

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2025.06.007

不确定交货期下供应链协同鲁棒调度优化^①

唐亮¹, 王清阁¹, 谭真^{2,3*}, 孙开衡¹

(1. 大连海事大学交通运输工程学院, 大连 116026; 2. 宁波诺丁汉大学商学院, 宁波 315100;
3. 诺丁汉大学卓越灯塔计划(宁波)创新研究院, 宁波 315100)

摘要: 从供应链系统角度给予客户柔性不确定交货时间自由, 一方面可以提高供应链竞争力和客户满意度, 而另一方面则会对供应链系统高效运营带来挑战。基于此需求, 本研究考虑供应链协同制造模式下协同企业具有不同生产启动成本、需要提前准备和采购期较长的特点, 构建基于盒子不确定集交货期下的两阶段供应链协同鲁棒调度优化模型, 实现降低决策保守性及供应链系统成本优化。针对该模型采用行列生成(C&CG)算法框架精确求解, 依据模型目标函数对于不确定参数的凸性质对子问题进行转化从而构造出对偶问题简化求解。数值仿真算例分析了交货期不确定区间变化对两阶段鲁棒调度策略的影响, 并针对不同订单真实交货期场景下的单阶段鲁棒最优成本、两阶段鲁棒最优成本和事后最优成本进行了对比。同时, 对预估及真实交货期区间存在偏差下的真实成本进行了对比分析。结果表明两阶段鲁棒决策成本显著优于单阶段鲁棒成本, 与事后最优成本相比差距也不大, 且在不同交货期实现的场景下总成本波动较小, 并对交货区间预估偏差的敏感性显著小于单阶段鲁棒方案, 从而验证了两阶段鲁棒优化模型可显著改善调度策略的保守性和不灵活性, 有效应对柔性不确定交货时间的需求。

关键词: 供应链协同调度; 不确定交货期; 两阶段鲁棒优化; 混合整数规划

中图分类号: F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2025)06-0103-16

0 引言

随着“中国制造 2025”战略的推进和两化融合的深化, 传统制造业正在积极进行转型。以高端装备制造产业为例, 其以高新技术为引领, 处于价值链高端和产业链核心环节, 是推动产业转型升级的关键动力。因高端装备产品通常需要进行个性化定制, 其关键部件在设计和生产上具有很强的复杂性, 高端装备制造企业通常需对其设计和生产工艺进行分解, 并寻求外部设计与生产能力, 通过网络化协同制造模式共同完成。由此, 高端装备产品呈现出需求量较小且生产过程较长的特

性。2017 年 10 月, 国务院办公厅提出《关于积极推进供应链创新与应用的指导意见》, 其重要任务之一即:“促进制造协同化、服务化、智能化, 并要促进供应链向上下游拓展, 专业化分工协作”。因此, 网络化协同制造可从供应链视角分析, 通过建立动态企业联盟、有效利用外协企业核心生产能力资源, 可以实现高质量产品协同生产和高效率需求响应。然而, 这种供应链协同调度在提升企业竞争力的同时, 也会导致调度的复杂度和动态性, 尤其面对日益突出的供应链不确定性干扰。

供应链调度中的不确定性主要可以分为以下

① 收稿日期: 2022-01-07; 修订日期: 2024-08-27。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72372015); 浙江省自然科学基金资助项目(LQ23G010005); 国家社会科学基金资助项目(24BGL026)。

通讯作者: 谭真(1987—), 男, 浙江宁波人, 副教授, 博士生导师。Email: zhen.tan@nottingham.edu.cn

三种:需求不确定性,生产不确定性和供应不确定性的^[1-2].在供应链协同调度决策过程中,不确定性是影响供应链系统绩效的一个重要因素,而且不确定性在供应链系统中具有传播性,会向供应链上下游进行传播带来一系列影响^[3].供应链协同调度本身具有一定难度,协同企业间的有效沟通和协调非常重要,这需要在供应链中具有主导地位的核心制造商统筹安排.而在这种供应链协同制造模式下,需求不确定性是非常普遍且易导致协同企业间调度困难的关键性因素,具体而言其痛点在于供应链企业协同调度过程中所需的准确信息与实际可用模糊信息引起的调度策略制定困难.这其中,对于需求不确定性的认知在大部分研究中主要考虑的是需求量的不确定性,另有部分研究则认为是需求时间的不确定性,而事实上客户需求时间不确定这种不确定性在制造模式下更为普遍.通过大量企业调研,发现客户经常由于其自身下游客户需求订单不确定以及资金压力等问题,对其制造商的期望交货时间也难以给出精确要求,通常希望制造商能给予其交货期变动柔性的权利.鉴于这种客户需求,若制造商提供给客户柔性交货时间自由,对于客户可产生至少两方面益处:一是可以降低客户可能产生的库存成本减少客户资金压力,二是可以帮助客户应对自身下游客户不确定需求的挑战.从另一个角度来看,允许客户柔性交货时间也可以提高制造商竞争力,使其更容易获得客户的青睐和订单(尤其是交货期敏感的客户),增进与客户的关系.由此,在允许客户订单不确定交货时间情况下,一旦客户最终交货时间确认,供应链系统需要迅速反应准时完成交货进而满足客户要求.然而,允许交货时间的不确定性在给制造商带来利益的同时也会对其带来调度策略上的挑战,尤其从供应链的层面难以制定协同调度方案,需要采用有效的应对方法和策略.事实上,这种供应链协同环境下给予客户交货期要求柔性的策略在实践中具有很好的价值:以新冠疫情为例,当时在需求急剧变化的市场环境下,客户通常具有很大的资金和财务压力,同时其自身下游的客户也面临很大的需求波动,这些情况导致其订货时付完定金情况下很难立即跟制造商确定准确的交货时间,此时如果允许客户在订货时仅给出大致的交货区间范围对于客户是

非常有利的.

由此,本研究将针对需求不确定情景中交货期不确定这一情景开展具体研究,需要提出的是,从供应链层面去应对这种交货期不确定性问题存在很大的困难,一旦供应链协同调度策略制定,很难依据不确定交货期的最终实现情景来动态调整协同调度方案,否则各协同企业无法保障生产过程的连续性.此时,鲁棒调度就是一个比较好的应对手段.但传统鲁棒优化基于不确定性的最差实现场景来确定所有决策,往往存在较大的保守性.本研究鉴于协同网络供应链调度的特点,生产过程往往需要提前进行原材料、部件等采购工作准备,采用两阶段的鲁棒模型以改善决策的保守性.归纳而言,本研究研究目标是在协同企业给予客户柔性交货时间权利下,构建基于盒子不确定集交货期下的两阶段供应链协同鲁棒调度优化模型,实现决策保守性降低及供应链系统成本最小化.

本研究主要贡献及创新点归纳如下.

1)考虑了一个从供应链协同网络的角度给予客户柔性交货期权利的调度优化模型,这与传统研究中客户给予制造商交货时间窗口不同,现有研究大多未从制造商角度或供应链系统角度给予客户要求交货时间柔性,这两种不同的交货时间柔性使得问题的刻画完全不同.此外,考虑协同调度问题的特点和鲁棒调度保守性的改善,本研究构建两阶段鲁棒调度优化模型:其中第一阶段在交货期未实现前决策订单的指派和在协同企业处的生产排序以完成原料采购和关联工艺的资源调配,第二阶段在交货期实现后决策订单的具体开始生产时间.

2)本研究考虑多订单最差不确定交货时间场景下的成本表现,通过模型的性质分析后发现与交货期相关的成本函数是关于不确定交货时间的凸函数,因此采用 C&CG 算法框架精确求解该模型,并基于事后最优解验证了两阶段鲁棒模型在改善单阶段鲁棒模型保守性方面的显著效果.

3)此外,本研究分析了不确定交货期范围变化对成本的影响,为评估和设计客户不确定交货期的允许范围提供参考.在更普遍的情况下,由于真实交货期可能偏离预估区间或初期约定的允许范围,因此本研究进一步分析了不确定交货期区

间偏差所造成成本变化,并验证了两阶段鲁棒模型能有效降低可能的区间偏差所导致的成本增加.

1 文献综述

1.1 供应链不确定优化

供应链中的不确定性主要可以分为:外界环境的不确定性和系统的不确定性^[4];系统的不确定性又进一步细分为:需求的不确定性,生产的不确定性和供应的不确定性^[5,6].由于供应链不确定优化领域研究问题众多,难以全面归纳,本研究只针对跟论文相关的供应链网络优化和供应链调度优化进行综述.对于供应链网络方面的研究,吴功兴等^[7]构建了在竞争环境下考虑模糊定价和中断风险的双目标闭环供应链网络模型,将不确定需求定义为供应链及其竞争对手向客户提供的价格函数,使供应链在竞争环境中实现总利润最大化与碳排放量最小化.王能民等^[8]考虑由一个制造商和一个双渠道零售商构成的两级供应链网络,基于价格信息对称下消费者的价格参考行为,研究价格参考效应对双渠道供应链中牛鞭效应的影响. Kungwalsong 等^[9]为考虑设施可能中断的四级全球供应链网络设计问题提出了一个两阶段随机规划模型,并开发出一种改进的模拟退火(SA)算法来确定第一阶段的战略决策. 董海等^[10]针对不确定环境下的闭环供应链网络设计问题,构建以最小网络成本、碳排放量和顾客满意度损失为目标的闭环供应链网络规划模型,并采用多面体不确定集描述不确定参数. Hashemi 等^[11]针对供应商选择、生产调度和车辆路径的集成问题提出了一个包含多种产品的三级易腐食品供应链网络的双目标优化模型,该模型旨在通过同时优化网络总成本和供应商可靠性来降低供需不确定性风险,采用分布鲁棒机会约束方法保证零售商的需求和车辆的运力有高概率地得到满足. 特别的, Govindan 等^[12]对供应链网络设计问题进行了综述,认为在不确定条件下的优化问题中,决策环境依赖于可获得的信息来获取不确定参数及其不确定性来源. 将供应链不确定性来源总结为内生资产、供应链成员和外部环境三大方面的不确定性来源,并将供应链网络设计中的不

确定性参数进行归纳,主要包括需求、运输成本、运输能力、生产成本、供应量、生产能力等.

此外,针对供应链调度问题,目前国内外学者对于已经进行了大量的深入研究^[13-16],并取得了许多有价值的成果. 其中考虑不确定性环境下的供应链调度研究主要有:刘春来^[17]考虑了当制造商和转包商均为单机生产环境的情形,采用区间数据情景刻画加工时间的不确定性,建立了以最小化总交付时间和总生产费用的加权和为目标的优化模型. 在供应链配置和供应商选择的不确定环境下, Kisomi 等^[18]提出了一个以最小化供应链总成本为优化目标的综合数学规划模型,该模型描述了确定供应商、订单分配、确定运输数量的供应链调度问题. 为了测量不精确输入参数,根据三种不确定集,建立了相应的鲁棒模型. 从需求不确定角度, Hu 等^[19]采用混合随机优化和鲁棒优化方法来解决需求和加班加工成本不确定的供应链调度问题,并采用样本平均近似方法求解不确定超时加工成本的随机规划问题. Babagolzade 等^[20]在碳税调控和需求不确定的背景下针对供应链储存和运输调度问题进行了研究,构建出两阶段随机规划模型来对补货策略和运输调度进行决策. 从生产不确定性的角度, Wang 等^[21]研究不确定的设备状态以及有限的能源供应情况下的生产调度问题,建立了混合整数规划模型,并提出了将遗传算法和两种新的启发式算法相结合的双模因算法对此问题进行求解. 蔡建湖等^[22]考虑生产时的产出不确定,构建了由一个供应商和一个购买商组成的两级 VMI 供应链,决策目标是实现供应链整体利润的最大化. Jamrus 等^[23]考虑了生产时间在现实情境中的波动,提出一种整合事件驱动和周期驱动方法的策略,将混合粒子群优化与遗传算法相结合,最大限度地降低协同调度的不确定性. 从供应不确定性的角度, Difrancesco 等^[24]考虑了由一个买方和两个供应商组成的两级供应链,研究了随机需求、供应不确定性和中断风险下买方的最优订货决策. 丁珈等^[25]对企业计划与调度实践中的“人”、“技术”、“组织”及三者间的交互作用研究进行了文献回顾与总结,提出了考虑不确定性和复杂性两个维度的计划与调度研究的理论框架,并利用该框架讨论了若干重要的未来研究方向.

1.2 方法层面

一般来说,对于供应链中不确定性问题的处理方法主要有:模糊规划、随机规划、鲁棒优化. 其中,模糊规划是在约束条件用模糊集合描述的情况下,对模糊目标求极值的数学规划. Demirli^[26] 将各种操作成本参数的不确定性由模糊数表示,构建一个混合整数模糊规划模型,降低相关的组件制造,采购,组装,检查,物流和库存的整体运营成本,同时提高客户满意度. Peidro^[27] 提出了考虑供应、需求和过程不确定性的供应链规划模糊数学规划模型. 在 O2O 社区医疗平台模式需进行资源优化的背景下,王墨竹等^[28] 权衡医疗资源的成本经济性和满足患者需求能力的基础上做出合适的调度决策,并使用了模糊时间窗的方法来定义患者对服务时间的满意度.

随机规划旨在优化不确定情形下的目标函数的期望. 随机规划的建模基本分为两种:具有连续随机参数问题的建模、基于场景的建模法. 随机规划问题在经过转换处理后,可以直接运用 Gurobi、CPLEX 等求解器进行求解. 在场景法中随机参数通常通过一组具有已知概率的离散场景来建模,构建的模型分为两阶段随机规划或多阶段随机规划. Govindan 等^[12] 针对不确定条件下的供应链网络设计问题进行了研究,认为相较于连续随机参数的建模方法,使用场景法对随机参数进行建模往往能得到更易于处理的模型. Fan 等^[29] 为了平衡供应链成本和供应链灵活性,建立了两阶段多场景随机规划模型,其中随机事件用相应的场景表示. Bonfill 等^[30] 在不确定的供应链环境中,提出了一种应对不确定运行时间和设备故障的短期调度问题的随机建模框架. Sawik^[31] 在存在供应链中断风险的情况下,提出了一种新的集成供应商选择、订单数量分配和客户订单调度的随机混合整数规划方法. 针对类似 COVID-19 大流行这样的灾难,Kenan 等^[32] 考虑需求和供应的不确定性,使用两阶段随机规划来描述新冠肺炎后的血液制品供应链问题.

需要指出的是,在许多实际情况中,历史数据可能是稀缺的,无法准确地描述参数分布. 此时,鲁棒优化是处理这种情况的合适工具. 鲁棒优化是在考虑不确定性影响的情况下,追求最优化最坏情形下的解. 鲁棒优化分为静态鲁棒优化和可

调鲁棒优化两类. 静态鲁棒优化是在不确定性未知的情况下决策所有变量,不存在任何修正手段,相较于可调鲁棒优化具有更强的保守性. 鲁棒优化问题通过转换处理也可以直接运用 Gurobi、CPLEX 等求解器进行求解. Song M 等^[33] 提出了技术创新下的抗疫供应链三层次模型,并采用区间数据鲁棒优化方法解决模型的不确定性问题,旨在从供需、短缺惩罚、预算等方面探讨技术创新带来的不确定性对供应链的影响. Lalmazloumian 等^[34] 研究在各种不确定因素下订单加工的供应链调度问题,构建鲁棒优化模型并采用基于场景的鲁棒优化方法来处理不确定因素的影响. 为了改善传统静态鲁棒优化的保守性, Ben-Tal 等^[35] 首次提出了自适应鲁棒(可调鲁棒)优化的概念. 近年来,自适应鲁棒优化中最经典的两阶段鲁棒优化广泛应用在解决一些显著随机性且其概率分布难以描述的实际问题. 其中, Bold 等^[36] 利用两阶段鲁棒优化方法研究一类活动时间不确定的资源约束项目调度问题,提出新的第二阶段重构模型,从而推导出微型鲁棒对等公式,有效地提高模型求解速度. Jiang 等^[37] 考虑了一类两阶段鲁棒优化生产调度模型,推导出两阶段模型的等价单阶段模型.

与本研究直接相关的研究方法即两阶段鲁棒优化,然而从供应链网络角度对协同调度问题开展研究的工作主要都是基于确定性模型,相关文献主要还是以传统调度模型中柔性流水作业和 Job shop 网络结构的角度进行调度研究^[38-40],然而这与本研究模型设计中包含的交货时间、协同制造企业选择存在固定成本、企业间运输需要时间等网络协同调度问题不同,且这类传统模型大部分未考虑不确定性尤其是交货期不确定性问题. 具体到交货期不确定环境下的调度研究,发现关于交货期不确定的调度研究主要针对单个企业或单机进行,采用的方法是随机优化或鲁棒优化,而现实中往往涉及到企业之间的业务协同,模型构建比较复杂,而从供应链协同网络的角度开展交货期不确定对协同生产调度决策的影响和分析方面的研究尚不多见.

对于单个企业或单机在交货期不确定下的研究可以归纳为两类,其中一类是考虑不确定交货期是服从某种已知概率分布,例如指数分布^[41]、

正态分布^[42,43]、离散分布^[44]，这些论文的目标都是最小化订单延期或完成时间。一般来说，这些问题的最优策略很难被有效找到因为即便是对等的确定性模型已经是 NP-hard 问题，因此通常是采用启发式算法求解；另一类文献则与本研究有一定相关性^[45, 46]，针对单机鲁棒调度问题研究，其中不确定交货期由有限数量的场景集描述。Aissi 等^[45]采用最小-最大(min-max)评价方法对单机最差场景下延期工件的个数进行优化，并提出了针对一般工件生产时间问题的近似算法和特殊单位加工时间问题的动态规划算法。Drwal^[46]则采用 min-max 遗憾值的方法定义鲁棒解，其目标同样是最小化延期工件的个数。当工件权重相同这种特殊情况时，作者提出了一种多项式时间算法求解模型。

归纳上述文献，本研究综合考虑了上述供应链网络和交货期不确定两类文献的特点，同时针对具有网络结构的供应链协同运作模式且具有不确定交货期特点的协同调度优化问题进行研究，从而对现有文献研究进行了延伸。进一步的，区别与现有文献主要考虑由于制造企业导致交货时间不确定的情况，本研究则从制造商给予客户柔性交货时间权利的角度去刻画交货期不确定性。

2 供应链协同调度模型构建

2.1 问题描述

本研究考虑由多级制造商和多个客户组成的 MTO 供应链协同生产网络模型，其结构如图 1 所示。在加工开始阶段，核心制造商收到来自不同客户的一组订单，订单集合记为 $K = \{1, 2, \dots, n_K\}$ ，每个订单 k 包含 Q_k 个同类产品并需要由多项工序加工完成。订单加工所需不同工序可选择外包给具备该工序生产能力的某一协同企业完成，所有协同生产企业的集合记为 $M = \{1, 2, \dots, n_M\}$ 。在协同生产过程中，订单在某一级协同生产企业处理完某一工序后，将被运输到下一级协同生产企业处等待加工，由于不同协同生产企业的生产启动成本和可变生产成本不同，其实际生产成本和生产时间取决于调度决策所选择的协同生产企业。本研究考虑每个客户订单 k 的交货期 d_k 是不确定的，采用盒子不确定集，表示为 $d_k \in [d_k^-, d_k^+]$ 。定义所有订单的任一交货期情况的组合为一种情景，交货期的情景集合记为 $D = \{(d_1, \dots, d_k) : d_k^- \leq d_k \leq d_k^+, k \in K\}$ 。

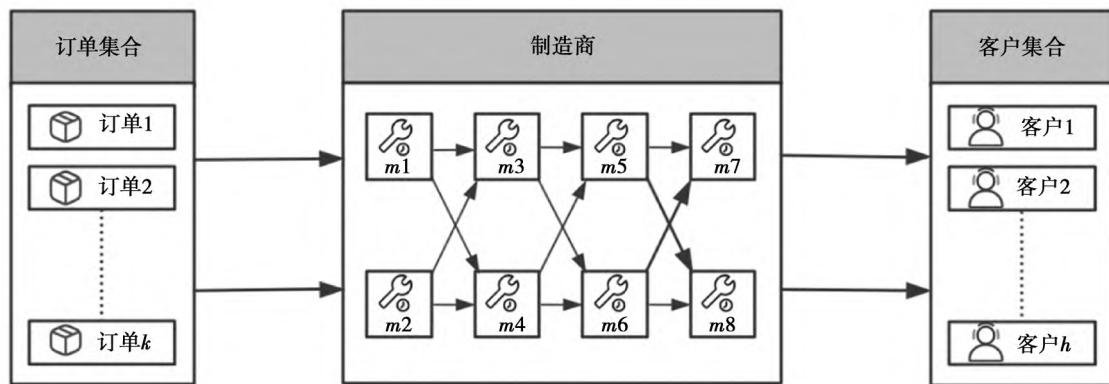


图 1 供应链协同制造网络结构图
Fig. 1 Supply chain collaborative manufacturing network

本研究给出以下假设。

- 1) 每个协同生产企业只具备处理某一项工序的生产能力；
- 2) 每个订单在某一工序上只能由一个协同企业处理，即不能拆分由多个协同企业共同完成；
- 3) 订单在开始加工后，如果在某协同企业没有立即被加工，会产生等待库存成本；

4) 供应链协同生产系统完全持有订单供应的库存，且客户一旦确定交货期会要求准时交货以精确匹配其自身业务计划，如果订单提前完成会产生库存成本，延期完成则产生延期惩罚成本；

5) 订单一旦开始加工不能中断，同一协同企业只有生产完当前订单才能开始下一订单的生产，协同企业不能并行处理不同订单的生产任务。

2.2 参数和变量定义

本研究参数定义如下.

- M_k 加工订单 k 的协同生产企业集合；
 M_k^s 可加工订单 k 初始外协工序的外协企业集合；
 M_k^e 可加工订单 k 最后外协工序的外协企业集合；
 Q_k 订单 k 的产品数量；
 d_k 订单 k 的交货时间；
 t_m 协同企业 m 的单位产品生产时间；
 $t_{mm'}$ 协同企业 m 和 m' 间的运输时间；
 $l_{mm'}$ 如企业 m 和企业 m' 之间存在路径连接则等于 1, 否则为 0；

变量定义如下：

- t_k^s 订单 k 生产开始时间；
 t_k^e 订单 k 生产结束时间；
 t_{km}^s 订单 k 在协同企业 m 的生产开始时间；
 t_{km}^e 订单 k 在协同企业 m 的生产结束时间；
 α_k 如订单 k 延期交货 ($t_k^e \geq d_k$) 则为 1, 否则为 0；
 β_{km} 如订单 k 在协同企业 m 生产则为 1, 否则为 0；
 $\delta_{kmm'}$ 如订单 k 实际生产路径经由协同企业 m 到 m' 则为 1, 否则为 0；
 $\gamma_{kk'm}$ 如订单 k 和订单 k' 均在协同企业 m 生产, 且 $t_{km}^e \leq t_{k'm}^s$ (订单 k 先于订单 k' 生产) 则为 1, 否则为 0.

2.3 两阶段鲁棒调度模型

本研究生产过程实际上包含了对于采购的考虑, 由于现实中生产计划的制定和采购是分开的, 生产部门先制定生产计划, 采购部门再制定采购计划, 而采购计划由于有些部件或者原材料的提前期比较长, 一旦无法及时到位会使得生产计划无法实施. 此外, 由于供应链协同调度涉及到多个关联工艺的协同处理, 在生产周期较长情况下, 协同企业通常需要首先知道哪些订单会选择其进行生产以及根据这些订单优先级确定先后生产顺序, 因为一旦订单选择相关协同企业, 该协同企业

需要提前准备物料、进行工艺设计等前期工作, 这会产生生产启动成本. 因此, 将协同企业选择决策放在第一阶段可以使得协同企业提前知道要生产加工哪些订单做好物料采购准备, 使得生产计划有效实施. 在此基础上, 协同企业需要进一步决策这些指派订单的开始加工时间实现成本最小化.

与单阶段鲁棒优化模型在不确定场景实现之前就做所有决策不同, 两阶段鲁棒模型可以先做部分决策, 然后观察不确定性场景实现, 并据此做出最后一部分决策, 显然鲁棒策略的保守性会得到改善. 鉴于此思想, 在上述参数和变量定义基础上, 本研究构建一个两阶段供应链协同鲁棒调度优化决策模型. 其中, 第一阶段确定各订单 k 所选择的协同生产企业序列 β_{km} 、 k 订单实际生产路径段变量 $\delta_{kmm'}$ 以及不同订单在同一协同生产企业 m 处生产的先后生产顺序 $\gamma_{kk'm}$, 采用向量 $\mathbf{Y} = (\beta_{km}, \delta_{kmm'}, \gamma_{kk'm})$ 表示; 第二阶段基于第一阶段的决策求解订单的各类时间, 采用向量 $\mathbf{X} = (t_k^s, t_k^e, t_{km}^s, t_{km}^e, \alpha_k)$ 表示. 模型总优化目标是实现供应链协同调度总成本最小化, 具体构建如下.

1) 模型描述

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{Y}} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M_k} \beta_{km} C_{km}^p(Q_k) + \\ & \max_{d \in D} \min_{\mathbf{X}} \sum_{k \in K} [C_k^w(Q_k, w_k) + \alpha_k C_k^d(Q_k, d_k) + \\ & (1 - \alpha_k) C_k^s(Q_k, s_k)] \end{aligned} \quad (1)$$

s.t.

$$\delta_{kmm'} \leq \beta_{km} \beta_{km'} l_{mm'} \quad \forall k \in K, m, m' \in M_k \quad (2)$$

$$1 + \sum_{m \in M_k} \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} = \sum_{m \in M_k} \beta_{km} \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{m \in M_k^s} \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{m \in M_k^e} \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} = 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{m \in M_k} \delta_{kmm'} = \sum_{m'' \in M_k} \delta_{kmm''} \quad \forall k \in K, \\ m \in M_k \setminus \{M_k^s \cup M_k^e\} \quad (6)$$

$$\sum_{m \in M_k^s} \beta_{km} = 1 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{m \in M_k^e} \beta_{km} = 1 \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$t_{km}^e + t_{mm'} + t_{m'} Q_k \leq t_{km'}^e + G(1 - \delta_{kmm'}) \quad \forall k \in K, m, m' \in M_k \quad (9)$$

$$t_k^s = \sum_{m \in M_k^s} \beta_{km} t_{km}^s \quad \forall k \in K \quad (10)$$

$$t_k^e = \sum_{m \in M_k^e} \beta_{km} t_{km}^e \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$t_{km}^s + Q_k t_m \leq t_{k'm}^s + G(1 - \gamma_{kk'm}) + G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \quad \forall k, k' \in K, m \in M_k \quad (12)$$

$$t_{k'm}^s + Q_k t_m \leq t_{km}^s + G \gamma_{kk'm} + G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \quad \forall k, k' \in K, m \in M_k \quad (13)$$

$$t_{km}^e - t_{km}^s = \beta_{km} Q_k t_m \quad \forall k \in K, m \in M_k \quad (14)$$

$$d_k - t_k^e \leq G(1 - \alpha_k) \quad (15)$$

$$d_k - t_k^e \geq \varepsilon - (G + \varepsilon) \alpha_k \quad (16)$$

$$t_k^s, t_k^e, t_{km}^s, t_{km}^e \geq 0, \alpha_k, \beta_{km}, \delta_{kmm'}, \gamma_{kk'm} \in \{0, 1\} \quad \forall k, k' \in K, m, m' \in M_k \quad (17)$$

目标函数(1)中,第一阶段包括所有订单生产成本 $C_{km}^p(Q_k)$,第二阶段包括最坏情景下所有订单的等待成本 $C_k^w(Q_k, w_k)$ 、延期交货惩罚成本 $C_k^d(Q_k, d_k)$ 或提前交货库存成本 $C_k^s(Q_k, s_k)$. 其中等待成本计算需要依据生产过程中在各个协同企业处发生的等待时间,而惩罚成本和库存成本两者只能存在其一,因此引入二元变量 α_k .

式(2)表示订单 k 的路径段约束,只有订单 k 被同时指派到协同企业 m 和 m' ,且协同企业 m 和 m' 存在路径,变量 $\delta_{kmm'}$ 才为1,其余情况为0;式(3)给出了变量 $\delta_{kmm'}$ 与 β_{km} 之间路径约束联系;式(4)、式(5)表示订单 k 开始生产和结束的路径段分别只能存在一段;式(6)对每一协同企业节点的流平衡进行约束,表示该节点订单流入等于订单流出;式(7)、式(8)表示任一订单 k 只能指派给一个协同企业开始生产,也只能指派给一个协同企业结束生产;式(9)表示订单 k 在外协企业 m' 开始生产的时间不得早于从前一外协企业 m 运输到达的时间;式(10)、式(11)约束订单 k 的生产开始时间和生产结束时间;式(12)、式(13)对在同一协同企业 m 生产的任意两个订单开始生产时间进行约束;式(14)约束订单 k 在外协企业 m 的生产开始时间和生产结束时间;式(15)、式(16)保证了有且仅当 $t_k^e \geq d_k$ 时 $\alpha_k = 1$,式(17)为变量取值范围约束.

2) 模型主要成本描述

模型中生产成本是关于订单产品数量 Q_k 的函数,包括固定生产成本和可变生产成本两部分. 通常,一旦协同企业知道某些订单被指派到该企业生产,则需提前进行生产前准备,产生固定生产成本 b_m . 另一部分成本为可变生产成本,其单位可变生产成本为 a_{km} . 需要指出的是,由于本研究考虑了企业间的协同,显然需要考虑企业间的运输成本. 而为了简化模型,本研究设置的订单 k 在协同企业 m 处的可变生产成本 a_{km} 包含了折算后的运输成本. 具体函数表示如下

$$C_{km}^p(Q_k) = a_{km} Q_k + b_m \quad (18)$$

库存成本是关于单位产品库存费用系数 h_k 、库存时间 s_k 和订单产品数量 Q_k 的函数,当订单于交货期之前完成则产生库存成本,具体函数表示如下

$$C_k^s(Q_k, s_k) = h_k s_k Q_k \quad (19)$$

等待成本是关于等待时间 w_k 和订单产品数量 Q_k 的函数,当订单到达协同企业处不能立即被生产即会产生等待成本,且本研究设定订单单位产品等待费用系数与库存费用系数相同,均为 h_k . 具体函数表示如下

$$C_k^w(Q_k, w_k) = h_k w_k Q_k \quad (20)$$

惩罚成本是关于延期时间 y_k 和订单工件数量 Q_k 的函数,依据订单重要程度不同,设置相应的延期交货的惩罚成本系数 p_k . 延期交货惩罚成本通常与订单产品数量和延期时间乘积成线性关系,具体函数表示如下

$$C_k^d(Q_k, d_k) = p_k y_k Q_k \quad (21)$$

上述第二阶段三类成本中的等待时间 w_k 、延期时间 y_k 和库存时间 s_k 可由以下公式表示

$$w_k = t_k^e - t_k^s - \sum_{m \in M_k} \left(\beta_{km} Q_k t_m + \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} t_{mm'} \right) \quad (22)$$

$$y_k = \begin{cases} t_k^e - d_k & \text{若 } \alpha_k = 1 \\ 0 & \text{若 } \alpha_k = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$s_k = \begin{cases} 0 & \text{若 } \alpha_k = 1 \\ d_k - t_k^e & \text{若 } \alpha_k = 0 \end{cases} \quad (24)$$

2.4 调度模型处理

为便于后续模型的分析与求解,将式(19)~式(24)代入第二阶段目标函数,得到如下

$$\begin{aligned} & \max_{d \in D} \min_X \sum_{k \in K} \alpha_k Q_k (h_k + p_k) (t_k^e - d_k) + \\ & h_k Q_k (d_k - t_k^s) - h_k Q_k \sum_{m \in M_k} (\beta_{km} Q_k t_m + \\ & \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} t_{mm'}) \end{aligned} \quad (25)$$

观察式(25)容易发现最后一项中变量与第二阶段决策变量 d_k, t_{km}^s ($k \in K, m \in M$) 无关,因此将此项移至第一阶段目标函数中. 基于上述处理,式(1)可以改写为

$$\begin{aligned} & \min_Y \sum_{k \in K} \sum_{m \in M_k} \beta_{km} (a_m Q_k + b_m) - h_k Q_k (\beta_{km} Q_k t_m + \\ & \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} t_{mm'}) + \max_{d \in D} \min_X \sum_{k \in K} \alpha_k Q_k (h_k + p_k) \times \\ & (t_k^e - d_k) + h_k Q_k (d_k - t_k^s) \end{aligned} \quad (26)$$

根据两阶段决策变量的划分,可知约束(2)~约束(8)属于第一阶段约束,而约束(9)~约束(16)属于第二阶段约束.

3 供应链协同调度模型求解设计

3.1 模型重构

针对本研究问题的特点,考虑采用行列生成算法 (column-and-constraint generation algorithm, C&CG)^[41],对交货期不确定性供应链协同调度模型进行求解. C&CG 算法主要思想是当不确定集合非常大时,枚举所有可能的不确定场景是不可行的,因此首先选取一个不确定场景的子集,通过不断增加子集中的不确定场景来增强下界,最后获得最优解. C&CG 算法需要知道所有可能的最坏场景,对此有以下引理.

引理1 第二阶段 max-min 问题(25)的任意最优解满足 $d_k = d_k^-$ 或 $d_k = d_k^+$, $\forall k \in K$.

证明 目标函数(25)对与交货期 d_k 是可分的,且包含 d_k 的每一项是 d_k 的凸函数,因此目标函数(25)的最大值一定在 d_k 的端点处取得.

根据引理1可知最差场景只可能出现在超立方体集合 \mathbf{D} 的顶点,将 \mathbf{D} 的顶点记为 $\{d^1, \dots, d^r\}$,其中 $r=2^{n_K}$,并将各顶点所对应的第二阶段决策变量记为 $\{X^1, \dots, X^r\}$. 对式(26)进行重新构建如下

$$\begin{aligned} & \min_Y \sum_{k \in K} \sum_{m \in M_k} \beta_{km} (a_m Q_k + b_m) - h_k Q_k \times \\ & \left(\beta_{km} Q_k t_m + \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} t_{mm'} \right) + \varphi \end{aligned} \quad (27)$$

s. t. 式(2) ~ 式(8)

$$\begin{aligned} & t_{km}^{el} + t_{mm'} + t_{m'} Q_k \leq t_{km'}^{el} + G(1 - \delta_{kmm'}^l) \\ & \forall k \in K, m, m' \in M_k, l = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (28)$$

$$t_k^{sl} = \sum_{m \in M_k^s} \beta_{km} t_{km}^{el} \quad \forall k \in K, l = 1, \dots, r \quad (29)$$

$$t_k^{el} = \sum_{m \in M_k^e} \beta_{km} t_{km}^{el} \quad \forall k \in K, l = 1, \dots, r \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & t_{km}^{el} + Q_k t_m \leq t_{k'm}^{sl} + G(1 - \gamma_{kk'm}) + \\ & G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \\ & \forall k, k' \in K, m \in M_k, l = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & t_{k'm}^{sl} + Q_{k'} t_m \leq t_{km}^{sl} + G\gamma_{kk'm} + \\ & G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \\ & \forall k, k' \in K, m \in M_k, l = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & t_{km}^{el} - t_{km}^{sl} = \beta_{km} Q_k t_m \\ & \forall k \in K, m \in M_k, l = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \varphi \geq \sum_{k \in K} \alpha_k^l Q_k (h_k + p_k) (t_k^{el} - d_k^l) + \\ & h_k Q_k (d_k^l - t_k^{sl}) \quad l = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (34)$$

经过上述处理,将两阶段鲁棒优化模型转换为一个等价的混合整数模型,使得鲁棒优化模型可求解. 然而,当不确定场景过多时,该模型规模较大,求解仍然存在难度. 因此采用 C&CG 算法来提高求解效率.

3.2 算法描述

C&CG 算法主要以主问题 MP 和子问题 SP 交互求解的形式实现,具体过程如下.

步骤1 $LB = -\infty, UB = +\infty, v = 1$,

$$O = \{d_k^{l*}\}$$

步骤2 求解如下主问题 MP.

$$\begin{aligned} & \min_Y \sum_{k \in K} \sum_{m \in M_k} \beta_{km} (a_m Q_k + b_m) - \\ & h_k Q_k (\beta_{km} Q_k t_m + \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'} t_{mm'}) + \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{s. t. 式(2) ~ 式(8)} \\ & t_{km}^{el} + t_{mm'} + t_{m'} Q_k \leq t_{km'}^{el} + \\ & G(1 - \delta_{kmm'}) \quad \forall k \in K, m, m' \in M_k, l \leq v \end{aligned} \quad (35)$$

$$t_k^{sl} = \sum_{m \in M_k^s} \beta_{km} t_{km}^{el} \quad \forall k \in K, l \leq v \quad (36)$$

$$t_k^{el} = \sum_{m \in M_k^e} \beta_{km} t_{km}^{el} \quad \forall k \in K, l \leq v \quad (37)$$

$$t_{km}^{sl} + Q_k t_m \leq t_{km}^{sl} + G(1 - \gamma_{kk'm}) + G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \\ \forall k, k' \in K, m \in M_k, l \leq v \quad (38)$$

$$t_{km}^{sl} + Q_{k'} t_m \leq t_{km}^{sl} + G \gamma_{kk'm} + G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \\ \forall k, k' \in K, m \in M_k, l \leq v \quad (39)$$

$$t_{km}^{el} - t_{km}^{sl} = \beta_{km} Q_k t_m \\ \forall k \in K, m \in M_k, l \leq v \quad (40)$$

$$\varphi \geq \sum_{k \in K} \alpha_k^l Q_k (h_k + p_k) (t_k^{el} - d_k^{l*}) + \\ h_k Q_k (d_k^{l*} - t_k^{sl}) \quad \forall l \in O \quad (41)$$

得到最优解 $(Y^{v+1*}, \varphi^{v+1*}, X^{1*}, \dots, X^{v*})$ 并更新 LB

$$LB = \sum_{k \in K} \sum_{m \in M_k} \beta_{km}^{v+1*} (a_m Q_k + b_m) - \\ h_k Q_k (\beta_{km}^{v+1*} Q_k t_m + \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'}^{v+1*} t_{mm'}) + \varphi^{v+1*}$$

步骤3 求解如下子问题 SP, 得到解 X^{v+1} 以及最优交货期场景 d_k^{v+1*} , 并更新 UB

$$SP \quad \vartheta(Y) = \max_{d \in D} \min_X \sum_{k \in K} \alpha_k Q_k (h_k + p_k) \times \\ (t_k^e - d_k) + h_k Q_k (d_k - t_k^s): 式(9) \sim 式(14)$$

$$UB = \min \left\{ UB, \sum_{k \in K} \sum_{m \in M_k} \beta_{km}^{v+1*} (a_m Q_k + b_m) - \\ h_k Q_k \left(\beta_{km}^{v+1*} Q_k t_m + \sum_{m' \in M_k} \delta_{kmm'}^{v+1*} t_{mm'} \right) + \right. \\ \left. \vartheta(Y^{v+1*}) \right\}$$

步骤4 如果 $UB - LB \leq \theta$ (本研究 θ 设置为 10^6), 则算法停止; 否则, 增加变量 X^{v+1} 及相应的 d_k^{v+1*} , 并添加以下约束到主问题 MP 中

$$t_{km}^{ev+1} + t_{mm'} + t_{m'} Q_k \leq t_{km'}^{ev+1} + G(1 - \delta_{kmm'}) \\ \forall k \in K, m, m' \in M_k \quad (42)$$

$$t_k^{sv+1} = \sum_{m \in M_k} \beta_{km} t_{km}^{sv+1} \quad \forall k \in K \quad (43)$$

$$t_k^{ev+1} = \sum_{m \in M_k} \beta_{km} t_{km}^{ev+1} \quad \forall k \in K \quad (44)$$

$$t_{km}^{sv+1} + Q_k t_m \leq t_{km'}^{sv+1} + G(1 - \gamma_{kk'm}) + \\ G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \\ \forall k, k' \in K, m \in M_k \quad (45)$$

$$t_{km'}^{sv+1} + Q_k t_m \leq t_{km}^{sv+1} + G \gamma_{kk'm} + G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm}) \\ \forall k, k' \in K, m \in M_k \quad (46)$$

$$t_{km}^{ev+1} - t_{km'}^{sv+1} = \beta_{km} Q_k t_m \\ \forall k \in K, m \in M_k \quad (47)$$

$$\varphi \geq \sum_{k \in K} \alpha_k^{v+1} Q_k (t_k + p_k) (t_k^{ev+1} - d_k^{v+1*}) +$$

$$h_k Q_k (d_k^{v+1*} - t_k^{sv+1}) \quad (48)$$

更新 $v \leftarrow v + 1, O \leftarrow O \cup v + 1$, 返回步骤 2.

3.3 子问题 SP 求解

根据式(26), 第二阶段目标函数为 $\sum_{k \in K} \alpha_k Q_k (h_k + p_k) (t_k^e - d_k) + h_k Q_k (d_k - t_k^s)$, 其等价形式如下所示

$$\sum_{k \in K} \max \left\{ \begin{array}{l} h_k Q_k (d_k - t_k^s), h_k Q_k (t_k^e - t_k^s) \\ h_k Q_k (t_k^e - d_k) \end{array} \right\} \quad (49)$$

因此, 第二阶段子问题可表达成

$$\max_{d_k \in D} \min_X \sum_{k \in K} z_k \quad (50)$$

s. t. 式(9) ~ 式(13)

$$h_k Q_k (d_k - t_k^s) \leq z_k, k \in K \quad (51)$$

$$h_k Q_k (t_k^e - t_k^s) + p_k Q_k (t_k^e - d_k) \leq z_k, \\ k \in K \quad (52)$$

通过对(50) 中内层最小化问题做对偶处理, 令 $\pi = (\pi_{kmm'}^1, \pi_k^2, \pi_k^3, \pi_{kk'm}^4, \pi_{kk'm}^5, \pi_k^6, \pi_k^7, \pi_{km}^8)$ 为对偶变量, 可将问题(50) 转化为

$$\max_{\pi, d_k} \sum_{k \in K} \left(\sum_{m \in M} \left(\sum_{m' \in M} \left[\frac{t_m Q_k + t_{mm'}}{G(1 - \delta_{kmm'})} \right] \pi_{kmm'}^1 \right) + \right. \\ \left. \sum_{k' \in K} \left(\sum_{m \in M} \left[\frac{Q_k t_m - G(1 - \gamma_{kk'm})}{G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm})} \right] \pi_{kk'm}^4 \right) + \right. \\ \left. \sum_{k' \in K} \left(\sum_{m \in M} \left[\frac{Q_k t_m - G \gamma_{kk'm}}{G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm})} \right] \pi_{kk'm}^5 \right) + \right. \\ h_k Q_k d_k \pi_k^6 - p_k Q_k d_k \pi_k^7 + \\ \left. \sum_{m \in M} (\beta_{km} Q_k t_m \pi_{km}^8) \right) \quad (53)$$

s. t.

$$\sum_{m \in M} (\pi_{km'm}^1 - \pi_{kmm'}^1) + \pi_{km}^8 \leq 0, \\ \forall k \in K, m \in M_k \setminus M_k^e \quad (54)$$

$$\sum_{m \in M} (\pi_{km'm}^1 - \pi_{kmm'}^1) + \pi_{km}^8 - \beta_{km} \pi_k^3 \leq 0, \\ \forall k \in K, m \in M_k^e \quad (55)$$

$$\sum_{k' \in K} (\pi_{k'km}^4 - \pi_{kk'm}^4 - \pi_{k'km}^5 + \pi_{kk'm}^5) - \pi_{km}^8 \leq 0, \\ \forall k \in K, m \in M_k \setminus M_k^s \quad (56)$$

$$\sum_{k' \in K} (\pi_{k'km}^4 - \pi_{kk'm}^4 - \pi_{k'km}^5 + \pi_{kk'm}^5) - \\ \pi_{km}^8 - \beta_{km} \pi_k^2 \leq 0, \quad \forall k \in K, m \in M_k^s \quad (57)$$

$$\pi_k^2 + h_k Q_k (\pi_k^6 + \pi_k^7) \leq 0, \quad \forall k \in K \quad (58)$$

$$\pi_k^3 - (p_k + h_k) Q_k \pi_k^7 \leq 0, \quad \forall k \in K \quad (59)$$

$$\pi_k^6 + \pi_k^7 \leq 1, \forall k \in K \quad (60)$$

$$\pi_{kmm'}^1, \pi_{kk'm}^4, \pi_{kk'm}^5, \pi_k^6, \\ \pi_k^7 \geq 0 \quad \forall k, k' \in K, m, m' \in M_k \quad (61)$$

根据引理 1 可知鲁棒调度决策模型在最坏情景下, 订单的交货期必然为其取值范围的一个端点. 因此, 引入一个二元辅助变量 τ_k , 定义当 $d_k = d_k^-$ 时, $\tau_k = 0$; 当 $d_k = d_k^+$ 时, $\tau_k = 1$, 处理式(53) 中非线性部分. 因此, 式(53) 可以改写为

$$\begin{aligned} \max_{\pi, \tau_k \in [0,1], \forall k \in K} & \sum_{k \in K} \left(\sum_{m \in M} \left(\sum_{m' \in M} [t_m Q_k + t_{mm'} - \right. \right. \\ & G(1 - \delta_{kmm'})] \pi_{kmm'}^1 \right) + \\ & \sum_{k' \in K} \left(\sum_{m \in M} \left[\frac{Q_k t_m - G(1 - \gamma_{kk'm})}{G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm})} \right] \pi_{kk'm}^4 \right) + \\ & \sum_{k' \in K} \left(\sum_{m \in M} \left[\frac{Q_{k'} t_m - G \gamma_{kk'm}}{G(2 - \beta_{km} - \beta_{k'm})} \right] \pi_{kk'm}^5 \right) + \\ & h_k Q_k (d_k^- + (d_k^+ - d_k^-) \tau_k) \pi_k^6 - p_k Q_k \times \\ & (d_k^- + (d_k^+ - d_k^-) \tau_k) \pi_k^7 + \sum_{m \in M} \beta_{km} Q_k t_m \pi_{km}^B \right) \quad (62) \end{aligned}$$

经过上述处理之后, 子问题可以使用 CPLEX 等商业求解器直接进行求解.

4 算例分析

4.1 算例描述及参数设计

为验证两阶段鲁棒优化模型的合理性以及算法的有效性, 本研究设计并进行算例仿真实验. 本研究设计一种平衡型供应链协同生产网络(如图 2, 即每种外协工序均有相同数量的协同生产企业可供选择). 考虑交货期不确定 5 个订单, 每个订单包含 4 个参数, 分别为订单工件数量(Q_k)、订单库存成本系数(h_k)、延期成本系数(p_k)、订单交货期的取值区间($[d_k^-, d_k^+]$), 具体数据如表 1 所示.

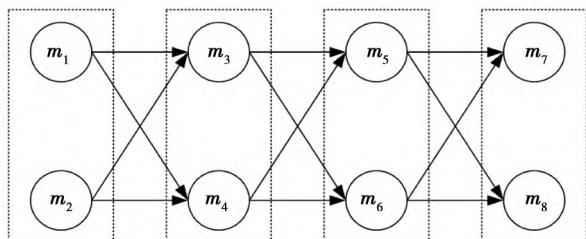


图 2 平衡型供应链协同生产网络

Fig. 2 Balanced supply chain collaborative production network

表 1 订单参数

Table 1 Order parameters

订单	Q_k	h_k	p_k	$[d_k^-, d_k^+]$
1	350	0.003	4.05	[80, 100]
2	300	0.003	3.90	[75, 100]
3	300	0.002	3.60	[70, 105]
4	200	0.003	4.00	[60, 80]
5	250	0.004	3.50	[90, 120]

假设供应链协同生产网络中共有位于不同区域的 8 家协同生产企业, 其参数包括单件产品生产时间(t_m), 单位可变生产成本(a_{km}) 和启动协同生产企业的固定成本(b_m), 具体数据如表 2 所示, 协同生产企业间的运输时间($t_{mm'}$) 如表 3 所示.

表 2 各协同企业相关参数

Table 2 Parameters related to each collaborative enterprise

协同企业	t_m	a_m	b_m
1	0.04	0.02	1.5
2	0.02	0.01	1.0
3	0.04	0.02	1.5
4	0.02	0.01	1.1
5	0.03	0.02	1.0
6	0.02	0.03	1.7
7	0.03	0.02	1.0
8	0.02	0.03	1.7

表 3 协同生产企业间运输时间

Table 3 Transportation time between collaborative production enterprises

m	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	8	3	8	4	8	3	7
2	8	0	7	4	5	3	4	6
3	3	7	0	4	6	4	3	7
4	8	4	4	0	8	5	9	8
5	4	5	6	8	0	8	3	7
6	8	3	4	5	8	0	8	9
7	3	4	3	9	3	8	0	2
8	7	6	7	8	7	9	2	0

4.2 两阶段算法仿真结果分析

对上述经过处理的 MP 和 SP 模型进行迭代求解, 使用 Python 编写程序框架, 并调用 CPLEX 求解器求解, 分别对不同规模订单的情况进行仿真实验. 仿真结果包括不确定区间不同比例变化下模型目标函数总成本表现, 具体如表 4 所示: 由表 4 数据可知, 在规定的仿真时间内(2 小时), 订单交货期不确定的情况下, 两阶段供应链协同鲁棒调度优化模型在经过 C&CG 算法处理后, 可以求解出 5 个订单以内的最优协同生产鲁棒调度方案, 表明本研究所建立的两阶段鲁棒优化模型能

够正确描述供应链协同生产调度的实际问题,具有合理性。

同时,仿真结果表明3个订单情况下,不确定区间增大20%时,成本目标函数增幅为3.1%,不确定区间增大100%情况下,成本增幅也仅仅是15.6%;5个订单情况下,不确定区间增大20%时,成本增幅为6.39%,不确定区间增大100%情况下,成本增幅为59.7%左右,说明成本对于不确定区间变化敏感性随着订单数量增大而增大。

表4 不同不确定交货期区间下的最优目标值

Table 4 Optimal objective value under different uncertain delivery intervals

订单 数目	成本目标函数			
	原区间	区间 增大20%	区间 增大60%	区间 增大100%
3	105.60	108.9	115.5	122.1
4	135.80	141.8	153.7	165.7
5	166.75	177.4	201.1	226.3

4.3 与单阶段鲁棒模型结果比较

为比较两阶段模型和单阶段模型各自最优鲁棒解下的成本表现,本研究根据库存成本和延期成本的性质,构建如下的单阶段鲁棒模型如下

$$\min_{Y,X} \max_{d \in D} \sum_{k \in K} \left[C_k^w(Q_k, w_k) + \alpha_k C_k^d(Q_k, d_k) + (1 - \alpha_k) C_k^s(Q_k, s_k) + \sum_{m \in M_k} \beta_{km} C_{km}^p(Q_k) \right] \quad (63)$$

s. t. 式(2) ~ 式(17)

代入式(18) ~ 式(24)到目标函数并根据二元变量 α_k 的定义可将此min-max问题写成

$$\min_{Y,X} \sum_{k \in K} \left\{ z_k + \sum_{m \in M_k} \left[\beta_{km} (a_m Q_k + b_m) - h_k Q_k (\beta_{km} Q_k t_m + \sum_{m' \in M_k} \delta_{km'm'} t_{mm'}) \right] \right\} \quad (64)$$

s. t. 式(2) ~ 式(15)

$$z_k \geq h_k Q_k (d_k^+ - t_k^s) \quad (65)$$

$$z_k \geq h_k Q_k (t_k^e - t_k^s) + p_k Q_k (t_k^e - d_k^-) \quad (66)$$

对上述单阶段鲁棒优化模型可直接采用CPLEX求解,将两阶段C&CG算法下最优鲁棒最优成本与单阶段鲁棒最优成本进行了比较(如表5所示)。从仿真结果可知单阶段鲁棒模型的最优目标值差于两阶段鲁棒模型的最优目标值(5个订单目标值偏差达到36%),验证了两阶段鲁棒

调度模型计算的正确性。

4.4 不同交货期实现场景下各调度方案成本比较

为了进一步验证两阶段鲁棒调度策略的有效性,对于5个订单设计一系列不同交货期场景并相应计算策略的实际成本。假设每个订单的真实交货期可靠近左右区间端点或区间中点,且各订单的交货期相互独立,则共有 $3^5 = 243$ 种可能的真实交货期实现场景。图3中对比了这243种场景下以下四种调度方案的实际成本:单阶段鲁棒调度方案、两阶段鲁棒调度方案、事后最优调度方案(即假设真实交货期已知的最优调度方案)、以及基于单阶段鲁棒指派和排序解的两阶段调度方案(即在单阶段鲁棒模型解出的指派和排序解的基础上根据不确定交货期实现后再优化具体加工时间)。为了方便比较,图3中还标出了各个方案在假设各场景等概率下的成本均值和方差值。

表5 与单阶段鲁棒最优解结果对比

Table 5 Comparison with single-stage robust optimal solution results

订单数量	两阶段目标值 (P2)	单阶段目标值 (P1)	偏差 ($\frac{P1 - P2}{P2}$)
3	105.60	146.06	38.31%
4	135.80	157.88	16.26%
5	166.75	227.81	36.62%

从结果可以发现在各种真实交货期的情况下,两阶段鲁棒调度策略产生的实际成本及其波动性(各场景平均成本141.38,方差116.75)明显优于单阶段鲁棒调度方案(各场景平均成本198.91,方差199.61),且成本均值比事后最优调度方案(各场景平均成本117.34)只高了20.48%(此结果也表明两阶段鲁棒调度方案成本与已知交货期分布信息下的两阶段随机优化成本的平均差距肯定小于20.48%)。图3中可见有不少场景下两阶段鲁棒调度方案的成本和事后最优调度方案十分难接近甚至相等,体现了两阶段鲁棒模型的优势。通过定位图3中灰色实线和黑色实线的最高点,可知单阶段鲁棒方案的目标函数值227.81和两阶段鲁棒方案的目标函数值166.75分别在第122个交货期场景(100,100,105,80和120)和第118个交货期场景(5个订单交货点分别为100,100,105,60和90)下获得,该结果和表4中5个订单的计算结果相符,验证了模型求解的正确性。

图 3 体现出基于单阶段鲁棒指派和排序解的两阶段调度方案和精确求解的两阶段鲁棒调度方案在各场景下的平均成本虽然比较接近(141.16

和 141.38),但是前者的调度方案的成本在各场景下明显波动更大,方差值比后者的调度方案高 64%(191.36 和 116.84).

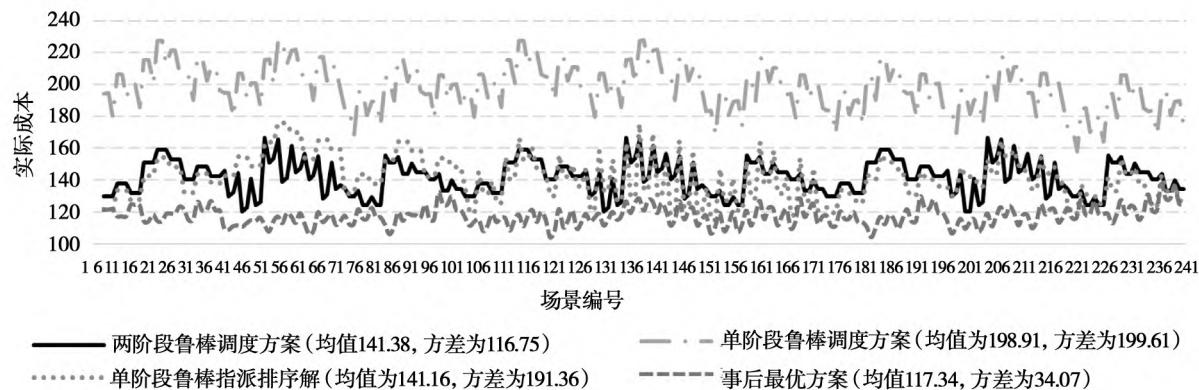


图 3 不同交货期实现场景下各调度方案的实际成本

Fig. 3 Actual cost of each scheduling solution for different lead time realization scenarios

因此,在系统输入参数变化的情况下,两阶段调度方案表现更为稳定,即更加鲁棒,这进一步体现了本研究所提出的两阶段调度决策模型的价值.

从表 6 中还可见,单阶段和两阶段鲁棒决策下订单 2 ~ 订单 4 都选择了同样的协同生产企业路径 $m_2 \rightarrow m_4 \rightarrow m_5 \rightarrow m_7$, 表明目前算例参数情况下调度方案更倾向于将订单指派到启动成本更低的企业. 这是由于目前的参数情况下,鲁棒最优目标函数中最差场景产生的主要是库存成本,而不是延期成本,表明生产调度时间足够,主导指派决策的主要是生产成本. 但是随着订单数量增加或交货期更紧凑时,在交货期压力下不同订单必定会被指派到不同企业以避免过大的延期成本.

表 6 两阶段与单阶段鲁棒最优指派及排序方案对比

Table 6 Comparison of two-stage and single-stage robust optimal assignment and ranking schemes

协同企业 序号	订单在协同企业排序	
	两阶段鲁棒解	单阶段鲁棒解
1	1	-
2	3,4,2,5	4,3,2,1,5
3	1	-
4	3,4,2,5	4,3,2,1,5
5	3,4,2,5	4,3,2,5
6	1	1
7	3,4,2,5	4,3,2,5
8	1	1

4.5 调度方案对交货期区间估计误差的敏感性分析

在现实中,真实交货期有时甚至会落在预估

或初期约定的范围之外,这对调度决策带了进一步的挑战. 因此,为了比较分析不同调度策略对交货期区间估计误差的敏感度,对于 5 个交货期可能超出预估范围的不确定订单设计一系列不同交货期场景进行模拟,并相应计算各种调度策略的实际成本. 分别模拟实际可能的交货期区间相较预估区间增大 20%、减小 20%、增大 40%、减小 40% 以及原预估区间不变这五种情况,并假设每个订单的真实交货期可靠近真实区间的左右端点或区间中点,且各订单的交货期相互独立,则共有 $5 \times (3^5) = 1215$ 种可能的真实交货期实现场景,在每种真实交货期实现场景下计算基于预估交货期区间的静态鲁棒调度方案及两阶段鲁棒调度方案的实际成本. 结果如表 7 所示. 从结果可以得出,在真实区间较预估区间增大 20% / 40% 及减小 20% / 40% 这四种情况下,两阶段鲁棒调度策略的实际成本均明显低于静态鲁棒调度方案. 特别地,在真实区间比预估区间增大 40% 时,两种调度策略的真实成本差距最大(此时两阶段鲁棒策略的平均成本为 157.49, 单阶段策略的平均成本为 3 648.36). 同时,从表 7 中可以发现随着真实区间与预估区间的偏差增大,两种调度策略的真实成本均会增加,这种成本增加的趋势在单阶段鲁棒调度策略上表现的更为明显(例如区间偏差 20% 时平均成本变为原区间成本的 5.25 倍),这是由于订单的延迟成本较高(见表 1),一旦有交货区间估计偏小,单阶段策略无法避免订单的

延迟,造成成本的剧烈增加。当延迟交货惩罚系数缩小为原来的10%,此时在真实区间与预估区间分别相差20%和40%的情况下,静态调度策略的平均成本分别为原预估区间平均成本的55.23%及181.99%,与原惩罚参数的不同真实场景下的平

均成本偏差有明显减小,而当惩罚系数缩小时,两阶段鲁棒策略的平均成本却没有明显。因此,在订单惩罚系数较大的情况下,单阶段鲁棒调度策略由于无法在不确定性实现后做出调整,无法有效应对交货区间估计偏小的情形,导致巨大的延期惩罚成本。

表7 两阶段与单阶段鲁棒方案在不同交货期区间偏差场景下的成本

Table 7 Costs of two-stage versus single-stage robust schemes for different delivery interval deviation scenarios

场景	真实区间较 预估区间偏差	-40%	-20%	0	20%	40%
单阶段鲁棒调度 策略实际成本	最大成本	222.53	233.18	244.11	3 358.12	10 531.39
	平均成本	190.53	190.27	198.57	1 242.52	3 648.36
	最小成本	158.63	147.98	150.54	152.78	169.58
	平均成本偏差	-4.05%	-4.18%	0.00%	525.72%	1 737.27%
两阶段鲁棒调度 策略实际成本	最大成本	150.25	155.70	166.75	177.40	189.25
	平均成本	137.56	139.71	141.38	152.01	157.49
	最小成本	124.60	123.10	120.40	129.10	128.20
	平均成本偏差	-2.71%	-1.18%	0.00%	7.52%	11.39%

从表7中可见,两阶段鲁棒策略在不同真实交货期区间偏差下的真实成本分布则更为稳定,对于区间不确定的敏感度远低于静态鲁棒调度策略,这是因为即使预估区间在第一阶段决策中存在一定的误差,在第二阶段决策过程中仍有机会进行修正。因此,两阶段鲁棒调度策略对交货区间估计误差的敏感度远低于静态鲁棒调度策略,从而降低了对于精确评估或约束客户不确定交货期范围的要求,在成本可控情况下进一步提高了供应链的柔性。

5 结束语

本研究研究了多个位于不同区域的协同生产企业间的供应链协同调度问题。考虑不同协同生产企业具有核心制造商所需的不同外协工序生产能力,由此带来了客户订单选择协同生产企业决策、订单排序决策以及在各协同生产企业开始生产时间决策。本研究主要贡献在于:首先,从供应链网络的角度对企业间的协同运作进行了描述,并从客户需求的视角考虑给予客户柔性交货期权利,在此基础上构建了盒子不确定集对交货期进行刻画。其次,考虑生产过程需要提前准备原料的现实需求,采用两阶段鲁棒优化方法对供应链协同调度进行模型构建降低保守性,并基于C&CG算法框架以及通过对偶处理及准时交货问题的凸

函数性质分析,对主问题和子问题交互进行精确求解。本研究还分析了交货期允许范围变化及真实交货期和预估范围的偏离对成本造成的影响,以此帮助协同企业做出更合理的交货期区间合约决策,同时进一步验证两阶段鲁棒决策对于提高系统柔性的作用。

论文算例仿真结果表明,C&CG算法在规定时间内可以精确求解5个订单在8个协同企业网络中的调度问题。且所建两阶段鲁棒模型表现优于单阶段鲁棒模型结果,显著改善了保守性。同时,在不同真实交货期情况下,平均实际成本仅比理论事后最优方案下的成本高20%。此外,算例分析也说明两阶段鲁棒模型指派和排序决策相较于单阶段鲁棒模型的指派和排序决策在不确定交货期实现后可得到的最优成本波动显著更小,虽然两者的平均成本相近。同时,通过分析调度方案在实际不确定交货区间与预估值存在偏差情况下的实际成本表现,从另一个角度验证了两阶段决策的优势。本研究模型也可拓展到多种产品订单的合并决策考虑,因为协同企业通常会考虑同类型订单在其生产时的合并决策,这种决策需要企业知道指派到协同企业的订单和订单的生产顺序,其合并的利处在于可以减少生产启动成本,但也可能会产生延期成本的增加,需要协同企业进行权衡。

本研究虽然做了一些关于柔性交货时间需求

下供应链协同鲁棒调度优化方面的有益成果,但目前研究还存在一些不足,可进一步做几方面的工作. 其一为模型层面本研究属于供应链协同调度,而事实上协同调度需要很多技术、规则以及合同等保障才能得以有效实施,现实中更多的是分散式调度,因此可以采用分布式调度优化技术考

虑外协企业间的协调沟通; 其二为不确定层面可以考虑采用模糊集去刻画不确定性, 并采用分布式鲁棒优化技术处理; 此外, 由于高端装备产品一般需求量不会很大, 本研究并未注重算法效率, 未来可以针对一般性产品考虑设计高效的启发式求解策略来处理大规模问题以及在线动态问题.

参 考 文 献:

- [1] Vilko J, Ritala P, Edelmann J. On uncertainty in supply chain risk management[J]. The International Journal of Logistics Management, 2014, 25(1): 3–19.
- [2] Davis T. Effective supply chain management[J]. Sloan Manage Review, 1993, 34(4): 35–46.
- [3] Peidro D, Mula J, Poler R, et al. Quantitative models for supply chain planning under uncertainty: A review[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 43(3–4): 400–420.
- [4] Ho C J. Evaluating the impact of operating environments on MRP system nervousness[J]. International Journal of Production Research, 1989, 27(7): 1115–1135.
- [5] Chen F, Dreznar Z, Ryan J K, et al. Quantifying the bullwhip effect in a simple supply chain: The impact of forecasting, lead times, and information[J]. Management Science, 2000, 46(3): 436–443.
- [6] Simangunsong E, Hendry L C, Stevenson M. Supply-chain uncertainty: A review and theoretical foundation for future research[J]. International Journal of Production Research, 2012, 50(16): 4493–4523.
- [7] 吴功兴, 孙兆洋, 瑞春华. 考虑中断风险与模糊定价的闭环供应链网络设计模型[J]. 计算机科学, 2022, 49(7): 220–225.
Wu Gongxing, Sun Zhaoyang, Ju Chunhua. Design model of closed-loop supply chain network considering disruption risk and fuzzy pricing[J]. Computer Science, 2022, 49(7): 220–225. (in Chinese)
- [8] 王能民, 高丹丹, 高杰. 双渠道供应链中的牛鞭效应分析[J]. 管理科学学报, 2021, 24(7): 66–75.
Wang Nengmin, Gao Dandan, Gao Jie. Bullwhip effect analysis in dual-channel supply chain[J]. Journal of Management Sciences in China, 2021, 24 (7): 66–75. (in Chinese)
- [9] Kungwalsong K, Cheng C Y, Yuangyai C, et al. Two-stage stochastic program for supply chain network design under facility disruptions[J]. Sustainability, 2021, 13(5): 2596.
- [10] 董海, 高秀秀, 魏铭琦. 基于动态自适应布谷鸟搜索算法的多目标闭环供应链网络优化[J]. 系统工程, 2020, 38(4): 46–58.
Dong Hai, Gao Xiuxiu, Wei Mingqi. Multi-objective closed-loop supply chain network optimization based on dynamic adaptive cuckoo search algorithm[J]. Systems Engineering, 2020, 38(4): 46–58. (in Chinese)
- [11] Hashemi-Amiri O, Ghorbani F, Ji R. Integrated supplier selection, scheduling, and routing problem for perishable product supply chain: A distributionally robust approach[J]. Computers & Industrial Engineering, 2023, 175: 108845.
- [12] Govindan K, Fattah M, Keyvanshokooh E. Supply chain network design under uncertainty: A comprehensive review and future research directions[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 263(1): 108–141.
- [13] Hall N G, Potts C N. Supply chain scheduling: Batching and delivery[J]. Operations Research, 2003, 51(4): 566–584.
- [14] 裴军, 刘心报, 范雯娟, 等. 基于生产与运输集成的供应链调度优化问题[J]. 中国管理科学, 2012, 20(S2): 586–593.
Pei Jun, Liu Xinbao, Fan Wenjuan, et al. Supply chain scheduling optimization problem based on production and transportation integration[J]. China Management Science, 2012, 20(S2): 586–593. (in Chinese)
- [15] Liu X, Chung T P. An outsourcing-scheduling problem in a two-stage supply chain via improved immunoglobulin-based artificial immune system[J]. Computers & Industrial Engineering, 2017, 113: 819–830.
- [16] Yilmaz O F, Pardalos P M. Minimizing average lead time for the coordinated scheduling problem in a two-stage supply chain with multiple customers and multiple manufacturers[J]. Computers & Industrial Engineering, 2017, 114: 244–257.
- [17] 刘春来. 加工时间不确定环境下考虑订单外包的供应链调度问题[J]. 系统工程, 2018, 36(12): 75–82.
Liu Chunlai. Considering the supply chain scheduling problem of order outsourcing under the environment of uncertain processing time[J]. Systems Engineering, 2018, 36(12): 75–82. (in Chinese)
- [18] Kisomi M S, Solimanpur M, Doniavi A. An integrated supply chain configuration model and procurement management un-

- der uncertainty: A set-based robust optimization methodology[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(17–18): 7928–7947.
- [19] Hu Z, Hu G. Hybrid stochastic and robust optimization model for lot-sizing and scheduling problems under uncertainties [J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 284(2): 485–497.
- [20] Babagolzadeh M, Shrestha A, Abbasi B, et al. Sustainable cold supply chain management under demand uncertainty and carbon tax regulation[J]. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 2020, 80: 102245.
- [21] Wang J, Du H, Xing J, et al. Novelenergy and maintenance aware collaborative scheduling for a hybrid flow shop based on dual memetic algorithms[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(4): 5613–5620.
- [22] 蔡建湖, 贾利爽, 周 青, 等. 考虑均值-方差风险量化的 VMI 供应链协调模型[J]. 管理科学学报, 2023, 26(3): 20–43.
Cai Jianhu, Jia Lishuang, Zhou Qing, et al. VMI supply chain coordination model considering mean-variance risk quantification[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2023, 26(3): 20–43. (in Chinese)
- [23] Jamrus T, Wang H K, Chien C F. Dynamic coordinated scheduling for supply chain under uncertain production time to empower smart production for Industry 3.5[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2020, 142: 106375.
- [24] Difrancesco R M, Meena P L, Tibrewala R. Buyback and risk sharing contracts to mitigate the supply and demand disruption risks [J]. *European Journal of Industrial Engineering*, 2020, 15(1): 550–581.
- [25] 丁 珊, 万国华. 企业生产计划与调度的实践研究述评——社会技术系统视角[J]. 管理科学学报, 2020, 23(12): 110–123.
Ding Jia, Wan Guohua. A literature review of practical research on enterprise production planning and scheduling: A socio-technical system perspective[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2020, 23(12): 110–123. (in Chinese)
- [26] Demirli K, Yimer A D. Fuzzy scheduling of a build-to-order supply chain[J]. *International Journal of Production Research*, 2008, 46(14): 3931–3958.
- [27] Peidro D, Mula J, Poler R, et al. Fuzzy optimization for supply chain planning under supply, demand and process uncertainties[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2009, 160(18): 2640–2657.
- [28] 王墨竹, 姚建明. 考虑资源动态改造的 O2O 社区医疗平台供应链调度优化[J]. 运筹与管理, 2024, 33(10): 8–14.
Wang Mozhu, Yao Jianming. Supply chain scheduling optimization of O2O community medical platform considering resource dynamic transformation[J]. *Operations Research and Management*, 2024, 33(10): 8–14. (in Chinese)
- [29] Fan Y J, Schwartz F, Voss S, et al. Stochastic programming for flexible global supply chain planning[J]. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 2017, 29(3–4): 601–633.
- [30] Bonfill A, Espuña A, Puigjaner L. Proactive approach to address the uncertainty in short-term scheduling[J]. *Computers & Chemical Engineering*, 2008, 32(8): 1689–1706.
- [31] Sawik T. Integrated selection of suppliers and scheduling of customer orders in the presence of supply chain disruption risks [J]. *International Journal of Production Research*, 2013, 51(23–24): 7006–7022.
- [32] Kenan N, Diabat A. The supply chain of blood products in the wake of the COVID-19 pandemic: Appointment scheduling and other restrictions[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2022, 159: 102576.
- [33] Song M, Yuan S, Bo H, et al. Robust optimization model of anti-epidemic supply chain under technological innovation: Learning from COVID-19[J]. *Annals of Operations Research*, 2024, 335(3): 1331–1361.
- [34] Lalmazloumian M, Wong K Y, Govindan K, et al. A robust optimization model for agile and build-to-order supply chain planning under uncertainties[J]. *Annals of Operations Research*, 2016, 240(2): 435–470.
- [35] Ben-Tal A, Goryashko A, Guslitzer E, et al. Adjustable robust solutions of uncertain linear programs[J]. *Mathematical Programming*, 2004, 99: 351–376.
- [36] Bold M, Goerigk M. A compact reformulation of the two-stage robust resource-constrained project scheduling problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2021, 130: 105232.
- [37] Jiang J, Chen Z P. Regularized methods for a two-stage robust production planning problem and its sample average approximation[J]. *Journal of the Operations Research Society of China*, 2023: 1–31.
- [38] Tang L, Han H Y, Tan Z, et al. Centralized collaborative production scheduling with evaluation of a practical order-merging strategy[J]. *International Journal of Production Research*, 2023, 61(1): 282–301.
- [39] 孟磊磊. 面向高效节能的柔性作业车间调度问题建模与优化[D]. 武汉: 华中科技大学, 2020.
Meng Leilei. Modeling and Optimization of Flexible Job Shop Scheduling Problem for High Efficiency and Energy Saving [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2022. (in Chinese)
- [40] Ahmadian M M, Salehipour A, Cheng T C E. A meta-heuristic to solve the just-in-time job-shop scheduling problem[J].

- European Journal of Operational Research, 2021, 288(1) : 14 – 29.
- [41] Emmons H, Pinedo M. Scheduling stochastic jobs with due dates on parallel machines [J]. European Journal of Operational Research, 1990, 47(1) : 49 – 55.
- [42] Ebrahimi M, Ghomi S M T F, Karimi B. Hybrid flow shop scheduling with sequence dependent family setup time and uncertain due dates [J]. Applied Mathematical Modelling, 2014, 38(9 – 10) : 2490 – 2504.
- [43] Elyasi A, Salmasi N. Stochastic flow-shop scheduling with minimizing the expected number of tardy jobs [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 66(1 – 4) : 337 – 346.
- [44] Kasperski A, Zieliski P. Single machine scheduling problems with uncertain parameters and the OWA criterion [J]. Journal of Scheduling, 2016, 19(2) : 177 – 190.
- [45] Aissi H, Aloulou M A, Kovalyov M Y. Minimizing the number of late jobs on a single machine under due date uncertainty [J]. Journal of Scheduling, 2011, 14(4) : 351 – 360.
- [46] Drwal M. Robust scheduling to minimize the weighted number of late jobs with interval due-date uncertainty [J]. Computers & Operations Research, 2018, 91 : 13 – 20.
- [47] Zeng B, Zhao L. Solving two-stage robust optimization problems using a column-and-constraint generation method [J]. Operations Research Letters, 2013, 41(5) : 457 – 461.

Supply chain collaboration robust scheduling considering uncertain due dates for customers

TANG Liang¹, WANG Qing-ge¹, TAN Zhen^{2, 3*}, SUN Kai-heng¹

1. Transportation Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;
2. Nottingham University Business School China, University of Nottingham Ningbo China, Ningbo 315100, China;
3. Nottingham Ningbo China Beacons of Excellence Research and Innovation Institute, University of Nottingham Ningbo China, Ningbo 315100, China

Abstracts: Providing customers with flexible and uncertain due dates from the perspective of the supply chain system can improve the competitiveness of the supply chain and customer satisfaction. At the same time, it also brings challenges to the efficient operation of the supply chain system. To this end, this paper considers the characteristics of collaborative enterprises in the supply chain collaborative manufacturing model, such as different production startup costs, the need for advance preparation, and long procurement lead times. A two-stage supply chain collaborative robust scheduling optimization model is constructed based on the box uncertainty set of due dates. This model is designed to minimize the costs of the supply chain system by reducing decision conservatism. The column-and-constraint generation algorithm (C&CG) is used to solve this model exactly, and the subproblem is transformed based on the convexity of the objective function under uncertainty to construct a simplified dual problem. Numerical simulation examples analyze the impact of uncertain due date changes on the two-stage robust scheduling strategy and compare the robust optimal cost of single-stage, two-stage, and hindsight strategies under different real due date scenarios. Meanwhile, the real cost due to the deviation between the estimated and the actual due date intervals is compared and analyzed. The results show that the cost of the two-stage robust model is significantly lower than that of the single-stage robust model, and the gap is also not large compared to the hindsight optimal cost. In addition, the cost of the two-stage robust model shows relatively small variance, and the two-stage robust solution is much less sensitive to the estimation error of the due date intervals than the single-stage robust solution. Therefore, the two-stage robust optimization model can significantly improve the conservatism and inflexibility of the scheduling strategies and effectively respond to the needs of flexible, uncertain due dates.

Key words: supply chain collaboration scheduling; uncertain due date; two-stage robust optimization; mixed-integer programming