

蚂蚁算法在组合优化中的应用^①

马良, 项培军

(上海理工大学管理学院, 上海 200093)

摘要: 蚂蚁算法是近年来新出现的一种随机型搜索寻优算法, 自从在 TSP 等著名问题中得到富有成效的应用之后, 已引起越来越多的关注和重视, 本文进一步将这种新型的生物优化思想扩展到其他一些组合优化难题, 包括目前尚缺乏有效求解手段的多目标组合优化问题, 从实验上探索了蚂蚁算法的优化能力, 获得了满意的效果。

关键词: 组合优化; 蚂蚁; 算法

中图分类号: O22

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2001)02-0032-06

0 引言

蚂蚁算法(ant algorithm)是一种源于大自然中生物世界的新的仿生类算法^[1-3], 诞生至今只有短短的几年时间, 作为通用型随机优化方法, 它吸收了昆虫王国中蚂蚁的行为特性, 通过其内在的搜索机制, 在一系列困难的组合优化问题求解中取得了成效。由于模拟仿真中使用的是人工蚂蚁概念, 因此有时亦被称为蚂蚁系统。

据昆虫学家的观察和研究, 发现生物世界中的蚂蚁有能力在没有任何可见提示下找出从其窝巢至食物源的最短路径, 并且能随环境的变化而变化, 适应性地搜索新的路径, 产生新的选择。作为昆虫的蚂蚁在寻找食物源时, 能在其走过的路径上释放一种蚂蚁特有的分泌物——信息激素(pheromone)(注: 鉴于该专业名词目前尚未找到更确切的译法, 本文以后将暂称之为信息素), 使得一定范围内的其它蚂蚁能够察觉到并由此影响它们以后的行为, 当一些路径上通过的蚂蚁越来越多时, 其留下的信息素轨迹(trail)也越来越多, 以致信息素强度增大(当然, 随着时间的推移会逐渐减弱), 后来蚂蚁选择该路径的概率也越高, 从而更增加了该路径的信息素强度, 这种选择过程被

称之为蚂蚁的自催化行为(auto-catalytic behavior), 由于其原理是一种正反馈机制, 因此, 也可将蚂蚁王国(Ant Colony)理解成所谓的增强型学习系统(reinforcement learning system)。

自从蚂蚁算法在著名的旅行商问题(TSP)^[4-5]和工件排序问题^[6]上取得成效以来, 已陆续渗透到其它问题领域中, 如: 图着色问题^[7]、大规模集成电路设计^[8]、通讯网络中的负载均衡问题^[9]、车辆调度问题^[10-11]等等, 在许多方面表现出相当好的性能。

本文进一步将这种新型的生物优化思想扩展到其他一些组合优化难题, 包括目前尚缺乏有效求解手段的多目标组合优化问题, 从实验上探索了蚂蚁算法的优化能力, 获得了满意的效果。

1 蚂蚁算法原理

用于优化领域的人工蚂蚁算法, 其基本原理吸收了生物界中蚂蚁群体行为的某些显著特征: 1) 能察觉小范围区域内状况并判断出是否有食物或其他同类的信息素轨迹; 2) 能释放自己的信息素; 3) 所遗留的信息素数量会随时间而逐步减少。由于自然界中的蚂蚁基本没有视觉, 既不知向何

① 收稿日期: 1999-12-21; 修订日期: 2000-09-25。
基金项目: 上海市高校青年科学基金资助项目(98QN28)。
作者简介: 马良(1964-), 男, 上海人, 博士, 教授。

处去寻找和获取食物,也不知发现食物后如何返回自己的巢穴,因此它们仅仅依赖于同类散发在周围环境中的特殊物质——信息素的轨迹,来决定自己何去何从.有趣的是,尽管没有任何先验知识,但蚂蚁们还是有能力找到从其巢穴到食物源的最佳路径,甚至在该路线上放置障碍物之后,它们仍然能很快重新找到新的最佳路径.这里,用一个形象化的图示来说明蚂蚁群体的路径搜索原理和机制:

假定障碍物的周围有两条道路可从蚂蚁的巢穴到达食物源(见图 1): Nest-ABD-Food 和 Nest-ACD-Food, 分别具有长度 4 和 6. 蚂蚁在单位时间内可移动一个单位长度的距离. 开始时所有道路上都未留有任何信息素.

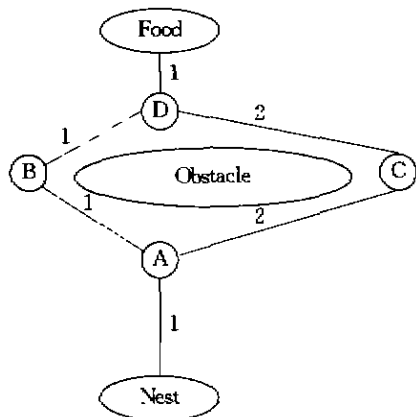


图 1 蚂蚁从巢穴移至食物源

在 $t = 0$ 时刻, 20 只蚂蚁从巢穴出发移动到 A. 它们以相同概率选择左侧或右侧道路, 因此平均有 10 只蚂蚁走左侧, 10 只走右侧.

在 $t = 4$ 时刻, 第一组到达食物源的蚂蚁将折回.

在 $t = 5$ 时刻, 两组蚂蚁将在 D 点相遇. 此时 BD 上的信息素数量与 CD 上的相同, 因为各有 10 只蚂蚁选择了相应的道路. 从而有 5 只返回的蚂蚁将选择 BD 而另 5 只将选择 CD.

在 $t = 8$ 时刻, 前 5 个蚂蚁将返回巢穴, 而 AC、CD 和 BD 上各有 5 个蚂蚁.

在 $t = 9$ 时刻, 前 5 个蚂蚁又回到 A 并且再次面对往左还是往右的选择.

这时, AB 上的轨迹数是 20 而 AC 上是 15, 因此将有较为多数的蚂蚁选择往左, 从而增强了该路线的信息素. 随着该过程的继续, 两条道路上信

息素数量的差距将越来越大, 直至绝大多数蚂蚁都选择了最短的路线. 正是由于一条道路要比另一条道路短, 因此, 在相同的时间区间内, 短的路径会有更多的机会被选择.

记

m —— 蚂蚁个数

η_{ij} —— 边弧 (i, j) 的能见度 (visibility), 即 $1/d_{ij}$

τ_{ij} —— 边弧 (i, j) 的轨迹强度 (intensity)

$\Delta\tau_{ij}^k$ —— 蚂蚁 k 于边弧 (i, j) 上留下的单位长度轨迹信息素数量

P_{ij}^k —— 蚂蚁 k 的转移概率, 与 $\tau_{ij} \cdot \eta_{ij}^\alpha$ 成正比, j 是尚未访问结点

轨迹强度的更新方程为

$$\tau_{ij}^{new} = \rho \cdot \tau_{ij}^{old} + \sum_k \Delta\tau_{ij}^k$$

其中, 各参数的含义为

α —— 轨迹的相对重要性 ($\alpha \geq 0$)

β —— 能见度的相对重要性 ($\beta \geq 0$)

ρ —— 轨迹的持久性 ($0 \leq \rho < 1$), $1 - \rho$ 理解为迹衰减度 (evaporation)

Q —— 体现蚂蚁所留轨迹数量的一个常数

以经典的 TSP 为例, 采用人工蚂蚁方法进行求解的主要步骤可叙述如下:

步骤 1 $nc \leftarrow 0$; (nc 为迭代步数或搜索次数) 各 τ_{ij} 和 $\Delta\tau_{ij}$ 的初始化; 将 m 个蚂蚁置于 n 个顶点上;

步骤 2 将各蚂蚁的初始出发点置于当前解集中;

对每个蚂蚁 $k (k = 1, \dots, m)$, 按概率 P_{ij}^k 移至下一顶点 j ;

将顶点 j 置于当前解集;

步骤 3 计算各蚂蚁的目标函数值 $Z_k (k = 1, \dots, m)$; 记录当前的最好解;

步骤 4 按更新方程修改轨迹强度;

步骤 5 对各边弧 (i, j) , 置 $\Delta\tau_{ij} \leftarrow 0$; $nc \leftarrow nc + 1$;

步骤 6 若 $nc <$ 预定的迭代次数且无退化行为 (即找到的都是相同解), 则转步骤 2;

算法的时间复杂度为 $O(nc \cdot m \cdot n^2)$. 就 TSP 而言, 经验结果是, 当 m 大致等于 n 时, 效果最佳, 此时的时间复杂度为 $O(nc \cdot n^3)$. 由于算法对图的对称性以及目标函数无特殊要求, 因此可用于各

种非对称性问题和非线性问题. 算法中的参数设定目前尚无理论上的依据, 已公布的试验结果都是针对特定问题而言的. 最早的数据是通过求解 TSP 的问题库 TSPLIB^[12] 中的一些例子得到的: $0 \leq \alpha \leq 5.1 \leq \beta \leq 5, 0.1 \leq \rho \leq 0.99$ (0.7 左右为佳), $10 \leq Q \leq 10000$.

2 若干组合优化问题的求解

2.1 在路径问题中的应用

(1) 经典 TSP

在经典 TSP 的求解中, 转移概率定义为^[13]

$$P_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{k \in S} \tau_{ik}^\alpha \cdot \eta_{ik}^\beta}, \text{若 } j \in S, \text{ 否则为 } 0$$

这里, S 为可行顶点集.

自蚂蚁算法提出以来, 就以 TSP 为测试基准, 与其它一些常用启发式方法作了一系列的比较. 用于检验的是若干典型的对称型和非对称型 TSP, 先后采用了模拟退火法、遗传算法、神经网络(如, 弹性网法、自组织映射法等)、进化规划、遗传退火法、插入法、禁忌搜索法、边交换法(2-opt、3-opt 等)等多种算法进行求解, 除了 Lin-Kernighan 的局部改进法之外, 优于其它的所有方法. 近年来, 已出现了一些改进型与混合型的蚂蚁算法.

我们采用了一种融合局部搜索机制的策略, 求解了部分 TSPLIB 中的问题 ($n \leq 100$), 得到了相应的最优解. 对中国 144 城市 TSP 的求解结果为 30351 (最优解为 30347), 优于近几年公布的用模拟退火法和遗传算法得到的结果.

(2) 瓶颈 TSP

瓶颈问题是一种要求巡回路线中最长距离最短的扩展 TSP, 与经典 TSP 有同等难度. 设计蚂蚁算法时, 采用和经典 TSP 相同的转移概率, 但要修正目标函数形式. 通过设计相应的蚂蚁算法以及模拟退火法、最远插入法等另 5 种算法程序, 并对 TSPLIB 中若干算例进行多次求解, 蚂蚁算法的结果在所有试验中都优于其他 5 种方法.

(3) 最小比率 TSP

在 TSP 的问题背景中, 如果从一个城市走到另一个城市可得到某种收益, 则最小比率 TSP 的目标就是要确定最佳巡回路线, 使得回路的总行

程与总收益之比最小^[13].

算法中的转移概率形式同前, 但对其中的 η_{ij} , 作了如下修正:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \text{ 或 } \eta_{ij} = \frac{1}{p_{\max} - p_{ij} + 1}$$

这里, 各蚂蚁按等概率选取两者之一, $p_{\max} = \max\{p_{ij}\}$. 经一系列的数值试算, 其效果是令人满意的.

(4) 时间约束 TSP

如将经典 TSP 中的距离权值改用时间来表示, 并附加限制条件: 到达任何一个城市的时间都不超过预定的上限, 则问题的数学描述将呈现非线性形式, 但这种复杂的变型问题却有着现实的应用^[14]. 算法中的转移概率形式同前, 但可行顶点集 S 中须体现时间约束. 用相应的蚂蚁算法求解了国内某实际巡航路线问题, 得到的结果为 1378 (其标准 TSP 最优解为 1376).

(5) Prize-collecting TSP

另一种源于 TSP 的特殊问题就是所谓的 Prize-collecting TSP^[15], 因国内未见有公认的译法, 这里保留原文. 在该问题中, 访问每个城市都可获得某种收益, 整个巡回允许仅访问所有城市中的一部分, 目标是要求巡回的总行程减去访问这些城市所获得的总收益最小, 亦可等价地叙述为: 巡回的总行程加上未访问到城市所应获得的总收益最小.

可以为此设计类似经典 TSP 的蚂蚁算法, 只须修改蚂蚁的移动规则和目标函数的形式即可, 即, 允许蚂蚁的移动可按概率返回起点以构成一个解. 目前, 对该问题的理论和应用研究都极少, 蚂蚁算法的求解效果如何, 尚有待于进一步验证.

(6) 多目标 TSP

实际问题中常常需要同时考虑: 路程最短、时间最少、费用最省、风险最小等等多方面的因素, 即, 城市之间的权重属性有多个, 因此, 研究多目标 TSP 就具有很强的实际意义^[16]. 毫无疑问, 这种多目标的组合优化问题难于求解, 比之单目标的问题更为复杂, 国内外的有关研究亦极为稀少, 尤其缺乏实用算法. 由于此时的解是一种“折衷解”、“非劣解”, 因而, 多目标 TSP 解的含义可定义为

假定有一回路解 H , 若不存在任何其它回路

解 Q , 使得 $Z_r(Q) \leq Z_r(H)$, $r = 1, 2, \dots, L$, 其中至少有一个不等式严格成立 (Z_r 为相应的目标函数值), 则 H 为一个非劣解或 Pareto 解.

不难将蚂蚁算法的求解思想推广到多目标情形^[17,18], 只须在蚂蚁移动的同时按概率体现各权重. 如果实际问题有权重优先级, 则算法更能很好地满足这种要求. 用类似的方法还可求解多目标瓶颈 TSP, 在微机上进行了初步的计算试验, 并与模拟退火法等其他方法进行了比较, 结果表明, 蚂蚁算法往往能得到更多的解.

(7) 车辆路径问题 (VRP)

VRP 的问题背景来自交通运输, 在已知车辆的载重量为 Q 、各客户点的需求量为 q_i 的前提下, 求至少需要多少车辆, 才能满足需求且车辆的总行程最短. 目前, 除了一些经典的方法以外, 人们陆续尝试了各种类型的进化算法, 如遗传算法、禁忌搜索法等, 取得了一系列的成果. 采用 TSP 风格的蚂蚁算法, 同样可求解 VRP. 但是, 针对 VRP 本身的特点, 还可采取一种更为精细的做法, 即定义如下形式的蚂蚁转移概率^[11]

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \eta_{ij}^{\beta} \mu_j^{\gamma} \kappa_i^{\delta}}{\sum_k \tau_{ik}^{\alpha} \eta_{ik}^{\beta} \mu_k^{\gamma} \kappa_k^{\delta}}$$

其中 $\mu_j = d_{i0} + d_{j0} - d_{ij}$, $\kappa_i = (Q + q_i)/Q$

据国外近年的报道, 用上述形式转移概率的蚂蚁算法, 可以很好地求解 VRP.

(8) 多目标最短路

由于蚂蚁算法本身就是模仿蚂蚁群体搜索最短路线的机制, 因此, 用于求解最短路问题是最为自然的, 如传统的最短路问题、 K -条最短路问题等, 但这些问题早已被很好地解决了, 故而蚂蚁算法并不能对此体现其优越性. 通过将算法思想引入到多目标最短路问题^[12], 却可以起到和求解多目标 TSP 类似的作用. 若将目标函数改为瓶颈形式, 就可求解多目标瓶颈最短路问题. 计算试验表明, 这些尝试是可行和有效的.

(9) 二次分配问题 (QAP)

问题的原始提法为: 已知有 n 个位置点和 n 家工厂, 各位置点之间的距离矩阵设为 $D = [d_{ij}]_{n \times n}$, 各工厂之间的运输量矩阵为 $F = [f_{ij}]_{n \times n}$, 现要将这 n 家工厂建造在这 n 个位置点上, 使得总费用最小, 其中, 工厂 i 建造在位置点 k 且工厂 j 建造在位置点 l 所导致的费用为 $f_{ij} d_{kl}$.

各工厂的建造费用由于对问题求解的难度没有本质上的影响, 故而常常忽略不计, 该问题由于目标函数的非线性而变得异常困难.

在用蚂蚁算法进行求解时, 转移概率中的 $\eta_{ij} = 1/s_{ij}$, 这里

$$s_{ij} = \left(\sum_{p=1}^n f_{ip} \right) \left(\sum_{q=1}^n d_{jq} \right)$$

QAP 是蚂蚁算法继 TSP 之后第二个成功求解的 NP- 难题, 有关的实验结果和实现细节可在蚂蚁算法的早期文献中找到^[1,2], 这里不再赘述.

2.2 在最优树问题中的应用

(1) 度约束最小树问题

众所周知, 最小生成树问题是网络优化中一个常见的基本问题, 目前有成熟的方法可供有效求解. 但如果对树的各顶点度数加以限制, 即不超过预先给定的数值, 则问题的性质将变得截然不同, 这就是所谓的度约束最小生成树 (DCMST) 问题^[20,21], 其组合含义是从所有的生成树中 (数目可达 n^{n-2}) 找出顶点度符合约束且总权数最小的生成树. 该问题的求解难度随各顶点度约束的不同而不同. 现实世界中许多这样的例子, 如, 管道铺设、电路设计、通信系统、计算机网络等等.

用蚂蚁算法来求解这种困难的优化问题可以达到相当好的效果, 尤其是顶点度约束较为苛刻时. 算法的核心思想在于各蚂蚁按生成树的构成规则进行移动, 转移概率形式同经典 TSP. 经大量数值测试, 效果明显^[21].

(2) 多目标最优树问题

从经典的最小生成树概念, 可引申出所谓的 Pareto 有效树, 即追求多个目标属性下的最优树. 此外, 还有来自工程背景中电路布线等设计问题的所谓 MIN-MAX 顶点度生成树问题, 其目标是要寻找一棵生成树, 使得树中的最大顶点度数最小. 若还要求生成树的总权重最小, 则问题就是双目标意义下的优化问题. 从多目标最短路问题以及度约束最小树问题的蚂蚁算法思想出发, 可以设计出这些多目标最优树问题的蚂蚁算法. 鉴于实现细节与路径类问题类似, 故不再详述. 经初步测试, 获得了一定的效果.

2.3 软件实现与计算试验

用 DELPHI 实现了所设计的一整套蚂蚁算法^[22], 并嵌入到我们自行研制的运筹学、管理科

学集成软件包 ORMS For Windows 中,运行于 Windows98 环境下,内含 80 多个算法模块,可供实际求解使用.此外,在 Pentium I 系列微机上进行大量的计算实验,用该软件中的蚂蚁算法求解了本文中提出的一些组合优化难题,并与软件包中的其他算法进行了比较,从中看到了蚂蚁算法这种新思想在求解 NP-难题过程中所体现出来的寻优能力.

3 结论

目前,除了业已得到公认的遗传算法、模拟退火法、禁忌搜索法、人工神经网络等热门进化类方法^[23,24],新加入这个行列的蚂蚁算法正在开始崭露头角,为复杂困难的系统优化问题提供了新的具有竞争力的求解算法.尽管一些思想尚处于萌芽时期,但人们已隐隐约约认识到,人类诞生于大自然,解决问题的灵感似乎也来自大自然.这种由欧洲学者提出并加以改进的新颖系统思想,正在受到越来越多人的注意和研究,应用范围也

开始遍及许多领域.从当前可以检阅的文献情况来看,研究和应用蚂蚁算法的学者主要集中在比利时、意大利、英国、法国、德国等欧洲国家,日本和美国在这一二年内也开始启动对蚂蚁算法的研究,一些大学选择了该课题作为研究生的(博士、硕士)学位论文,1999 年美国各大学完成的博士学位论文中,就有一篇是和蚂蚁算法有关的.国内则于 1998 年末至 1999 年初才开始有少量公开报道和研究成果,而且基本局限于 TSP 问题上^[25-31].

现在,蚂蚁算法思想在启发式方法范畴内已逐渐成为一个独立的分支,在有关国际会议上多次作为专题加以讨论.1998 年在比利时布鲁塞尔大学召开了第一届蚂蚁优化国际研讨会,2000 年仍将在原地召开第二届会议(Ants'2000).尽管蚂蚁算法的严格理论基础尚未奠定,国内外的有关研究仍停留在实验探索阶段,但从当前的应用效果来看,这种模仿自然生物的新型系统寻优思想无疑具有十分光明的前景^[32],更多深入细致的工作还有待于进一步展开.

参 考 文 献:

- [1] Colomi A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed optimization by ant colonies[C]. Proc. of the First European Conf. on Artificial Life. Paris, France; Elsevier Publishing, 1991, 134-142
- [2] Colomi A, Dorigo M, Maniezzo V. An investigation of some properties of an ant algorithm[C]. Proc. of the Parallel Problem Solving from Nature Conference (PPSN'92). Brussels, Belgium; Elsevier Publishing, 1992, 509-520
- [3] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics, 1996, 26 (1): 29-41
- [4] Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the travelling salesman problem [J]. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 1997, 1 (1): 53-66
- [5] Gambardella L M, Dorigo M. Ant-Q: a reinforcement learning approach to the travelling salesman problem[C]. Proc. of the 12th Int. Conf. on Machine Learning. Tahoe City, CA; Morgan Kaufman, 1995, 252-260
- [6] Colomi A, et al. Ant system for job-shop scheduling[J]. JORBEL, 1994, 34 (1): 39-53
- [7] Costa D, Hertz A. Ants can colour graphs[J]. J. of the Opnl. Res. Soc., 1997, 48 (3): 295-305
- [8] Kuntz P, Layzell P, Snyers D. A colony of ant-like agents for partitioning in VLSI technology[C]. Proc. of the 4th European Conf. on Artificial Life. Boston; MIT Press, 1997, 417-424
- [9] Schoonderwoerd R, Holland O, Bruten J. Ant-like agents for load balancing in telecommunications networks[C]. Proc. of Agents'97. Marina del Rey, CA; ACM Press, 1997, 209-216
- [10] Di Caro G, Dorigo M. Mobile agents for adaptive routing[C]. Proc. of the 31st Hawaii Int. Conf. on System. Los Alamitos, CA; IEEE Computer Society Press, 1998, 74-83
- [11] Bullnheimer B, Hartl R F, Strauss C. Applying the ant system to the vehicle routing problem[C]. Meta-Heuristics; Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization. Kluwer, Boston, 1998, 109-120

- [12] Reinelt G. TSPLIB—a travelling salesman problem library[J]. ORSA J. on Computing, 1991, 3 (4): 376-385
- [13] 马良. 求解最小比率 TSP 的一个算法[J]. 系统工程, 1998, 16 (4): 62-65
- [14] Ma Liang (马良). Ant algorithm for a kind of nonlinear travelling salesman problem[C]. Proc. of '99 International Conference on Management Science & Engineering. Harbin, China; Harbin Institute of Technology Press, 1999, 448-452
- [15] Hochbaum D S. Approximate algorithms for NP-hard problems[M]. Boston, MA; PWS Publishing Company, 1997, 181-184
- [16] 马良. 多准则货郎问题及其算法[C]. 运筹学的理论与应用. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1996, 187-192
- [17] 马良. TSP 及其扩展问题的混合型启发式算法[J]. 上海理工大学学报, 1999, 21 (1): 25-28
- [18] 马良, 蒋馥. 多目标旅行售货员问题的蚂蚁算法求解[J]. 系统工程理论方法应用, 1999, 8 (4): 23-27
- [19] Ma Liang (马良), Wang Long-de (王龙德). A new algorithm for solving multicriteria shortest path problem[J]. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 1999, 8 (3): 335-339
- [20] 马良, 蒋馥. 度约束最小生成树的快速算法[J]. 运筹与管理, 1998, 7 (1): 1-5
- [21] 马良, 蒋馥. 度限制最小树的蚂蚁算法[J]. 系统工程学报, 1999, 14 (3): 211-214
- [22] 马良. 离散系统优化的蚂蚁算法研究[D]. 上海: 上海交通大学管理学院, 1999
- [23] 李敏强, 张志强, 寇纪松. 关于杂合遗传算法的研究[J]. 管理科学学报, 1998, 1 (1): 64-67
- [24] 马良. 多目标投资决策模型的进化算法[J]. 上海理工大学学报, 1998, 20 (1): 56-59
- [25] 彭斯俊等. 基于蚂蚁系统的 TSP 问题的新算法[J]. 武汉汽车工业大学学报, 1998, 20 (5): 88-92
- [26] 张纪会, 徐心和. 一种新的进化算法——蚁群算法[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19 (3): 84-87
- [27] 全惠云, 江力. 求解 TSP 的演化算法[J]. 湖南师范大学学报, 1999, 22 (2): 28-34
- [28] 马良. 来自昆虫世界的寻优策略——蚂蚁算法[J]. 自然杂志, 1999, 21 (3): 161-163
- [29] 吴庆洪, 张纪会, 徐心和. 具有变异特征的蚁群算法[J]. 计算机研究与发展, 1999, 36 (10): 1240-1245
- [30] 林锦, 朱文兴. 凸整数规划问题的混合蚁群算法[J]. 福州大学学报, 1999, 27 (6): 5-9
- [31] 张纪会, 高齐圣, 徐心和. 自适应蚁群算法[J]. 控制理论与应用, 2000, 17 (1): 1-3
- [32] Bonabeau E, Dorigo M, Theraulaz G. Inspiration for optimization from social insect behaviour[J]. Nature, 2000, 406 (6791): 39-42

Applications of the ant algorithm to combinatorial optimization

MA Liang, XIANG Pei-Jun

College of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract: Ant algorithm is a newly emerged stochastic searching optimization algorithm in recent years. It has been paid much attention to since the successful application in the famous travelling salesman problem. This paper further extends the idea of this new biological optimization strategy to some other hard combinatorial optimization problems, including the multi-attribute situation which lack of efficient solving methods. The ability of optimization for the algorithm is tested experimentally which give encouraging results.

Key words: combinatorial optimization; ant; algorithm