维普资讯 http://www.cqvip.com

第2卷第3期
1999年9月

管理科学学报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 2 No. 3
Sep. 1999

基于模糊逻辑系统的非线性组合预测方法研究①

董景荣② 杨秀苔
(重庆大学工商管理学院)

【摘要】针对线性组合预测方法的局限性，本文提出了一种基于高斯型模糊逻辑系统的非线性组合预测新方法，并给出了相应的反向传播学习算法确定模糊系统的参数及模糊子集的划分. 理论分析和应用实例表明：该方法具有很强的学习与泛化能力，在处理诸如非线性系统中时间序列的组合建模与预测方面有很好的应用价值.

关键词：组合预测，模糊逻辑系统，反向传播学习算法
分类号：N94，O221.7

0 引 言

近年来，接触资源、环境、运输、经济等方面的实际课题，对象全都是内部结构复杂、指标和因素较多的非线性系统. 对于此类系统结构及输入、输出的模拟、预测和调控，采用单个预测模型或部分因素和指标仅能包含或体现所研究系统的局部，如果对同一预测问题采用多个不同的预测模型，并加以适当的有效组合或多个变量的科学综合，则可以充分利用各种信息，达到提高预测精度与模拟评价效果的目的.

自从 J. M. Bates 和 C. W. J. Granger 首次提出组合预测方法[1]以来，组合预测的研究已经取得很大的进展，文献[2－6]对此有比较详细的综述和评价. 根据集结或组合各单项预测模型的方式不同，组合预测一般可分为线性组合预测和非线性组合预测两大类. 由于线性组合预测相对比较简单，故而研究成果最多，也最为人们所常用. 但线性组合预测方法有较大的局限性，文献[7]指出，线性组合预测只是不同预测方法之间的值的一种凸组合，它对于预测对象的实际值 $\varphi(x)$ 与其预测值 $\varphi_1(x)$ 和 $\varphi_2(x)$ 之间的关系呈现如图1、图2和图3三种情况时，线性组合预测方法却往往无能为力. 为克服线性组合预测的这些局限性，文献[8]推出了一种广义的组合预测原理——非线性组合预测方法. 即设对于某一预测对象 F 利用 m 种预测方法得到 m 个模型的预测值 φ_i $(i=1,2,\cdots,m)$，非线性组合预测原理是说利用这 m 个预测值构成的非线性组合函数

$$y=\psi(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_m) \tag{1}$$

在某种测度之下，y 的度量要比 $\varphi_i(i=1,2,\cdots,m)$ 优越(式(1)中，$y\in R$、ψ 是非线性函数). 但在实际的应用中，如何构造出有效的非线性组合函数 $\psi(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_m)$ 是十分困难的. 因此，有必要引入新的理论和方法来确定相应的非线性函数.

近年来，模糊系统理论用于非线性系统控制、预测、辨识等方面的研究已取得很大进展[9－12]. 模糊模型作为一种结构型数字估计器本质上是一种非线性模型，同时具有极强的泛化能力和适应能力[11]. Kosko 证明了一个加法模糊系统能以任意的精度逼近一个紧致域上的任意连续函数[13]，Wang 利用 Stone－Weiestrass 定理证明了具有积推理、中心反模糊化、高斯型隶属函数的模糊系统也能以任意精度逼近一闭子集上的实连续函数[14]. 基于上述考虑，采用高斯型模糊逻辑系统来进行非线性组合预测函数 $\psi(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_m)$ 的模

① 国家自然科学基金资助项目(79770105)
② 董景荣：博士生，副教授，通信地址：重庆大学12舍40信箱，邮编：400044.
本文1998年11月5日收到.

维普资讯 http://www.cqvip.com

拟，并给出了相应的反向传播学习算法，理论分析和应用实例都表明了该方法的有效性.

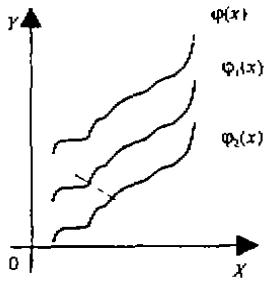

图1　实际值位于其预测值的上方

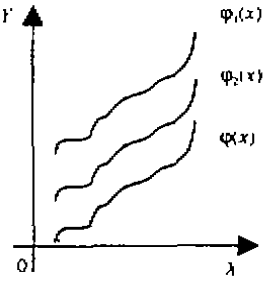

图2　实际值位于其预测值的下方

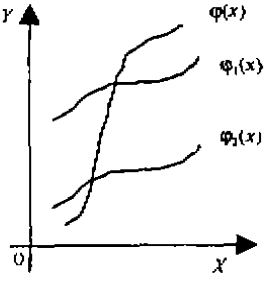

图3　实际值与其预测值相交

1　高斯型模糊逻辑系统

一个模糊系统可以由 n 条模糊规则组成的集合来表示，其中第 l 条模糊规则的形式为

$R^{(l)}$：If x_1 is F_1^l and，…，and

x_n is F_n^l　then y is G^l　　(2)

式(2)中，$R^{(l)}$ 表示第 l 条模糊推理规则，F_1^l 和 G^l 分别为 $U_i \subset R$ 和 $V \subset R$ 上的模糊集合，且 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T \in U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$ 和 $y \in V$ 均为语言变量，$l = 1, 2, \cdots, m$，m 为规则总数，x 和 y 分别为系统的输入和输出.

一条模糊规则可以被表示成一个积空间 $U \times V$ 上的模糊蕴函关系 $F_1^l \times F_2^l \times \cdots \times F_n^l \to G^l$. 设 U 上的模糊集合 A' 为模糊推理机的输入，若采用 Sup—— * 合成运算，则每一条模糊推理规则将对应于 V 上的模糊集合 B^l，即

$$\mu_{B^l}(y) = \sup_{x \in u}[\mu_{F_1^l \times \cdots \times F_n^l \to G^l(x,y)} \mu_{A'}(x')] \quad (3)$$

为表示方便，设 $F_1^l \times \cdots \times F_n^l = A$，$G^l = B$. 模糊规则可表示成 $A \to B$，相应的模糊蕴函乘积规则可写为

$$\mu_{A \to B}(x, y) = \mu_A(x)\mu_B(y) \quad (4)$$

$$\mu_{F_1^l \times \cdots \times F_n^l}(x) = \mu_{F_1^l \times \cdots \times F_n^l}(x_1) \cdots \mu_{F_n^l}(x_n) \quad (5)$$

重心反模糊化算法可表示为

$$\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{m} \bar{y}^l [\mu_{B^l}(\bar{y}^l)]}{\sum_{l=1}^{m} [\mu_{B^l}(\bar{y}^l)]} \quad (6)$$

式中 $\bar{y}^l$ 为模糊集合 G^l 的中心，即 $\mu_{B^l}(y)$ 在 V 空间的该中心点上取得最大值，$\mu_{B^l}(y)$ 由式(3)给出. 将式(4)和式(5)代入式(1)可得

$$\mu_{B^l}(\bar{y}^l) = \sup_{x' \in u}\left[\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i')\mu_{G^l}(\bar{y}^l)\mu_{A'}(x')\right] \quad (7)$$

若用单值模糊器，当 $x' = x$ 时，有 $\mu_{A'}(x') = 1$，其余 $x' \in U$，有 $\mu_{A'}(x') = 0$；因此式(7)的上界"Sup"应在 $x' = x$ 点取得，从而有如下的高斯型模糊逻辑系统

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^{m} \bar{y}^l \left[\prod_{i=1}^{n} a_i^l \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right)\right]}{\sum_{l=1}^{m} \left[\prod_{i=1}^{n} a_i^l \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right)\right]} \quad (8)$$

2　模糊逻辑系统的学习算法

研究结果表明[15]，模糊逻辑系统能够用三层前馈网络表示，对于本文所述的高斯型模糊逻辑系统，可用如图4所示的网络模型表示. 于是就可以用反向传播学习算法来确定该模糊逻辑系统，即用反向传播算法来确定该模糊系统的参数 $\bar{y}^l$、$\bar{x}_i^l$ 及 σ_i^l，从而使模糊系统进行学习的目的.

设有输入输出数据对 (x^p, d^p)，$x^p \in U \subset R^n$，$d^p \in V \subset R$；我们的目的是通过学习确定一个形如式(8)表示的高斯型模糊逻辑系统 f，使得

$$e^p = \frac{1}{2}[f(x^p) - d^p]^2 \quad (9)$$

最小. 设 $a_i^l = 1$，m 已知，现在的问题变成，如何调整参数 $\bar{y}^l$，$\bar{x}_i^l$，σ_i^l 使得式(9)的 e^p 最小. 为方便，下列分别用 e，f，d 表示 e^p，$f(x^p)$ 和 d^p. 可用反向传播学习算法的学习规则来调整参数 $\bar{y}^l$，即

$$\bar{y}^l(k+1) = \bar{y}^l(k) - \alpha \left.\frac{\partial e}{\partial \bar{y}^l}\right|_k \quad (10)$$

式(10)中 $y^l(k+1)$ 表示当前参数修正值，$y^l(k)$ 为上一学习周期的参数修正值，$l = 1, 2, \cdots, m$；$k = 0, 1, 2, \cdots$；α 为确定的步长，从图4可知，f 和 e

维普资讯 http://www.cqvip.com

仅通过 a 依赖于 $\bar{y}^l$，这里 $f = a/b$，$a = \sum_{l=1}^{m}(\bar{y}^l z^l)$，$b = \sum_{l=1}^{m} z^l$，且 $z^l = \prod_{i=1}^{n} \mathrm{epx}\left[-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right]$. 因此，根据连锁法则可以得到

$$\frac{\partial e}{\partial \bar{y}^l} = (f - d)\frac{\partial f}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial \bar{y}^l} = (f - d)\frac{1}{b}z^l \tag{11}$$

将式(11)代入式(10)可得关于 $\bar{y}^l$ 的学习算法

$$\bar{y}^l(k+1) = \bar{y}^l(k) - \alpha\frac{f - d}{b}z^l \tag{12}$$

式中 $l = 1, 2, \cdots, m$；$k = 0, 1, 2, \cdots$.

同样可采用如下公式来调整参数 $\bar{x}_i^l$

$$\bar{x}_i^l(k+1) = \bar{x}_i^l(k) - \alpha\frac{\partial e}{\partial \bar{x}_i^l}\bigg|_k \tag{13}$$

式中，$i = 1, 2, \cdots, n$；$l = 1, 2, 3, \cdots, m$；$k = 0, 1, 2, \cdots$. 从图 4 中可以看到 f 和 e 仅仅在 Z^l 中依赖 $\bar{x}_i^l$，因此，根据连锁法则，可得

$$\frac{\partial e}{\partial \bar{x}_i^l} = (f - d)\cdot\frac{\partial f}{\partial Z^l}\cdot\frac{\partial Z^l}{\partial \bar{x}_i^l} = (f - d)\cdot\frac{\bar{y}^l - f}{b}\cdot Z^l\cdot\frac{2(x_i^p - \bar{x}_i^l)}{\sigma_i^{l2}} \tag{14}$$

将式(14)代入式(13)即可得到关于 $\bar{x}_i^l$ 的学习算法

$$\bar{x}_i^l(k+1) = \bar{x}_i^l(k) - \alpha\cdot\frac{f - d}{b}(\bar{y}^l - f)z^l\cdot\frac{2(x_i^p - \bar{x}_i^l(k))}{\sigma_i^{l2}(k)} \tag{15}$$

同样，可以得到关于 σ_i^l 的学习算法

$$\sigma_i^l(k+1) = \sigma_i^l(k) - \alpha\frac{f - d}{b}(\bar{y}^l - f)z^l\cdot\frac{2(x_i^p - \bar{x}_i^l(k))^2}{\sigma_i^3(k)} \tag{16}$$

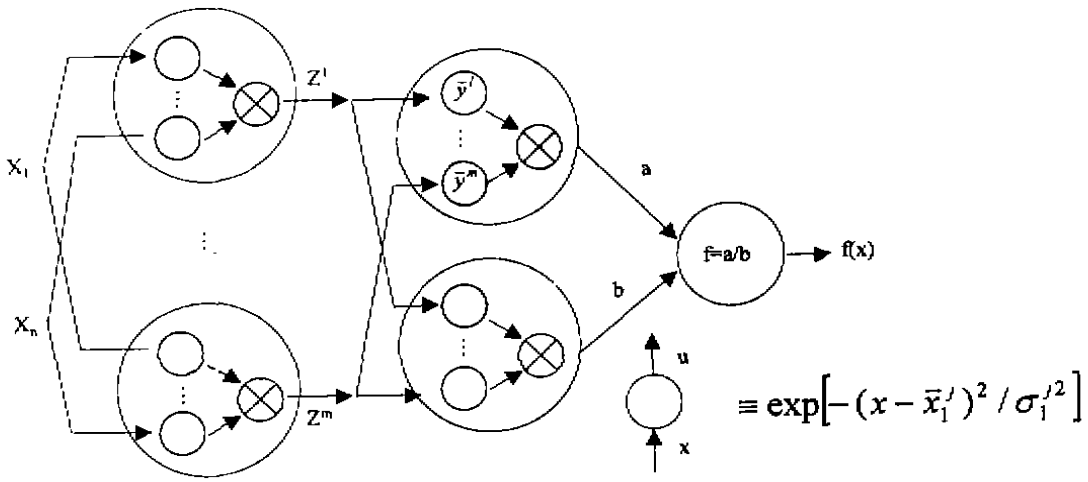

图 4 模糊逻辑系统的网络模型表示

式(12)、式(15)、式(16)的学习算法完成的是一个误差反向传播过程，在调整参数 $\bar{y}^l$ 时，正态误差 $(f - d)/b$ 反向传播到 $\bar{y}^l$ 那一层的处理单元，于是利用式(12)对 $\bar{y}^l$ 进行调整，此时 z^l 为 $\bar{y}^l$ 的输入；当调整参数 $\bar{x}_i^l$ 和 σ_i^l 时，正态误差 $(f - d)/b$ 乘以 $(\bar{y}^l - f)$ 和 z^l 被反向传播到那一层的处理单元，此时第 1 层的输出为 z^l；于是参数 $\bar{x}_i^l$ 和 σ_i^l 就可以用式(15)和式(16)来调整. 式(15)和式(16)的其它变量 $\bar{x}_i^l$，x_i^p 和 σ_i^l 的值可由局部子系统提供.

基于模糊逻辑系统的非线性组合预测原理是：把各参加组合的模型预测结果作为模糊逻辑系统的输入向量，将代表相应时刻的实际值作为模糊逻辑系统的输出；然后用足够多的预测案例训练这个系统，使不同的输入向量得到相应的输出量值，从而在各参加组合的模型预测结果与实际值之间建立一种非线性映射关系. 经过不断地学习及测试，达到较高的精度之后，该系统就可以作为组合预测的有效工具，即可将该系统用于组合预测，得到最终预测结果.

4 组合预测效果的评价

为检验组合预测效果的好坏，必须制定一套切实可行的评价指标对组合预测效果进行全方位的综合性衡量和评价. 按照预测效果评价原则和惯例，采用以下评价指标作为参考.

维普资讯 http://www.cqvip.com

1）平方和误差

$$SSE = \sum_{t=1}^{n} (y_t - \hat{y}_t)^2 \tag{17}$$

式中　y_t 为预测事物实际值，$\hat{y}_t$ 为预测值.

2）平均绝对误差

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} |y_t - \hat{y}_t| \tag{18}$$

3）均方误差

$$MSE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \hat{y}_t)^2} \tag{19}$$

4）平均绝对百分比误差

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \tag{20}$$

5）均方百分比误差

$$MSPE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{t=1}^{n} \left(\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t}\right)^2} \tag{21}$$

5　组合预测实例

为了说明所提出的非线性组合预测方法的有效性，本文以文献[16、17]中所给的预测实例为例进行基于模糊逻辑系统的非线性组合预测. 已知例1、例2中的原始数据分别取自文献[16、17]，如表1所示，其中，y_t 与 φ_{t1} 和 φ_{t2} 分别表示某预测事物在某一时段的实际观测值和两种不同方法的预测值. 运用本文提供的基于模糊逻辑系统的非线性组合预测方法对此群组问题（$m = 2$）进行组合预测（在式(12)、式(15)和式(16)的反向传播算法中取 $\alpha = 0.5$），其预测效果评价如表2所示. 为检验组合预测效果的好坏，表2还同时给出了各单个预测方法的效果评价. 为了便于与常用的组合预测方法相比较，就例1而言，表2还同时给出以

$$\min J = \left(\sum_{t=1}^{n} |\varepsilon_t|^p\right)^{1/p} = \left[\sum_{t=1}^{n} \left| y_t - \sum_{j=1}^{m} W_j \varphi_{tj} \right|^p\right]^{1/p} \tag{22}$$

和

$$\min J = \left(\sum_{t=1}^{n} |\eta_t|^p\right)^{1/p} = \left[\sum_{t=1}^{n} \left| (y_t - \sum_{j=1}^{m} W_j \varphi_{tj})/y_t \times 100\% \right|^p\right]^{1/p} \tag{23}$$

为误差性能指标的最优加权算术平均组合权系数估计结果及其相应的预测效果评价. 就例2而言，表2给出了基于绝对误差的最优加权算术平均和最优加权几何平均组合预测方法的组合权系数估计结果及其相应的效果评价.

从例1、例2的评价效果可以看出，基于模糊逻辑系统的组合预测方法和各种最优加权的组合预测技术都较原来单个的预测方法取得了更好的效果，而基于模糊系统的非线性组合预测技术明显优于传统的最优加权组合技术. 综合以上分析可以看出，基于模糊逻辑系统的非线性组合预测方法具有广泛的适用性，能针对各种不同的预测问题寻优确定模型的最佳组合形式，从而能够有效地提高精度，取得较好的预测效果. 此外，笔者还运用本文所提供的方法进行了大量的仿真组合预测，均取得了令人满意的效果.

6　结 束 语

组合预测是预测学理论研究的重要内容，有关其理论和方法的研究，目前虽然有了很大的进展，但仍很不完善. 本文提出的基于模糊逻辑系统非线性组合预测方法是一种新的预测方法，它具有处理分类边界模糊的数据以及易于引入启发性知识的能力和很强的学习与泛化能力，它对推动和促进预测学理论的进一步研究和发展具有一定意义. 而且在处理诸如非平稳时间序列这种具有一定程序不确定性系统的组合建模与预测方面具有广泛的应用价值.

表1　预测实例原始数据简表

T		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
例1	y_t	11.49	13.06	15.34	20.58	23.28	26.46	27.33	34.22	40.19	53.37	77.79	100.63
	φ_{t1}	18.47	14.54	12.84	13.38	16.15	21.16	28.40	37.87	49.58	63.53	79.00	98.12
	φ_{t2}	10.03	11.23	15.24	18.67	27.78	26.36	29.67	27.40	42.73	47.36	71.00	109.32
例2	y_t	57.0	65.4	75.4	82.5	92.8	102.7	119.5	143.8	169.7	201.0	251.2	
	φ_{t1}	54.52	62.89	72.54	83.67	96.51	111.32	128.41	148.11	170.84	197.06	227.31	
	φ_{t2}	64.68	66.74	68.72	76.61	88.42	104.15	123.79	147.35	174.82	206.21	241.51	

维普资讯 http://www.cqvip.com

表 2 预测效果评价表

预测方法				预测效果评价指标				
				SSE	MAS	MSE	MAPE	MSPE
例 1	个体预测	个体预测方法(Ⅰ)		401.557 0	4.881 7	1.669 9	0.195 9	0.073 1
		个体预测方法(Ⅱ)		245.578 6	3.590 8	1.305 9	0.099 8	0.033 4
	组合预测	基于模糊系统的组合预测法		91.357 1	2.241 5	0.771 2	0.062 5	0.021 1
		绝对误差最优组合	$P=1$	$W_1=0.386\ 9$ $W_2=0.613\ 1$	95.451 2	2.296 5	0.814 2	0.076 0	0.027 2
			$P=2$	$W_1=0.412\ 1$ $W_2=0.587\ 9$	94.868 9	2.342 1	0.811 8	0.079 1	0.028 3
			$P=\infty$	$W_1=0.340\ 7$ $W_2=0.659\ 3$	99.410 4	2.365 8	0.830 9	0.075 6	0.025 5
		相对误差最优组合	$P=1$	$W_1=0.371\ 7$ $W_2=0.628\ 3$	96.339 2	2.298 4	0.817 9	0.075 3	0.026 5
			$P=2$	$W_1=0.250\ 9$ $W_2=0.749\ 1$	117.933 4	2.639 2	0.904 9	0.076 4	0.024 1
			$P=\infty$	$W_1=0.189\ 1$ $W_2=0.810\ 9$	138.997 3	2.813 6	0.982 5	0.077 8	0.024 8
例2	个体预测	个体预测方法(Ⅰ)		795.59	5.78	2.56	0.0440	0.0156
		个体预测方法(Ⅱ)		338.25	4.56	1.67	0.0474	0.0179
	组合预测	基于模糊系统的组合预测法		326.84	4.24	1.62	0.041 5	0.011 8
		简单加权算术平均		$W_1=0.125\ 9$ $W_2=0.874\ 1$	328.56	4.80	1.65	0.044 3	0.015 9
		简单加权几何平均		$W_1=0.565\ 2$ $W_2=0.438\ 4$	449.04	4.28	1.92	0.033 4	0.012 2

参 考 文 献

1 Bates J M, Granger C W J. Combination of forecasts. Operations Research Quarterly, 1969; 20 (4): 451～468

2 Armstrong J S. Research on forecasting: a quarter-century review. Interfaces, 1986; 16 (1): 89～109

3 Bunn D W. Combining forecasts. European Journal of Operational Research, 1988:33 (3): 223～229

4 Bunn D W. Forecasting with more than one model. Journal of Forecasting, 1989:8 (3): 161～166

5 Granger C W J. Combining forecasts—twenty years later. Journal of Forecasting, 1989:8 (3): 167～173

6 Clemen R T. Combining forecasts: a review and annotated bibliography. International Journal of Forecasting. 1989:5 (4): 559～583

7 张国平. B—G 组合预测理论剖析. 预测,1988,5

8 文新辉,牛明洁.一种新的基于神经网络的非线性组合预测方法.系统工程理论与实践,1994;12:66～72

9 董景荣,杨秀苔,段虞荣.模糊神经网络在龙滩库周区经济预测中的应用.预测,1998;17(4):36～39

10 Takagi T, Sungeno M. Structure identification of fuzzy model. Fuzzy Sets and Systems, 1988;28: 15～33

11 Takagi T, Sungeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Trans. on Syst. Man & Cybern. 1985;15 (1): 116～132

12 Lee C C. Fuzzy logic in control system: fuzzy logic controller—part I & II. IEEE Trans. on Syst. Man & Cybern.. 1990;20: 404～435

(下转第 38 页)

维普资讯 http://www.cqvip.com

A Fuzzy Approach for the Bi-level Programming with Genetic Algorithm

Liu Xinwang Da Qingli
School of Economics and Management, Southeast University

Abstract On the current research of bi-level programming, a new approach to get its fuzzy satisfactory solution with floating code genetic algorithm is proposed. The approach provides the decision makers (DMs) with a group of inexact optimal solutions, so that in the process of interactive comparison, evaluation and selection, a satisfactory solution can be got easily. Moreover, the approach can give the DMs more information about the decision environment and can adapt to the changes of the DM's preference, which makes the decision process more reasonable and flexible.

Keywords: bi-level programming, membership function, genetic algorithm, fuzzy optimal solution

(上接第 32 页)

13 Kosko B. Neural networks and fuzzy systems: a dynamical systems approach to machine intelligence. NJ: Prentice-Hall, 1992
14 Wang Lixin. Fuzzy systems are universal approximators. IEEE Fuzzy'92, 1992. 1163～1170
15 王士同. 神经模糊系统及其应用. 北京:北京航空航天大学出版社,1998
16 孙庆凯. 平均预测法的应用条件. 预测,1985;2: 18～21
17 杨桂元,唐小我,马永开. 最优加权几何平均组合预测方法研究. 统计研究,1996;2: 55～58

Nonlinear Combination Forecasting Method Based on Fuzzy Logic Systems

Dong Jingrong, Yang Xiutai
School of Business Administration, Chongqing University

Abstract In this paper, a new nonlinear combination forecasting method based on fuzzy logic system is presented to overcome the limitation in linear combination forecasting. Furthermore, the corresponding back propagation learning algorithm is put forward to identify the parameter of the fuzzy system model and partitions of fuzzy subsets. Theoretical analysis and forecasting examples all show that the new techniques has reinforced learning properties and universalized capabilities. With respect to combined modeling and forecasting of non-stationary time series in nonlinear systems, which have some uncertainties, the method are feasible and effective.

Keywords: combination forecasting, fuzzy logic system, back propagation learning algorithm