

doi: 10.19920/j.cnki.jmsc.2022.08.001

患者延时敏感下按项目与按病种支付的比较^①

陈晓红^{1,2,3}, 曾阳艳^{1,2,3}, 陈武华^{4,5*}

(1. 中南大学商学院, 长沙 410083; 2. 湖南工商大学前沿交叉学院, 长沙 410205;
3. 长沙人工智能社会实验室, 长沙 410205; 4. 浙江工商大学公共管理学院, 杭州 310018;
5. 浙江工商大学国际商学院, 杭州 310018)

摘要: 针对我国公立医疗服务系统当前正从按项目支付模式向按病种支付模式转变但缺乏科学依据和运营经验的情况, 研究了按项目支付和按病种支付两种模式下公立医院的最优运营决策以及两种支付模式的社会福利比较问题。通过应用三阶段 Stackelberg 模型, 在考虑患者对等待时间和服务质量敏感的情况下, 分析了患者、公立医院以及政策制定者三方的均衡性质和系统性能。研究发现, 当患者延时敏感度、服务质量敏感度和自付比例(或单位服务质量成本)较高(较低)时, 政策制定者选择按病种支付模式可以获得更高的社会福利; 否则, 反之。当患者延时敏感度中等大小时, 公立医院的服务能力是最大的。此外, 研究结果还表明, 在按病种支付模式下, 政策制定者选择适中的医疗服务价格和患者个人自付比例可以使得社会福利最大化。

关键词: 支付模式; 延时敏感; 按项目支付; 按病种支付; Stackelberg 模型

中图分类号: C939 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2022)08-0001-21

0 引言

近年来, 随着人口老龄化的加速、医疗技术水平的提高和医疗保障制度的完善, 我国医保支出呈现快速增长的趋势。根据我国医保局发布的统计数据显示, 2018年我国基本医疗保险总支出为1.7822万亿元, 比上年增长23.6%; 而2020年总支出则达到2.0949万亿元。因此, 我国医保支出的过快增长正成为社会各界日益关注的热点问题。一个可能的原因是按项目支付模式仍是我国医疗市场中目前使用最广泛的支付模式。按项目支付(fee-for-service, FFS) 是指支付方根据患者获得的医疗服务项目、单价和数量来支付医疗费用的一种支付模式; 医院为患者提供的每次服务都

可获得政府定价调控下的合理收益或自主定价的收益。然而, 医院在费用支出方面很难受到支付方的制约, 医院可能会通过提供较低质量的医疗服务以产生较高的患者复诊率, 来实现自身收益增长, 形成供给诱导需求现象。现有研究表明, 在按项目支付模式下, 考虑到医院收入与服务质量的密切相关性, 医院可能会诱导患者接受过量服务, 从而导致医疗资源的浪费和支出的过度增长^[1-4]。

针对按项目支付存在的供给诱导需求现象导致医疗资源浪费和医疗费用过度增长问题, 按病种支付(diagnosis-related-groups, DRGs), 被认为是一种可能的解决方法。按病种支付是指根据患者年龄、疾病严重程度等因素分为若干诊断组, 对

① 收稿日期: 2020-06-07; 修订日期: 2022-03-03。

基金项目: 国家自然科学基金资助重大项目(91846301); 国家自然科学基金资助青年项目(71701214); 湖南工商大学青年驱动项目(19QD09)。

通讯作者: 陈武华(1987—), 男, 浙江丽水人, 博士, 副教授。Email: wuhuac@126.com

每一组分别制定不同的价格,并按该价格向医院一次性支付^[5]。在病种支付模式下,如果医院未能在给定的价格内治好患者的疾病,超出的费用需要医院自理,从而激励医院提供高质量的医疗服务、减少供给诱导需求现象。近年来,我国出台了与按病种支付相关的系列措施和办法,推动了按病种支付的发展及落地。2017年国家发展与改革委员会等多部门联合发布的《关于推进按病种收费工作的通知》指出各地要进一步扩大按病种收费的病种数量,国务院办公厅发布的《关于进一步深化基本医疗保险支付方式改革的指导意见》重点推行按病种付费。2018年人社部要求全面推行以按病种支付为主的多元复合式医保支付方式,至此,按病种支付模式在全国范围内开始推行。2019年全国已经有86.3%的统筹区开展了按病种付费。

然而,现有研究指出,与按项目支付模式相比,按病种支付模式的拓展模式(捆绑支付模式)也增加了患者的等待时间^[6];而Siciliani和Hurst^[7]对12个OECD国家的患者等待时间进行比较分析指出,与FFS相比,DRGs的应用与患者等待时间长问题可能是正相关的。这说明按病种支付模式虽然可能激励医院改善医疗服务质量水平,但可能会延长患者的平均等待时间。从医院运营的角度来看,在医院的投入是给定的情况下,如果医院提高其服务质量,则服务能力通常是减少的,从而使得患者的等待时间变长。在我国,2017年上海市公立医疗机构病人满意度调查指出,等待时间过长已成为了患者对公立医院服务评价最不满意之处。随着工作、生活节奏的加快,患者对等待时间也越来越敏感。因此,研究考虑患者等待时间敏感下的两种支付模式比较问题是具有重要意义的。此外,在我国当前的实践中,按病种支付模式主要应用于需手术治疗的病种(通常诊疗价值较高或患者服务质量敏感度较高),而门诊常见疾病(通常诊疗价值较低或患者服务质量敏感度较低)则较少涉及;这说明病种的诊疗价值或患者的服务质量敏感度也可能会影响支付方式的选择。因此,综合考虑

患者等待时间敏感和服务质量敏感研究按病种支付与按项目支付模式的比较问题具有重要的研究意义。

综上,结合应用排队理论方法,本文通过构建一个由患者、医院和政策制定者三方构成的三阶段Stackelberg模型,研究考虑患者对等待时间和服务质量敏感时两种支付模式下公立医院的最优决策及其性质。在此基础上,进一步比较分析两种支付模式下患者的等待时间、医保支出和社会福利方面的差异,探讨两种支付模式的适用条件。本文的研究成果可为政策制定者如何选择合适的医保支付方式以及为医院管理者如何更好地进行管理提供有益的管理启示,具有重要的社会和经济意义。

1 文献回顾

1.1 不同医疗支付方式对医疗运作管理的影响研究

目前,一些学者分析了不同医疗支付方式对患者健康以及医疗运作管理的影响。McClellan^[8]针对按项目支付和按病种支付两种支付模式开展了实证分析,研究表明按后者对患者选择有帮助,而前者在某些条件下有助于医院增加对患者的护理力度;考虑存在可以选择医治对象、医治强度的风险厌恶型医疗服务情形,Adida等^[9]在McClellan^[8]实证分析的基础上,研究了保险公司在按项目支付和按捆绑支付两种支付模式下的最优赔偿问题,该研究指出在按项目支付模式下服务商会提供过量医疗服务,而在捆绑支付模式下医院可以选择住院病人的类型,并决定每个住院病人的治疗强度;Andritsos等^[10]在考虑患者的护理可以由医院和患者共同管理的背景下,研究发现在患者福利方面,按捆绑支付模式优于按项目支付模式;在Adida等^[9]和Andritsos等^[10]的基础上,Guo等^[6]考虑了患者延时敏感性,并研究了按项目支付和按捆绑支付模式下医疗费用出资方的最优赔偿问题,并从患者福利、再入院率和等待时间等三个维度开展了对比分析,通过考虑服务率和服务

质量之间的关系,研究发现当患者数量较大时,按捆绑支付模式在患者福利、再入院率方面优于按项目支付,而在患者的等待时间上,按项目支付优于按捆绑支付模式;而当患者数量较少时,捆绑支付在患者福利、再入院率和等待时间上均优于按项目支付。此外,Adida等^[11],Arifoğlu等^[12]均进行了相关研究。

综上所述,现有的关于两种支付模式的比较研究主要以利润最大化为运营目标的医疗服务商为研究对象,其研究背景契合盈利性私立医院。相比之下,我国的医疗卫生体系主要以公立医院(受政府资助)为核心的医疗服务系统为基础,由于研究对象的差异,上述研究成果在我国医疗卫生体系中应用存在偏差。因此,面向我国医疗环境现实需求,本研究将以公立医院为研究对象,深入探究两种支付模式下最优运营决策性质,具有重要的现实意义。

1.2 患者延时敏感性的研究

在医疗服务运作管理领域中,越来越多的学者考虑到了患者的延时敏感性。目前学者们主要从医院资源配置和患者预约调度两个方面研究医疗服务效率优化问题。在医院资源配置方面,Gorunescu等^[13]采用M/PH/c排队模型刻画患者使用病床的情况,提出了一种求解最优病床数的方法;Zhang等^[14]研究了预防性医疗服务设施网络的优化设计问题;Yankovic和Green^[15]采用一个可变有限源排队模型研究了护士安排对急诊室过度拥堵状况的影响;在相似的背景下,Allon等^[16]、Chan等^[17]均进行了相关的研究。在患者预约调度方面,Hassin和Mendel^[18]研究了考虑病人未到率的医院预约调度问题;在此基础上,Luo等^[19]建立了一个考虑了病人未到和就诊过程会被急诊病人插队情况的预约模型,并提出两种求解该模型的方法;此外,Robinson等^[20]、Ahmadi-Javid等^[21]均进行了预约调度的相关研究。随着我国经济社会的发展水平不断提升,患者的延时敏感性问题也逐渐引起社会各界的关注,在医院资源配置方面^[22-27]以及患者预约调度优化方面^[28-29]均进行了研究。此外,陈妍等^[30]研究了

面向延时敏感患者的转诊系统服务能力设计问题,发现政府补贴是医疗转诊体系优化中有效的协调机制。

综上所述,目前鲜有文献研究在考虑患者延时敏感下探讨针对公立医疗服务系统的按项目支付和按病种支付模式比较问题,但是在现实场景中,等待时间将极大影响患者行为,从而影响医院运营决策,为此本文将围绕该问题开展研究。

主要基于患者的延时敏感性,通过应用三阶段Stackelberg模型,在考虑患者对等待时间和服务质量敏感的情况下,分析了患者、公立医院以及政策制定者三方博弈达到均衡时的系统性能以及公立医院的最优运营决策性质,并从社会福利角度对两种支付模式进行比较研究。其主要创新点和贡献可以归纳如下:1)首次从理论角度研究和比较了按项目支付和按病种支付模式下公立医疗服务系统的性能和社会福利;2)在现有研究通过建立服务能力与复诊率的函数关系来揭示复诊率与服务质量的影响机理^[6]的基础上,为了更加直观地得到医院最优化决策性质,直接为复诊率和服务质量之间建立函数关系;3)相比现有研究中的免费医疗制度,我国医疗报销制度的不同主要体现在医保基金和患者共同支付医疗费用,这些差异将直接影响患者剩余效用的建模,因此需着重考虑医疗费用共同分担的情形,并在此基础上比较分析了患者、公立医院以及政策制定者三方博弈达到均衡时的系统性能以及公立医院的最优运营决策性质。因此,本文研究了按项目支付和按病种支付模式下公立医院的最优服务能力和服务质量决策及其性质;研究结果将对政府如何选择支付模式以调控医疗服务市场以及医院管理者如何制定运营决策以提高运营效率具有重要的借鉴意义。

2 模型

为方便理解,将基本符号的定义列为如表1所示。

表1 符号及含义

Table 1 Denotations and meanings

符号	含义
ξ_i	医院的服务质量分数,按项目支付模式($i=f$)、按病种支付($i=d$)
λ	患者的总到达率
λ_i	患者的有效到达率,按项目支付模式($i=f$)、按病种支付($i=d$)
μ_i	医院的服务率,按项目支付模式($i=f$)、按病种支付($i=d$)
h	患者的等待成本参数
U	患者的基本服务效用
γ	患者的服务质量效用系数
S	患者个人的自付比例
r	政府对患者的补贴比例
p_i	医疗服务价格,按项目支付模式($i=f$)、按病种支付($i=d$)
B	政府给公立医院直接投入的财政预算
c_1	医院的服务能力单位成本
c_2	医院的服务质量单位成本
c	单位服务成本
λ_i^*	实际就诊患者的到达率,按项目支付模式($i=f$)、按病种支付($i=d$)
$\lambda_i^{\#}$	复诊患者的到达率,按项目支付模式($i=f$)、按病种支付($i=d$)
ξ_0	医院的最低服务质量水平

2.1 患者的选择行为

假设患者以到达率为 λ 的泊松分布到达, λ_i ($i=f, d$) 为患者的有效到达率, 医院对患者的服务时间是以服务率(即医院的服务能力)为 μ_i 的随机独立同分布指数变量. 因此, 患者的期望等待时间(包括服务时间)遵循 M/M/1 排队模型, 该模型适用并常见于研究医疗服务系统的相关文献中^[31-34], 其表示为 $W(\lambda_i, \mu_i) = 1/(\mu_i - \lambda_i)$, 这表明患者的期望服务时间随着服务能力的增加而减少, 有一些研究支持这一假设, 例如, Hauck 等^[35] 发现随着医院规模的扩大, 患者的平均住院时间减少, 一个可能的原因是医院服务能力增加, 就更有可能增加专业化和分工, 从而产生规模效应, 减少患者的服务时间. 为了确保排队系统是稳定的, 必须保证 $\lambda_i < \mu_i$. 假设患者在延迟敏感性和服务效用上是同质的, 定义患者的等待成本参数为 h , 于是患者期望等待成本表示为 $hW(\lambda_i, \mu_i)$, 该假设借鉴了 Chen 等^[36],

Hua 等^[32], Siciliani^[37], Edelson 和 Hilderbrand^[38] 的研究.

患者接受服务获得的价值通过基本服务效用 U (表示医院由设施和医护人员提供的除去治疗效果外的服务价值) 和医院的服务质量分数 ξ_i (表示患者在接受诊疗服务过程中满足治病需求的期望效果). 因此, 这里的 ξ_i 可以视为一种特殊的服务质量衡量指标. 对于患者, 服务质量会对服务效用存在一个增加的作用. 定义医院的服务质量分数为 $0 < \xi_i < 1$, 患者的服务质量效用系数为 $\gamma > 0$, 于是患者期望服务效用表示为 $U + \gamma\xi_i$.

假定政府对患者的补贴比例为常数 r , 则患者个人的自付比例为 $S = 1 - r$, 于是患者的剩余效用为 $U - p_i S - hW(\lambda_i, \mu_i) + \gamma\xi_i$, 其中 p_i 为医疗服务价格. 只有当患者的剩余效用 $U - p_i S - hW(\lambda_i, \mu_i) + \gamma\xi_i \geq 0$ 时, 患者才会选择进入医院. 当患者的选择行为达到均衡时, 患者的剩余效用等

于 0^[39]. 从而根据 $U - p_i S - hW(\lambda_i, \mu_i) + \gamma \xi_i = 0$ 可以获得有效的入院率 $\lambda_i = \mu_i - \frac{h}{U - p_i S + \gamma \xi_i}$.

定义 $\delta(\xi_i)$ 为患者的复诊率, 其中 $\delta(\xi_i)$ 关于服务质量 ξ_i 为单调递减的函数. 为了简化分析, 假定 $\delta(\xi_i) = 1 - \xi_i$. 因为患者总数不能超过初始市场需求和复诊患者需求之和, 所以有 $\lambda_i \leq \lambda(1 + \delta(\xi_i))$. 在就诊的总患者到达率 λ_i 中, $\lambda_i^* = \lambda_i / (1 + \delta(\xi_i))$ 和 $\lambda_i^r = \delta(\xi_i) \lambda_i / (1 + \delta(\xi_i))$ 分别为实际就诊患者的到达率和复诊患者的到达率.

需要说明的是在一个发展较健康的医疗服务市场中, 复诊患者的效用通常应该低于初诊患者. 若假定复诊患者具有更低的效用, 可以分析出患者选择行为均衡时会出现三种情形, 使得后续分析会更加繁琐. 为了简化分析, 假定复诊患者是具有相同效用的. 这种做法的实质是在一定程度上强化考虑了患者复诊需求的情况. 而按病种支付的主要优势是可以减少患者复诊需求; 对应地, 按项目支付的主要劣势在于增加了复诊需求. 因此, 本文后续的研究结论实际上可以分别视为按病种支付模式和按项目支付模式的上限和下限效果.

2.2 按项目支付模式下医院的最优决策问题

在我国, 公立医院通常受到政府的资助并且被要求是非营利性的. Horwitz 等^[40]的实证研究发现非营利性医院通常会最大化其产出水平. 一些已有研究也通常假定公立医院的运营目标为最大化服务的患者人数(例如, Ahmed 等^[41]). 此外, 在公立医院管理实践中, 医护人员的绩效通常与其工作量和价值是最密切相关的(例如, 许健等^[42]). 因此, 在按项目支付模式下, 假定公立医院的最优化问题为通过设定服务能力 μ_f 和服务质量水平 ξ_f 以及制定最优的医疗服务价格 p_f , 以最大化服务的患者总人数 λ_f (因为按项目支付下公立医院每提供一次诊疗服务其医护人员都可以得到合规的收益). 其中, 按项目支付模式下医院的自主定价是指医院或医生通过选择服务项

目组合从而制定服务价格 p_f . 假定医院的服务能力单位成本为 c_1 , 服务质量单位成本 c_2 . 在我国现行的医疗体系中, 公立医院会从各级政府部门(例如, 国家卫生健康委、省卫生厅、市(县)卫生健康局)获得一定的直接财政投入, 该项收入与医保报销部分(来源于医保局)是无关系的. 例如, 在 2018 年我国各级政府对公立医院的直接投入为 2 705 亿元. 因此, 假定政府对公立医院直接投入的财政预算为 B . 在按项目支付模式下, 因为患者复诊时通常需要重新挂号排队(在我国的医疗市场中, 非当天或当班次的医生复诊通常是需要重新挂号的)并且挂号费是相同的. 尽管医疗服务费用中包含的检查费和药品费可能有差异, 为了简化分析, 假定患者在按项目支付模式下初次就诊和复诊的医疗费用是相同的(即 p_f). 这个假定与 Guo^[6]等的研究是相似的. 另外, 医院的总运营成本要小于政府预算和医疗收入之和, 于是有 $c_1 \mu_f + c_2 \xi_f^2 / 2 \leq B + (p_f - c) \lambda_f$; 其中 c_1 、 c_2 和 c 分别为单位服务能力成本、单位服务质量成本和单位服务成本, 并且服务质量成本根据现有的研究^[43-45]设置为二次型. 从而, 按项目支付模式下医院最优化决策问题为如下所示

$$\begin{aligned} \max_{\mu_f, \xi_f, p_f \geq 0} \quad & \lambda_f \\ \text{s. t.} \quad & \lambda_f \leq \lambda(1 + \delta(\xi_f)) \\ & c_1 \mu_f + c_2 \xi_f^2 / 2 \leq B + (p_f - c) \lambda_f \\ & \mu_f > \lambda_f, p_f \geq 0, 0 \leq \xi_f \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

2.3 按病种支付模式下医院的最优决策问题

在按病种支付模式下, 政府将确定服务项目组合从而确定服务价格 p_d , 同时要求医院提供的医疗服务质量必须不小于 ξ_0 . 例如, 扬州医保局发布的《关于在扬州市区实施基本医疗保险按病种付费的通知》中指出, 要求“定点医疗机构要严格按照标准化诊疗方案收治患者, 规范服务行为与收费行为, 保证医疗安全和医疗质量, 主动接受监管”^②. 这说明在按病种付费政策的执行过程中是存在着对公立医院有一个服务质量下限要求的. 医院的服务质量水平达到 ξ_0 则表示绝大部分

② <http://www.yangzhou.gov.cn/yzszxxgk/ybj/201912/8d4b36710b444bb980d9f24107b1d5da.shtml>

患者可以治愈并出院。在按病种支付模式下,医院实际收入为 $B + p_d \lambda'_d - c \lambda_d$, 即复诊患者不收取任何费用。例如,银川市人力资源和社会保障局发布的《银川市基本医疗保险按病种包干付费试点实施方案》指出,“凡首诊定点医疗机构在未达到临床治愈或好转标准,诱导或督促患者出院,出院后在 15 天之内以同一种疾病二次入院或到其他定点医疗机构治疗的,所发生的费用全部由首诊医院承担”^③。这说明按病种支付模式下若患者未治愈或达到好转标准,则在一定时间范围内患者复诊发生的费用是由该医院承担的。因为按病种支付模式下复诊患者没有给医院带来收益,所以,与按项目支付情形有所不同的是,假定公立医院的 目标为最大化服务的初诊人数。于是,可以得到按病种支付模式下医院的最优决策问题为

$$\begin{aligned} \max_{\mu_d, \xi_d \geq 0} \quad & \lambda_d / (1 + \delta(\xi_d)) \\ \text{s. t.} \quad & \lambda_d \leq \lambda(1 + \delta(\xi_d)) \\ & c_1 \mu_d + c_2 \xi_d^2 / 2 \leq B + (p_d - c(1 + \delta(\xi_d))) \lambda_d / \\ & (1 + \delta(\xi_d)) \mu_d > \lambda_d \quad \xi_0 \leq \xi_d \leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

3 按项目支付模式下医院的最优策略分析

本节分析按项目支付模式下医院的最优策略及其性质。首先,可以得到医院的最优服务决策有如下性质:

命题 1 按项目支付模式下,医院一定会把所有资金用到服务能力和服务质量决策上,即有

$$c_1 \mu_f^* + c_2 \xi_f^{*2} / 2 = B + (p_f^* - c) \lambda_f^*$$

命题 1 指出了按项目支付模式下,公立医院会将所有资金投资到运营上,以最大化服务人数,对应的,公立医院也可以相应获得最大的合理收益。该结论与 Hua 等^[32]的结论是相似的,并且与 Horwitz 和 Nichols^[40]的实证研究结论是相符的。

根据命题 1 以及 $\lambda_f = \mu_f - \frac{h}{U - p_f S + \gamma \xi_f}$, 当 $p_f \neq$

c_1 时,可以得到

$$\mu_f^* = \left(B - \frac{(p_f - c) h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} - c_2 \xi_f^2 / 2 \right) / (c_1 + c - p_f)$$

因为在我国当前的情形下,医院获得政府直接财政资助较小,并且为了排队服务系统稳定要求 $\mu_f^* > \lambda_f$, 后面只讨论 $p_f > c_1 + c$ 的情形。于是,医院的最优化问题重写为

$$\begin{aligned} \max_{\xi_f, p_f} \lambda_f &= \left(c_2 \xi_f^2 / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} - B \right) / (p_f - c_1 - c) \\ \text{s. t.} \quad & \left(c_2 \xi_f^2 / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} - B \right) / (p_f - c_1 - c) \leq \lambda(2 - \xi_f) \\ & p_f \geq 0, 0 \leq \xi_f \leq 1 \end{aligned} \quad (3)$$

针对上述最优化问题,可以得到一个关于公立医院最优服务质量决策的一个性质:

命题 2 按项目支付模式下,对给定的 p_f , 公立医院的最优服务质量决策为如下三种情况之一: 0, 1, 或满足

$$\left(c_2 \xi_f^2 / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} - B \right) / (p_f - c_1 - c) = \lambda(2 - \xi_f^*)$$

命题 2 给出按项目支付模式下公立医院最优服务质量决策满足的必要条件,即公立医院最优服务质量决策只可能在最优化问题的定义域端点上取得。其中,公立医院最优服务质量决策为 0 或 1 是两个理论上存在的极端情况,在现实中通常不会成立。后面主要分析第三种情形,即在给定的医疗服务价格 p_f 下,公立医院最优服务质量决策必定会使得医院能够服务市场中所有的患者(包括需要复诊的患者)。在数学上,这是因为患者到达率是关于医院服务质量的凸函数(convex)。进一步地,命题 3 给出一个命题 2 中第三种情形必定会满足的充分条件。

命题 3 在按项目支付模式下,若 $\frac{c_1 h}{U - c_1 S + \gamma \xi_f} > B$, 医院的最优决策一定会使得其服务的患者数为市场中患者人数的上限 $\lambda(2 - \xi_f^*)$ 。

命题 3 给出了医院服务市场中所有患者的一个充分条件 $\left(\frac{c_1 h}{U - c_1 S + \gamma \xi_f} > B \right)$ 。该条件表明,

^③ <https://www.chashebao.com/yiliaobaoxian/9458.html>

当患者延时敏感度或医院的单位服务能力成本(该病种的基本服务价值或政府对公立医院的财政投入)较大(较小)时,医院会服务市场中所有的患者。在我国当前的公立医疗服务系统中,政府对公立医院的直接财政投入相对较少,所以该条件通常是可以满足的。需要指出,尽管无法从理论上给出命题3结论更宽松的条件,但大量数值实验表明,该结论在大范围的参数变化下仍然是成立的。

根据命题3,若 $\frac{c_1 h}{U - c_1 S + \gamma \xi_f} > B$, 医院的最优定价 p_f 和服务质量决策 ξ_f^* 决策满足 $(c_2 \xi_f^{*2} / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} - B) / (p_f - c_1 - c) = \lambda(2 - \xi_f)$ 。因为该方程是分别关于 p_f 和 ξ_f 的一元二次和三次方程,很难从理论上得到其解析解。但根据公立医院最优策略需要满足的必要条件,仍然可以从理论上得到一些关于最优服务质量决策的性质。

命题4 在按项目支付模式下,若 $\frac{hc_1}{U - c_1 S + \gamma \xi_f^*} > B$, 则公立医院的最优服务质量决策存在如下性质: 当 $\xi_f^* < \frac{2\lambda + S\lambda(p_f^* - c_1 - c)}{\lambda + S c_2}$ 时, ξ_f^* 关于 h , c_1 , c_2 和 S 单调递增, 而关于 λ , B , γ 和 U 单调递减; 否则, 反之。

命题4给出了按项目支付模式下公立医院最优服务质量决策关于市场参数的单调性性质。在满足基本的条件下,命题4指出,当公立医院的最优服务质量低于一个阈值时,公立医院的最优服务质量随着成本参数(h 、 c_1 、 c_2 和 S) 单调递增, 而随着初始市场需求、公立医院财政投入、患者服务质量敏感度和基本服务效用单调递减。这是因为在公立医院服务质量相对较低的情况下,当服务系统中的成本参数提高时,公立医院服务患者的综合潜力变小,所以会提高服务质量水平以服务更少的患者(注意到根据命题3有 $\lambda_f^* = \lambda(2 - \xi_f^*)$); 而当服务系统中的初始市场需求、公立医院财政投入、患者服务质量敏感度和基本服务效用增加时,公立医院服务患者的综合潜力变大,所

以会降低服务质量水平以服务更多的患者。命题4后半部分的结论是有点违反直觉,一个可能的解释是在公立医院的服务质量水平已经较高的情况下,当服务系统中的成本参数继续提高时,由于公立医院的非营利性($c_1 \mu_f^* + c_2 \xi_f^* = B + p_f^* \lambda_f^*$), 公立医院会降低服务质量水平以减少运营成本; 而当服务系统中的初始市场需求、公立医院财政投入、患者服务质量敏感度和基本服务效用继续增加时,公立医院可以获得更高的收益以提高服务质量水平。需要指出,在大量数值实验中,命题4后半部分的结论在大范围的参数变化下通常是不成立的,因此可以视为理论上存在的一种特殊情形。

由于问题的复杂性,无法从理论分析出按项目支付模式下公立医院最优服务能力和定价策略的单调性性质。因此,后面将采用数值模拟的方法观察最优策略的一些单调性性质。

图1演示了按项目支付下患者延时敏感度对医院运营的影响。在包括本文后面数值实验的参数设置中,除特别说明外,部分参数默认为 $U = 3$, $\lambda = 1$, $c_1 = 3$, $c_2 = 10$, $\rho = 0.5$, $S = 0.3$, $h = 10$, $\gamma = 10$, $B = 1$ 。由图1(c)可以看到,医院的服务能力随着患者等待敏感度先递增再递减,这是因为当患者等待敏感度低于临界值($h = 26$)时,随着患者等待敏感度的增加,医疗服务价格的增幅大于医院顾客数量的减幅,所以,医院的服务能力随着患者等待敏感度先递增; 而当患者等待敏感度大于临界值($h = 26$)时,随着患者等待敏感度的增加,医院顾客数量下降地更快,从而使得医院顾客数量的减幅大于医疗服务价格的增幅,最终导致了医院的服务能力随着患者等待敏感度递减。这个现象的管理启示是按项目支付下在患者等待敏感度中等大小时医院的服务能力最大。

因为按项目支付下医院运营决策和服务系统性能关于其他市场参数的单调性性质相对比较直观,为了节省篇幅,本文没有提供这些内容。下一节将重点分析按病种支付模式下医院的运营决策性质和服务系统的性能。

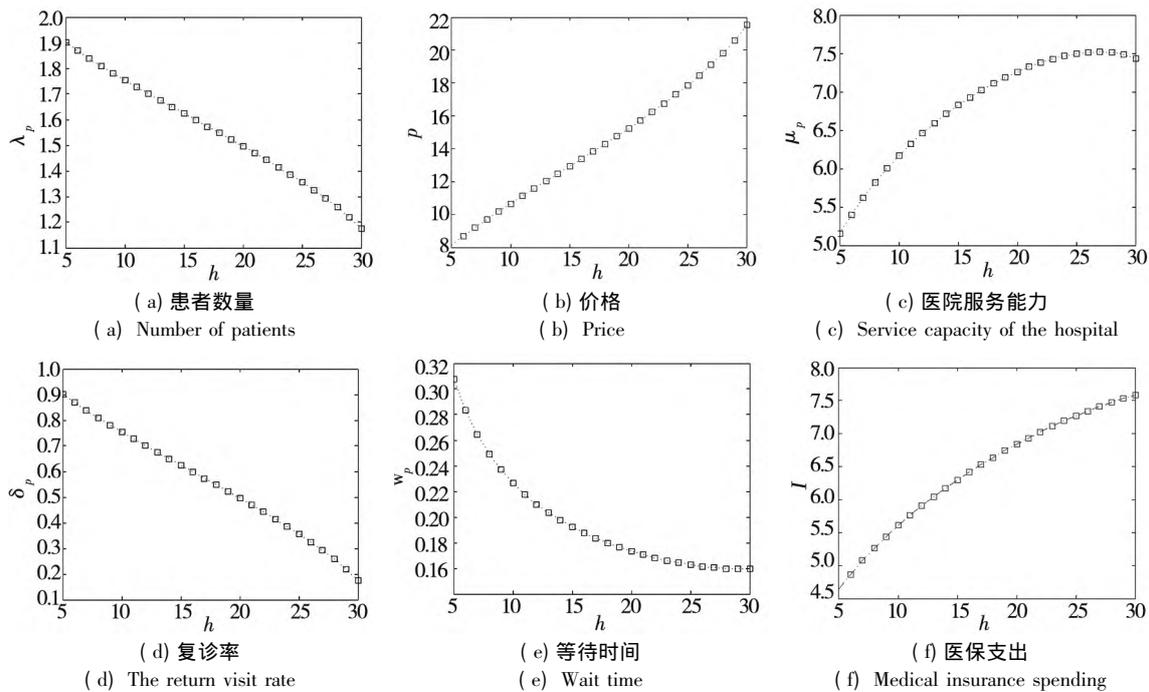


图1 按项目支付模式下患者延时敏感度对医院运营的影响

Fig. 1 The impact of patient's delay-sensitivity on hospital's operations under FFS

4 按病种支付模式下医院的最优策略分析

本节分析按病种支付模式下医院的最优策略及其性质. 与按项目支付模式类似, 首先可以得到医院的最优服务能力决策有如下性质:

命题5 按病种支付模式下, 医院一定会把所有资金用到服务能力和服务质量决策上 $c_1\mu_d^* + c_2\xi_d^{*2}/2 = B + (p_d - c(2 - \xi_d^*))\lambda_d^*/(2 - \xi_d^*)$.

与按项目支付情形类似, 根据命题5 以及 $\lambda_d = \mu_d - \frac{h}{U - p_dS + \gamma\xi_d}$, 当 $p_d \neq (c_1 + c)(2 - \xi_d)$ 时, 可以得到 $\lambda_d = (B - \frac{hc_1}{U - p_dS + \gamma\xi_d} - c_2\xi_d^2/2)(2 - \xi_d)/((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d)$. 从而, 医院的最优化问题重写为

$$\begin{aligned} \max_{\xi_d} \quad & \lambda_d = \left(B - \frac{hc_1}{U - p_dS + \gamma\xi_d} - c_2\xi_d^2/2 \right) / \\ & ((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d) \\ \text{s. t.} \quad & \left(B - \frac{hc_1}{U - p_dS + \gamma\xi_d} - c_2\xi_d^2/2 \right) / \\ & ((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d) \leq \lambda \end{aligned}$$

$$\xi_0 \leq \xi_d \leq 1 \tag{4}$$

当政府确定服务价格后, 可以得到按病种支付模式下医院的最优决策满足的必要条件为如下命题6 所示.

命题6 对给定的服务价格 p_d , 按病种支付模式下医院的最优服务质量策略 ξ_d^* 的必要条件为如下三种情形之一

$$\begin{aligned} \mu_d^* = & \left(B + \frac{hc}{U - p_dS + \gamma\xi_d^*} - \frac{p_d h}{(U - p_dS + \gamma\xi_d^*)(2 - \xi_d^*)} - c_2\xi_d^{*2} \right) \\ & (2 - \xi_d^*) / ((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d) \\ 1) & \left(B - \frac{hc_1}{U - p_dS + \gamma\xi_d^*} - c_2\xi_d^{*2}/2 \right) / ((c_1 + c) \\ & (2 - \xi_d^*) - p_d) = \lambda \\ 2) & p_d h \frac{\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d^*) - p_d) - (c_1 + c)(U - p_dS)}{(U - p_dS + \gamma\xi_d^*)^2} = \\ & c_2\xi_d^*((c_1 + c)(2 - \xi_d^*/2) - p_d) - B(c_1 + c) \\ 3) & \xi_d^* = \xi_0, 1 \text{ 或 } 2 - p_d/(c_1 + c). \end{aligned}$$

命题6 给出了按病种支付模式下医院的最优决策在边界、极值点和端点上取到的三种情况. 尽管很难从理论上得到其解析解, 根据公立医院最优策略需要满足的必要条件, 仍然可以从理论上得到一些关于最优服务质量决策的性质.

命题7 在按病种支付模式下, 若医院的最

优服务质量决策满足

$$\left(B - \frac{hc_1}{U - p_d S + \gamma \xi_d^*} - c_2 \xi_d^{*2} / 2 \right) / ((c_1 + c) \times (2 - \xi_d^*) - p_d) = \lambda, \text{ 当 } \frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} > c_2 \xi_d^* - \lambda(c_1 + c) \text{ 时, } \xi_d^* \text{ 关于 } h, c_1, c_2, c \text{ 和 } S \text{ 单调递增, 而关于 } B, \gamma \text{ 和 } U \text{ 单调递减; 否则反之.}$$

命题 7 给出了按病种支付模式下公立医院将服务市场中所有患者时的最优服务质量决策的单调性

性质. 注意到, 对于阈值条件 $\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} > c_2 \xi_d^* - \lambda(c_1 + c)$, 当 $c_2 \xi_d^* - \lambda(c_1 + c) \leq 0$ (即 $\xi_d^* \leq \lambda(c_1 + c) / c_2$) 时, 该条件必然成立; 否则, 该条件等价于关于 ξ_d^* 的一元三次不等式

$g(\xi_d^*) = (c_2 \xi_d^* - \lambda(c_1 + c))(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2 - c_1 h \gamma < 0$ 并且容易验证有 $g'(\xi_d^*) > 0$, 即该情形下至多存在一个阈值 ξ_d^{**} (其为 $g(\xi_d^*) = 0$ 的唯一解) 使得原不等式等价于 $\xi_d^* < \xi_d^{**}$. 因此, 命题 7 的结论与命题 4 按项目支付模式下的性质是相似的. 在按病种支付下, 还将进一步分析公立医院只服务市场中部分患者时最优服务质量决策的性质.

命题 8 在按病种支付模式下, 若医院的最优服务质量决策满足

$$p_d h \frac{\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d) - p_d) - (c_1 + c)(U - p_d S)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d)^2} = c_2 \xi_d((c_1 + c)(2 - \xi_d/2) - p_d) - B(c_1 + c)$$

则具有如下的性质:

- 1) ξ_d^* 关于 B 单调递增;
- 2) 若 $\xi_d^* < \frac{2\gamma(c_1 + c) - \gamma p_d - (c_1 + c)(U - p_d S)}{2\gamma(c_1 + c)}$, ξ_d^* 关于 h 单调递增; 否则, 单调递减;
- 3) 若 $\xi_d^* > \frac{4c_1 + 4c - 2p_d}{c_1 + c}$, ξ_d^* 关于 c_2 单调递增; 否则, 单调递减.

命题 8 给出了按病种支付模式下当医院的最优决策在极大值点上取到时的最优服务质量决策的单调性性质. 性质 1) 的结论是比较直观的. 性质 2) 指出当医院的最优服务质量较小时 ($\xi_d^* < \frac{2\gamma(c_1 + c) - \gamma p_d - (c_1 + c)(U - p_d S)}{2\gamma(c_1 + c)}$) , 医院的最优

服务质量随患者延时敏感度递增; 反之, 随之单调递减. 其与命题 4 按项目支付模式的情形是相似的. 性质 3) 中一个违反直觉的性质是当医院的最优服务质量决策较大时 ($\xi_d^* > \frac{4c_1 + 4c - 2p_d}{c_1 + c}$) ,

医院的最优服务质量随单位服务质量成本递增. 一个可能的解释是, 因为在该情形下公立医院不需要服务市场中所有的患者, 随着服务质量单位成本的增加, 可以预见公立医院的输出 (即服务的患者数量) 会减少; 在医院最优服务质量本身比较大的情况下, 医院主要采用服务质量吸引患者并且患者的复诊率较低; 因此, 提高服务质量水平可以将患者复诊率进一步降低以及更好地利用医院的服务质量优势.

由于按病种支付模式下解的情况更加复杂, 无法从理论分析出该支付模式下公立医院最优服务能力决策和服务系统主要性能指标的性质. 因此, 后面将采用数值模拟的方法来观察一些有益的性质.

图 2 演示了按病种支付模式下患者延时敏感度对医院运营的影响. 在基本参数与图 1 相同的基础上, 设定按病种支付模式下公立医院的最低服务质量水平为 $\xi_0 = 0.6$ 以及政府定价为 $p_d = 20$ (本节后面的数值实验也相同). 从图 2(a) 可知, 医院的有效患者数量随着患者延时敏感度先增加直到达到最大值, 然后不变. 这是因为当患者的延时敏感度小于一阈值 ($h = 9$) 时, 医院会通过提高服务能力以降低患者等待时间, 以及通过保持服务质量不变 (仅满足按病种支付政策的最低要求, $\xi_d^* = \xi_0$) 以扩大潜在的市场需求, 吸引更多的患者 (此时医院获得的收入也在增加) 来就诊. 当患者的延时敏感度大于该阈值时, 此时患者对等待时间已经非常敏感而且医院的等待时间已经没有降低的空间, 所以, 医院又会通过减小服务能力但提升服务质量 (同时减少复诊的患者数量) 来保持服务的有效患者数量不变. 此外, 图 2(d) 指出, 患者等待时间随着患者延时敏感度先递减再增加. 该图主要的管理启示是按病种支付模式下在患者延时敏感度中等大小时医院的服务能力最大而患者等待时间最低, 并且医院的服务质量通常随着患者延时敏感度递增.

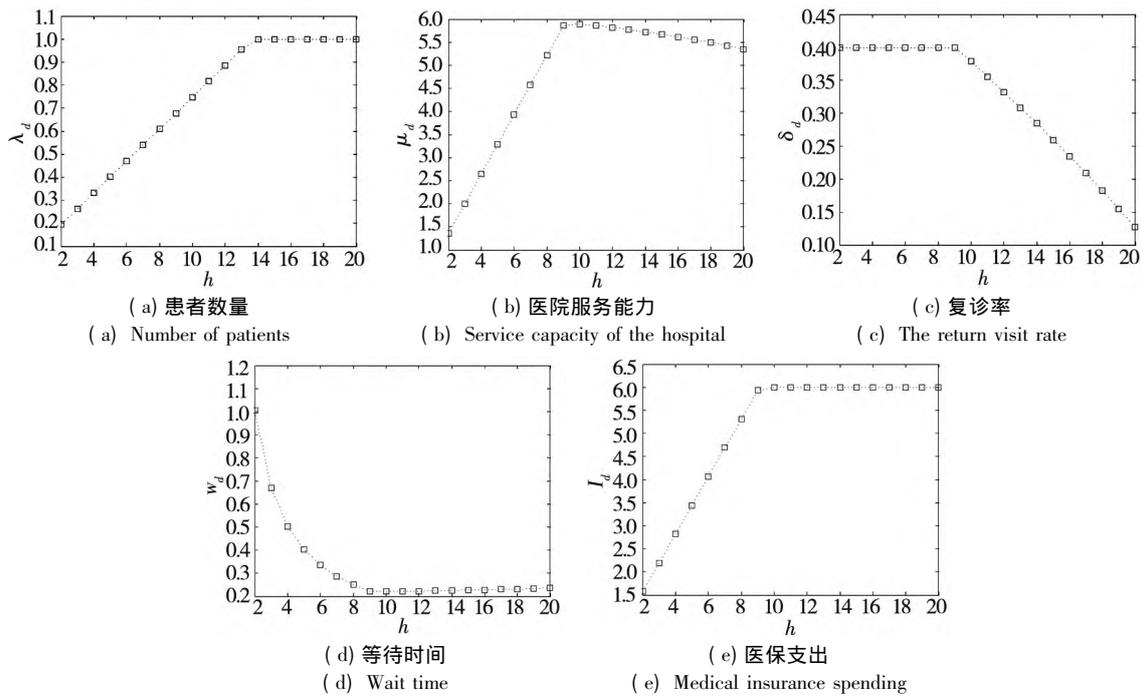


图2 按病种支付模式下患者延时敏感度对医院运营的影响

Fig. 2 The impact of patient's delay-sensitivity on hospital's operations under DRGs

图3 演示了按病种支付模式下患者服务质量敏感度对医院运营的影响. 从图3(a)可知,医院的有效患者数量随着患者服务质量敏感度先保持不变,然后随之递减. 这是因为当患者的服务质量敏感度小于一阈值($\gamma = 7$)时,医院通过降低

服务质量同时通过提高服务能力以降低患者等待时间,来消化增加的复诊患者,保持服务的有效患者数量不变. 当患者的服务质量敏感度大于该阈值时,医院通过降低患者等待时间来吸引患者就诊的相对效果在减小,所以医院的有效就诊患者

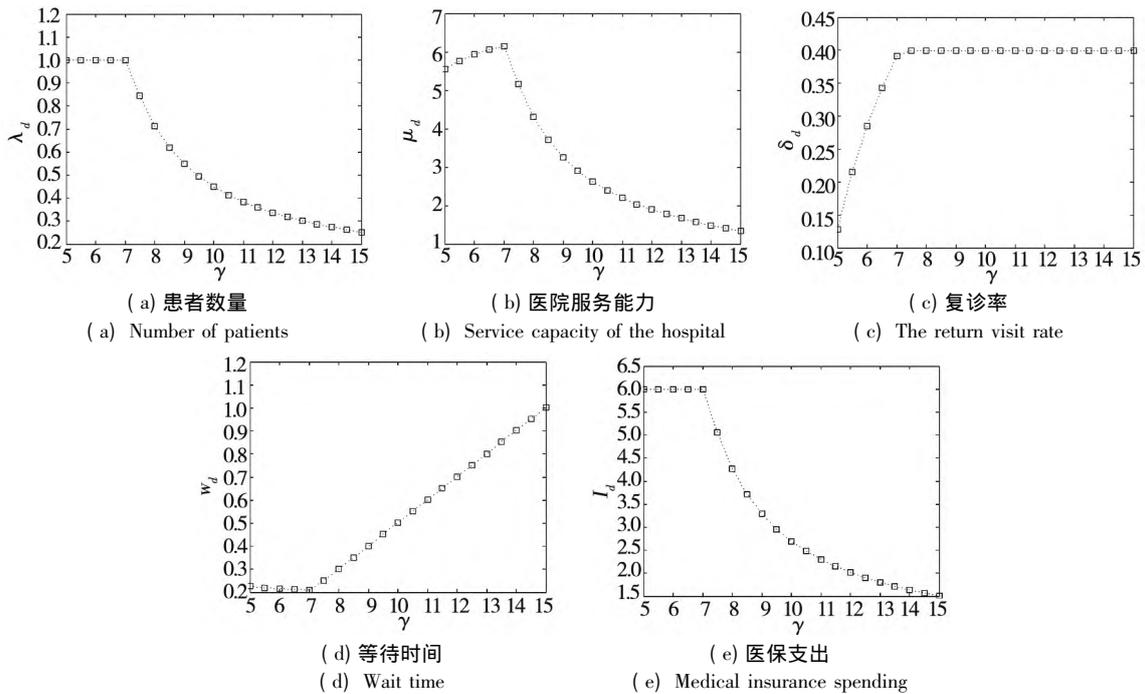


图3 按病种支付模式下患者质量敏感度对医院运营的影响

Fig. 3 The impact of patient's quality-sensitivity on hospital's operations under DRGs

数量也在降低. 该图的管理启示是按病种支付模式下在患者服务质量敏感度中等大小时, 医院的服务能力最大而患者等待时间最少, 并且医院的服务质量通常随着患者服务质量敏感度递减.

图 4 演示了按病种支付下患者个人自付比例对医院运营的影响. 图 4 中一个有意义的现象, 图 4

(d) 和图 4 (e) 分别指出患者等待时间和医保总支出在患者自付比例中等大小时(约为 0.3) 时分别达到最小和最大. 因为医保政策制定者通常需要综合考虑患者福利和医保支出的大小, 所以, 图 4 也说明了在按病种支付模式下政府可以选择一个适度的患者自付比例使得患者福利和医保支出达到适当的平衡.

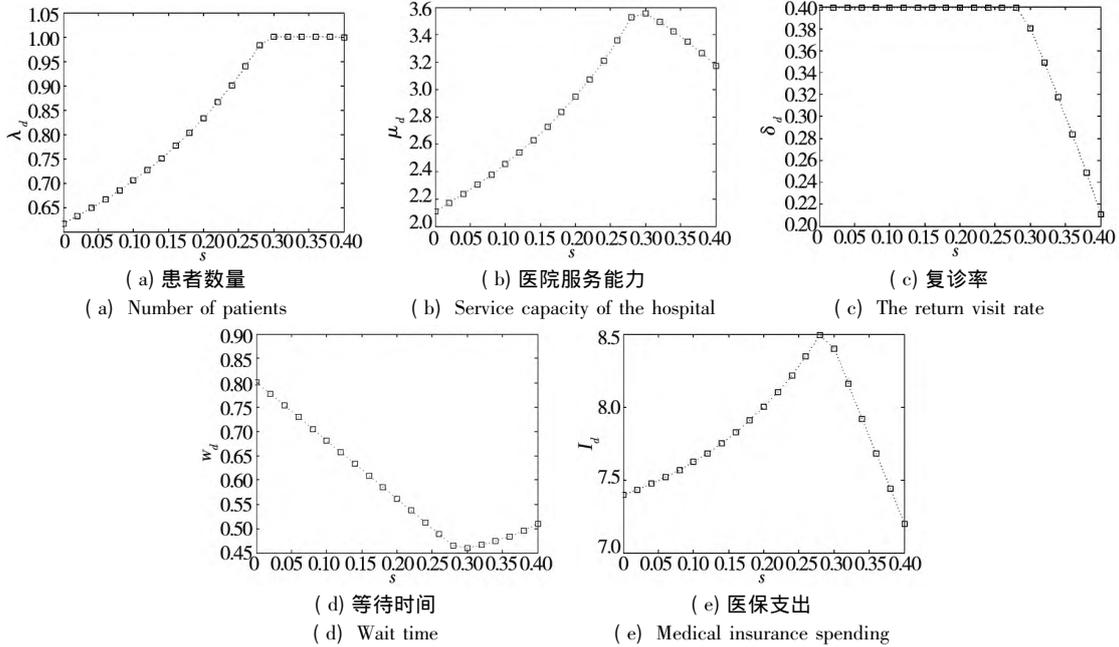


图 4 按病种支付模式下患者自付比例对医院运营的影响($h = 8$)

Fig. 4 The impact of patient's self-paid ratio on hospital's operations under DRGs ($h = 8$)

图 5 演示了按病种支付模式下服务定价对医院运营的影响. 其中, 从图 5 (e) 中可知, 医保支

出随着服务价格先减少直到最小值然后再增加. 这是因为根据图 5 (a) 可知, 当价格小于一个阈值

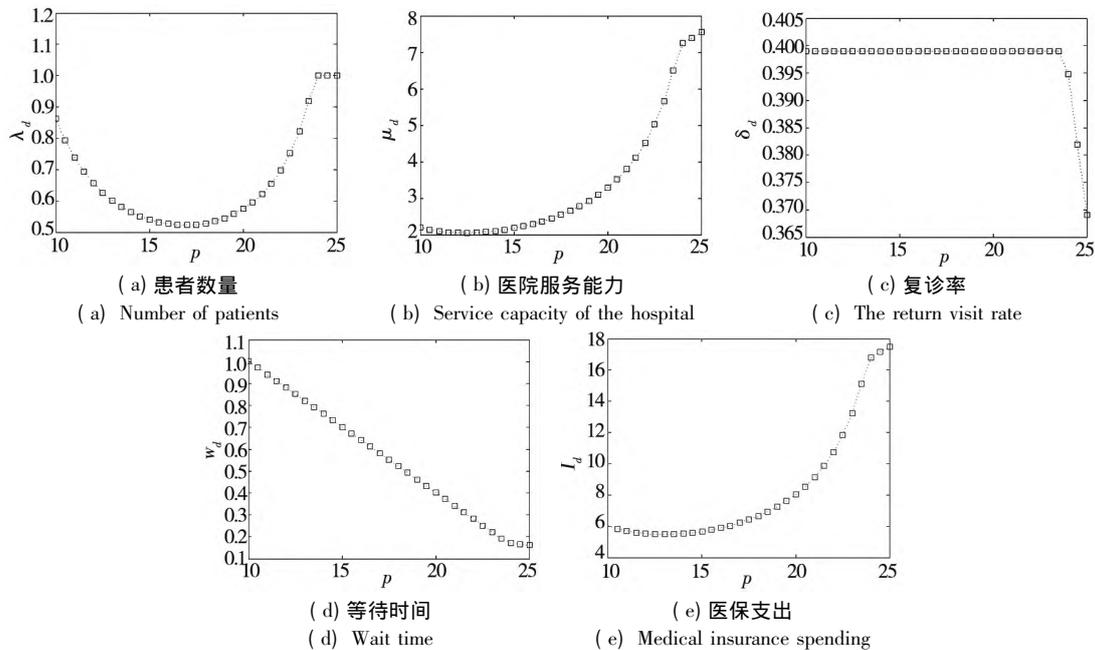


图 5 按病种支付模式下医疗服务定价对医院运营的影响($h = 5$)

Fig. 5 The impact of the medical service pricing on hospital's operations under DRGs($h = 5$)

($p_d = 17$) 时, 此时有效患者数量随着价格的增加而递减, 又因为此时价格还相对较低, 从而, 使得医保支出在 $p_d = 13$ 时达到了最小. 需要指出, 尽管患者数量在价格更高时 ($p_d = 17$) 时达到最小值, 但因为此时医疗服务价格较高, 所以医保支出并非最小. 其管理启示是按病种支付模式下在服务价格中等大小时医保支出是最低的.

5 两种支付模式的比较研究

政府决策部门通常会感兴趣的一个问题是在社会福利目标下两种支付模式该如何进行选择. 所以, 本节先定义社会福利函数. 然后, 分析按病种支付模式下政府部门的最优定价决策问题. 在此基础上, 以社会福利为目标分析两种支付模式的比较问题.

5.1 社会福利函数定义

为了对两种支付模式进行比较, 定义社会福利为患者剩余与医院剩余之和. 在按项目支付模式下患者剩余为 $U(\lambda_f, \mu_f) \cdot \lambda_f$. 在医院剩余中, 公立医院的利润 0, 政府 (社保) 的支出为 $-(p_f r \lambda_f + B)$. 因为政府对公立医院的财政预算 B 是常数, 所以可以定义按项目支付模式下的社会福利为 $SW_f = U(\lambda_f, \mu_f) \times \lambda_f - p_f r \lambda_f$. 类似的, 可以得出按病种支付情况下社会福利函数为 $SW_d = U(\lambda_d, \mu_d) \cdot \lambda_d - p_d r \lambda_d$.

5.2 按病种模式下政府部门的最优定价决策

在按病种支付模式下, 政府决策部门会选择最优的价格实现社会福利最大化. 因此, 政府决策部门和公立医院构成了一个政府部门主导的斯坦伯格博弈模型, 并且政府部门的最优化决策问题为如下

$$\begin{aligned} \max SW_d &= U(\lambda_d^*, \mu_d^*) \times \lambda_d^* - p_d r \lambda_d^* \\ \text{s. t. } p_d &\geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

其中 (λ_d^*, μ_d^*) 和 λ_d^* 为公立医院优化问题式 (4) 的最优解.

由于模型 (5) 的复杂性, 无法得到其解析解. 所以, 采用对 p_d 进行一维搜索 (步长为 0.01) 来求得最优数值解. 需要指出, 在理论部分分析中, 为了简化参数, 假定患者的剩余效用只需大于 0, 从而患者选择行为均衡会满足 $U(\lambda_d, \mu_d) = 0$. 这会导致社会福利函数中患者剩余效用部分恒为 0. 而在现实中, 患者去医院就诊的剩余效用需要大于一个正数 z , 即不去医院就诊的效用. 因此, 在本节所有数值模拟中, z 为非零并且统一设置为 10, 并且对应设置基本效用 $U = 13$, 其他参数则默认与图 1 的设置相同.

图 6 演示了按病种支付模式下患者延时敏感度对斯坦伯格博弈均衡的影响. 与短期情形 (p_d 固定) 时的图 2 相比, 可以观察到长期情形 (p_d 最优化) 下服务系统的主要性能指标关于患者延时敏感度的变化趋势是相似的, 除了长期情形下政府部门为了社会福利最大化会设置最优的服务价格使得所有患者能被就诊. 此外, 从图 6(d) 中还可以观察到, 按病种支付模式下医疗服务的最佳定价是随着患者延时敏感度单调递增的.

因为斯坦伯格博弈均衡下服务系统的主要性能指标关于患者服务质量敏感度和自付比例的总体变化趋势也是相似的, 为节省篇幅, 本文只提供其对均衡社会福利的影响, 具体参见如下图 7. 特别地, 从图 7(b) 中可以发现, 均衡社会福利随着患者自付比例先递增直到最大值, 然后再单调递减. 其管理启示是政府管理部门可以设置一个中等大小的患者自付比例以使得社会福利最大化.

5.3 两种支付模式的比较分析

政府决策部门通常会感兴趣的一个问题是两种支付模式该如何进行选择. 因此, 在 5.2 节的基础上, 本节对两种支付模式的社会福利、医保总支出和患者平均等待时间等系统性能进行比较分析.

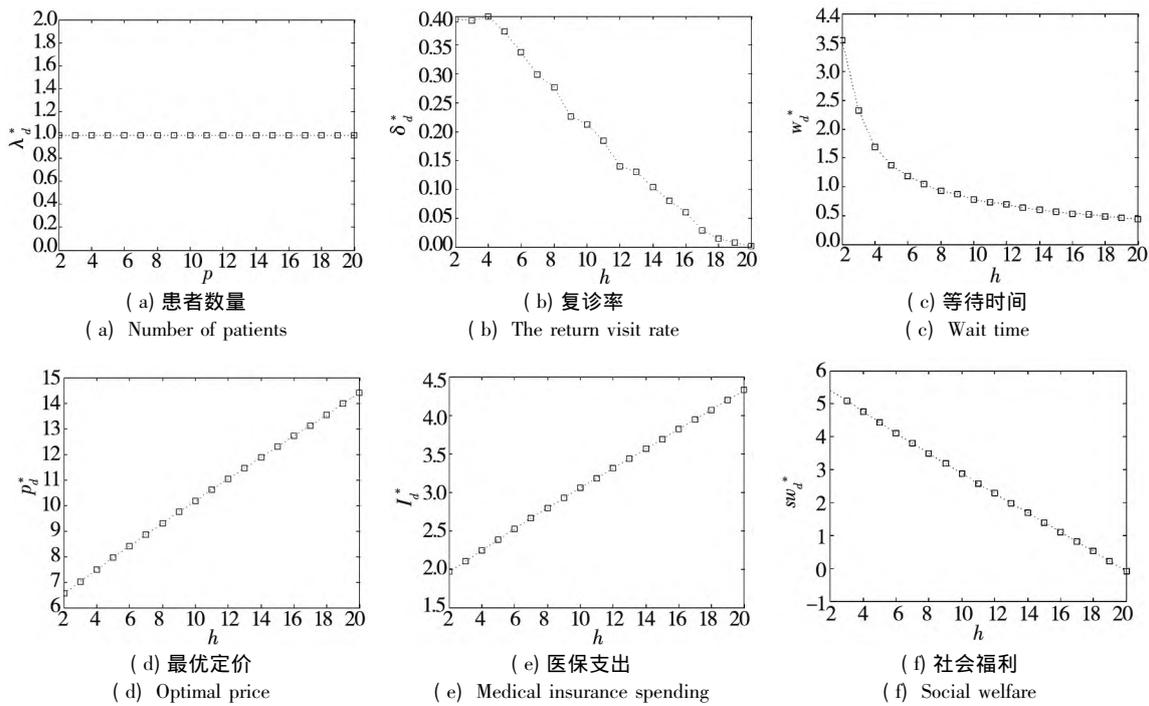


图 6 按病种支付模式下患者延时敏感度对斯坦伯格博弈均衡的影响

Fig. 6 The impact of patient's delay-sensitivity on the equilibrium of the Steinberg game under DRGs

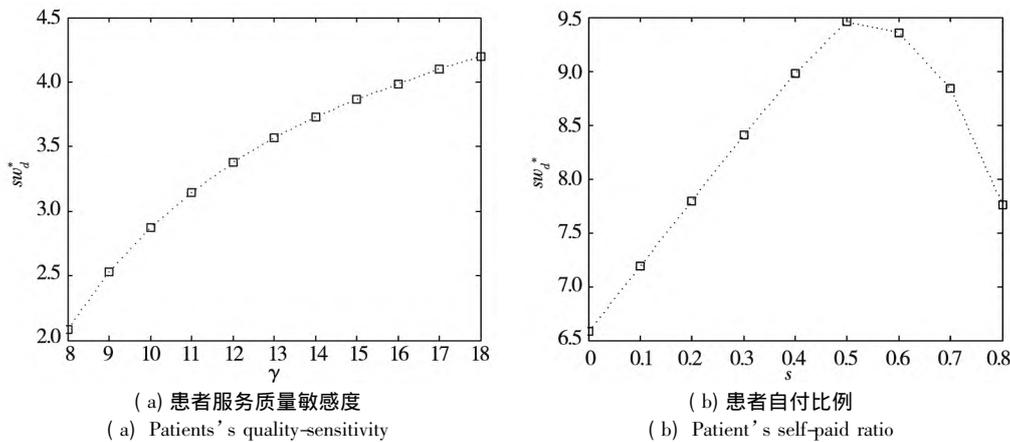


图 7 按病种支付模式下患者服务质量敏感度与自付比例对均衡社会福利的影响

Fig. 7 The impact of patient's quality-sensitivity and self-paid ratio on equilibrium social welfare under DRGs

图 8 演示了患者延时敏感度对两种定价模式患者等待时间、医保支出和社会福利的影响,设置 $\gamma = 15$,其他参数设置与图 2 相同.从图 8(c)可知,当患者延时敏感度低于一临界值($h \approx 13.8$)时,按项目支付模式具有更高的社会福利.而当患者延时敏感度高于该临界值时,按病种支付模式具有更高的社会福利.这是因为由图 8(a)可知按病种支付下的患者等待时间比按项目支付的

长,但随着患者延时敏感度增加而逐渐接近.而由图 8(b)可知按病种支付下的医保支出比按项目支付的低,并且差距基本保持不变.所以,当患者延时敏感度达到一定大小时,按病种支付的医保支出优势就可以在社会福利中得以体现.其管理启示是政策制定者在患者延时敏感度低时应该选择按项目支付;反之,应选择按病种支付模式.

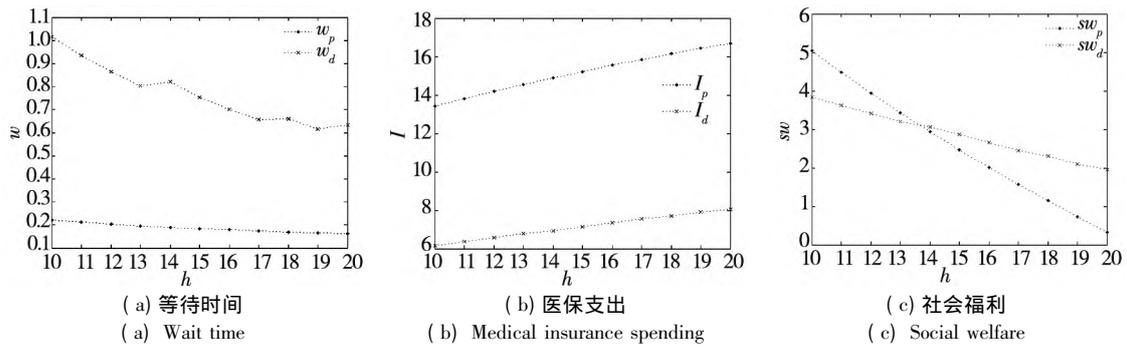


图8 患者延时敏感度对两种支付模式的影响

Fig. 8 The impact of patient's delay-sensitivity on two payment modes

类似的,图9(a)~图9(c)分别演示了患者质量敏感度、单位服务质量成本以及患者自付比例对两种支付模式社会福利的影响。从图9(a)和图9(c)可知,当患者服务质量敏感度和患者自付比例低于一临界值($\gamma \approx 11.5$ 、 $S \approx 0.3$)时,按项目支付模式具有更高的社会福利;而当患者服务质量敏感度和患者自付比例高于

该临界值时,按病种支付模式具有更高的社会福利。从图9(b)知,单位服务质量成本的两种支付模式比较的结果则大致相反。其管理启示是当患者的服务质量敏感度和患者自付比例低,或单位服务质量成本高时,政策制定者应选择按项目支付模式;否则,应选择按病种支付模式。

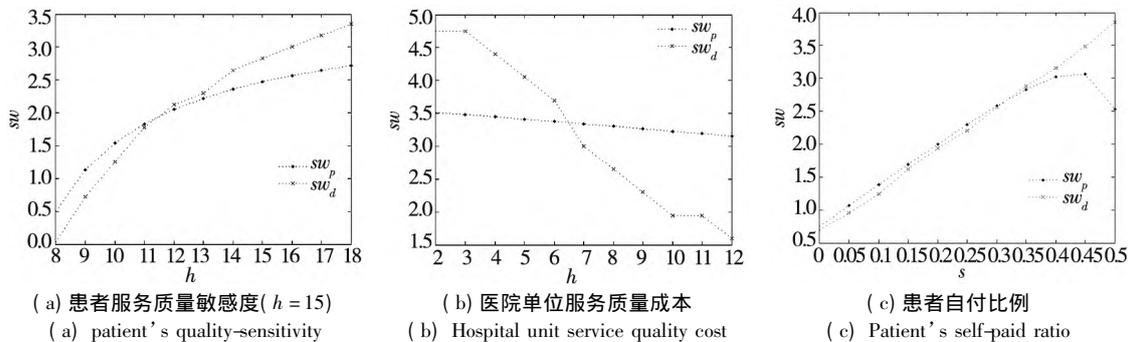


图9 患者服务质量敏感度、医院单位服务质量成本、患者自付比例对两种支付模式社会福利的影响

Fig. 9 The impact of patient's quality-sensitivity, hospital unit cost of service quality, and patient's self-paid ratio on social welfare under two payment modes

需要说明的是,因为从宏观角度研究医疗服务系统的支付模式选择问题,本文的模型已经很复杂。在两种支付方式比较方面,主要采用数值模拟的方法研究了两种支付模式的比较问题。在医疗服务系统的设计与控制领域,因为需要结合考虑医院的运营决策与患者的选择行为,从宏观角度研究政策制定者的决策模型通常较复杂,采用数值模拟方法以得到一些有益的管理启示是常见的(例如,Guo等^[31];陈妍等^[30],Hua等^[32])。并且,大量的数值实验表明该部分结论在大范围的参数变化下仍然是成立的,具有较强的稳健性。

为了论文的简洁未在正文里提供这些内容。

6 结束语

在同时考虑患者对等待时间和服务质量敏感的情况下,应用三阶段Stackelberg模型刻画患者、公立医院以及政策制定者间的均衡行为,本文从理论上分析了按项目支付和按病种支付两种模式下公立医院的最优决策及其性质,并对两种模式下的社会福利进行了比较研究。研究结果表明,按病种支付模式并不总是优于按项目支付模式,特

别是当患者延时敏感度(或患者服务质量敏感度、患者自付比例)较低时,或当单位服务质量成本较高时政策制定者应该选择按项目支付。此外,还得到了一些关于两种支付模式下公立医院的运营决策性质。比如,本文发现,在按项目支付和按病种支付模式下当患者延时敏感度中等大小时公立医院的服务能力通常是最大的。在按病种支付模式下,当患者服务质量敏感度中等大小时,医院的服务能力是最大的,而患者等待时间为最低的。此外,研究结果还表明,在按病种支付模式下,政策制定者选择一个适中的价格和患者自付比例可以使得总医保支出最少。这些性质将对政策制定者为医疗服务市场确定合适的医疗服务支付模式和对公立医院选择最优的运营决策提供有

益的参考。

由于医保支付模式比较的研究需要考虑患者复诊行为等情况,本文的模型已经较复杂,而未将公立医院的服务质量与服务能力决策建立直接的负相关关系(尽管命题1的结论确保了公立医院的最优服务质量与服务能力决策实际存在着联动变化的关系)。在未来,在将公立医院的服务质量与服务能力决策建立直接的负相关关系基础上分析比较两种支付模式是值得研究的问题。此外,在本文的基础上,进一步研究考虑患者复诊在收费上的差异、患者复诊与初诊的效用差异、医院间的博弈行为以及综合考虑不同病种和病情下的医疗服务定价和医保支付方式联合控制决策将具有重要的理论与实践意义。

参考文献:

- [1] Rabin R C. 15-Minute doctor visits take a toll on patient-physician relationships [EB/OL]. PBS Newshour, <https://www.pbs.org/newshour/health/need-15-minutes-doctors-time>, 2014.
- [2] Blomqvist A, Busby C. Paying Hospital-Based Doctors: Fee for Whose Service? [R]. Toronto: C. D. Howe Institute, 2013.
- [3] Kociol R D, Lopes R D, Clare R, et al. International variation in and factors associated with hospital readmission after myocardial infarction [J]. *Jama*, 2012, 307(1): 66-74.
- [4] 王文娟, 王季冬. 过度医疗与转诊制: 一个排队论下的博弈模型 [J]. *管理科学学报*, 2019, 22(2): 63-76.
Wang Wenjuan, Wang Jidong. Overtreatment and referral systems: A game embedded in a queuing model [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2019, 22(2): 63-76. (in Chinese)
- [5] 卢祖洵. 社会医疗保险学 [M]. 北京: 人民卫生出版社, 2012.
Lu Zuxun. *Social Medical Insurance* [M]. Beijing: Peoples Medical Publishing Press, 2012. (in Chinese)
- [6] Guo P, Tang C S, Wang Y, et al. The impact of reimbursement policy on social welfare, revisit rate, and waiting time in a public healthcare system: Fee-for-service versus bundled payment [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2019, 21(1): 154-170.
- [7] Siciliani L, Hurst J. Explaining Waiting Times Variations for Elective Surgery Across OECD Countries [R]. Paris: OECD Publishing, 2003.
- [8] McClellan M. Hospital reimbursement incentives: An empirical analysis [J]. *Journal of Economics & Management Strategy*, 1997, 6(1): 91-128.
- [9] Adida E, Mamani H, Nassiri S. Bundled payment vs. fee-for-service: Impact of payment scheme on performance [J]. *Management Science*, 2017, 63(5): 1606-1624.
- [10] Andritsos D A, Tang C S. Introducing competition in healthcare services: The role of private care and increased patient mobility [J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 234(3): 898-909.
- [11] Adida E, Bravo F. Contracts for healthcare referral services: Coordination via outcome-based penalty contracts [J]. *Management Science*, 2019, 65(3): 1322-1341.
- [12] Arifoğlu K, Ren H, Tezcan T. Hospital readmissions reduction program does not provide the right incentives: Issues and remedies [J]. *Management Science*, 2021, 67(4): 2191-2210.
- [13] Gorunescu F, McClean S I, Millard P H. A queuing model for bed-occupancy management and planning of hospitals [J].

- Journal of the Operational Research Society ,2002 ,53(1) : 19 – 24.
- [14]Zhang Y , Berman O , Verter V. Incorporating congestion in preventive healthcare facility network design [J]. European Journal of Operational Research ,2009 ,198(3) : 922 – 935.
- [15]Yankovic N , Green L V. Identifying good nursing levels: A queuing approach [J]. Operations Research ,2011 ,59(4) : 942 – 955.
- [16]Allon G , Deo S , Lin W. The impact of size and occupancy of hospital on the extent of ambulance diversion: Theory and evidence [J]. Operations Research ,2013 ,61(3) : 544 – 562.
- [17]Chan C W , Farias V F , Escobar G J. The impact of delays on service times in the intensive care unit [J]. Management Science ,2017 ,63(7) : 2049 – 2072.
- [18]Hassin R , Mendel S. Scheduling arrivals to queues: A single-server model with no-shows [J]. Management Science ,2008 ,54(3) : 565 – 572.
- [19]Luo J , Kulkarni V G , Ziya S. Appointment scheduling under patient no-shows and service interruptions [J]. Manufacturing & Service Operations Management ,2012 ,14(4) : 670 – 684.
- [20]Robinson L W , Chen R R. A comparison of traditional and open-access policies for appointment scheduling [J]. Manufacturing & Service Operations Management ,2010 ,12(2) : 330 – 346.
- [21]Ahmadi-Javid A , Jalali Z , Klassen K J. Outpatient appointment systems in healthcare: A review of optimization studies [J]. European Journal of Operational Research ,2017 ,258(1) : 3 – 34.
- [22]张会会 , 南京辉 , 邱金平. 门诊患者等待时间及其影响因素探析 [J]. 中国卫生事业管理 ,2014 ,31(8) : 581 – 583.
Zhang Huihui , Nan Jinghui , Di Jinping. Analyzing the waiting time for outpatients and its influencing factors [J]. Chinese Health Service Management ,2014 ,31(8) : 581 – 583. (in Chinese)
- [23]何 跃 , 邓唯茹 , 刘司寰. 基于组合决策树的急诊等待时间预测 [J]. 统计与决策 ,2016 , (6) : 72 – 74.
He Yue , Deng Weiru , Liu Sihuan. Emergency waiting time prediction based on combined decision tree [J]. Statistics and Decision ,2016 , (6) : 72 – 74. (in Chinese)
- [24]刘 强 , 谢晓岚 , 刘 冉 , 等. 面向动态时变需求的急诊科医生排班研究 [J]. 工业工程与管理 ,2015 ,20(6) : 122 – 129.
Liu Qiang , Xie Xiaolan , Liu Ran , et al. Shifts scheduling method for physicians in emergency department with time-varying demand [J]. Industrial Engineering and Management ,2015 ,20(6) : 122 – 129. (in Chinese)
- [25]朱明珠 , 齐二石 , 杨甫勤. 基于开排队网络的医院门诊服务台优化配置 [J]. 工业工程与管理 ,2016 ,21(5) : 129 – 133 , 140.
Zhu Mingzhu , Qi Ershi , Yang Fuqin. The resource optimization of service desks in the outpatient based on the open queuing network [J]. Industrial Engineering and Management ,2016 ,21(5) : 129 – 133 , 140. (in Chinese)
- [26]杜少甫 , 谢金贵 , 刘作仪. 医疗运作管理: 新兴研究热点及其进展 [J]. 管理科学学报 ,2013 ,16(8) : 1 – 19.
Du Shaofu , Xie Jingui , Liu Zuoyi. Progress and prospects in an emerging hot topic: Healthcare operations management [J]. Journal of Management Sciences in China ,2013 ,16(8) : 1 – 19. (in Chinese)
- [27]余玉刚 , 王耀刚 , 江志斌 , 等. 智慧健康医疗管理研究热点分析 [J]. 管理科学学报 ,2021 ,24(8) : 58 – 66.
Yu Yugang , Wang Yaogang , Jiang Zhibin , et al. Analysis of research hotspots of intelligent health care management [J]. Journal of Management Sciences in China ,2021 ,24(8) : 58 – 66. (in Chinese)
- [28]秦 岚 , 徐寅峰. 基于满意度的预约门诊排队策略研究 [J]. 运筹与管理 ,2013 ,22(2) : 135 – 142.
Qin Lan , Xu Yinfeng. Research of scheduling outpatient appointments based on patients' satisfaction [J]. Operations Research and Management Science ,2013 ,22(2) : 135 – 142. (in Chinese)
- [29]阎崇钧 , 唐加福 , 姜博文 , 等. 考虑患者选择和公平性的序列预约调度方法 [J]. 系统工程学报 ,2014 ,29(1) : 104 – 112.
Yan Chongjun , Tang Jiafu , Jiang Bowen , et al. Sequential appointment scheduling algorithm considering patient choice and fairness [J]. Journal of Systems Engineering ,2014 ,29(1) : 104 – 112. (in Chinese)
- [30]陈 妍 , 周文慧 , 华中生 , 等. 面向延时敏感患者的转诊系统定价与能力规划 [J]. 管理科学学报 ,2015 ,18(4) : 73 – 83.
Chen Yan , Zhou Wenhui , Hua Zhongsheng , et al. Pricing and capacity planning of the referral system with delay-sensitive

- patients [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(4): 73–83. (in Chinese)
- [31] Guo P, Lindsey R, Zhang Z G. On the Downs-Thomson paradox in a self-financing two-tier queuing system [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2014, 16(2): 315–322.
- [32] Hua Z, Chen W, Zhang Z G. Competition and coordination in two-tier public service systems under government fiscal policy [J]. *Production and Operations Management*, 2016, 25(8): 1430–1448.
- [33] Andritsos D A, Tang C S. Introducing competition in healthcare services: The role of private care and increased patient mobility [J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 234(3): 898–909.
- [34] Andritsos D A, Aflaki S. Competition and the operational performance of hospitals: The role of hospital objectives [J]. *Production and Operations Management*, 2015, 24(11): 1812–1832.
- [35] Hauck K, Hollingsworth B. *Do Obese Patients Stay Longer in Hospital?: Estimating the Health Care Costs of Obesity* [R]. Melbourne: Monash University, 2008.
- [36] Chen W, Zhang Z G, Hua Z. Analysis of two-tier public service systems under a government subsidy policy [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2015, 90: 146–157.
- [37] Siciliani L. Does more choice reduce waiting times? [J]. *Health Economics*, 2005, 14(1): 17–23.
- [38] Edelson N M, Hilderbrand D K. Congestion tolls for Poisson queuing processes [J]. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1975, 43(1): 81–92.
- [39] Hassin R, Haviv M. *To Queue Or Not to Queue: Equilibrium Behavior in Queueing Systems* [M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2003.
- [40] Horwitz J R, Nichols A. Hospital ownership and medical services: Market mix, spillover effects, and nonprofit objectives [J]. *Journal of Health Economics*, 2009, 28(5): 924–937.
- [41] Ahmed M A, Alkhamis T M. Simulation optimization for an emergency department healthcare unit in Kuwait [J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 198(3): 936–942.
- [42] 许健, 黄宇飞, 杨永福, 等. 基于数据分析的医生绩效奖金分配方案 [J]. *中国医院*, 2020, 24(3): 51–53.
Xu Jian, Huang Yufei, Yang Yongfu, et al. Performance bonus distribution scheme of doctors based on data analysis [J]. *Chinese Hospitals*, 2020, 24(3): 51–53. (in Chinese)
- [43] 许明辉, 于刚, 张汉勤. 具备提供服务的供应链博弈分析 [J]. *管理科学学报*, 2006, 9(2): 18–27.
Xu Minghui, Yu Gang, Zhang Hanqin. Game analysis in a supply chain with service provision [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2006, 9(2): 18–27. (in Chinese)
- [44] Li G, Li L, Sun J. Pricing and service effort strategy in a dual-channel supply chain with showrooming effect [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2019, 126: 32–48.
- [45] 吕茹霞, 张翠华. 新零售下考虑需求迁移的双线服务质量控制及协调研究 [J]. *软科学*, 2021, 35(6): 116–124.
Lü Ruxia, Zhang Cuihua. Service quality control and coordination under new retail considering demand shift [J]. *Soft Science*, 2021, 35(6): 116–124. (in Chinese)

Comparisons of the fee-for-service and diagnosis-related groups payment modes based on patients' delay-sensitivity

CHEN Xiao-hong^{1,2,3}, ZENG Yang-yan^{1,2,3}, CHEN Wu-hua^{4,5*}

1. School of Business, Central South University, Changsha 410083, China;
2. School of Frontier Crossover Studies, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China;
3. Changsha Social Laboratory of Artificial Intelligence, Changsha 410205, China;
4. School of Public Administration, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China;
5. International Business School, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China

Abstract: In view of the fact that China's public medical service system is lack of scientific evidence and op-

erating experience in the transition from the fee-for-service (FFS) to diagnosis-related groups (DRGs) payment mode , the optimal operational decisions of the public hospitals under the two payment modes and the social welfare comparisons are studied. Using a three-stage Stackelberg game and considering the patients' delay and service quality sensitivity , the system performance and the equilibrium properties among patients , public hospitals , and policy makers are analyzed. The results show that when the patient's delay-sensitivity , service quality-sensitivity and self-pay ratio (or cost per unit service quality) are high (low) , DRGs payment mode generates higher social welfare; Otherwise , FFS payment mode is better. The service capacity of public hospitals achieves its maximum when the patient's delay-sensitivity is at a medium level. In addition , the results also show that under the DRGs payment mode , policy-makers can choose a modest price and a modest patient self-paid ratio to maximize social welfare.

Key words: payment mode; delay-sensitivity; fee-for-service payment; diagnosis-related groups payment; Stackelberg game

附录

命题 1 证明:

对 $\lambda_f = \mu_f - \frac{h}{U - p_f S + \gamma \xi_f}$ 分别关于 μ_f 和 ξ_f 求偏导可得 $\frac{\partial \lambda_f}{\partial \mu_f} = 1$, $\frac{\partial \lambda_f}{\partial \xi_f} = \frac{h\gamma}{(U - p_f S + \gamma \xi_f)^2}$. 易知 λ_f 关于 μ_f 和 ξ_f 都是单调递增函数. 因此 若公立医院的最优策略满足 $c_1 \mu_f^* + c_2 \xi_f^{*2} / 2 < (B + p_f^* - c) \lambda_f^*$, 公立医院一定会提高 μ_f 和 ξ_f 以获得更高的服务率 即其不是最优解. 因此 公立医院的最优策略必定满足 $c_1 \mu_f^* + c_2 \xi_f^{*2} / 2 = (B + p_f^* - c) \lambda_f^*$. 证毕.

命题 2 证明:

对 λ_f 关于 ξ_f 分别求一次和二次偏导可得

$$\frac{\partial \lambda_f}{\partial \xi_f} = \left(c_2 \xi_f - \frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f S + \gamma \xi_f)^2} \right) / (p_f - c_1 - c)$$

$$\frac{\partial^2 \lambda_f}{\partial^2 \xi_f} = c_2 + \frac{2c_1 h \gamma^2}{(U - p_f S + \gamma \xi_f)^3 (p_f - c_1 - c)} > 0$$

知 λ_f 关于 ξ_f 是向下凸的函数. 因此 医院的最优服务质量决策必定在定义域的端点上取得 即满足如下三种情形之一:

$$0 \leq \text{或} \left(c_2 \xi_f^2 / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} - B \right) / (p_f - c_1 - c) = \lambda(2 - \xi_f^*) . \quad \text{证毕.}$$

命题 3 证明:

定义函数 $g(p_f) = \left(c_2 \xi_f^2 / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} - B \right) / (p_f - c_1 - c) - \lambda(2 - \xi_f)$. 若 $\frac{hc_1}{U - c_1 S + \gamma \xi_f} > B$ 容易验证 对所有 $p_f > c_1$ 有 $\frac{p_f h}{U - p_f S + \gamma \xi_f} > B$. 令 $p_f \rightarrow c_1^+$ 有 $g(p_f) > 0$. 令 $p_f \rightarrow \left(\frac{U + \gamma \xi_f}{S} \right)^-$ 有 $g(p_f) < 0$. 根据 $g(p_f)$ 在 $p_f > c_1$ 上的连续性 存在 p_f^* 使得 $g(p_f^*) = 0$. 即公立医院的最优定价策略必定满足

$$\left(c_2 \xi_f^2 / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f^* S + \gamma \xi_f} - B \right) / (p_f^* - c_1 - c) = \lambda(2 - \xi_f) \quad \text{证毕.}$$

命题 4 证明:

如果公立医院的最优定价策略在边界的极值点上取到 则对

$$\left(c_2 \xi_f^{*2} / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*} - B \right) / (p_f^* - c_1 - c) = \lambda(2 - \xi_f^*)$$
 两边分布关于 p_f 求导 可得

$$\frac{c_1 h}{(U - p_f S + \gamma \xi_f^*)^2} \left(-S + \gamma \frac{\partial \xi_f^*}{\partial p_f} \right) - c_2 \xi_f^* \frac{\partial \xi_f^*}{\partial p_f} + \lambda (c_1 + c - p_f) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial p_f} + \lambda (2 - \xi_f^*) = 0$$

由上式可得 $\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial p_f} = \frac{S c_1 h}{(U - p_f S + \gamma \xi_f^*)^2} - \lambda (2 - \xi_f^*)$. 因为极值点时要求 $\frac{\partial \xi_f^*}{\partial p_f} = 0$ 即有 $\frac{S c_1 h}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - \lambda (2 - \xi_f^*) = 0$.

对 $\left(c_2 \xi_f^{*2} / 2 + \frac{c_1 h}{U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*} - B \right) / (p_f^* - c_1 - c) = \lambda (2 - \xi_f^*)$ 两边关于 h 求导, 可得

$$-\frac{c_1}{U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*} + \frac{c_1 h}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} \left(-S \frac{\partial p_f^*}{\partial h} + \gamma \frac{\partial \xi_f^*}{\partial h} \right) - c_2 \xi_f^* \frac{\partial \xi_f^*}{\partial h} + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial h} + \lambda (2 - \xi_f^*) \frac{\partial p_f^*}{\partial h} = 0$$

将 $\frac{S c_1 h}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - \lambda (2 - \xi_f^*) = 0$ 代入上式, 可得

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial h} = \frac{c_1}{U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*}$$

若 $\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) > 0$ 即 $\xi_f^* < \frac{2\lambda + S\lambda(p_f^* - c_1 - c)}{\lambda + S c_2}$, 可得 $\frac{\partial \xi_f^*}{\partial h} > 0$; 否则, $\frac{\partial \xi_f^*}{\partial h} \leq 0$.

采用相同的方法, 可以得到

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial B} = -1$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial \lambda} = -(2 - \xi_f^*) (p_f^* - c_1 - c)$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial c_1} = \lambda (2 - \xi_f^*) + \frac{h}{U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial U} = -\frac{c_1 h}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial S} = \frac{c_1 h p_f^*}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial \gamma} = -\frac{c_1 h \xi_f^*}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_f^* S + \gamma \xi_f^*)^2} - c_2 \xi_f^* + \lambda (c_1 + c - p_f^*) \right) \frac{\partial \xi_f^*}{\partial c_2} = \xi_f^*$$

从而可知 若 $\xi_f^* < \frac{2\lambda + S\lambda(p_f^* - c_1 - c)}{\lambda + S c_2}$, ξ_f^* 关于 c_1, c_2, S 单调递增; 反之, 单调递减. 而 ξ_f^* 关于 λ, B, γ, U 的单调性质则与 c_1 相反. 证毕.

命题 5 证明:

对 $\lambda_d = \mu_d - \frac{h}{U - p_d S + \gamma \xi_d}$ 分别关于 μ_d 和 ξ_d 求偏导可得 $\frac{\partial \lambda_d}{\partial \mu_d} = 1, \frac{\partial \lambda_d}{\partial \xi_d} = \frac{h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d)^2}$. 与命题 1 的证明类似, 可以得到公立医院的最佳策略必定满足 $c_1 \mu_d^* + c_2 \xi_d^{*2} / 2 = B + (p_d - c(2 - \xi_d^*)) \times \lambda_d^* / (2 - \xi_d^*)$. 证毕.

命题 6 证明:

易知该最优化问题的解在极值点上取到, 或在边界及端点上取到. 下面先分析极值点的情况.

已知 $\lambda_d = \left(B - \frac{h c_1}{U - p_d S + \gamma \xi_d} - c_2 \xi_d^2 / 2 \right) / ((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d)$, 将其关于 ξ_d 求导数可得

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_d}{d\xi_d} &= \left(\frac{p_d h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d)^2} - c_2 \xi_d \right) / \left((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d \right) + (c_1 + c) \left(B - \frac{p_d h}{U - p_d S + \gamma \xi_d} - \frac{c_2 \xi_d^2}{2} \right) / \\ &\quad \left((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d \right)^2 \\ &= \left(\left(\frac{p_d h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d)^2} - c_2 \xi_d \right) \left((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d \right) + (c_1 + c) \left(B - \frac{p_d h}{U - p_d S + \gamma \xi_d} - \frac{c_2 \xi_d^2}{2} \right) \right) / \\ &\quad \left((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d \right)^2 \\ &= \left(p_d h \frac{\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d) - p_d) - (c_1 + c)(U - p_d S)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d)^2} + B(c_1 + c) - c_2 \xi_d((c_1 + c)(2 - \xi_d/2) - p_d) \right) / \\ &\quad \left((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d \right)^2 \end{aligned}$$

易知极值点只会出现在 $\frac{d\lambda_d}{d\xi_d} = 0$ 上, 即

$$p_d h \frac{\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d) - p_d) - (c_1 + c)(U - p_d S)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d)^2} + B(c_1 + c) - c_2 \xi_d((c_1 + c)(2 - \xi_d/2) - p_d) = 0$$

从而, 可知, 对给定的服务价格 p_d , 按病种支付模式下医院的最优服务质量策略 ξ_d^* 的必要条件为如下三种情形之一:

- 1) $\left(B - \frac{hc_1}{U - p_d S + \gamma \xi_d^*} - c_2 \xi_d^{*2} / 2 \right) / \left((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d \right) = \lambda$;
- 2) $p_d h \frac{\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d) - p_d) - (c_1 + c)(U - p_d S)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d)^2} = c_2 \xi_d((c_1 + c)(2 - \xi_d/2) - p_d) - B(c_1 + c)$;
- 3) $\xi_d^* = \xi_0$ 或 $2 - p_d / (c_1 + c)$.

并且, 易知 $\mu_d^* = \left(B + \frac{hc}{U - p_d S + \gamma \xi_d^*} - \frac{p_d h}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)(2 - \xi_d^*)} - c_2 \xi_d^* \right) / \left((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d \right)$.

证毕.

命题 7 证明:

当 ξ_d^* 满足 $\left(B - \frac{hc_1}{U - p_d S + \gamma \xi_d^*} - c_2 \xi_d^{*2} / 2 \right) / \left((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d \right) = \lambda$ 时, 对该方程两边分别关于 h 求导, 可得

$$-\frac{c_1}{U - p_d S + \gamma \xi_d^*} + \frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} \frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} - c_2 \xi_d^* \frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} + \lambda(c_1 + c) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} = 0$$

可得

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda(c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} = \frac{c_1}{U - p_d S + \gamma \xi_d^*}$$

若 $\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} > c_2 \xi_d^* - \lambda(c_1 + c)$, 可得 $\frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} > 0$; 否则, $\frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} \leq 0$

采用相同的方法, 可以得到

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda(c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial B} = -1$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda(c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial c_1} = \lambda(2 - \xi_d^*) + \frac{h}{U - p_d S + \gamma \xi_d^*}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda(c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial U} = -\frac{c_1 h}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda(c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial S} = \frac{c_1 h p_d}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda(c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial c_2} = \xi_d^{*2} / 2$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda (c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial \gamma} = - \frac{c_1 h \xi_d^*}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2}$$

$$\left(\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - c_2 \xi_d^* + \lambda (c_1 + c) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial c} = \lambda (2 - \xi_d^*)$$

从而可知, 当 $\frac{c_1 h \gamma}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} > c_2 \xi_d^* - \lambda c_1$ 时, ξ_d^* 关于 S, c_1, c_2 和 c 单调递增, 而关于 γ, B 和 U 单调递减; 否则, 反之. 证毕.

命题 8 证明:

$$\text{当 } \xi_d^* \text{ 满足 } p_d h \frac{\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d) - p_d) - (c_1 + c)(U - p_d S)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} = c_2 \xi_d^* ((c_1 + c)(2 - \xi_d/2) - p_d) - B(c_1 + c) \text{ 时,}$$

对方程两边分别关于 h 求导, 可得

$$p_d \frac{\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d) - p_d) - (c_1 + c)(U - p_d S)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^2} - 2hp_d \gamma^2 \frac{((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^3} \frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} -$$

$$c_2((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} = 0$$

因为极大值点时必有 $\frac{d\lambda_d^2}{d\xi_d^2} = -2hp_d \gamma^2 \frac{((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^3} - c_2((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d) < 0$. 所以, 当 $\gamma(2(c_1 + c)(1 - \xi_d) - p_d) > (c_1 + c)(U - p_d S)$ 时, 即 $\xi_d^* < \frac{2\gamma(c_1 + c) - \gamma p_d - (c_1 + c)(U - p_d S)}{2\gamma(c_1 + c)}$ 时, 有 $\frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} > 0$; 否则, $\frac{\partial \xi_d^*}{\partial h} \leq 0$.

类似的, 可以得到

$$\left(-2hp_d \gamma^2 \frac{((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^3} - c_2((c_1 + c)(2 - \xi_d) - p_d) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial B} = -c_1 - c$$

$$\left(-2hp_d \gamma^2 \frac{((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d)}{(U - p_d S + \gamma \xi_d^*)^3} - c_2((c_1 + c)(2 - \xi_d^*) - p_d) \right) \frac{\partial \xi_d^*}{\partial c_2} = \xi_d^* ((c_1 + c)(2 - \xi_d^*/2) - p_d)$$

从而可知, ξ_d^* 关于 B 单调递增. 若 $\xi_d^* > \frac{4c_1 + 4c - 2p_d}{c_1 + c}$, ξ_d^* 关于 c_2 单调递增; 反之, 单调递减. 证毕.