

基于回售条款的可换股债券的定价研究^①

顾勇, 吴冲锋

(上海交通大学管理学院, 上海 200052)

摘要:针对中国证券市场的现实情况, 本文为国有股权的退出设计了发行基于回售条款的可换股债券这一退出模式, 在作理论分析的基础上, 给出了定价的数值仿真算法, 并结合实际情况给出了在实际应用中的一个具体的算例, 所获得的研究结果对我国进行国有股权退出的探索具有一定的参考价值。

关键词:可换股债券; 回售条款; 布莱克-肖模型; 蒙特卡洛模拟

中图分类号: F830.9

文献标识码: A

文章编号: 1007-3807(2001)01-0009-07

0 引言

在中国的证券市场上, 不可流通的国有股和法人股逐步转变为流通股是一个亟待解决的问题, 但是多年来, 广大投资者一直视国有股、法人股释出为“洪水猛兽”, 一有风吹草动, 必引起股市的巨幅震荡, 因此管理层在设计国有股、法人股上市流通的模式时必须充分考虑“释出”对二级市场的冲击程度, 综合各种方案, 笔者认为可换股债券不失为一种可供选择的退出模式之一。

“可换股债券”(convertible exchangeable bond, CEB)是一种复合型衍生证券, 主要发生在母公司与其控股的上市公司之间, 即由母公司发行债券, 债券到期时, 可以转换成其上市子公司的股票, 而不是母公司本身的股票, 这种债券与可转换债券(convertible bond, CB)相比, 两者的发行人不同, CEB的发行人是上市公司(设为公司B)的母公司(设为公司A), 因此CEB的交易与发行对上市公司没有直接影响; 而可转换债券是公司债券, 公司发行可转换债券将增加上市公司发行在外的普通股票, 由此可见, 发行CEB一般并不增加上市公司的总股本, 但可以减低母公司对子公司的持股比例。

同时, 由于可换股债券给予投资者一种转换股票的期权(option), 其利率水平与同期一般债券相比要低得多, 因此, 即使可换股债券到期转换不成功, 其还债成本还是低于普通公司债券, 与将国有股权定向配售给老股东相比, CEB的一个显著优点是换股是在约定期限内(例如3年内)逐步进行的, 因而可以减轻集中上市所带来的市场压力, 降低国有股权退出对二级市场的冲击程度。

但是由于在目前的中国证券市场上存在着较为严重的信息不对称, 上市公司的控股母公司在发行了可换股债券之后, 由于考虑到未来换股后自己将不再持有上市公司的股份, 必然减少对上市公司的监督和扶持, 可能导致上市公司经营业绩的恶化, 从而损害投资者的利益, 考虑到这种情况, 笔者认为可以在可换股债券中加入回售条款(puttable term)。

所谓“回售”是指在上市公司股票价格表现欠佳时, 投资人有权要求发行人(母公司A)收回发行在外的可换股债券, 并在指定的日期内以高于面值的一定溢价出售给发行人, 使用回售条款可以降低可换股债券的票面利率, 回售条款是有益于投资者的保护性条款, 使债券更具有吸引力; 当然发行人的压力也大大增加了, 这有助于大股东

① 收稿日期: 2000-04-14; 修订日期: 2001-06-18。

基金项目: 国家自然科学基金“九五”重大资助项目(79790130); 教育部跨世纪优秀人才基金资助项目。

作者简介: 顾勇(1976-), 男, 浙江绍兴人, 硕士生。

更好的履行股东的义务,督促和支持企业搞好生产经营,回售条款不仅有利于CEB的顺利发行,而且可以使国有股权所有者的利益与其控制的上市公司的利益紧密地联系在一起,上市公司业绩差将导致CEB的持有者向CEB的发行者(即母公司A,如国有控股公司和国资局等)行使回售权,因此回售条款有利于母公司帮助改善上市公司的经营业绩。

1975年日本的东芝公司发行了第一只含有回售条款的可转换公司债券,当时,东芝公司规定的票面利率为6.75%,1990年到期,投资者可以在1980年9月底以112元的价格将可转换债券回售给发行公司,5年的收益率为8.93%,此次发行获得巨大成功。

在设计基于回售条款的可换股债券(putable convertible exchangeable bond, PCEB)的过程中,对其进行合理定价是一个十分重要的问题,本文将主要研究它的定价问题。

1 基于回售条款的可换股债券的理论定价模型

1.1 模型的基本假设

为了便于研究基于回售条款的可换股债券的定价问题,本文首先作以下假设:

i) 可换股债券的标的(内含)股票的价格变化服从几何布朗运动(Geometric Brownian Motion),其离散表示形式为

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t} \quad (1)$$

其中 ΔS 为经过一段很短的时间间隔 Δt 后股票价格 S 的变化, ϵ 为标准正态分布(均值为0,标准差为1的正态分布,记为 $N(0,1)$) 的随机抽样值,参数 μ 为单位时间内股票的预期收益率,参数 σ 为股票价格的波动率,这两个参数均为常数,不随时间而变化。

ii) 市场无风险利率 r_t 的期限结构为一水平直线,即 r_t 不随时间的变化而变化,与发行的可换股债券具有相同信用等级的普通债券的利率为 r_b , r_t 和 r_b 都是经过单利复利转换($r' = \ln(1+r)$) 后的连续复利。

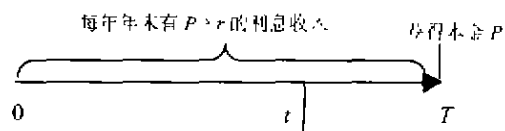
iii) 可换股债券到期后(T 年后),投资者将

决定是否转换成股票,如果转股的话,转股价将为 q 元,即每张债券将可以转换成 P/q 张股票,因此该换股期权为欧式看涨期权。

iv) 在 t 年末($t < T$),投资者有一次将可换股债券回售给发行人的机会,回售价格为 P_{pr} 。

v) 目前股票价格为 S , t 年后股票价格将变为 S_t (S_t 为随机变量,将通过蒙特卡洛方法模拟得到),已知股票每年的收益率为 μ ,每年的价格波动率为 σ 。

vi) 可换股债券的票面利率为 r ,投资者在每年年末会有 $P \cdot r$ 元的利息收入,如果投资者在可换股债券到期时(第 T 年末)放弃执行换股期权,那么CEB将作债券处理,投资者将获得本金 P 元的现金流入,未来的现金流入如图1所示:



投资者决定是否以 P_{pr} 的价格回售

图1 可换股债券现金流入分布图

vii) 所有投资者都是理性的和风险中性的,因此投资收益的期望值用无风险利率贴现可获得现金流的现值。

1.2 理论定价模型

根据现代金融工程原理,以下将对基于回售条款的可换股债券进行定价,对于持有PCEB的投资者来说,在第 t 年末会作出行使或不行使回售权利的投资选择,在第 T 年末还有换股的权利,其决策行为如图2所示。

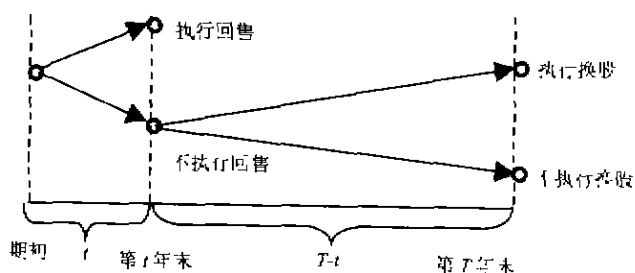


图2 投资者的决策行为图

考虑第 t 年末投资者的决策,投资者有两种可供选择的投资行为:① 执行回售权,从而获得回售款 P_{pr} 的现金流入;② 不执行回售,继续持有

可换股债券,假设在 t 年末继续持有可换股债券的价值为 $CEB(t)$ 。作为一个理性的投资者,他行使回售权的条件是 $P_{jt} > CEB(t)$,这里不妨设投资者执行回售的概率为 $\text{Prob} = P \cdot P_{jt} > CEB(t)$ 。

在第 t 年末股票的价格为 S_t (S_t 为随机变量),那么不考虑回售条款的前提下此时可换股债券的价值由普通债券的价值和换股期权的价值两部分组成(见式(2)),这里换股期权是用Black-Scholes公式计算得到的。

$$CEB(t) = \sum_{i=1}^{t-1} P \cdot r \cdot e^{-rt} + P \cdot e^{-rt} P_{jt} + \frac{P}{q} [S_t N(d_1) - qe^{-r(T-t)} N(d_2)] \quad (2)$$

$$\text{其中 } d_1 = \frac{\ln(S_t/q) + r_t(T-t) + \sigma^2(T-t)/2}{\sigma \sqrt{T-t}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}.$$

对于投资者来说,是否选择回售是由 t 时刻的可换股债券的价值决定的, t 时刻投资者愿意将债券回售给发行人的条件是回售价格 P_{jt} 大于此时的可换股债券的价值 $CEB(t)$ 。

根据风险中性的假设,在第 t 年末可换股债券的价值 C_t 就是在两种不同情况(回售或不回售)下投资者所获得的价值的数学期望,即

$$C_t = P_{jt} \cdot \text{Prob} + E[CEB(t) | P_{jt} \leq CEB(t)] \cdot (1 - \text{Prob}) \quad (3)$$

其中 $E[\cdot]$ 为预期随机算子符号。

因此,具有回售条款的可换股债券在发行时(期初)的价值为

$$V = C_0 \cdot e^{-rt} + \sum_{i=1}^t P \cdot r \cdot e^{-ri} \quad (4)$$

其中 $C_0 \cdot e^{-rt}$ 为 C_0 贴现到发行时(期初)的现值,而 $\sum_{i=1}^t P \cdot r \cdot e^{-ri}$ 为回售日(第 t 年末)以前已获得的利息收入的贴现值。

2 基于回售条款的可换股债券定价的数值计算

2.1 数值仿真算法

计算基于回售条款的可换股债券的价值,关

键是要计算第 t 年末如继续持有可换股债券可获得的价值 C_t ,而用于求解 C_t 的式(3)是无法求出解析解的,因此本节将通过计算机仿真算法求解 C_t 的数值解。

要求解式(3),关键在于确定 S_t 的分布,已经知道股价运动形式和初始价格 S_0 ,所以可以用蒙特卡洛模拟方法(Monte Carlo simulation)进行多次模拟,每模拟一次得到一个 S_t (用 $S_t^{(j)}$ 表示, $j = 1 \sim N$, N 为模拟的总次数),这样求出一组 S_t 。

股票价格 S 的运动服从几何布朗运动,因此 t 时刻的股价 S_t 也是经过一系列的几何布朗运动实现的,用蒙特卡洛方法对其进行数值模拟。每一次蒙特卡洛模拟的具体做法如下:将时间段 t 分割成许多小的时间间隔 Δt (模拟的步长),在每一个时间间隔中,股票价格的变化为 $\Delta S = S(\mu \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t})$,每一次蒙特卡洛模拟的总步数 $n = \frac{t}{\Delta t}$,总共进行 N 次蒙特卡洛模拟,每次得到一个 t 时刻的股票价格 $S_t^{(j)}$ 。

通过 N 次蒙特卡洛模拟可以计算出一组 $CEB(t)$ 值,在不同的 $S_t^{(j)}$ 下有不同 $CEB(t)$ 值(记作 $CEB(t)^{(j)}$, $j = 1 \sim N$),设在 N 个 $CEB(t)$ 值中,有 M 个 $CEB(t)$ 满足不等式,则 $CEB(t) < P_{jt}$,则

$$\text{Prob} \{ P_{jt} > CEB(t) \} = \frac{M}{N} \quad (5)$$

而 $E[CEB(t) | P_{jt} \leq CEB(t)] =$

$$\frac{1}{N-M} \sum_{j: CEB(t)^{(j)} < P_{jt}} CEB(t)^{(j)} \quad (6)$$

所以式(3)可以表示为

$$C_t = P_{jt} \cdot \frac{M}{N} + \left[\frac{1}{N-M} \sum_{j: P_{jt} \leq CEB(t)^{(j)}} CEB(t)^{(j)} \right] \cdot \left(1 - \frac{M}{N} \right) = \frac{M}{N} \cdot P_{jt} + \frac{1}{N} \sum_{j: P_{jt} \leq CEB(t)^{(j)}} CEB(t)^{(j)} \quad (7)$$

用这种方法计算一组 C_t (每个值用 $C_t^{(k)}$ 表示, $k = 1 \sim K$),求其均值作为 C_t 的取值,即

$$C_t = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K C_t^{(k)} \quad (8)$$

同时还可以求出上述数值计算的方差。

上述数值仿真计算方法流程图如图3所示。

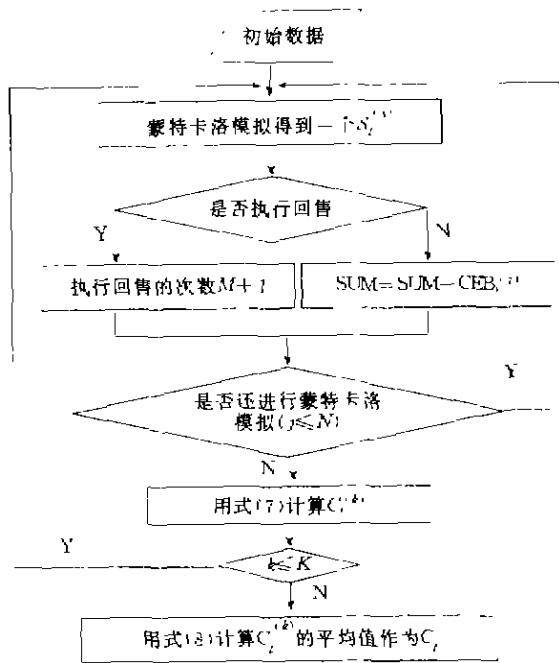


图 3 仿真算法流程图

为了进一步说明上述仿真算法,下面将举例

说明. 假定各个参量的值如下表 1 所示, 用上述仿真算法计算在不同的回售价格下的可换股债券的价值.

用蒙特卡洛方法模拟的做法如下. 设 $\Delta t = 0.01$ 年 (或 3.65 天), 考虑股票价格在长度为 0.01 年的时间间隔后的股票价格变化, 可以得到 $\frac{\Delta S}{S}$ 服从均值为 $0.001 (= 0.1 \times 0.01)$, 标准差为 $0.02 (= 0.2 \times \sqrt{0.01})$ 的正态分布, 即 $\frac{\Delta S}{S} \sim N(0.001, 0.02)$. 可以通过不断从 $N(0.001, 0.02)$ 取样模拟股价运动的轨迹. 这个操作的第一步是从标准正态分布中取随机值 V_1 , 然后用公式 $V_2 = 0.001 + 0.02V_1$ 将其转换成 $N(0.001, 0.02)$ 中的样本点 V_2 . 重复进行迭代, 就可以得到 3 年后 (需迭代 300 步 $(3/0.01)$) 的股票价格 $S_t^{(k)}$.

编写程序实现上述算法, 下表 2 是一组在不同回售价格下, 第 t 年末如果继续持有可换股债券可获得的期望值 C_t 和发行时 (期初) 基于回售条款的可换股债券 (PCEB) 的理论价格.

表 1 数值运算参数

P (元)	r	T	t (年)	r_f	r_h	S_0 (元)	Q (元)	μ	σ
100	1%	5	3	8%	8%	8	10	0.1	0.2

表 2 不同回售价格下 PCEB 的理论价格

回售价格	第 t 年末可换股债券期望值 C_t	PCEB 的理论价格	回售价格	第 t 年末可换股债券期望值 C_t	PCEB 的理论价格
100	120.223 1	97.132 7	155	158.467 2	127.216 6
105	122.155 1	98.652 5	160	163.067 5	130.835 3
110	125.315 3	101.138 4	165	167.725 6	134.199 5
115	128.097 7	103.327 1	170	172.160 9	137.988 4
120	131.166 4	105.741 0	175	176.945 4	141.752 0
125	134.689 5	108.512 4	180	181.614 3	145.424 7
130	137.929 9	111.061 4	185	186.274 1	149.090 2
135	141.701 2	114.028 0	190	191.075 4	152.867 1
140	145.959 8	117.377 9	195	195.781 2	156.568 8
145	150.119 8	120.650 3	200	200.828 5	160.539 1
150	154.521 7	124.112 9	205	205.674 9	164.351 5

2.2 结果分析

进一步分析计算结果, 可以得出如下结论:

2.2.1 仿真结果具有较好的稳定性

根据仿真结果来看, 所得的在第 t 年末继续

持有 PCEB 的价值的数值解是相当稳定的. 在回售价格为 120 元时进行 100 次 C_t 仿真数值解的序

列图和解的分布图如图 4 所示:

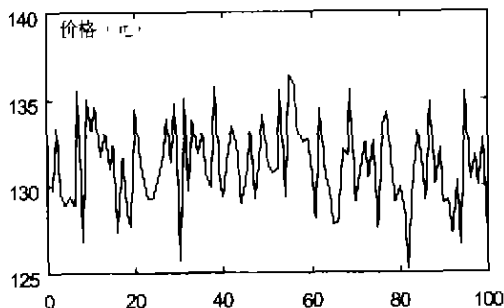


图 4a C_t 的仿真数值解序列图

从图 4 中可以看出,数值解大部分都集中在其均值 131.166 4 的附近,即用均值作为 C_t 的价值在数学上也是收敛的.

2.2.2 仿真结果的方差具有递减的性质

对不同回售价格下的 C_t 进行 100 次仿真计算,得到在不同回售价格下的 C_t 标准差 $\sigma(C_t)$ 的随回售价格变化的趋势如图 5.

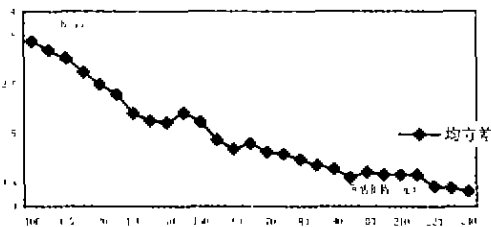


图 5 不同回售价格下的方差分布图

随着回售价格的增加, $\sigma(C_t)$ 的总体趋势是逐渐减少. 当回售价格 P_{re} 较大时, 投资者执行回售的可能性很大, 结果也比较确定, C_t 的方差显然应该比较小. 当回售价格 P_{re} 较小时, 不同的投资者有不同判断的可能性很大, 是否执行回售将会很不确定, 因此 C_t 的方差也应该比较大. 从图 5 中可以看出, 仿真结果也正好符合我们的预期.

2.2.3 随着回售价格的增加, PCEB 的价值将越来越接近“回售价值”

所谓“回售价值”是对在回售条款到期以前每年所得利息 $P \cdot r$ 和第 t 年末(回售条款到期时)若执行回售权得到的现金流的贴现, 因此回售价值

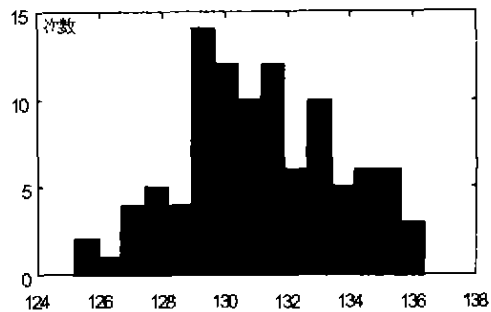


图 4b C_t 的频度分布图

$$VP = \sum_{i=1}^t Pre^{-i\omega} + P_{re}e^{-t\omega} \quad (9)$$

换句话说,“回售价值”是执行回售权所获得现金流的贴现. 回售价值与基于回售条款的可换股债券的理论价格的关系如图 6 所示.

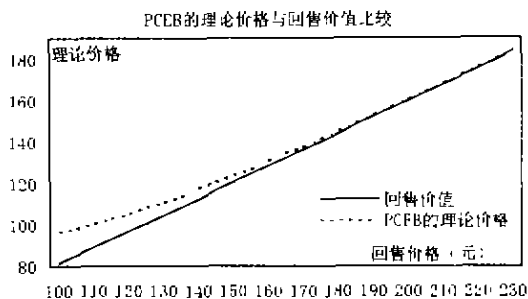


图 6 随着回售价格的增加, PCEB 的理论价格逐渐趋近于回售价值

从图 6 中可以看出, PCEB 的理论价格始终大于回售价值. 持有 PCEB 的投资者即可以执行回售权, 又拥有换股权, 所以 PCEB 的理论价值当然会大于回售价值, 至少要等于回售价值.

另外, 随着回售价格的增加, PCEB 的理论价格会越来越接近于回售价值, 这也是合乎常理的. 随着回售价格的提高, 投资者执行回售的可能性将越来越大, 因此债券的理论价格会越来越接近于回售价值. 当投资者肯定执行回售权时, 债券的理论价格与回售价值就完全相等了

3 实际算例

中国证监会自 1999 年下半年度起就已开始国有股权逐步退出的尝试. 首先, 中国嘉陵工业股

份有限公司(集团)(600877)和贵州轮胎股份有限公司(0559)作为试点进行了国有股配售的工作,但是结果并不理想.此外还有 8 家公司将作为 2000 年参与国有股配售的预选单位,这 8 家公司是唐山冀东水泥股份有限公司、云南华一投资集团股份有限公司、沈阳惠天热电股份有限公司、上海市陆家嘴金融贸易区开发股份有限公司、天津港储运股份有限公司、赤峰富龙热力股份有限公

司、成都人民商场(集团)股份有限公司及重庆太极实业股份有限公司.本文尝试性的假设上述上市公司的母公司以发行基于回售条款的可换股债券(PCEB)的形式进行国有股权的退出,并为此设计了相关条款,在此基础上对 PCEB 进行了定价.

首先要根据已有的统计数据计算上述股票的收益率的均值和标准差,统计数据取自上海交通大学交大一路透金融工作室.

表 3 统计数据表

股票名称	样本区间	年收益率均值	年收益率标准差
冀东水泥(0401)	1997.12.04—2000.03.24	-0.062 537 175	0.512 090 094
富龙热力(0426)	1997.12.18—2000.03.24	0.096 195 49	0.532 271 093
成都华联(0593)	1997.12.04—2000.03.24	-0.263 600 875	0.195 701 877
华一投资(0667)	1998.02.13—2000.03.24	0.164 569 307	0.523 927 709
惠天热电(0692)	1998.01.06—2000.03.24	-0.132 373 222	0.495 165 777
陆家嘴(600663)	1997.11.25—2000.03.24	0.199 304 56	0.437 938 555
太极实业(600667)	1997.11.25—2000.03.24	0.047 238 467	0.541 112 486
天津港(600717)	1997.12.30—2000.03.24	0.091 619 207	0.384 267 889

其次,设计基于回售条款的可换股债券的具体条款.在这里,给定的简化条款如下:

(1) 债券于 2000 年 4 月 1 日发行,期限 5 年,面值为 100 元,年利率为 1%,以后每年 4 月 1 日付息.5 年后的换股价格约为 2000 年 4 月 1 日前一周平均价格的 120%.

(2) 换股日为 2005 年 4 月 2 日.届时如果投资者不愿意换股的话,将归还本金 100 元及当年的利息;如果愿意换股,将按表 3 的换股价格实行

换股.

(3) 三年后,即 2003 年 4 月 2 日,投资者有权无条件将债券回售给发行者,回售价格为 110 元.

(4) 已知当前的无风险利率为 6%.(已折算为连续复利),可换股债券的信用等级为 AAA 级,即可用无风险利率代替其贴现率.

再次,根据前面所述的仿真算法,计算基于回售条款的可换股债券的价格.计算结果如表 4 所示.

表 4 PCEB 的定价

股票名称	最近一周的股价均值(元)	换股价格(元)	PCEB 的定价(元)
冀东水泥(0401)	6.124	7	109.51
富龙热力(0426)	9.558	11	125.72
成都华联(0593)	17.860	21	97.72
华一投资(0667)	8.504	10	149.75
惠天热电(0692)	11.920	14	102.80
陆家嘴(600663)	14.306	17	150.62
太极实业(600667)	6.062	7	125.52
天津港(600717)	9.758	12	113.02

当然,上述定价是基于很多假设条件的,而实际情况很可能与假设不符,因此上述定价只能作

为一个较为重要的参考,在操作中可以根据实际情况作一些修正.

4 结论

国有股权逐步退出竞争性行业是我国进行国有企业战略大调整的重要组成部分,寻求国有股权的创新性退出模式是摆在我们面前的重大课题.本文根据中国的特有情况,提出了发行基于回售条款的可换股债券(PCEB)这一创新性金融工

具以使国有股权平稳“释出”.为了对其定价,本文建立了PCEB定价的数学模型,给出了求解的数值仿真算法,对解的特性进行了分析,最后假设8个将进行国有股权退出试点的上市公司如果发行PCEB的话,如何进行定价的具体过程.当然由于实际情况的复杂性,本文所做的工作也仅是尝试性的.

参考文献:

- [1] 顾勇,吴冲锋. 国有股权退出:可换股债券的设计及其定价[J]. 系统工程,2000,18(3):20-24
- [2] Hull J C. 期权、期货和衍生证券[M]. 张陶伟译,北京:华夏出版社 & Prentice Hall, 1997, 205-264
- [3] Lawrence Galitz. 金融工程学[M]. 唐旭译,北京:经济科学出版社,1998, 205-242
- [4] 刘立喜. 可转换公司债券[M], 上海:上海财经大学出版社,1999, 86-195
- [5] 许均华. 上市公司国有股权退出途径探讨[N]. 上海证券报,1999-11-23(14)
- [6] 吴帆. 国有股的“退路”有多少[N]. 上海证券报,1999-11-15(16)
- [7] Calamos J P. Convertible securities[M]. New York: McGraw-Hill Press, 1998: 95-143
- [8] Steinbrer A. Derivatives: the wild beast of finance[M]. Princeton: Wiley Press, 1999, 127-201
- [9] Kwok Y K. Mathematical models of financial derivatives[M]. New York: Springer Press, 1999: 45-78
- [10] 李胡锡等. Matlab 循序渐进[M]. 上海:上海交通大学出版社,1998, 6-180
- [11] Osborne M F M. Brownian motion in stock market[J]. Operation Research, 1959, 7: 36-48
- [12] Fama. The behavior of stock price[J]. Journal of Business, 1965, 37(1): 34-105
- [13] Walter. The valuation of convertible bonds[J]. Journal of Finance, 1973, (28): 132-169

Study on putable convertible exchangeable bond (PCEB) pricing

GU Yong, WU Chong-feng

School of Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China

Abstract: Issuing putable convertible exchangeable bond (PCEB) is a better way for state-owned equity to secede from competitive area according to the real status of China Mainland. On the basis of the theoretical analyses, the simulation arithmetic was presented to price PCEB. An applied example was given for listed companies in China. The results obtained were helpful to explore the state-owned equity seceding method.

Key words: putable convertible exchangeable bond(PCEB); putable term; Black-Scholes model; Monte Carlo simulation