

期权博弈理论的方法模型分析与发展^①

安瑛晖¹, 张 维^{1,2}

(1. 天津大学管理学院金融工程研究所, 天津 300072; 2. 天津财经学院, 天津 300222)

摘要:针对传统企业项目投资估价和决策理论方法中存在的问题,结合国外最新研究成果,对期权定价理论和博弈论在企业项目投资估价和决策中应用的新方法——期权博弈理论方法进行分析研究,总结归纳出期权博弈方法的一般化分析框架,并对一些典型的模型进行综述,提出进一步研究的方向。

关键词:项目估价;实物期权;期权博弈方法

中图分类号:F830.59

文献标识码:A

文章编号:1007-9807(2001)01-0038-07

0 引言

现行的传统投资项目定量评价方法主要包括内部收益率法、净现值法和回收期法等,这些分析方法为项目投资决策提供了量化依据,但由于它们的一些假设忽略了许多重要的现实影响因素(诸如投资项目未来不确定性、信息不对称等)^[1,2],因而在实际应用中存在着在传统理论方法框架下难以从本质上得到解决的问题。所幸的是,20世纪后期推动经济、金融理论与实践发展的两个重要理论——期权定价理论(Option Pricing Theory, OPT)和博弈论(Game Theory)为企业项目投资估价和决策方法提供了更加科学的理论基础。

现代期权理论产生于1973年^[1-3],并在此后得到逐步完善和发展,对于现代金融市场的发展和金融风险管理的成熟起到了极大的推动作用。期权理论主要的核心内容是对受基础金融产品价值波动影响极大的金融期权进行定价研究。在随后的理论和实践发展中,人们对这一问题给予高度的抽象概括,逐步认识到期权定价的本质就是对更广泛意义上的“或有索取权(contingent

claims)”的权利价值进行分析确定^[1-20],这种权利的价值主要取决于某些特定随机事件在未来出现的状态。期权理论给解决这类问题提供了有效的认识基础、分析框架和技术工具。由于企业进行项目投资决策时面临着许多和“或有索取权”性质相同的权利选择,因此期权理论实际上也为企业项目投资估价和管理决策提供了新的理论方法。

从80年代中期开始,博弈论的广泛应用也带来了经济学特别是微观经济学的一次重大变革^[4],其研究思想、建模方法已经渗透到几乎所有经济分析领域,最大成果是改写了新古典经济学的寡占理论,也为企业项目投资管理决策提供了研究分析方法。新的理论^[5]认为,形成沉淀成本(sunk costs)的竞争策略如R&D投入、建设项目投资等是“战略性的(strategic)”,而产量和价格对市场影响是短期的、战术的(tactic)。因此,寡头竞争可被抽象为二阶段博弈,第一阶段的战略变量为项目投资等手段;第二阶段的战略变量可以设为产量(古诺竞争模型)或价格(贝特朗竞争)。显然,企业的项目投资价值评估应当放在这个两阶段博弈的战略竞争阶段框架下进行。

在上述理论发展的基础上,一个自然的思想

① 收稿日期:2000-04-19;修订日期:2000-12-25。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(79970039)。

作者简介:安瑛晖(1967-),河北新河人,博士生。

就将期权定价理论和博弈论结合起来,形成一个连续的整体投资项目评价与决策分析框架。目前,许多国际学者正在进行大量的探索研究工作。本文在深入考察大量现有文献的基础上,提出了分析期权博弈方法的一般分析框架;以此为基础,本文进一步详细比较分析了这一领域中的主流方法和数学模型;最后,本文提出了进一步研究的主要方向和在我国应用这一新兴理论应当着重解决的问题。

1 期权博弈方法的一般化分析框架

1.1 期权博弈方法概述

期权博弈理论是在采用期权定价理论思想方法基础上对包含实物期权的项目价值进行估价的同时,利用博弈论的思想、建模方法,对项目投资进行科学管理决策的理论方法,是针对传统企业项目投资估价和决策存在的问题和不足提出的,其主要思想基础包括^[16]:一是对未来客观世界的不确定性认识,主要包括对金融市场特别是利率、生产技术、产品价格、市场需求等不确定因素的识别与分析研究;二是克服传统理论方法忽视管理作用和时间影响因素的弊端,对企业项目投资的管理柔性及期权特征加以认真考虑,改进项目价值估价过程中的因素分析;三是在科学估价投资价值的基础上,企业在项目投资决策过程中必须考虑市场结构、市场竞争者状况和投资决策情况等,针对不同的市场结构和竞争者决策状况做出科学决策。

在期权博弈方法中,实物期权是一个重要概念。简单地讲,实物期权是项目投资者在投资过程中所拥有的一系列非金融性选择权(推迟/提前、扩大/缩减投资、获取新的信息等等),是一种思维方式^[16]。除了传统意义下的以考虑现金流时间价值为基础的项目价值外,它充分考虑了项目投资的时间价值和管理柔性(management flexibility)价值以及减少不确定性的信息带来的价值(uncertainty value),从而能够更完整地对项目价值的整体价值进行科学合理估价。在项目投资估价中,实物期权可以分为开始或扩展期权(option to initiate or expand)、放弃或紧缩期权(option to abandon or contract)、等待或减慢或加速发展期权

(option to wait, slow down, or speed up development)等^[14]。期权定价理论为科学地确定实物期权的价值奠定了基础^[11,13]。当然,现行的金融期权定价模型还不能准确描述实物期权,因为实物期权中的基础资产(underlying asset)几乎全部不是在近似连续的市场上、以可观测的价格进行交易的。因此,寻求新的定价模型(如扩展的 Black-Scholes 模型)以实现包括非交易性(non-tradable)和非观测性(nonobservable)基础资产在内的期权定价框架是实物期权定价理论研究的关键^[1,6]。

在对项目投资价值进行完整估价分析的同时,为企业项目投资决策问题构建一个博弈模型是和实际密切相关的、十分自然的事情。相互竞争的企业被设定为局中人,其投资状况、产品的产量、产品价格等充当战略变量,项目价值、期权价值、利润或效用作为支付,支付与战略变量的联系由项目价值、期权价值、效用或利润函数进行描述。因此,可以借助重复博弈和多阶段博弈分析技术对企业在项目投资等领域竞争的现实进行深入研究。

1.2 期权博弈方法的一般化分析框架

一般化的期权博弈方法工作流程大体包括项目估价及投资决策假设和变量设置、项目投资的不确定因素的数学描述、实物期权估价、市场结构分析、博弈分析方法和模型选择及科学决策五个方面。

在引入期权博弈分析方法时,首先要对涉及企业项目投资估价和决策的一些基本因素进行变量设置和假设(详见分析过程),主要包括项目本身的情况(如项目期望现金流入及变动、期望回报率、项目生命期、项目现金流出、资本支出和项目的期权价值等)和外部环境(如无风险利率、竞争者状况、经济租金等)等信息^[8,10,19,21]。

在变量设置和假设的基础上,引入期权定价理论方法对实物期权进行估价。按照期权定价理论,可以采用离散模型和连续模型两种方式对实物期权进行估价。采用离散模型的估价方法是利用证券市场交易和现金资产组合来复制项目现金流,通过交易市场信息利用无套利均衡分析方法(no-arbitrage equilibrium analysis approach)对项目进行估价。如果资本市场是完善有效的,其组合

价值即项目价值.当采用将交易证券对投资项目的现金流进行复制时,可以得出证券组合的期望收益率,设为 α' ,其收益率差可以设为 $\delta = \alpha' - \alpha$.采用连续模型的估价方法是引入随机过程和 ITO 引理对期权进行研究分析.在金融资产定价中,大体存在两种方法:一是市场定价方法,如股票等;二是模型定价方法,如期权未交易前的价值确定.在完善的市场环境下,可以获取有效的资产交易价格信息.在此基础上采取离散模型进行资产估价是接近实际的分析方法.在不完善或者说不发达的市场状况下,标准的或参考的资产没有可交易的定价信息,因此采用理论的连续计算方法是可行的.在实物期权估价中,采用连续模型方法^[12],假定投资项目未来收益的现值 V 服从几何布朗运动

$$dV = (\alpha - \delta)Vdt + \sigma Vdz \quad (1)$$

其中, α 是项目瞬间回报率期望率, δ 是现金流出率, σ 是 V 的瞬间方差, dz 是 Wiener 过程.

设 F 是以项目价值 V 为基础资产的实物期权的价值,且 V 是一个服从式(1)的随机过程,则实物期权与项目构成的资产组合可以采用无套利均衡分析方法,得出均衡方程,其解即实物期权的均衡价值.这种分析的过程可以描述为:持有一个实物期权,价值为 F ,同时卖空 $\frac{\partial F}{\partial V}$ 份项目资产,并根据 V 的不断变化进行动态对冲,可以得到一般微分方程

$$\frac{\partial F}{\partial t} + V \frac{\partial F}{\partial V}(r - \delta) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial V^2} \sigma^2 V^2 = rF \quad (2)$$

当投资项目现金流不能进行复制时,可以采用随机控制和动态方法(stochastic control and dynamic programming)对实物期权进行估价,Pindyck^[12]利用这种方法进行投资期权估价的偏微分方程可以描述为

$$V \frac{\partial F}{\partial t} \alpha + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 V}{\partial V^2} = (\alpha + \delta)F \quad (3)$$

上面的分析过程是一般假设下的均衡方程,同时可以根据项目的不同性质对环境的不确定因素进行假设和数学化处理:一是市场需求的不确定性,在市场需求不确定的情况下,假定需求曲线为指数函数、非单一生产、领导者和追随者有不同的产量以及参与者存在成本的差异.在这种情况下,

下,指数需求曲线可以描述为 $P = Ye^{-\epsilon Y}$, ϵ 是指数需求曲线弹性, Y 是不确定因素,并假定其服从几何布朗运动^[12]: $dY = \alpha Ydt + \sigma Ydz$, dz 为标准的维纳过程,初值 $Y = Y_0$;二是产品价格的不确定性,假设作为不确定因素的产品价格 S 服从几何布朗运动: $dS = \alpha Sdt + \sigma Sdz$, dz 为标准的维纳过程^[9];三是利率的不确定性,在期权定价中,可以通过定义 B 为与期权同时到期且到期时支付给持有人1美元的贴现债券的价值,且这个价值服从^[12] $dB = B\mu_B dt + B\sigma_B dz_B$, dz_B 为标准维纳过程进行分析;四是发展成本的不确定性,作为不确定因素的发展成本 X 服从几何布朗运动^[10]: $dX = \alpha Xdt + \sigma Xdz$.

在对实物期权进行估价的同时,引入博弈分析,这是期权博弈的重要组成部分.在引入博弈分析时,经济租金(economic rents)是一个重要概念,是期权博弈分析的经济学基础,在两家竞争的市场情况下,经济租金可以由垄断租金(monopoly rents)转化为两家共享租金(duopoly rents).在完全竞争的市场情况下,投资项目的净经营现金流人的期望值在达到项目收益与资本机会成本对等之前一直处于变化之中,延期项目的分析方法与有红利支付的股票看涨期权(call option)一样,由于众多竞争者的存在,企业拥有的经济租金优势会很快消失,其决策方法仅仅依赖于实物期权的分析结果,不存在博弈分析.在垄断竞争的市场情况下,仅有一定垄断企业在占领市场,独享项目投资的实物期权和垄断租金,不存在任何竞争,因此,其项目投资决策仅仅依赖于含实物期权的项目价值估价结果并追求利润最大化,也不存在博弈分析.而介于完全竞争和垄断竞争之间的是寡头竞争,特别是两家竞争(duopoly)的寡头竞争在进行项目投资估价和决策时则必须考虑其他竞争者经营策略、经营状况以及经济租金的转化和竞争者进入后的期权变化问题,即必须引入博弈分析方法.在两家竞争的市场上,项目的时间安排将取决于市场需求和竞争者的策略,项目静态价值将取决于子博弈纳什均衡的效果(outcome),而不是 $(V_{t,0} - I)$ 与0的最大值和延期价值(实物期权价值) $F_{t,0}$,可能的形势如下:

		企业 B	
		投资	延期
企业 A	投资	$V_{t,s} - I$	$V_{t,s} - I$
	延期	$F_{t,s}^{leader}$	$F_{t,s}^{follower}$

企业如果采取早投资的策略,必须是采取抢在竞争者前面进入市场的策略或者是创造成本优势,即 $V_{t,s}^{leader} > V_{t,s}$ 或 $F_{t,s}^{leader} < F_{t,s}$ 。这种博弈分析属于抢摊博弈 (preemption game, 也称为优先进入博弈, 是指如果一个企业 (称为领导者) 选定的方案具有率先行动的优势, 一旦开始行动, 其他企业 (称为追随者) 便失去了优先进入的机会)。文 [12] 对这类分析方法进行了深入研究。

在寡头竞争的市场上, 企业将面临几家企业的竞争, 其决策分析过程必须引入共享市场机会的竞争者个数 N 和进入竞争者到达率 π 或 $\pi(V, t)$ 。整个的分析过程可以划分为五种情况进行分析, 即立即执行, 抢摊竞争 (preemption competition); 立即执行, 引入竞争; 独享期权 (propriety option), 没有竞争; 维持期权 (maintain option), 引入竞争; 在特殊时间点执行, 抢摊竞争。其分析方法是在带跳跃的随机竞争进入假设下进行分析, 随机过程表达式如下:

$$dV = (\alpha - \delta)Vdt + (k - 1)VdN \quad (4)$$

其中, 随机竞争进入的瞬间概率 (密度) 为 π , 可以描述为带跳跃的泊松过程 (Poisson jump process):

$$dN = \begin{cases} 1 & \text{w. p. } \pi dt \\ 0 & \text{w. p. } 1 - \pi dt \end{cases} \quad (5)$$

因此, 机会价值可以设定为项目价值和时间的函数, 并遵循相似的随机过程

$$dF(V, t) = \begin{cases} F(kV, t) - F(V, t) & \text{w. p. } \pi dt \text{ (带跳跃)} \\ F_v dV + F_t dt & \text{w. p. } 1 - \pi dt \text{ (不带跳跃)} \end{cases} \quad (6)$$

在上述数学描述的基础上, 求解方程, 并针对出现的各类情况, 进行分析研究, 确定投资决策方案。

2 期权博弈方法的发展分析与进一步研究方向

2.1 期权博弈方法的发展分析

在期权博弈方法的发展过程中, 已经取得了

一些显著的科研成果, 而这些成果的研究分析都可以视为在上述一般化分析框架下进行的。

1994 年, Dixit 和 Pindyck^[12] 研究分析了不完全竞争情况下的案例, 在连续时间上对两家竞争的市场、永久期权 (perpetual option, 即企业具有选择项目投资的权利而没有义务) 和不完全信息采用期权博弈方法进行了分析, 并给出了领导者 (leader) 和追随者 (follower) 的起点 (threshold) 和价值的解析解。这种博弈属于抢摊博弈, 其均衡是按照两个参与人作为领导者和追随者角色的序列均衡。在这个模型中, 作者使用了“期望的第一触点时间 (the expected first hitting time)”的概念和方法, 其数学意义是指某随机变量达到一个确定值的时间, 严格的数学定义是: 随机过程“期望第一触点时间” T_b 达到阈值 (barrier) b 的表达式

$$T_b = \inf\{t \geq 0; V(t) \geq b\} \quad (7)$$

在项目投资决策中的实际经济意义是某项指标如项目期望价值的现值达到一定数额的时间, 这个变量对项目投资决策具有很重要的指导意义。

1994 年, Lambrecht 和 Perraudin^[16] 对两家竞争市场使用美式看跌期权作为支付 (payoffs)、每个参与人的交易费用作为执行价格, 并假设看跌的起点 (put-threshold) 由于抢摊博弈而逐步提高。追随者起点的条件概率分布使用类似“分布策略方法 (distributional strategies approach)”来发现最优, 使用的工具是标准的拉普拉斯最大化原则, 并在此基础上达到纳什均衡。

1996 年, Lambrecht 和 Perraudin^[17] 又讨论了追随者的抢摊博弈、永久期权和不完全信息。该方法考虑的问题是在第一次进入后其他追随者将失去投资机会。这个问题的解是解析解, 它考虑永久期权的起点 (V^* , threshold for perpetual option) 和风险率 (hazard rate), 其方程为

$$V^* = \frac{\beta + h_y(V^*)}{\beta - 1 + h_y(V^*)} I \quad (8)$$

其中, β 是微分方程的正特征根, y 是其他竞争者, $h_y(V^*)$ 是 y 的风险率, 如果 $h_y(V^*)$ 为 0, 问题将是传统的时间安排期权而不含博弈。它的解对抢摊博弈、永久期权和追随者支付为 0 的问题有效。

1996 年, Trigeorgis 研究了含期权方法的抢摊博弈^[11], 方法是在初始点考虑抢摊影响, 并通过附加给红利参数一个正值降低初始点。附加红利

是真实期权持有者的损失,称为竞争红利(competitive dividend),与此相反的是通过博弈的等待影响附加给红利参数一个负值以减低红利收益.在这个过程中难点是必须引入包括贝叶斯-纳什均衡在内的复杂分析.同时,Trigeorgis还发展了博弈树分析,采用倒推方法(backward induction)和二项定价方法(binomial valuation)发现了策略均衡集,并对抢摊博弈和等待博弈进行了实证分析.

1996年,Grenadier对房地产投资的时间安排进行分析,发展了其期权博弈模型^[8],该模型属于抢摊博弈.竞争者的抢摊被解释为在下降的房地产需求情况下开发房地产的看涨期权实践,考虑了建设时间对期权价值的影响.他发展了两个建设者的精练子博弈均衡,发现了对称的马尔可夫执行策略.同时,他分析了连续投资期权,称为投资重叠(investment cascades),并揭示了需求偏移减少了投资开始点的中间时间.

当然还有很多研究成果没有一一列出,这些经典的研究在一般化分析框架下取得了丰硕的成果,极大地丰富了期权博弈分析方法的内容,为进一步的理论和实证研究奠定了坚实的基础.

2.2 期权博弈理论的进一步研究

期权博弈理论是建立在期权定价理论和博弈论基础上的,其进一步的研究主要包括:一是关于不确定性假设的模型描述方面,在实物期权估价实证研究^[12,21-25]中,传统假设是项目价值的现值服从几何布朗运动,这个假设在金融衍生市场上已经经过大量的实证研究,证明是科学合理的^[3],但是在项目估价的不确定性描述中,还有算术布朗运动(Arithmetic Brownian Motion, ABM)、均值回复过程(Mean Reversion Motion)以及带跳跃的均值回复过程(Mean Reversion Motion with Jump)和两因素、三因素随机过程(Two or Three Factors Process)假设可以应用^[21,26].因此,对项目价值、产品价格、市场需求、竞争者进入状况等随机变量的数学描述还需要进行进一步的实证研究以确定符合实际情况的数学描述.二是在完成随机变量假设的数学描述后,对投资项目的期权价值进行估价,包括寻找解析解和通过快速运算的

仿真方法求解(这也是当今的研究热点之一),只有迅速获得实物期权价值的数值解,才可以有效地进行项目投资决策.三是研究市场的微观结构(这也是当前微观经济学研究的热点问题之一),引入科学合理的博弈分析方法,把期权定价模型和动态博弈模型以及不完全信息结合起来,在实际的市场情况下逐步运用和完善期权博弈理论方法与应用.四是由于大量数学模型的使用,一些数学假设、变量设置、数学模型的经济意义难以得到准确描述和理解,使得期权博弈理论方法指导项目投资实践的直观性受到严重影响.因此,期权博弈理论方法的直观化也是需要进一步研究的,这也直接影响到该理论方法在项目投资实践中的推广应用.

3 结束语

针对传统企业项目投资估价和决策理论方法存在的问题,引入最新的理论方法——期权定价理论和博弈论,提出期权博弈理论方法为属于微观经济学范畴的企业项目估价和决策提供科学的研究方法是当今经济研究的热点问题之一.国外学者不仅从理论上逐步完善,而且做了大量的实证研究工作,为企业的实际投资估价和决策提供了强有力的支持.在我国逐步健全社会主义市场经济和全球经济一体化的形势下,对期权博弈理论进行深入研究,为新时期企业项目投资估价和决策提供科学的理论方法是很有必要的.本文通过对传统理论方法存在问题的分析入手,对从本质上解决这些存在的理论——期权博弈理论方法进行了比较详细的描述,并提出了期权博弈方法的一般化分析框架,在此基础上对该理论的方法模型发展进行比较和阐述,最后对在期权博弈理论方法框架下随机变量的数学假设进行说明和比较,提出了该领域需要进一步研究的问题和方法,主要是在合理的数学假设基础上,既研究微观市场结构又进一步研究期权博弈方法的快速求解,为确保项目投资实践的科学性、合理性提供有力的数量分析理论支持.

参 考 文 献:

- [1] Merton R C. Application of option-pricing theory; twenty-five years later[J]. American Economic Review, June 1998, 323-349
- [2] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, May-June, 1973, (81): 637-659
- [3] Merton R C. Continuous-Time Finance[M]. Cambridge, MA: Blackwell, 1992
- [4] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 出版社: 三联书店, 1996
- [5] 丹尼斯·卡尔顿和杰弗里·佩罗夫. 现代产业组织[M]. 出版社: 三联书店, 1997, 330-404
- [6] Smit H T J, Ankum L A. A real options and game-theoretic approach to corporate investment strategy under competition[J]. Financial Management, Autumn, 1993, 241-250
- [7] Trigeorgis L. Anticipated competitive entry and early preemptive investment in deferrable projects[J]. Journal of Economics and Business, May 1991, 43(2): 143-156
- [8] Grenadier S R. The strategic exercise of options: development cascades and overbuilding in real estate market[J]. The Journal of Finance, 1996, 51(5): 1653-1679
- [9] Brennan M, Schwartz E. Evaluating natural resource investment[J]. Journal of Business, 1985, 58(2): 135-157
- [10] Amram M, Kulatilaka N. Real options: managing strategic investment in an uncertain world[M]. Harvard Business School Press, 1998
- [11] Trigeorgis L. Real options—managerial flexibility and strategy in resource allocation[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1996, 273-304
- [12] Dixit A, Pindyck R. Investment under uncertainty. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1996, 282-318
- [13] Trigeorgis L. Real options in capital investments models, Strategies, and Applications[M]. (ed.) Westport, Conn. Praeger, 1995, 163-184
- [14] Damudaran A. Investment valuation: tools and techniques for determining the value of any asset[M]. New York: John Wiley, 1966
- [15] Brealey R A, Myers S C. Principles of financial management[M]. Mc Graw-Hill, 1996, 555-616
- [16] Lambrecht B, Perraudin W. Options game[R]. Working Paper, Cambridge University, August 1994
- [17] Lambrecht B, Perraudin W. Real options and preemption[R]. Working Paper, Cambridge University, 1996
- [18] Quigg L. Empirical testing of real options-pricing models[J]. The Journal of Finance, 1993, 48(2): 621-640
- [19] 陈收, 刘卫国. 投资决策与资本结构化互动关系综述及研究[J]. 管理科学学报, 1999, 2(4): 16-21
- [20] Merton R C. On the pricing of contingent claims and the modigliani-miller theorem[J]. Journal of Financial Economics, 1977b, 5(3): 241-249
- [21] 王超主编. 项目决策与管理[M]. 中国对外经济贸易出版社, 1999, 165-210
- [22] Cox J C, Ross S A. The valuation of options for alternative stochastic processes[J]. Journal of Financial Economics, 1976, 3(2): 145-166
- [23] Moel A, Tufano P. When Are real options exercised? An Empirical Study of Mine Closings[R]. Working Paper, Harvard Business School
- [24] Siegel D, Smith J, Paddock J. Valuing offshore oil properties with option pricing models[J]. Midland Corporate Finance Journal, 1987, Spring, 22-30
- [25] Benaroch M, Kauffman R J. A case for using real options pricing analysis to evaluate information technology project investments[J]. Information Systems Research, March, 1999, 10(1): 70-86
- [26] Kemna, Angeliën G Z. Case studies on real options[J]. Financial Management, Autumn 1993, 259-270

Analysis and development of the method and model of option-game theory

AN Ying-hui¹, ZHANG Wei^{1,2}

1. Institute of Financial Engineering, School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

2. Tianjin University of Finance & Economic, Tianjin 300222, China

Abstract: Because of the potential problems in traditional theory about project evaluation, this paper presents an in-depth review of the research on the newly developed framework of the evaluation-option-game Theory, which is derived from OPT and Game Theory. On the basis of thorough analysis, a general framework is provided to outline the analysis and research; secondly, we embodied the present Option-Game models in the framework to make a better understanding of them. In the last section, further research direction of option-game theory and its applications are indicated.

Key words: project evaluation; real options; option-game approach