

一类混沌经济模型的控制方法的研究¹姚洪兴^{1,2}, 盛昭瀚³(1. 东南大学经济管理学院系统工程研究所, 南京 210096; 2. 江苏理工大学理学院, 镇江 212013;
3. 南京大学管理科学与工程研究院, 南京 210093)**摘要:**就经济系统中的一类多参数混沌模型,应用微分动力学理论,研究了变参数结构反馈控制方法,成功地进行了多参数混沌控制,并讨论小波滤波法,成功实现了混沌不稳定周期轨道的稳定控制方法,并以具体的财产管理混沌模型为例验证所提出的方法。**关键词:**经济混沌模型; 反馈控制; FIR 滤波器; 小波变换**中图分类号:** TP27**文献标识码:** A**文章编号:** 1007-9807(2001)04-0016-06

0 引言

复杂经济系统是一个非线性系统,存在着很多具有拓扑结构的吸引子,如不动点、极限环、拟周期吸引子和混沌吸引子^[1,2]。如何把系统的混沌运动转化为规则运动是控制混沌运动的目的。系统进入混沌运动状态后,原来稳定的周期轨道变成了不稳定的周期轨道,然而混沌吸引子中不稳定的周期轨道处处稠密,其中包含无数多个不稳定的周期轨道,混沌吸引子可以用这些不稳定的周期轨道来描述。非线性动力系统的混沌现象的出现通常是由参数的扰动引起的,因此控制或诱导混沌的一种十分自然的方法是直接控制或调节这些参数。混沌控制就是对系统作微小的参数控制扰动,使系统稳定在已存在的不稳定的周期轨道或不稳定的平衡状态上,而不是稳定在不同于已知轨道的相同性能的新轨道上。Pettini 在 1988 年首先用参数扰动法消除了 Duffing 方程中的混沌现象,文[3]利用混沌系统对参数变化敏感及混沌吸引子的不稳定的周期轨道的稠密性等,提出一种比较系统和严密的参数扰动方法,很好地控制了混沌运动。OGY 控制法通过对系统参数作小扰动来达到控制目的,但该方法需要依赖作为目

标的不稳定不动点的详细信息,实际应用时很不方便。迄今,虽然已有许多控制和跟踪混沌运动的方法^[4-6],但几乎所有的控制方法都是围绕耗散系统而设计的。Romeriras 给出了线性反馈方法,并控制了 Henon 映射,Huberman 等提出自适应控制混沌运动^[7]。Braiman 用 Josephson-Junction 系统分析了周期扰动方法,但就控制混沌在经济系统中的介绍很少^[8,9],特别对多参数的控制混沌在经济系统中的应用文章更少。本文就经济系统中的一类多参数混沌模型,应用微分动力学中的不稳定流形定理^[10],采用非线性分析方法,分别研究一种变参数结构的反馈控制方法,成功地对多参数混沌模型进行了控制,同时利用小波方法对混沌进行诱导,并以具体的财产管理混沌模型为例,进行验证。

1 控制方法

1.1 变参数结构法

假定离散混沌系统方程为

$$X_{t+1} = f(X_t, \mu) \quad (1)$$

是 $R^n \times R^m \rightarrow R^n$ 的一个映射,其中 $X_t \in R^n$ 为系统状态, $\mu \in R^m$ 为系统控制参数。设 $X_t(\mu)$ 代表

① 收稿日期:2000-06-15;修订日期:2001-06-26。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(79830010)。

作者简介:姚洪兴(1964-),男,江苏扬州人,博士生,副教授。

参数为 μ 时,系统式(1)的一个不动点,设映射 f 充分光滑.

假定系统当 $\mu = \mu_0$ 时含有一混沌吸引子,随着 μ 值的改变,使混沌吸引域几乎对所有的初始条件,系统式(1)的动态行为都收敛到吸引子的预定的周期轨道上^[1].

$X_f(\mu_0)$ 为控制参数为 μ_0 时,系统式(1)的不动点,采取的控制策略及步骤:首先在给定的初始条件下,应用式(1)进行迭代,考察系统状态点 X_i 与不动点 $X_f(\mu_0)$ 的距离,假若距离小于一个预先给定的小量 ϵ ,即 $\|X_i - X_f(\mu_0)\| < \epsilon$,则在 $\mu = \mu_0$ 的较小邻域内 ($\|\mu - \mu_0\| < \delta$),将系统式(1)用它的一阶线性系统来替代,因为线性系统是可以镇定的,且混沌动力系统的遍历特征保证了状态轨道最终进入到 $\mu = \mu_0$ 的邻域内,这样应用反馈控制规律来控制原系统,从而将轨道导向预定的轨道.

设 $X_f(\mu_0)$ 表示吸引子上一个不稳定不动点,当 μ 的值接近 μ_0 时,且在不动点 $X_f(\mu_0)$ 附近,映射式(1)可由线性映射近似.

$$X_{i+1} - X_f(\mu_0) = A(X_i - X_f(\mu_0)) + P(\mu - \mu_0) \quad (2)$$

式中 A 为 $n \cdot n$ 阶 Jacobi 矩阵, P 为 $n \cdot m$ 阶矩阵.

$$A = D_x f(X, \mu)|_{X=X_f(\mu_0), \mu=\mu_0} \quad (3)$$

$$P = D_\mu f(X, \mu)|_{X=X_f(\mu_0), \mu=\mu_0} \quad (4)$$

D_x, D_μ 为映射 f 对 x, μ 求偏导数,引进与时间相关的参数 μ ,并假定它是变量 X_i 的线性函数:

$$\mu - \mu_0 = -Q(X_i - X_f(\mu_0)) \quad (5)$$

其中矩阵 Q 为 $m \cdot n$ 阶,由 Q 的值可将不动点 $X_f(\mu_0)$ 变为稳定的,将式(5)代入式(2)得到

$$X_{i+1} - X_f(\mu_0) = (A - PQ)(X_i - X_f(\mu_0)) \quad (6)$$

由线性系统的稳定性可知,当 $A - PQ$ 的所有特征值的模小于 1,则 $A - PQ$ 是渐进稳定的,则不动点是稳定的.

为了求解 Q ,为使 $A - PQ$ 具有模小于 1 的特征值,下面讨论变参数反馈控制矩阵 Q 的求解方法,当然若 μ 的维数为 1,可以利用 Ackerman 极点配置方法,但是对多维情形,可以选取 $Q = (\mu_0)_{m \cdot n}$,从下节的例中可以发现矩阵 Q 可有多种方法选取,理论上单位圆内任一正则极点均可以,使选择后, $\mu = \mu_0$ 的结果值在每次迭代中强迫轨

道进入不动点的稳定流形,由 $\|\mu - \mu_0\| < \delta$ 及式(5)可得

$$\|Q(X_i - X_f(\mu_0))\| < \delta \quad (7)$$

则(7)定义了一个以 $X_f(\mu_0)$ 为中心,半径为 $\|Q(X_i - X_f(\mu_0))\| < 2\delta/\|Q\|$ 的区域,当 X_i 值在该区域内时,由式(5)选择控制参数 μ ,当 X_i 的值不在该区域时,让控制参数等于一个预定值 μ_0 (也可以选择其它参数).

这样, X_i 为任意的,可由下面公式进行迭代,直到满足精度要求为止:

$$\begin{cases} X_{i+1} = (A - PQ)(X_i - X_f(\mu_0)) + X_f(\mu_0) & (8) \\ \mu_{i+1} = \mu_0 - Q(X_i - X_f(\mu_0)) \cdot u(x) \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{其中 } u(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

对于非平凡周期轨道,最直接的办法是对映射进行 K 次迭代, K 表示待镇定的周期轨道的周期数,经 K 次迭代,周期轨道上的任何点都变成了不动点,然后运用上面描述的方法,就可以镇定这个不稳当的周期轨道.

令 $X_i(\mu)$ 表示周期 K 的轨道,且 $X_{i-K}(\mu) = X_i(\mu)$,引入一组 K 个 $n \cdot n$ 阶矩阵 A_i 和 $n \cdot m$ 阶矩阵 P_i ,满足:

$$\begin{aligned} A_i &= A_{i+K} = \\ &D_x f(X, \mu)|_{X=X_i(\mu_0), \mu=\mu_0} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} P_i &= P_{i-K} = \\ &D_\mu f(X, \mu)|_{X=X_i(\mu_0), \mu=\mu_0} \end{aligned} \quad (11)$$

D_x, D_μ 为映射 f 对 x, μ 求偏导数.

假定周期轨道有 u 个不稳定特征值(即特征值的模大于 1)和 s 个稳定的特征值,且 $u + s = n$. 当 $\mu = \mu_0$ 时,在周期轨道上的每一点 $X_i(\mu_0)$ 处,取向量 $\{v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,s}\}$ 为 $A_i A_{i-1} \dots A_{i-K+1}$ 的稳定特征向量,这些向量构成了稳定的线性子空间,令

$$\varphi_{i,j} = A_{i-u-1} A_{i-u-2} \dots A_{i-1} A_{i+1} \dots A_{i+j-1} \quad (12)$$

$$C_i = (\varphi_{i,1} P_i \quad \varphi_{i,2} P_{i+1} \dots \varphi_{i,u-1} P_{i+u-2} \quad P_{i+u-1} \quad v_{i+u,1} v_{i+u,2} \dots v_{i+u,s})$$

此时能控条件要求 C_i 是非奇异的,于是控制参数变为

$$\mu - \mu_0 = -Q(X_i - X_f(\mu_0)) \quad (12)$$

其中 $Q = kC_i^{-1} \varphi_{i,1}$

k 为一 n 维向量,其第一个元素为 1,而其它

为 0, 为了推出式(12), 把式(2)迭代 u 次, 得到

$$X_{t+u} - X_{t+u}(\mu_0) = \varphi_{1,0}[X_t - X_t(\mu_0)] + \varphi_{1,1}P_{1,1}[\mu_t - \mu_0] - \varphi_{1,2}P_{1,2}[\mu_{t-1} - \mu_0] + \dots + P_{1,u-1}(\mu_{t-u+1} - \mu_0) \quad (13)$$

为了让 X_{t+u} 经过 $X_{t+u}(\mu_0)$ 而到达周期轨道的线性稳定流形上, 选择 u 值, 使 s 个系数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 满足

$$X_{t+u} - X_{t+u}(\mu_0) = \alpha_1 \nu_{t-u,1} + \alpha_2 \nu_{t-u,2} + \dots + \alpha_s \nu_{t-u,s} \quad (14)$$

由式(13)及式(14)得到含 n 个未知数 $\mu_t, \mu_{t-1}, \dots, \mu_{t-u+1}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 的方程组, 在 μ_t 点求解即得式(12), 这样得到类似式(8)的迭代公式.

1.2 小波滤波法

在 Hilbert 空间 H 中的一组函数称作框架, 如果存在 2 个称作框架界的常数 B 和 C , 且 $0 < C \leq B < +\infty$, 使得对于所有 Hilbert 空间 H 中的函数满足下列关系:

$$\Phi(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k \Phi(2t - k) \quad (15)$$

$$C \leq \sum_k |\Phi(\omega + 2k\pi)|^2 \leq B \quad (16)$$

$\Phi(\omega)$ 是尺度函数的频谱, 比值 B/C 称为冗余比或冗余因子. 当 $\varepsilon = B/C - 1 \ll 1$ 时, 框架称为几乎紧框架. 这种框架不但可以完全刻画函数, 而且还对噪声具有鲁棒性, 可以很好地抑制噪声.

为了用 FIR 滤波器 $h(i)$ 来计算小波系数^[12-14], 首先需要对信号的采样值 $x(n) = t(n/2^l)$ 进行滤波以获得新的序列 $x'(n)$, $h(i)$ 可通过下式来确定

$$x'(n) = \sum_{i=0}^N x(n-i)h(i) \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & N-1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & \dots & (N-1)^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \dots \\ h(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ R_1 \\ \dots \\ R_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ N \\ \dots \\ (N^{N-1}) \end{bmatrix} h(N) \quad (18)$$

式中的 R_n 由下述逼近条件确定

$$R_n = - \sum_{l=0}^{n-1} (-1)^l R_{n-l} M_l, \quad R_0 = 1$$

M_l 其中为尺度函数的矩, 即

$$M_l = \int t^l \Phi(t) dt \quad l = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

利用上面的双尺度方程, 可以用下面的迭代分式计算

$$(2^l - 1)M_l = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{2^l-1} \left(\sum_{m=0}^{2^l-1} h_m k^{m-n} \right) \begin{bmatrix} l \\ n \end{bmatrix} M_n, \quad M_0 = 1, \quad l = 1, 2, \dots, N-1 \quad (19)$$

从式(18)可以看到, 一旦 $h(N)$ 确定, 所有的 $h(i)$ 即可确定

根据小波理论, 利用 FIR 设计了一种小波滤波系统 $H(z)$ 对混沌系统进行控制的方法, 以消除其内随机性, 从而实现平衡点、周期轨道的控制. 控制方法是: 对于 N 维混沌系统, 将各状态变量的信号 $x_i(n)$ 经过滤波器 $H_i(z)$ 处理后得到 $x'_i(n)$, 再将 $x'_i(n)$ 反馈回混沌系统. 通过调整线性系统 $H_i(z)$ 的有关参数, 实现不同的控制目标. $h(i)$ 为滤波器的权系数, N 为滤波器的阶数, 系统 $H(z)$ 的差分方程为式(17). 为了控制到原轨道, 如果 $\sum_{i=0}^N h(i) \neq 1$, 则单位化.

2 模型的混沌控制

本节利用上面介绍的控制法对一类库存管理模型进行控制, 如图 1 所示.

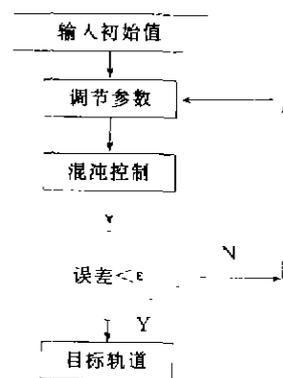


图1 混沌控制框图

一种财产管理混沌模型^[14]如下:

$$\begin{cases} x_{t+1} = s + pz, \\ y_{t+1} = qx_t - ry_t z_t, \\ z_{t+1} = 1 - x_t - y_t + z_t, \end{cases} \quad (20)$$

其中 s, p, q, r 为参数项, s 表示起初用于销售的基数, p 表示库存资金转移率, q 表示产品资源率, r

表示库存有效率, r_i 表示在阶段 i 用于销售的资源, y_i 表示在阶段 i 顾客量, z_i 表示在阶段 i 的公司库存资本. 根据该管理模型的具体要求 $0 < x_i < 1, 0 < y_i < 1, 0 < z_i < 1/r_i$.

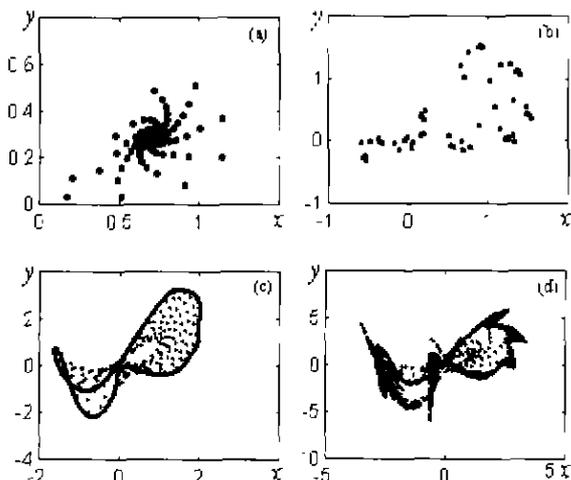


图2 (a) 稳定的不动点 ($p = 0.5, q = 0.1, r = 0.625, s = 0.1$)
 (b) 极限环 ($p = 0.5, q = 0.3, r = 0.625, s = 0.11$)
 (c) 拟周期吸引子 ($p = 0.34, q = 0.18, r = 0.67, s = 0.11$)
 (d) 混沌吸引子 ($p = 0.43, q = 0.38, r = 0.625, s = 0.11$)

若在阶段 i 之处有过剩库存, 公司的目标是处理多余的存货, 即将资源从生产转向销售, $x_i < 0$ 表示必须借入资金来促进生产来补充销售的滞后, $y_i < 0$ 表示必须在其它地方购进货物, $z_i < 0$ 表示销售超过生产, 会导致交货迟滞. 而这样管理模型通过取不同的参数, 得到四种不同的吸引子, 如图2所示, 下面就该财产管理混沌模型分别用前节讨论的方法进行控制.

2.1 变参数结构反馈控制

$$\text{令 } X_i = (x_i, y_i, z_i)^T, \mu_i = (p_i, q_i, r_i, s_i)^T$$

则由式(3) $A = D_x f(X, \mu) |_{X=X_i, \mu=\mu_i} =$

$$P = \begin{bmatrix} z_i & 0 & 0 & 1 \\ 0 & x_i & y_i z_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}$$

所以 $A - PQ =$

$$\begin{bmatrix} -p_1 z_i & -p_2 z_i - q_2 & p_3 - p_1 z_i - q_3 \\ q_1 - q_1 x_i - r_1 y_i z_i & r_2 z_i - q_2 x_i - r_2 y_i z_i & r_3 y_i - q_3 x_i - r_3 y_i z_i \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

然后利用式(8)(9)进行迭代, 图3在出现混沌情形下, 通过选择不同的控制参数, 对不稳定不动点 $(0.5175, 0.4823, 0.9478)$ 进行控制, 在 $\|X_i - X_j(\mu_0)\| < 10^{-4}$ 精度下, 只需要24次迭代就可以将轨道控制到不稳定不动点. 同样利用类似式(8)进行迭代, 可以稳定到多周期轨道, 如图4所示, 控制到周期8的稳定轨道.

在财产管理混沌模型中, 通过研究发现, 给一组初始值, 取一些参数值时, 经过若干步迭代后, 变量的各种状态很不稳定, 以至出现混沌现象. 这种貌似“随机振动”, 出现这种经济混沌现象后, 严重影响经济的发展, 将混沌理论及控制方法应用于该模型, 能得到稳定循环的运作方式, 这样根据公司的特点建立相应的模型, 能够更好地预测和控制管理方式, 以最大的限度提高产值, 增加效益.

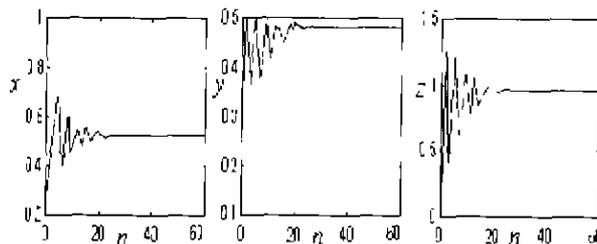


图3 控制到不稳定不动点

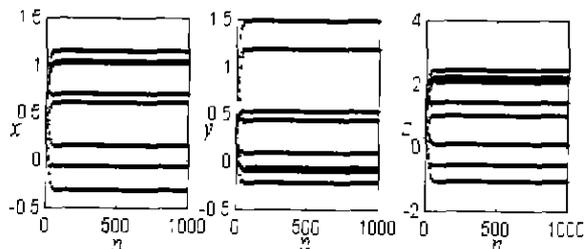


图4 控制到周期8

2.2 小波滤波控制

由财产管理混沌模型(20)得到

$$\begin{cases} x(n+1) = s - p z(n) \\ y(n+1) + q x(n) + r y(n) z(n) \\ z(n+1) = 1 - x'(n) - y(n) + z'(n) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} x'(n) = \sum_{i=0}^N x(n-i) * h(i) \\ y'(n) = \sum_{i=0}^N y(n-i) * h(i) \\ z'(n) = \sum_{i=0}^N z(n-i) * h(i) \end{cases} \quad (22)$$

其中 p, q, r, s 为参数, 当参数 $(p, q, r, s) = (0.43, 0.38, 0.625, 0.11)$ 时, 映射 (20) 处于混沌状态, 其不稳定的不动点为 $(x, y, z) = (0.5175, 0.4825, 0.9478)$, 用上述控制方法对财产管理混沌模型 (20) 进行控制, 取初值 $(x_0, y_0, z_0) = (0.2346, 0.3452, 0.1173)$, 通过系统 (20) 迭代 500 步时开始加入控制, 得到周期 1 轨道 (图 5), 然后再控制回到混沌, 滤波器 H 的各权系数 $h(i)$ 的选择十分简便, 它不依赖于被控系统及其任何参数, 即可独立选择, 只要满足 $\sum_{i=c}^N h(i) = 1, h(i)$ 的不同组合可得到不同的控制结果, 如图 6 得到周期 10 轨道。

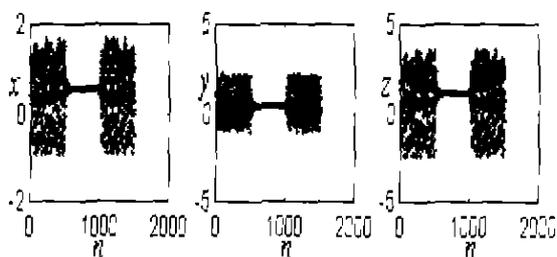


图 5 $N_1 = 500, N_2 = 500, N_3 = 500$.

$h = (0.28, 0.11, 0.11, 0.11, 0.102, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06, 0.06)$

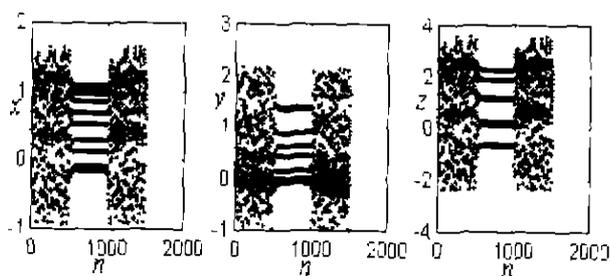


图 6 $N_1 = 500, N_2 = 500, N_3 = 500$.

$h = (0.75, 4.0, 2.21, 1.0, 0.01, 0.01, 0.003, 0.002, 0.0005)$

小波滤波混沌控制方法可以有效地控制非线性

性系统中的分岔和混沌, 虽然控制方法的数学表述很简洁, 但其中包含了滤波系统可以消除和减少信号随机性这一原因, 这种控制方法的一个重要特点是: 控制参数的选择与被控系统及其任何参数无关, 因此可以不需要知道系统的方程, 也不用从混沌中取出某个不稳定周期轨道或测量轨道的周期, 同时得到 $\sum_{i=0}^N h(i) = 1$ 收敛到原轨道; 当 $\sum_{i=0}^N h(i) < 1$ 时, 系统收敛; 当 $\sum_{i=0}^N h(i) > 1$ 时, 系统易失去稳定性, 发生发散。

3 结论

由于经济系统有时确实十分复杂, 存在大量的非线性混沌现象, 因此在经济规律的研究和经济运行机制的调控上, 往往都回避这种非线性复杂性, 本文对变参数结构反馈控制法进行了研究, 讨论了一种库存管理混沌模型, 解决了多维参数控制问题, 通过控制混沌可以获得各种需要的目标轨道, 其中包括多周期不稳定轨道或其它轨道, 使用起来比 OGY 方法更简单, 并具有稳定控制能力, 由于经济系统大都是多自由度的系统, 其参数表现为向量参数, 对影响系统性能的向量参数的综合控制目前还处于探索阶段, 而小波滤波混沌控制法可以对任何一个非线性系统 (包括超混沌) 或非鞍型不动点实现成功的控制和诱导, 因此, 对经济系统的控制而言, 是消除混沌将其导向一稳定轨道结构, 还是诱导以产生新的经济结构, 将成为混沌控制与经济学的结合点, 具有深远的研究价值。

参 考 文 献:

- [1] Wigdorowitz B, Petrick M H. Modeling concepts arising from an investigation into chaotic system[J]. Maths Comput. Modeling, 1991, 15 (8): 1-16
- [2] Nusse H E, Hommes C H. Resolution of chaos with application to modified Samuelson model[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 1990, 14: 1-19
- [3] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. Phys. Rev. Lett., 1990, 64: 11096-11099
- [4] Boccaletti S, Grebogi C. The control of chaos: theory and applications[J]. Phys. Reports, 2000, 329: 103-197
- [5] 刘锋, 穆肇骊, 蔡远利等. 一类混沌系统的非线性反馈控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(1): 15-18
- [6] Tose Alvarez Ramirez, Hector Puebla. Control of a nonlinear system with time-delayed dynamics[J]. Phys Lett A.

- 1999,262:166-173
- [7] Yagasaki K, Uozumi T. A new approach for controlling chaotic dynamical systems[J]. Phys Lett A, 1998, 238: 349-357
- [8] Cao Y J. A nonlinear adaptive approach to controlling chaotic oscillators[J]. Phys Lett A, 2000,270:171-176
- [9] 盛昭翰,马军海,陈国华. 管理科学:面对复杂性 II——经济时序动力系统分形及混沌特性分析研究[J]. 管理科学学报, 1998, 1(4):15-19
- [10] 张锦炎,钱敏. 微分动力系统导引[M]. 北京:北京大学出版社,1991,12-27
- [11] Shimbro T, Grebogi C, Ott E et al. Using small perturbations to control chaos[J]. Nature, 1993, 363: 411-417
- [12] Swldens W, Piessens R. Quadrature formulae and asymptotic error expansions for wavelet approximations of smooth function[J]. SIAM J Numer Maths,1994,31:1240-1264
- [13] 姚洪兴. 小波变换在边缘信号检测中的应用[J]. 江苏理工大学学报,1996,15(1):103-107
- [14] Dewar R L, Henry B I. Nonlinear dynamics and chaos[M]. Australia: World Scientific Publishing,1992,214-229

Study on control method for class of chaotic economic model

YAO Hong-xing^{1,2}, SHENG Zhao-han³

1. Institute of Systems Engineering, School of Economy and Management, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. Faculty of Science, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212013, China;

3. Graduate School of Management Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract: A chaotic model of many parameters in economic systems is presented, differential dynamical theory is used to study alterable parameter structure methods for feedback control. Chaotic control method for many parameters is used successfully. Wavelet filter method is discussed synchronously, chaotic unstable trajectory is controlled by actual inventory management chaotic model.

Key words: economic chaotic model; feedback control; FIR filter; wavelet transform