

小样本数据信用风险评估研究^①

王春峰, 李文华

(天津大学管理学院, 天津大学金融工程研究中心, 天津 300072)

摘要:针对我国商业银行信用风险评估有效历史数据样本容量小的特点, 本文提出了一种小样本情况下的信用风险评估建模技术, 该方法通过样本的重复使用, 提高了有限样本的使用效率, 减小了预测的偏差。实证结果表明, 与传统的判别分析方法相比, 该方法建立的信用评估模型精度更高。

关键词:预测样本再使用; 判别分析; 信用风险评估

中图分类号:F830 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-9807(2001)01-0028-05

0 引言

商业银行的信用风险一直是学术界和金融实业界的广泛关注的问题之一^[1,2]。所谓信用风险, 是指由于交易对方不履行或无力履行合约而导致损失的可能性。世界银行的一项研究指出, 信用风险管理不善是导致商业银行破产的常见原因^[3]。对于处于转轨经济时期的我国商业银行而言, 加强信用风险管理尤为重要^[1,4]。

信用风险管理是指, 对商业银行面临的信用风险进行辨识、评估(测量), 在此基础上对其进行有效管理(回避、防范、转移或保留吸收), 其中信用评估是基础和关键^[1]。信用评估是指, 对可能引起信用风险的因素进行定性分析、定量计算, 以测量借款人的违约概率, 为贷款决策提供依据。目前信用评估最常用方法是“分类”方法(credit scoring)——根据借款人的财务、非财务状况, 将其分为正常类(按期还本付息)和违约类, 或给出一个违约概率或信用等级, 这样信用评估就可转化为统计学上的某种分类问题。

自 Altman 的开创性工作以来^[4], 多元统计分析特别是多元判别分析技术(MDA)获得广泛应

用。其基本思路是, 根据历史样本建立判别公式, 用于新样本的分类。MDA 的最大优点在于其具有较好的解释性和简明性, 缺陷是较严格的前提条件——要求数据服从多元正态分布和协方差矩阵相等, 而现实中大量情形违背了上述假定(文[5]总结了 MDA 应用中的几个主要问题)。针对这些缺陷, 国外许多学者对 MDA 从不同角度进行了改进, 形成了两类模型, 一类是统计模型, 另一类是人工智能模型。

在统计模型方面, 为改进数据的非正态分布, 一些学者引入了对数变换, 这在一定程度上对非正态性有所改进, 但变换后的变量可能失去经济解释含义, 另外仍没有满足等协方差阵的要求; 一些学者引入二次判别分析(QDA)模型, 虽可解决等协方差阵问题, 但一方面没有满足正态性假定, 另一方面当数据样本小、维数高(指标多)时 QDA 的性能明显下降(样本少、维数高正是我国信用数据的显著特点)。特别是, 实证结果还表明 QDA 对训练样本效果较好, 而对测试样本并不理想^[5]; 一些学者引入了 Logit 分析模型, Logit 模型无需假定任何概率分布, 也不要求等协方差性, 但当样

① 收稿日期: 1999-09-29; 修订日期: 2000-04-25。

基金项目: 该研究受国家自然科学基金委 95 重大项目“金融数学、金融工程与金融管理”(79790130)、教育部跨世纪优秀人才培养计划基金、教育部高等学校优秀青年教师教学与科研奖励基金共同资助。

作者简介: 王春峰(1966-), 河北人, 博士, 教授, 博士生导师。

本点存在完全分离时,模型参数的最大似然估计可能不存在,模型的有效性值得怀疑,另外该方法对中间区域的判别敏感性较强,导致判别结果的不稳定。

在人工智能模型方面,神经网络技术(NN)技术首先被引入信用评估中^[6],由于 NN 是一种对数据分布无任何要求的非线性技术,它能有效解决非正态分布、非线性的信用评估问题,但它存在“黑箱性”(即不具解释性)、结构确定困难性、训练样本集大和训练效率低等缺点。一些学者还引入分类树方法^[7],分类树方法较统计模型从直观上更易理解,但随着问题的复杂性增加,决策树模型经常出现的组合爆炸(combination explosion)导致构造的决策树过于复杂而难以理解,且容易造成模型的过度拟合。

综上所述,目前对 MDA 的改进并不理想,特别是由于信用风险的复杂性和数据的非良性结构,许多方法理论上的优点在实证中表现并不理想也不稳定。Altman 的研究指出,NN、QDA、Logit 模型、分类树模型在实证中并不比 MDA 存在明显的优势,有些性能可能超过 MDA(如精确性),但往往不稳定,且在计算效率、可解释性、适应性、稳定性、操作的简单性方面往往逊于 MDA,因此尽管存在许多缺陷,MDA 几乎是应用最广泛的模型。

就处于转轨时期的我国商业银行而言,除通常正态分布和等协方差阵的要求外,使用 MDA 存在的问题是用于信用评估的数据特性不稳定、历史数据样本容量小,这就导致使用 MDA 时有效样本数量小,影响其使用效果(事实上样本少的问题对 NN 有同样的影响),因此如何利用有限的样本来构造 MDA 模型,是我国商业银行信用风险评估的关键问题之一。

本文提出了一种小样本情况下的信用风险评估建模技术,该方法通过基于统计学原理的样本重复使用,最大限度地提高了有限样本的使用效率。实证结果表明,与传统的判别分析方法相比,该方法建立的判别分析模型精度更高。

1 预测样本重复使用方法

预测样本重复使用方法^[8],亦称 Cross-validation

法^[9](简称 CV),其目的在于通过样本的重复使用,以尽可能利用有限样本的资源来减小预测的偏差,其基本思想和原理如下:

假设有一个样本量为 n 的数据集 $y = (y_1, \dots, y_n)$,每一个 y_i 都与一个已知的 x_i 相伴,记 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。我们感兴趣的是,在不需知道分布或参数假设的情况下,用已知数值 x 来预测对应的 y 值。假设已选择了一个预测函数并记为

$$y = \hat{y}(x; \alpha, S) \quad \alpha \in \Omega \quad (2.1)$$

其中 $S = \{(x_i, y_i) | i = 1, \dots, n\}$, α 是未知的数值。

用 $S_i^{(n-m)}$ 表示样本的第 i 个划分:保留 $n-m$ 个观测值,删除 m 个观测值,其中 $0 < m \leq n$, N 是使得预测函数(2.1)能由 $n-N$ 个观测值形成的最大整数。更具体地,我们把观测集 x 和 y 也作相应的划分,于是可以得到

$$S_i^{(n-m)} = (x_r^{(n-m)}, y_r^{(n-m)}; x_a^{(m)}, y_a^{(m)})$$

其中 $(x_r^{(n-m)}, y_r^{(n-m)})$ 表示保留的 $n-m$ 个观测值的数据集, $(x_a^{(m)}, y_a^{(m)})$ 表示删除的 m 个观测值的数据集,记如此划分的总数为 $P(n, m, \Gamma)$,或简记为 P 。对于每一个划分,都可以将保留的观测值 $(x_r^{(n-m)}, y_r^{(n-m)})$ 应用到选定的预测函数上,得到具体的预测函数形式,从而可以将删除的观测值 $x_a^{(m)}$ 应用到预测函数上来预测 $y_a^{(m)}$,得到集合 $\hat{y}_a^{(m)}(x_a^{(m)}; \alpha, S_i^{(n-m)})$ 。

考虑所有划分下的预测函数的平均偏差度量

$$D_{n,m}(\alpha) = P^{-1}n^{-1} \cdot$$

$$\sum_{i \in P} d(y_a^{(m)}, \hat{y}_a^{(m)}(x_a^{(m)}; \alpha, S_i^{(n-m)}))$$

其中 d 是某种偏差度量,例如绝对偏差、二次偏差等等,对于确定的 α , d 用来度量 $y_a^{(m)}$ 中的值与它的预测值 $\hat{y}_a^{(m)}$ 之间的偏差。希望预测函数的平均偏差达到最小,所以在这个意义上,可以将 $D_{n,m}(\alpha)$ 关于 α 最优化,就能求得 α 的一个解 $\hat{\alpha}$,于是得到预测函数 $\hat{y} = \hat{y}(x; \hat{\alpha}, S)$ 。

例如考虑线性预测函数,假设 $y \in R^1$, $x = (x(1), \dots, x(p)) \in R^p$,选取线性回归形式的预测函数

$$y(x; \alpha, S) = a\bar{y} + (1-a)(\bar{y} + \sum b_k(x(k) - \bar{x}(k))) \quad \alpha \in R^1$$

其中 $\bar{y} = \sum y_j/n$, $\bar{x}(k) = \sum x_i(k)/n$, b_k 是普通的线性回归系数。选取二次偏差度量, $d(y, \hat{y}) = (y - \hat{y})^2$,并且每次只删除一个观测值,于是预测

函数的平均偏差为

$$D_{e,i}(\alpha) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i; \alpha, S_{(i)}))^2$$

其中 $\hat{y}(x_i; \alpha, S_{(i)})$ 表示删除第 i 个观测值, 用其余 $n-1$ 个观测值估计的预测函数应用到 x_i 上得到的 y_i 的预测值. 通过最小化平均偏差, 得到

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{e_i^2}{(1-A_{ii})^2} - \frac{ne_i(y_i - \bar{y})}{(n-1)(1-A_{ii})} \right]}{\sum_{i=1}^n \left[\frac{e_i}{1-A_{ii}} - \frac{n(y_i - \bar{y})}{n-1} \right]^2}$$

这里 e_i 是最小二乘线性回归的第 i 个残差, $A = X(X'X)^{-1}X'$, 其中

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1(1) & \cdots & x_1(p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n(1) & \cdots & x_n(p) \end{bmatrix}$$

于是得到预测偏差最小的预测函数.

2 样本数据和模型构造

2.1 指标体系和样本数据

以我国某商业银行为例, 选择它的同等资产规模的企业客户为对象, 考察它们的短期贷款偿还情况. 所用的财务比率是参照国内财政部考核企业财务状况和国外相关财务比率指标, 对反映企业流动性、盈利性、增长性、速动性及偿债性等方面指标, 利用 SAS 统计软件包进行主因子分析, 得到以下 5 个比率:

$$X_1 = \text{运营资本} / \text{资产总额}$$

$$X_2 = \text{保留盈余} / \text{资产总额}$$

$$X_3 = \text{息税前利润} / \text{资产总额}$$

$$X_4 = \text{普通股、优先股市场价值总额} / \text{负债账面价值总额}$$

$$X_5 = \text{销售收入} / \text{资产总额}$$

调查取得的样本总数为 58 家, 删除不合格的样本 3 个后, 有效样本为 55 个, 其中能够偿还银行贷款的企业 30 家, 不能按时偿还贷款的企业 25 家.

2.2 模型构造

应用上述的 5 个比率来构造判别分析模型. 由于样本量比较小, 所以用 W 检验对这 5 个指标变量进行正态性检验. 由 SAS 程序计算发现, X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_5 基本上服从正态分布, 只有 X_4 不服从

正态分布. 这将对判别分析结果产生一定的影响. 经检验样本数据基本满足等协方差矩阵的假设. 同时, 为了增加模型的有效性, 通过考察相关系数矩阵来检验解释变量的线性相关性, 发现没有变量是其它变量的线性组合.

由于样本数量较小, 普通的判别分析方法可能导致较大的判别误差, 因此采用本文提出的 CV 方法来构建判别分析模型, 试图提高判别精度.

在使用 CV 方法时, 由于要考虑所有的划分, 所以在实际问题中计算量可能非常巨大. 为了减少计算量, Breiman 等提出 r -fold cross validation 方法^[10], 该方法现在被广泛用于选择预测模型, 估计模型的预测精度. 假设样本量 N 可以记为 $N = r * n$, 其中 r 和 n 均为整数. 将样本随机的划分成 r 个样本容量均为 n 的子样本集, 每次用 $r-1$ 个样本集来训练, 于是训练样本集总共有 $(r-1) * n$ 个样本, 再用剩下的一个子样本集来检验. 对模型进行了 r 次训练, r 次检验, 每次都计算得到模型的预测精度. 用这 r 个预测精度的平均值来做为模型的预测精度的估计能减少估计偏差, 从而更好的评价模型.

因此, 在文中用简单的 Cross-Validation 法来构造判别分析模型, 用 5-fold Cross-Validation 法来检验模型的预测精度.

随机地将能够偿还银行贷款的企业和不能按时偿还贷款的企业分别划分成 5 个子样本集, 每次用一个子样本集作检验, 用剩下的四个子样本集来训练, 这样检验样本集里总共有 5×11 个样本, 同样也提供了 5 个样本量为 44 的训练样本集. 用训练样本构造预测模型时, 每次删除一个样本, 用剩下的样本构造的预测函数来预测被删除的样本, 通过最小化预测函数的平均偏差, 就可以求得 $\hat{\alpha}$, 于是得到判别函数. 该过程是由一个 MATLAB 计算程序完成的.

3 结果分析

分别用普通样本使用方法和 CV 方法构造判别函数, 并对训练样本和检验样本进行判别. 通常用两类错误来度量模型的预测精度: 第 I 类错误指把不能偿还贷款的企业误判为能偿还贷款的企

业,第 I 类错误则是指把能偿还贷款的企业误判为不能偿还贷款的企业,计算结果如表 1 所示(括号中给出的是误判的百分比)。

表 1 检验样本的误判结果

方法	子样本 1			子样本 2			子样本 3			子样本 4			子样本 5		
	Error I	Error I	Total												
CV	1 (20.00)	2 (33.33)	3 (27.27)	0 (0.00)	1 (16.66)	1 (9.09)	1 (20.00)	1 (16.66)	2 (18.18)	0 (0.00)	2 (33.33)	2 (18.18)	1 (20.00)	2 (33.33)	3 (27.27)
普通方法	3 (60.00)	1 (16.66)	4 (36.36)	2 (40.00)	1 (16.66)	3 (27.27)	1 (20.00)	1 (16.66)	2 (18.18)	1 (20.00)	2 (33.33)	3 (27.27)	1 (20.00)	3 (50.00)	4 (36.36)

分析表 1 可知除了第三个检验子样本集, CV 法的总误判概率与普通样本使用方法的相等外,其他的四个子样本的 CV 法的总误判概率都比普通方法的小得多,可以计算得到, CV 法的总误判概率平均为 19.998%, 而普通方法的总误判概率平均为 29.088%, 显然 CV 法的预测效果比普通方法的更好。在两类错误中, 第一类错误显然更加严重, 因为它是将不能偿还贷款的企业误判为能偿还贷款的企业, 如果出现了第一类错误, 银行的整个短期贷款都可能无法收回, 形成坏帐损失, 而如果出现了第二类错误, 银行至多是损失一笔利息收入, 因而第一类错误的误判代价也比第二类错误高得多, 如表 1 所示, CV 法的第一类错误均比普通方法的要低, 极大地提高了判别效率。从上

面的分析可以认为, 在小样本情况下 Cross-validation 法要比普通的样本使用方法更优, 判别的精度更高。

4 结束语

本文将一种重复使用样本的方法——Cross-validation 法, 应用于我国商业银行的信用风险评估, 结果表明, 对于小样本情况, Cross-validation 法比普通的样本使用方法更优, 由于我国商业银行有效历史数据少, 这就使得我国商业银行的信用风险评估经常是在小样本情况下进行的, 因此 Cross-validation 法在我国的信用风险评估中具有广泛的应用前景。

参考文献:

- [1] 王春峰等. 组合预测在商业银行信用评估中的应用[J]. 管理工程学报, 1999, 13(1): 5-9
- [2] 王春峰等. 商业银行信用风险评估及其实证研究[J]. 管理科学学报, 1998, 1(1): 68-72
- [3] 世界银行. 新兴市场经济中的商业银行[M]. 北京: 中国财经出版社, 1997
- [4] Altman E I. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy[J]. The Journal of Finance, 1968, 23: 589-609
- [5] Eisenbeis R A. Pitfalls in the application discriminant analysis in business and economics[J]. The Journal of Finance, 1977, 32: 875-900
- [6] Tam K Y, Kiang M. Managerial applications of neural networks: the case of bank failure predictions[M]. Management Sciences, 1992, 38 (1): 926-947
- [7] Frydman H, Altman E I, Kao Duen-Li. Introducing recursive partitioning for financial classification: the case of financial distress[J]. Journal of Finance, 1985, 40(1): 269-291
- [8] Geisser S. The predictive reuse method with applications[J]. Journal of the American Statistical Association, 1975, 70(350)
- [9] Stone M. Cross-validated choice and assessment of statistical predictions[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1974, 36B(2): 111-147
- [10] Breiman P, Zhang Ping. Model selection via multifold cross validation[J]. The Annals of Statistics, 1993, 21(1): 299-313

Credit risk assessment in commercial banks under less samples

WANG Chun-feng, LI Wen-hua

Center for Financial Engineering, School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: In this paper, a new method, cross validation, is presented to deal with credit risk assessment in commercial banks because of less samples of the financial data in our country. The method reduces the predictive bias based on sample reuse techniques. Empirical results indicate that the new technique is more accurate than traditional discriminant analysis method in dealing with the problem of credit risk assessment with less samples.

Key words: predictive sample reuse; cross validation; discriminant analysis; credit risk assessment