 607–618.
- [12] Jenelius E, Mattsson L G, Levinson D. Traveler delay costs and value of time with trip chains, flexible activity scheduling and information[J]. *Transportation Research Part B*, 2011, 45(5): 789–807.
- [13] Li Z C, Lam W H K, Wong S C. Bottleneck model revisited: An activity-based perspective[J]. *Transportation research part B*, 2014, 68: 262–287.
- [14] Li Z C, Lam W H K, Wong S C. Step tolling in an activity-based bottleneck model[J]. *Transportation Research Part B*, 2017, 101: 306–334.
- [15] 李志纯, 丁 晶. 基于活动方法的瓶颈模型与拥挤收费问题研究[J]. *管理科学学报*, 2017, 20(8): 93–101.
Li Zhichun, Ding Jing. Activity-based bottleneck model and congestion toll pricing issue[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2017, 20(8): 93–101. (in Chinese)
- [16] Li Z C, Zhang L P. The two-mode problem with bottleneck queuing and transit crowding: How should congestion be priced using tolls and fares? [J]. *Transportation Research Part B*, 2020, 138: 46–76.
- [17] 邓 瑶, 李志纯. 基于活动的瓶颈模型和收费机制: 研究进展评述[J]. *系统工程理论与实践*, 2020, 40(8): 2076–2089.
Deng Yao, Li Zhichun. Activity-based bottleneck model and charging mechanism: A literature review[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2020, 40(8): 2076–2089. (in Chinese)
- [18] 肖玲玲, 吴玉雪, 郭 名. 基于活动的拼车通勤行为及效用均衡分析[J]. *系统工程理论与实践*, 2021, 41(6): 1496–1506.
Xiao Lingling, Wu Yuxue, Guo Ming. Activity-based carpool commuting behavior and utility equilibrium analysis[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2021, 41(6): 1496–1506. (in Chinese)
- [19] Li Z C, Huang H J, Yang H. Fifty years of the bottleneck model: A bibliometric review and future research directions[J]. *Transportation Research Part B*, 2020, 139: 311–342.
- [20] Liu W. An equilibrium analysis of commuter parking in the era of autonomous vehicles[J]. *Transportation Research Part C*, 2018, 92: 191–207.
- [21] Zhang X, Liu W, Waller S T, et al. Modelling and managing the integrated morning-evening commuting and parking patterns under the fully autonomous vehicle environment[J]. *Transportation Research Part B*, 2019, 128: 380–407.
- [22] Van den Berg V A C, Verhoef E T. Autonomous cars and dynamic bottleneck congestion: The effects on capacity, value of time and preference heterogeneity[J]. *Transportation Research Part B*, 2016, 94: 43–60.
- [23] 朱 玲, 卢晓珊. 混合驾驶环境下的早高峰出行行为分析[J]. *系统工程理论与实践*, 2021, 41(7): 1819–1827.
Zhu Ling, Lu Xiaoshan. Analysis of morning commuting behavior under mixed driving environment[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2021, 41(7): 1819–1827. (in Chinese)
- [24] Arnott R, De Palma A, Lindsey R. Economics of a bottleneck[J]. *Journal of Urban Economics*, 1990, 27(1):

111 – 130.

- [25] Arnott R, De Palma A, Lindsey R. A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand [J]. American Economic Review, 1993, 83: 161 – 179.
- [26] Lai H C. Queuing at a bottleneck with single and multi-step tolls[J]. Transportation Research Part A, 1994, 28(3): 197 – 208.
- [27] Lai H C. Effects of the optimal step toll scheme on equilibrium commuter behavior[J]. Applied Economics, 2004, 36(1): 59 – 81.
- [28] Lindsey R, Van den Berg V A C, Verhoef E T. Step tolling with bottleneck queuing congestion[J]. Journal of Urban Economics, 2012, 72(1): 46 – 59.
- [29] Vo K D, Lam W H K, Chen A, et al. A household optimum utility approach for modeling joint activity-travel choices in congested road networks[J]. Transportation Research Part B, 2020, 134: 93 – 125.
- [30] Xiao L L, Huang H J, Liu R H. Congestion behavior and tolls in a bottleneck model with stochastic capacity[J]. Transportation Science, 2015, 49(1): 46 – 65.

Modeling commuting behavior and efficiency evaluation of step tolling with autonomous vehicles

LI Zhi-chun, WU Su-ping

School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: The emergence of autonomous vehicles can provide drivers with a chance to freely implement activities in the vehicles. On the basis of a representation of the in-vehicle activity utility of commuters in the autonomous vehicles, a multi-modal activity-based bottleneck model is proposed. In the proposed model, congestion interaction between regular and autonomous vehicles at the bottleneck is considered. The properties of the proposed model are analyzed. A continuous dynamic congestion tolling scheme is proposed for fully eliminating the bottleneck queue. The optimal step tolling scheme is designed to approximate the continuous dynamic tolling scheme, and its efficiency is evaluated in terms of the eliminated bottleneck queue. The results show that under the linear time-varying marginal activity utility, ignoring the in-vehicle activity utilities of commuters in the autonomous vehicles could lead to a biased estimation of departure time window of commuters during the morning commute. The commuters using the regular and autonomous vehicles sequentially depart from home in the morning, and there is the optimal market share of the autonomous vehicles that generates the lowest total social cost. Compared to the no-toll case, the queuing delay elimination rate of the optimal step tolls exceeds $\sqrt{3}/3$.

Key words: bottleneck model; activity-based approach; in-vehicle activity utility; time-varying tolling scheme; step tolling