6

34-38

垄断竞争市场定价策略的微分对策模型研究①

赵道致 F713.5
（天津理工学院管理系，天津 300191）

【摘要】首先分析了在垄断竞争的市场条件下，消费者对同类商品不同品牌的价值判断函数．进而研究了消费者在市场上的品牌选择概率和品牌偏好的动态过程．最后给出了以利润最大化为目标的垄断竞争市场条件下的最优定价策略的微分对策模型，并给出了最优定价策略的Nash-均衡稳态解．

关键词：定价策略；微分对策；Nash-均衡；最优控制；垄断竞争

分类号：F224　　文献标识码：A　　文章编号：1007-9807(1999)04-0034-05

0 引 言

大多数企业生产的产品或服务在技术或品牌上都具有一定的垄断性，处于垄断竞争的市场．在垄断竞争市场上，同一类商品（如彩电和冰箱等耐用消费品）可能会有多个生产厂家，但这些生产厂家的产品又会由于技术或品牌的差异使其具有一定的垄断性．不同厂家产品技术和品牌的差异、加上价格的差异，将吸引不同的消费群体，从而使得各企业的产品在市场上占有不同的份额．各企业产品在市场上所占份额的大小，将影响到企业的利润水平．企业可在其产品的技术与品牌存在一定垄断性的情况下，通过科学的价格策略来争取更大的市场份额或更大的利润率，进而在产品的整个寿命期内获取更大的总利润．

我国的家用电器、汽车等耐用消费品市场，具有垄断竞争市场的特性．目前，在这些市场上出现的同类产品生产企业竞相降价的恶性价格战，既不利于企业的长远发展，又不利于国家的财政税收；由政府出面制定行业限价也不利于市场经济的培育．要改善这一局面，就要使企业从其自身利益出发，科学地制定自己的价格策略．

企业如何确定自己产品的价格，以使企业在自己产品的整个生命周期中获取最大利润，是企业经营决策的重要内容之一．较高的价格，虽可得到较高的边际利润，但可能会损失市场份额，因而不一定能获得较大的利润；较低的价格，边际利润虽然较低，但有可能在市场上赢得更大的市场份额，因而有可能获得较大的利润．因此，在垄断竞争的市场环境下，企业采用什么样的定价策略，以使企业在产品的整个生命周期中获取最大的总利润，是企业经营决策中的一个十分重要的问题．

论文[1,2]在研究了商品需求的价格弹性对利润影响的基础上，给出了利润最大化定价策略．论文[3,4]研究了在完全垄断条件下，企业在产品生命周期中的动态最优价格轨迹的决策模型．本文在上述研究的基础上，进一步研究了在垄断竞争市场条件下，企业以其利润最大化为目标对其产品进行定价决策的微分对策模型．

1 最优价格的微分对策模型

为简化分析，假设在某类商品的垄断竞争市场上有两个生产厂家，生产的产品有两个品牌，市场的总份额为M．现设某企业产品的品牌为i，$i=1,2$，在t时刻的定价为$p_i(t)$，其生产成本为c_i．如i

---

① 收稿日期：1998-10-20；修订日期：1999-01-26．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(69674013)．
作者简介：赵道致(1956-)，男(汉族)，江苏无锡人，天津理工学院副教授．

品牌产品在市场上所占份额为 $P_i(t)$，则该品牌产品在其生命期可获得的总利润 Π_i 为

$$\Pi_i = \int_0^{\infty} e^{-rt}(MP_i(t)(\rho_i(t) - c_i))\mathrm{d}t, i = 1,2 \quad (1)$$

其中　r 为未来利润的贴现率.

现在的问题是，企业如何确定自己品牌的价格策略，使得企业在本品牌产品生命期中的总利润最大.

在式(1)中，价格策略 $\rho_i(t)$ 是控制变量，市场份额 $P_i(t)$ 是消费者对该品牌价值判断的函数，而消费者对某品牌产品的价值判断取决于其对该品牌的偏好和该品牌商品的价格.

下面，先分析消费者的价值判断函数；然后，在价值判断函数的基础上分析市场份额；最后，给出价格策略优化模型.

1.1　价值判断函数

如前所述，某类商品消费群总体对 i 品牌商品的价值判断取决于对该品牌商品的偏好和商品的价格. 设对 i 品牌商品的价值判断函数为 $u_i(t)$，在此假设价值判断是偏好 $x_i(t)$ 和价格 $\rho_i(t)$ 的线性函数. 即

$$u_i(t) = \alpha_i + \beta_i x_i(t) - \gamma_i \rho_i(t), i = 1,2 \quad (2)$$

式(2)中，第1项 α_i 为品牌价值判断中的时不变分量，取决于该品牌的非价格特性；第2项为价值判断中与消费偏好相关的分量，β_i 为偏好系数，$x_i(t)$ 为与时间相关的消费群总体偏好函数，可用学习曲线描述；第3项为价值判断中受价格因素影响的分量，γ_i 为该品牌商品的价格敏感度系数，由经济学理论知，$\gamma_i < 0$.

1.2　品牌市场份额

某品牌商品在市场上占有的份额大小取决于消费者对该品牌的选择概率，而这种选择概率是消费者对同类商品不同品牌价值判断的函数. 在此，采用被广泛应用的分对数(logit)品牌选择概率模型来描述品牌的市场份额函数 $P_i(t)$[5,6]：

$$P_i(x_1(t), x_2(t), \rho_1(t), \rho_2(t), t) = \frac{\exp(u_i)}{\sum_{j=1}^{2}\exp(u_j)} = \frac{\exp(\alpha_i + \beta_i x_i(t) + \gamma_i \rho_i(t))}{\sum_{j=1}^{2}\exp(\alpha_j + \beta_j x_j(t) + \gamma_j \rho_j(t))} \quad i = 1,2 \quad (3)$$

显然，在上式中，$\sum_{i=1}^{2} P_i = 1, P_i \leqslant 1$. 式(3)表明，品牌 i 的市场份额是按消费者对该品牌价值判断函数的指数分配的，即某类商品的价值判断值越大，市场份额的差别就越大. 品牌选择概率将影响到品牌偏好的动态过程.

1.3　品牌偏好的动态过程

消费者对同类商品不同品牌的偏好是一个时间动态过程. 为简单起见，可用线性学习模型来描述品牌偏好状态的动态方程. 设单个消费者在 t 时刻对品牌 i 的偏好为 $\xi_i(t)$，设 t 时刻消费 i 品牌商品与否的指标函数为 $I_i(t)$，其值为：如该消费者在 t 时刻购买 i 品牌商品时，$I_i(t) = 1$；否则，即当消费者在 t 时刻购买其他品牌商品时，$I_i(t) = 0$. 由于累积消费将引起边际偏好递减，可设定一个偏好随累计消费衰减的系数 δ，$0 < \delta < 1$. 则在 $t+1$ 时刻对品牌 i 的偏好为

$$\xi_i(t+1) = I_i(t) + (1-\delta)\xi_i(t)$$
$$\xi_i(0) = \xi_{i0} \qquad i = 1,2. \quad (4)$$

由式(3)知，在 t 时刻购买 i 品牌的概率为 $P_i(t)$，购买其他品牌的概率为 $1 - P_i(t)$. 即指标函数 $I_i(t)$ 的表达式为

$$I_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{以概率 } P_i(t) \\ 0 & \text{以概率 } 1 - P_i(t) \end{cases} \quad i = 1,2. \quad (5)$$

将式(4)整理成差分方程形式为

$$\xi_i(t+1) - \xi_i(t) = I_i(t) - \delta\xi_i(t)$$
$$\xi_i(0) = \xi_{i0} \qquad i = 1,2. \quad (4')$$

上式写成时间连续的微分方程形式有[6]

$$\dot{\xi}_i(t) = I_i(t) - \delta\xi_i(t)$$
$$\xi_i(0) = \xi_{i0} \qquad i = 1,2. \quad (6)$$

同类商品消费群体的总体偏好可用 $\xi_i(t)$ 的期望值表示.

$$E[\dot{\xi}_i(t)] = E[I_i(t)] - \delta E[\xi_i(t)], i = 1,2 \quad (7)$$

因为 $E[\xi_i(t)] = x_i(t)$, $E[I_i(t)] = P_i(t)$，所以式(7)可写为

$$\dot{x}_i(t) = P_i(t) - \delta x_i(t)$$
$$x_i(0) = x_{i0} \qquad i = 1,2 \quad (8)$$

1.4　定价决策优化模型

如前所述，企业为其产品定价决策的优化目标

是在产品的整个生命周期中，寻找最优价格，使累 计利润最大.

由式(1)、(3)和(8)可得 i 企业定价决策的微分对策模型为：

$$J_i(\rho_1,\rho_2,x_1,x_2)=\max_{\rho_i}\int_0^{\infty}e^{-rt}(MP_i(x_1(t),x_2(t),\rho_1(t),\rho_2(t),t)(\rho_i(t)-c_i))\mathrm{d}t. \tag{9}$$

$$\text{s.t. } \dot{x}_j(t)=P_j(x_1(t),x_2(t),\rho_1(t),\rho_2(t),t)-\delta x_j(t),\quad x_j(0)=x_{j0},\quad j=1,2 \tag{10}$$

2 定价决策微分对策模型的开环 Nash 均衡稳态解

2.1 开环 Nash 均衡价格轨迹

由微分对策模型(9)和(10)，得其 Hamiltonian 如下：

$$H_i=MP_i(\rho_i-c_i)+\sum_{j=1}^{2}\mu_{ij}(P_j-\delta x_j)\quad i=1,2 \tag{11}$$

其中，μ_{ii} 和 μ_{ij} 为协态变量. 微分对策模型(8)和(9)的开环 Nash 均衡的一阶必要条件为

$$\frac{\partial H_i}{\partial \rho_i}=0 \tag{12}$$

协态方程为

$$\dot{\mu}_{ij}=r\mu_{ij}-\frac{\partial H_i}{\partial x_j},\quad j=1,2. \tag{13}$$

由式(11)、(12)和(13)可得

$$\frac{\partial H_i}{\partial \rho_i}=MP_i+M(\rho_i-c_i)\frac{\partial P_i}{\partial \rho_i}+\sum_{j=1}^{2}\mu_{ij}\frac{\partial P_j}{\partial \rho_i}=0 \tag{14}$$

$$\dot{\mu}_{ii}=r\mu_{ii}-[M(\rho_i-c_i)\frac{\partial P_i}{\partial x_i}+\mu_{ii}\frac{\partial P_i}{\partial x_i}-\mu_{ii}\delta+\mu_{ij}\frac{\partial P_j}{\partial x_i}],\quad j=1,2,j\neq i. \tag{15}$$

$$\dot{\mu}_{ij}=r\mu_{ij}-[M(\rho_i-c_i)\frac{\partial P_i}{\partial x_j}+\mu_{ii}\frac{\partial P_i}{\partial x_j}+\mu_{ij}\frac{\partial P_j}{\partial x_j}-\mu_{ij}\delta],\quad j=1,2,\quad j\neq i. \tag{16}$$

由品牌选择模型(3)可得：

$$\frac{\partial P_i}{\partial \rho_i}=\gamma_iP_i(1-P_i)=\gamma_iP_iP_j,\quad \frac{\partial P_j}{\partial \rho_i}=-\gamma_iP_iP_j,\quad i,j=1,2,\quad i\neq j \tag{17}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial x_i}=\beta_iP_i(1-P_i)=\beta_iP_iP_j,$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial x_i}=-\beta_iP_iP_j,\quad i,j=1,2,\quad i\neq j \tag{18}$$

将上述式(17)和(18)代入式(14)－(16)有

$$\frac{M}{\gamma_iP_j}+M(\rho_i-c_i)+\mu_{ii}-\mu_{ij}=0,\quad i,j=1,2,\quad i\neq j \tag{19}$$

$$\dot{\mu}_{ii}=(r+\delta)\mu_{ii}-[M(\rho_i-c_i)+\mu_{ii}-\mu_{ij}]\beta_iP_iP_j\quad j=1,2,\quad j\neq i \tag{20}$$

$$\dot{\mu}_{ij}=(r+\delta)\mu_{ij}-[M(\rho_i-c_i)+\mu_{ii}-\mu_{ij}]\beta_jP_iP_j,\quad j=1,2,\quad j\neq i \tag{21}$$

将式(19)代入式(20)和(21)，可得

$$\dot{\mu}_{ii}=(r+\delta)\mu_{ii}+\frac{M\beta_i}{\gamma_i}P_i,\ j=1,2,j\neq i \tag{22}$$

$$\dot{\mu}_{ij}=(r+\delta)\mu_{ij}-\frac{M\beta_j}{\gamma_i}P_i,\ j=1,2,j\neq i \tag{23}$$

下面利用式(19)、(22)和(23)导出开环 Nash 均衡价格轨迹.

首先，将式(19)对 t 求导，有

$$-\frac{M}{\gamma_iP_j^2}\dot{P}_j+M\dot{\rho}_i+\dot{\mu}_{ii}-\dot{\mu}_{ij}=0,\quad i,j=1,2,\quad i\neq j \tag{24}$$

然后，用式(22)减式(23)后代入式(24)，得

$$-\frac{M}{\gamma_iP_j^2}\dot{P}_j+M\dot{\rho}_i+(r+\delta)(\mu_{ii}-\mu_{ij})+\frac{M}{\gamma_i}(\beta_i+\beta_j)P_i=0,\quad i,j=1,2\quad i\neq j \tag{25}$$

再将式(19)代入式(25)，可得

$$-\frac{M}{\gamma_iP_j^2}\dot{P}_j+M\dot{\rho}_i-\frac{M(r+\delta)}{\gamma_iP_j}-M(r+\delta)(\rho_i-c_i)+\frac{M(\beta_i+\beta_j)}{\gamma_i}P_i=0,i,j=1,2,i\neq j.$$

将上式整理后，可导出各品牌的开环 Nash 均衡价格轨迹的微分方程如下：

$$\dot{\rho}_i-(r+\delta)(\rho_i-c_i)-\frac{\dot{P}_j}{\gamma_iP_j^2}+\frac{(\beta_i+\beta_j)}{\gamma_i}P_i-\frac{r+\delta}{\gamma_iP_j}=0,\quad i,j=1,2,i\neq j. \tag{26}$$

2.2 开环 Nash 均衡价格的稳态解

在式(26)和(10)中，令 $\dot{\rho}_i=\dot{P}_i=\dot{x}_i=0,i=1,2$，则有

$$-(r+\delta)(p_i-c_i)+\frac{\delta(\beta_i+\beta_j)}{\gamma_i}x_i-\frac{r+\delta}{\delta\gamma_i x_j}=0,\quad i,j=1,2,\quad i\neq j \tag{27}$$

由式(27)可得到开环 Nash 均衡价格的稳态解:

$$p_i=c_i+\frac{1}{\gamma_i}\left[\frac{\delta(\beta_i+\beta_j)}{r+\delta}x_i-\frac{1}{\delta x_j}\right]$$

$$i,j=1,2,\quad i\neq j \tag{28}$$

下面,分析消费者对同类商品不同品牌的偏好($x_i,i=1,2$)和价格敏感系数($\gamma_i,i=1,2$)对价格的影响特性.

显然,当消费者对各品牌的偏好和价格敏感度相同,而各品牌的生产边际成本不同时,边际成本越低,企业可获得的总利润就越大.

当各品牌产品的边际成本、偏好系数及价格敏感系数均相同,而消费者总体偏好不同,即 $c_i=c_j=c,\beta_i=\beta_j=\beta,\gamma_i=\gamma_j=\gamma,x_i\neq x_j$ 时,两种品牌的开环 Nash 均衡稳态价格的差为

$$p_i-p_j=\frac{2\delta\beta(x_i-x_j)}{\gamma(r+\delta)x_ix_j}\left(x_ix_j-\frac{r+\delta}{2\delta^2\beta}\right) \tag{29}$$

在一般情况下,企业产品的定价都要至少大于其产品生产的边际成本.由式(28)可见,欲使价格大于成本,上式中的第 2 项必须大于 0.由经济学理论知,一般商品的价格敏感度系数 $\gamma_i<0$,因此,在式(28)中第 2 项括号内的内容满足下面条件:

$$\frac{\delta(\beta_i+\beta_j)}{r+\delta}x_i-\frac{1}{\delta x_j}<0$$

$i,j=1,2,\quad i\neq j$ 或

$$x_ix_j-\frac{r+\delta}{\delta^2(\beta_i+\beta_j)}<0$$

$$i,j=1,2\quad i\neq j \tag{30}$$

由式(29)和(30)可见,消费者总体偏好较大的品牌,其稳态最优价格也相对较高.

当各品牌产品的边际成本、偏好及偏好系数相同,而价格敏感系数不相同,即 $c_i=c_j=c,x_i=x_j=x,\beta_i=\beta_j=\beta,\gamma_i\neq\gamma_j$ 时,两种品牌的开环 Nash 均衡稳态价格的差为

$$p_i-p_j=\frac{\gamma_j-\gamma_i}{\gamma_i\gamma_j}\left(\frac{2\beta x}{r+\delta}+\frac{1}{\delta x}\right) \tag{31}$$

由式(31)可见,价格敏感度较大的品牌,其稳态最优价格相对较低.

进一步,还可以分析得知,边际偏好递减率较大的品牌,其稳态最优价格也相对较低.

由上述分析可知,企业在垄断竞争市场上可以利用改善自己品牌产品的内在技术特性、服务创新及广告宣传等策略来改善消费者对自己产品品牌的偏好、价格敏感度及边际偏好递减率等因素,进而摆脱单纯的价格竞争,获取更大利润.

3　结束语

以上在消费者对品牌的价值判断函数的基础上,研究了垄断竞争市场上消费群体总体对同类商品不同品牌偏好的动态过程,给出了生产企业以产品生命周期总利润最大化为目标的定价策略优化模型,并给出了各品牌的开环 Nash- 均衡稳态解.

在上述模型的分析中,为了简化,假设在某类商品的垄断竞争市场上只有两个品牌.在模型推导过程中,不难发现,这一假设并不影响该模型推广到多品牌垄断竞争市场上企业定价策略的决策,并且,该模型的开环 Nash- 均衡稳态解的特性也适用于具有多品牌垄断竞争市场的定价策略.

本文提出的最优定价策略模型及其开环 Nash- 均衡稳态解,可以较好地解决目前市场上存在的同类商品恶性价格战问题,为企业科学地制定自己产品的价格,提供了一个有效的方法.

参考文献:

[1]　赵道致,张进昌.计及产品需求弹性与成本的调价策略分析[J].天津理工学院学报,1996,12(4):54～58

[2]　赵道致,张进昌.商品价格与需求弹性对企业利润的影响[J].现代财经,1994,(6),27～30

[3]　刘自宽,赵道致,涂奉生.垄断产品最优动态定价模型[C].1997 中国控制会议论文集,1997

[4]　Raman K,Chatterjee R. Optimal monopolist pricing under demand uncertainty in dynamic markets. Management Science,1995,41(1):144～162

[5] McFadden D. The choice theory aproach to market research[J]. Marketing Science, 1986, 5: 275~297.
[6] Guadagni P M, Little J D C. A logit model of brand choice[J]. Marketing Science, 1983, 2: 203~238.

The study of pricing strategies with differential games model in monopolistic competition market

ZHAO Dao-zhi
Department of Management, Tianjin Institute of Technology, Tianjin 300191

Abstract: In this paper, the brands' value function that consumer evaluate different brand of same goods in the condition of monopolistic competition market is analyzed. Then, the brand choice probability and preference dynamic process for brand is studied. Finally, the difference game model of optimal pricing strategy for maximizing firm's profit is proposed, and Nash-equilibrium steady-state pricing strategy is given.

Keywords: pricing strategies; differential games; Nash-equilibrium; optimal control; monopolistic competition

(上接第 21 页)

[23] Leland H E. Agency costs, risk management, and capital structure[J]. The Journal of Finance, August, 1998, L Ⅱ (4): 1213~1243
[24] Ale Smidts. The relationship between risk attitude and strength of preference: a test of intrinsic risk attitude. [J] Management Science, March, 1997, 43(3): 357~370

A review and study on the mutual influence of investment decision and capital structure optimization

CHEN Shou, LIU Wei-guo
International Business School, Hunan University, Changsha 410082

Abstract: Financial and investment are two parts of the corporate finance. After M-M and Markowitz's celebrated works, the research has been deeply proceeded. However, most of the research treated these two aspects separately, ignoring the mutual influence between them in a firm. In our paper, we give a general description and analysis of the study on capital structure theory and investment decsion making, and make some comments on the existing papers. At last, some thought of the joint determination of capital structure and investment return and risk are also presented.

Keywords: capital structure; investment decision; mutual influence; optimization