

随机环境中的生产作业计划问题^①

朱道立, 武芳, 龚国华

(复旦大学管理科学系, 上海 200433)

摘要:生产系统中通常会涉及各种不确定因素,如不确定的顾客定单、不确定的生产作业时间等。在当今时间竞争非常激烈的时代中,生产型企业如何把握生产系统中的这些不定因素变得尤为关键。本文研究在不确定的作业时间、工序间延迟时间等情况下的生产作业计划问题,利用 scenario 模型把这类随机生产计划问题归纳为一个多阶段随机决策问题,进而,采用 Lagrangian 松弛和 scenario 分解的方法求解这样一个大型的决策问题,最后,就一个实例建立模型,进行计算和分析,以说明本文提出的随机生产计划方法的特点和有效性。

关键词: scenario; Lagrangian 松弛; 动态规划; scenario 分解; 最优策略

中图分类号: F273

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2001)05-0050-08

0 引言

生产系统中存在有许多不确定因素,如原材料到达时刻的变动;工件作业时间的变动;最终产品交货期的变动;工件加工优先权的变动等。传统的作业排序问题主要针对确定环境和条件下的生产模型,安排作业的活动、资源使用或配置设施的时间表;一些因素的不确定性经过处理后视作确定因素或干脆忽略不计。而在90年代的今天,在重视交货期、质量、客户服务和信息协调的竞争时代中,这些不确定因素再也不能被忽略了。这些因素直接影响着工厂中各类生产作业计划的编排,而这些作业计划活动驱动着企业的工作流、现金流,最终影响企业的生产效率、经济效益及企业的未来发展等。比如,在对现有工件的加工作业计划中如果不考虑今后顾客定单、工件到达时间等因素的不确定性,那么新来的非常紧急的定单、滞后到达的工件可能会中断现有工件的作业计划,从而使现有工件的已承诺交货期无法兑现,造成延迟性的损失,并使企业现金流周期增长。

传统的确定型生产作业计划问题一般分

$n/1, n/2, n/m$ 等类型,基本解决方法有优先调度规则、甘特图、线性规划、动态规划、“广度优先”枚举法等^[1-5]。而当考虑这些随机因素时,因为其本身的不确定性的特点及不同随机因素间的相互作用,使研究工作相当困难。目前研究这类问题常用的方法有随机调度、随机动态规划等^[6]。

随机调度主要着重于对某一台机器或一般的排序网络系统的排序理论结果的研究,在这种方法中,一般都假设变量有特定的分布,这种方法直观上很清楚,但是应用效果并不太好,尤其是对于那些非线性问题。

随机动态规划是数学规划的一个分支,对于经济管理中的资源分配问题、设备更新问题以及上面提到的确定型生产作业计划等,它都是一种有效的方法。文[2]利用随机动态规划方法处理随机生产作业计划问题。首先,利用 Lagrangian 松弛把问题分解成为若干子问题,然后利用随机动态规划求解相应的子问题,使用次梯度方法对 Lagrangian 乘子进行修正。

Scenario 分析方法是近年来兴起的一种新型数学建模方法,又称“假想方案”分析法或“构想

① 收稿日期:2000-07-24;修订日期:2001-04-17。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(79870106)。

作者简介:朱道立(1945-),男,上海人,教授,博士生导师。

法”,它是一种基于条件假设的规划决策模型.当某些问题机理不清,缺少数据,又不能作实验来获得数据时,人们只能在已有经验和某些研究的基础上,对于将来可能发生的情况给出逻辑上合理的设想和描述,然后用已有的方法构造模型.在实践中,人们经常需要预期某一公司所面临的未来环境和运营管理中的种种不确定因素等,scenario 分析方法提供了一种有效的决策手段,用于战略规划(strategic planning).在此应用 scenario 分析方法,对随机环境下生产作业计划问题进行研究.

1 基于 scenario 的随机生产作业计划问题

1.1 确定型生产作业计划

假设同一时刻每台机器只能加工一个工件;同一时刻每个工件只能在一台机器上加工;各项作业时间与工件顺序无关,且包括准备时间和加工时间;各工件在同一机床上的轮换加工无时间间隔;所有机器类型均不相同,且互相独立无关;每个工件在任一机器类型上只连续加工一次.

1.1.1 有关的参数和变量定义

- K —— 整个作业计划的最大排序时刻
 k —— 任一作业计划时刻, $k = 1, 2, \dots, K - 1$
 H —— 参与工件加工的机器类型总数
 h —— 参与工件加工的任一机器的类型, $h = 1, 2, \dots, H$
 M_{kh} —— k 时刻可用的机器类型 h 的加工能力 (即在时刻 k 时可使用的 h 类型机器的数目)
 I —— 待加工工件总数
 i —— 任一工件, $i = 1, 2, \dots, I$
 J_i —— 工件 i 完成作业所需的系列操作工序总数
 j —— 对工件 i 的任一工序, $j = 1, 2, \dots, J_i$
 $H_{i,j}$ —— 一组可供工件 i 的 j 工序选择的适当的机器类型
 $h_{i,j}$ —— 适于工件 i 的 j 工序的某一类型机器, 即 $h_{i,j} \in H_{i,j}$
 $b_i(j)$ —— 工件 i 的 j 工序的开工时刻
 $b_i(0)$ —— 待加工工件的到达时刻

$f_i(J_i)$ —— 工件 i 的交货期

w_i —— 工件 i 的延期惩罚权重, 表示工件 i 延期交货的惩罚函数的惩罚因子, 与顾客对相应的定单交货期要求的轻重缓急有关

β_i —— 工件 i 的超前惩罚权重, 表示工件 i 提前交货的惩罚函数的惩罚因子, 与工件相应的库存费用有关

$t_{ih}(j)$ —— 工件 i 的 j 工序在某一类的 h 型机器上加工的作业时间

$c_i(j)$ —— 工件 i 的 j 工序完工时刻

$r_i(j)$ —— 工件 i 在 j 工序和 $j + 1$ 工序间的延迟时间, $c_i(j) + r_i(j)$ 即为第 $j + 1$ 道工序的就绪时刻

上述参数如 K, H, M_{kh}, I 是给定的系统常数;

而工件 i 的 $J_i, b_i(0), f_i(J_i), t_{ih}(j), w_i(j), \beta_i, r_i(j)$ 等是和工件 i 、工序 j 、机器类型 h 的等有关的常数;

系统的决策变量是工件 i 的 j 工序开工时刻 $b_i(j)$ 以及工序所占用的机器类型 $h_{i,j}$.

工件 i 的 j 工序的完工时刻 $c_i(j)$ 是一个中间变量.

1.1.2 运营的约束条件

(I) 工件到达时刻的限制

只有待加工工件 i 到达后, 对 i 的第一步加工工序才能开始; 即

$$b_i(0) \leq b_i(1), \quad i = 1, \dots, I \quad (1)$$

(II) 操作过程的限制

只有第 j 道工序完成, 并经过工序间的延迟时间之后, 第 $j + 1$ 道工序才能开始; 即

$$c_i(j) + r_i(j) \leq b_i(j + 1), \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J_i - 1 \quad (2)$$

(III) 作业时间的需求

工序的完成时刻应等于工件 i 第 j 道工序的开始时刻加上相应的作业时间, 即

$$c_i(j) = b_i(j) + t_{ih}(j), \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J_i, \quad h \in H_{i,j} \quad (3)$$

(IV) 机床加工能力限制

在时刻 k 分配给机床类型 h 的加工任务的数量应少于或等于 M_{kh} , 其中 M_{kh} 表示在 k 时刻可用的机器类型 h 的加工能力.

$$\sum_j \sum_i \delta_{ijk}(j) \leq M_{ik}, k = 0, 1, \dots, k-1; \quad (4)$$

$$h \in H_i$$

其中 $\delta_{ijk}(j) = 1$, 如果 $b_i(j) \leq k \leq c_i(j)$, 且 $h = h_{ij} \in H_i$; 否则 $\delta_{ijk}(j) = 0$.

1.1.3 生产计划的目标函数

评价生产作业计划优劣的一般标准有:

- A. 尽可能地满足顾客的交货期;
- B. 极小化流程时间(作业在工序中所耗费的时间);
- C. 极小化在制品库存;
- D. 极小化设备和工人的闲置时间等.

传统的作业计划模型通常以标准 B 为目标函数的内容. 而在市场至上、服务至上和顾客至上的理念盛行的今天, 尽力满足顾客的交货期(标准 A) 已经成为许多企业最为重视的目标. 尽管这样可能会使流程时间增长、在制品库存加大, 和其它的标准有矛盾, 但这一目标函数是和企业的长期经营目标、企业的长远发展和最终利益相符合的; 同时, 这也与准时化生产 JIT 的管理方法和思想是根本一致的. 而且在满足某些条件时(如使用同一设备加工两种以上工件时, 工件间的转换准备时间与完成加工的顺序无关, 且目标函数为总延期时间最小时), 可以证明: 满足顾客的交货期准则与极小化流程时间准则是等价的.

选取目标 A, 即以最小化工件完工期的提前或延期相应的惩罚项作为目标函数. 因此, 确定型生产作业计划模型可表达为如下的优化问题:

$$\min_{A_i, J_i, h_i} \sum_{i=1}^j (w_i T_i^+ - \beta_i E_i^-) \quad (5)$$

其中 $T_i = \max[0, c_i(J_i) - f_i(J_i)]$

$$E_i = \max[0, f_i(J_i) - c_i(J_i)]$$

满足约束条件(1)~(4).

1.2 随机型生产作业计划

生产环境中, 存在许多不确定的随机因素, 如不确定的待加工工件到达时间、作业时间、工序间延迟时间等; 在今天的 time-based competition 的时代中, 正确考虑和处理这些随机因素, 成为企业制定生产作业计划的关键.

假设参数, 如工件 i 的 $b_i(0)$ 、 $f_i(J_i)$ 、 $t_{ik}(j)$ 、 $w_i(j)$ 、 β_i 、 $r_i(j)$ 等在随机环境中不能事先确定; 它们是符合某些给定的离散分布的独立随机变量. 其它各变量的定义类似于上述确定型问题.

在不确定情况下建模时, 关键的问题是如何描述随机因素和参数以及定义在随机环境中的决策. scenario 分析方法提供了一种描述多阶段随机优化问题的简单有效的工具.

1.2.1 scenario 方法和多时段随机决策问题

在 scenario 方法里, 把多时段随机决策问题的整个过程事件发展中的各种可能途径定义为相应的 scenario. 它们相应地用一个特定的关键随机因素的发展来表示, 而这种随机因素用一个随机变量 $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_T)$ 来表示. ξ 具有有限个实现 ξ^1, \dots, ξ^S , 并相应概率 p_1, \dots, p_S . 则相应于 ξ 的某个实现的 scenario 为

$$D(\xi^s) = (D_1(\xi^s), \dots, D_T(\xi^s))$$

其中 $D_t(\xi^s), t = 1, \dots, T$ 是一系列的随机参数, 代表了多时段过程中事件发展的各种可能性途径. 往往用 scenario 树来描述这个事件的动态发展过程(见图 1).

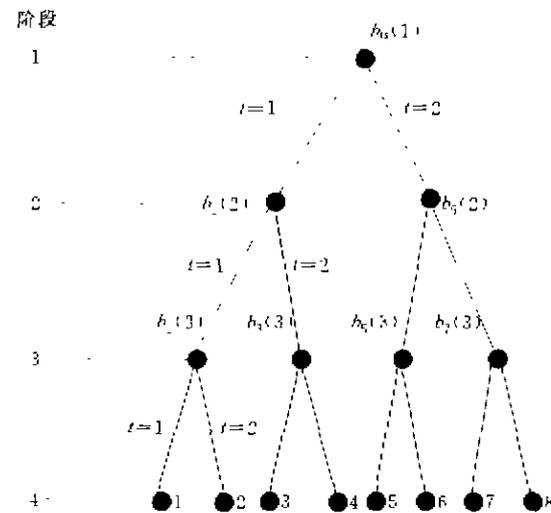


图 1 4 个时段的 scenario tree, 共有 8 个 scenario

在多时段随机决策问题中, 希望得到一个最优策略(optimal strategy), 即每个时段, 在某个特定关键条件下如何进行最优的决策. 最优策略使决策者对某个指标的期望值达到最大或最小.

为了处理方便, 先对每个 scenario 矢量 $D(\xi^s)$, 定义相应的决策变量

$$x(\xi^s) = (x_1(\xi^s), \dots, x_T(\xi^s)), s = 1, \dots, S.$$

但是, 这些决策变量必须满足所谓的 non-anticipativity 条件

$$x_i(\xi^\tau) = x_i(\xi^\tau), \text{ 如果 } D_\tau(\xi^\tau) = D_\tau(\xi^\tau), \tau = 1,$$

... t .

这个条件指出了具有到第 t 阶段的同样历史的两个 scenario, 应该具有同样的决策. 换句话说, 决策只决定于过去, 而不是将来. 图 2 说明了 non-anticipativity 条件.

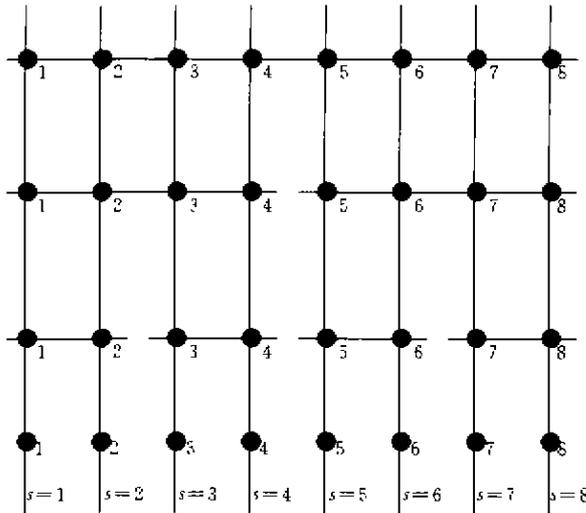


图 2 non-anticipativity 约束

注: 水平线相连的变量是等同的,

指出了相应的 non-anticipativity 约束

一个基于 scenario 方法的随机多级决策问题的典型模型可描述为

$$\min \sum p_t f_t(x(\xi^t)) \quad (6)$$

$$G_t(\xi^t)x_{t-1}(\xi^t) + H_t x_t(\xi^t) = b_t(\xi^t) \quad (7)$$

$$x_t(\xi^t) \in X_t \quad (8)$$

$$x_t(\xi^s) = x_t(\xi^s) \quad (9)$$

如果

$$D_t(\xi^\tau) = D_t(\xi^s), \tau = 1, \dots, t; \quad (9)$$

$$t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, S.$$

其中约束(7)表示相应于各个 scenario 时段动态平衡关系, 约束(8)表示为各时段决策应满足的约束, 而约束(9)则是所谓的 non-anticipativity 约束. 必须指出的是约束(7)和(8)对于 scenario 都是可分离的, 而 non-anticipativity 对 s 是偶合的. 随着时段数 T 的增大, 随机决策问题是一个大型的优化问题. 在此采用 Lagrangian 松弛和对偶方法处理来求解这个问题. 这就是 scenario 分解方法.

1.2.2 随机生产计划问题的 scenario 模型

1) scenario 状态参数

确定型的生产作业计划模型中的 $b_i(0)$,

$f_i(J_i), t_{ni}(j), w_i(j), r_i(j), c_i(j)$ 等在随机生产作业计划问题中都变成了随机参数或变量.

首先, 将对这些随机因素进行分析, 在此基础上给出本文讨论的 scenario 状态参数.

对每一个 $i = 1, \dots, I$, 记 S_i 为其 scenario 集合, 即

$$S_i = \{1, \dots, S_{i0}\}$$

◆ 模型的决策从第一工序开工时刻 $b_{ni}(1)$ 开始, 故决策时随机的待加工工件 i 的到达时刻 $b_i(0)$ 是已知信息; 因此, 虽然 $b_{ni}(0)$ 在实际中具有随机性, 但对于本模型而言, 考虑 $b_{ni}(0)$ 的随机性对决策没有意义; 故这里假设 $b_{ni}(0) = b_i(0)$, 即 $b_{ni}(0)$ 是已知常数.

◆ $w_{ni}(j)$ 表示每条 scenario 对应的工件 i 的延期惩罚权重, 而实际上 $w_{ni}(j)$ 一般只与顾客对相应的定单和新增定单交货期要求的轻重缓急有关, 而与每条 scenario 的状态和状态转移无关. 所以在决策过程中, 对所有的 s

$$w_{ni}(j) = w_i(j)$$

◆ 交货期 $f_{ni}(J_i)$ 也与每条 scenario 的状态和状态转移无关, 对所有的 s 也取

$$f_{ni}(J_i) = f_i(J_i)$$

综合上述讨论, 考虑 scenario 状态为

$$D_{ni}(\xi^s) = (t_{ni}(j), r_{ni}(j)), j = 1, \dots, J_i.$$

2) 随机决策变量

在随机环境的生产作业计划问题里的随机决策是 $b_{ni}(j)$ 和 h_{ni} . 而在实际加工中, 通常在加工前编制的加工工艺说明书中就确定了每一工序对应的机器类型 h_{ni} , 或通过其它表格形式等确定 h_{ni} ; 因此, 为简化起见, 只研究随机决策变量 $b_{ni}(j)$.

3) 约束条件

在 scenario 环境里, 首先得到动态平衡的各时段限制约束的 scenario 形式

$$c_i(j) + r_{ni}(j) \leq b_{ni}(j-1), t = 1, \dots, I;$$

$$j = 1, 2, \dots, J_i - 1; s \in S_i;$$

$$c_{ni}(j) = b_{ni}(j) + t_{ni}(j), i = 1, \dots, I;$$

$$j = 1, 2, \dots, J_i - 1; h \in H_i; s \in S_i;$$

$$b_{ni}(0) \leq b_{ni}(1), t = 1, \dots, I; s \in S_i.$$

如上分析, 必须要加上 non-anticipativity 约束

$$b_{ni}(j) = b_{ni}(j), \text{ 如果 } D_{ni}(\xi^t) = D_{ni}(\xi^s),$$

$$\tau = 1, \dots, j; i = 1, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J_i.$$

因为随机因素和加工工序数目的增长将导致随机事件的数目呈指数型的增长,所以很难将所有的随机事件都考虑在机床加工能力的约束中,将在期望值意义上满足机床加工能力的约束:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} \left(\sum_{k=1}^{K_i} \delta_{ijk}(j) \right) \leq M_{kh},$$

$$k = 0, 1, \dots, K-1; h \in H_{ij}$$

其中 $\delta_{ijk}(j) = 1$, 如果 $b_{ik}(j) \leq k \leq c_{ik}(j)$, 且 $h = h_{ij} \in H_{ij}$; 否则 $\delta_{ijk}(j) = 0$.

4) 期望目标函数

在 scenario 随机环境里,工件 i 在 J_i 工序完成时刻也是随机的. 因此,随机决策模型中目标函数应是期望总延迟和提前惩罚最小,即

$$\sum_{i=1}^I \left(w_i \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} T_{ij}^+ - \beta_i \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} E_{ij}^- \right)$$

其中 $T_{ij}^+ = \max[0, c_{ij}(J_i) - f_{ij}(J_i)]$;
 $E_{ij}^- = \max[0, f_{ij}(J_i) - c_{ij}(J_i)]^+$

综合上述讨论,得到多阶段生产作业计划的随机决策模型:

$$\min_{b_{ij}} \sum_{i=1}^I \left(w_i \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} T_{ij}^+ + \beta_i \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} E_{ij}^- \right) \quad (10)$$

$$c_{ij}(j) + r_{ij}(j) \leq b_{ij}(j+1), i = 1, \dots, I;$$

$$j = 1, \dots, J_i - 1; s \in S_i \quad (11)$$

$$c_{ij}(j) = b_{ij}(j) \leq t_{ijk}(j), i = 1, \dots, I;$$

$$j = 1, \dots, J_i - 1; h \in H_{ij}; s \in S_i \quad (12)$$

$$b_{ij}(0) \leq b_{ij}(1), i = 1, \dots, I; s \in S_i \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} \left(\sum_{k=1}^{K_i} \delta_{ijk}(j) \right) \leq M_{kh},$$

$$k = 0, 1, \dots, K-1; h \in H_{ij} \quad (14)$$

$$\phi(\lambda, \mu) = \min_{b_{ij} \in X_{ij}} \left\{ \sum_{i=1}^I \left[w_i \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} T_{ij}^+ - \beta_i \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} E_{ij}^- + \lambda_i \sum_{j=1}^{S_m} B_{ij} b_{ij} \right] - \sum_{kh} \mu_{kh} \left[\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{S_m} p_{ij} \sum_{k=1}^{K_i} \delta_{ijk}(j) - M_{kh} \right] \right\} =$$

$$\min_{b_{ij} \in X_{ij}} \left\{ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{S_m} L_{ij}(b_{ij}, \lambda, \mu), b_{ij} \in X_{ij} \right\}$$

$$L_{ij}(b_{ij}, \lambda, \mu) = p_{ij} (w_i T_{ij}^+ + \beta_i E_{ij}^-) + \lambda_i B_{ij} b_{ij} + p_{ij} \sum_{k=1}^{K_i} \sum_{h \in H_{ij}} \mu_{kh}$$

其中 λ 是 $\sum_{i=1}^I J_i$ 维, μ 是 $k \cdot h$ 维的矢量.

而 Lagrangian 对偶问题

$$Z_{LH} = \max_{\lambda, \mu} \phi(\lambda, \mu) \quad (16)$$

1 如果交货期 $f_{ij}(J_i)$ 是随机变量,取有限值 $f_{ij}(J_i)$ 的概率为 $p_{ij}, j = 1, \dots, J_i$, 则目标函数为

$$\sum_{i=1}^I \left(w_i \sum_{j=1}^{J_i} p_{ij} \sum_{k=1}^{J_i} p_{ik} T_{ijk}^+ + \beta_i \sum_{j=1}^{J_i} p_{ij} \sum_{k=1}^{J_i} p_{ik} E_{ijk}^- \right)$$

其中 $T_{ijk}^+ = \max[0, c_{ij}(J_i) - f_{ij}(J_i)]$; $E_{ijk}^- = \max[0, f_{ij}(J_i) - c_{ij}(J_i)]$

$$b_{ij}(j) = b_{ij}(j), \text{ 如果 } D_{ij}(\xi^i) = D_{ij}(\xi^i), \tau = 1, \dots, I;$$

$$j: j = 1, \dots, J_i; i = 1, \dots, I. \quad (15)$$

其中 $T_{ij}^+ = \max[0, c_{ij}(J_i) - f_{ij}(J_i)]$;

$$E_{ij}^- = \max[0, f_{ij}(J_i) - c_{ij}(J_i)]$$

且 $\delta_{ijk}(j) = 1$, 如果 $b_{ij}(j) \leq k \leq c_{ij}(j)$, 且 $h = h_{ij} \in H_{ij}$; 否则 $\delta_{ijk}(j) = 0$.

2 基于 scenario 的随机生产作业计划问题求解

2.1 Lagrangian 松弛和 scenario 分解方法

在随机生产计划模型中,加工能力约束条件和 scenario 的 non-anticipativity 约束对 i 和 s 是不可分离的,而其它的约束和目标约束对 i 和 s 是可分离的.

可以用记号 $X_{ij}, i = 1, \dots, I; s \in S_i$ 表示能满足约束(11)~(13)的可行决策集合. 由于 s 的数目可能较大,因而随机生产计划是一个大型的离散规划问题. 下面将用 Lagrangian 松弛和 scenario 分解方法来解决这个问题.

记 $b_{ij} = (b_{ij}(1), \dots, b_{ij}(J_i))$, non-anticipativity 约束可用等式 $\sum_{i=1}^{S_m} B_{ij} b_{ij} = 0$ 来表示,其中 B_{ij} 是一个相应的矩阵, $i = 1, \dots, I; s = 1, \dots, S_{ij}$.

对于 non-anticipativity 和能力约束的 Lagrangian 松弛是对于给定的对偶乘子 λ 和 μ , 构成 Lagrangian 子问题. 其决策变量为 b_{ij} , 目标函数为 $\phi(\lambda, \mu)$.

文[7]给出了如下弱对偶结果:

命题 1 Lagrangian 对偶的最优值 Z_{LH} 是原

问题(10)~(15)的一个下界。如果对某个 (λ, μ) , Lagrangian 松弛的相应解 $b_n, i=1, \dots, I; s \in S$, 是可行的话, 那么它一定是原问题的解, 而 (λ, μ) 是对偶问题的解。

不难看出 Lagrangian 对偶是不可微凹的规划问题, 可以用次梯度方法^[5]或内点方法—分析中心方法^[6]来求解。注意到

$$\phi(\lambda, \mu) = \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^{S_i} \phi_s(\lambda, \mu), \text{ 其中}$$

$$\phi_s(\lambda, \mu) = \min \{L_n(b_n, \lambda, \mu), b_n \in X_s\} \quad (17)$$

所以 Lagrangian 松弛可分解为 $\sum_{s=1}^{S_0}$ 个独立的子问题。而每个子问题是一个规模不大的确定性的调度问题, 其决策变量是 b_n 。对于次梯度方法或内点方法—分析中心方法, 在每次迭代中要求函数值和次梯度的计算。根据对偶函数的凹性, ϕ 的次梯度是

$$\partial\phi = \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^{S_i} \partial\phi_s(\lambda, \mu)$$

而 $\partial\phi_s(\lambda, \mu) = \text{conv}\{\partial L_n(b_n, \lambda, \mu), b_n \text{ 是(17)的解}\}$ 。其中 $\text{conv}\{\cdot\}$ 表示凸组合。

因此 $\left\{\sum_{i=1}^{S_0} B_n b_n\right\}, \left\{\sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^{S_i} p_{rs} \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{rs}(j) - M_{rs}\right\}_{rs}$ 构成了 ϕ 的一个次梯度, 其中 $b_n, i=1, \dots, I; s=1, \dots, S_i$ 是子问题(17)的解。

2.2 求解 Lagrangian 子问题的动态规划方法

Lagrangian 子问题确定性优化问题
 $\min \{L_n(b_n, \lambda, \mu), b_n \in X_s\}$ 。

在子问题中, 所有参数都是确定性的, 可用动态规划来求解。在最后一道工序里, 有广义费用
 $V_{j_i}(b_n(j_i)) = p_{rs} \omega_i T_{rs}^i + \lambda B_{rs}(j_i) b_{rs}(j_i) +$

$$\sum_{s=\lambda_i, i_j}^{r_i, i_j} \mu_{rs} j_i$$

相应的递推公式为

$$V_{j_i}(b_n(j_i)) = \min_{\Delta} [\beta E_{rs}^i \Delta + \lambda B_{rs}(j_i) b_{rs}(j_i) +$$

$$\sum_{s=b_{rs}^i}^{r_i, i_j} \mu_{rs} j_i + V_{i, i-1}(b_n(j+1))] =$$

$$\beta E_{rs}^i \Delta + \lambda B_{rs}(j_i) b_{rs}(j_i) + \sum_{s=\lambda_i, i_j}^{r_i, i_j} \mu_{rs} j_i +$$

$$\min_{b_{rs}^i, \Delta} V_{i, i-1}(b_n(j+1))$$

其中 Δ 中一个整数变量, 如果第 i 工件的 j 工序是第一工序, 则 Δ 等于1, 否则等于0。

最后, 子问题的最优值是在第一工序得到, 而子问题的解即相应的最优开工时间, 则由动态规划的正向过程而得到。动态规划的具体计算过程可参照文[11]。

2.3 对偶问题的求解方法

对偶问题的求解可用次梯度^[5]或用内点方法—分析中心方法^[6], 所要求的函数及次梯度的信息是由子问题的解所提供。次梯度方法比较容易实现, 但收敛速度较慢; 采取某些改进措施可帮助提高速度。相比之下, 分析中心方法计算速度较快, 但是程序实现较为复杂。

2.4 可行调度的实现

正如文[2, 12]指出的那样, 在 Lagrangian 松弛问题里, 即使 (λ, μ) 是最优的对偶解, 子问题的解不一定满足能力约束和 non-anticipativity 约束。而一些特殊的试探方法可被用来求得满足这些约束的可行调度, 它们就是所要求的好的可行调度。

文[10]的 list scheduling heuristics 可用来求得满足能力约束的可行调度。而在文[12]中, 作者所提出的 Branch-Bound 方法可处理 non-anticipativity 约束。要指出的是, 上述“最优”调度是根据随机事件发生的规律进行预先处理而得到的。一旦随机事件发生后, 这个信息可立即被利用进行重新调度, 这也是 scenario 方法求解最优策略(optimal strategy)的一大优点。

2.5 计算过程

最后, 给出求解随机生产作业计划问题的计算过程:

- 第 0 步 问题初始化;
- 第 1 步 子问题求解, 即 $\min L_n(b_n, \lambda, \mu)$;
- 第 2 步 对偶乘子调整, 即求 (λ^+, μ^+) ;
- 第 3 步 如得到最优对偶乘子 (λ^+, μ^+) , 转第 4 步; 否则转第 1 步;
- 第 4 步 实现可行调度, 过程结束。

3 实例分析

3.1 问题的 scenario 描述

这里, 给出一个简单的例子, 具体地说明本文所叙述的模型和方法。

设有一个工件 i , 工序 j 共有3道, 即 $J_i=3$; 工件的延期权重为 $\omega_i=1$, 提前权重为 $\beta=$

0.5;

待加工工件到达时刻 $b_1(0) = 0$; 该工件的交货期 $d_1(J_1) = 5$;

有两类机床类型 $H_{ij} = 2$, 分别为 $h_{1j} = 1$, 车床; $h_{2j} = 2$, 铣床;

工序 1 和 3 在车床 1 上加工, 工序 2 在铣床 2 上加工;

问题的最大排序时刻 $K = 8$, 则 $k = 0, 1, 2, \dots, 8$;

随机因素为工件加工时刻 $t_{nk}(j)$, 设 $t_{nk}(1), t_{nk}(2), t_{nk}(3)$ 有相同的分布, 即

$$t_{nk}(j) = \begin{cases} 1, & p = 0.5 \\ 2, & p = 0.5 \end{cases}$$

则相应的 scenario 总数为 $S = 2^3 = 8$;

设工序间没有暂停时间, 即 $r_{ij}(j) = 0$;

相应的 scenario tree 和 non-anticipativity 约束分别见图 1 和图 2.

对每个 $i \in I, s \in S_i$, 相应的子问题为

$$\min (\omega_i T_n^2 + \beta_i E_{n,f}^2) + \lambda b_{ic} + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=t_{ij}}^K \mu_{jk}^i$$

其中 $T_n = \max[0, c_{in}(J_i) - d_i(J_i)]$

$$E_{n,f} = \max[0, d_i(J_i) - c_{in}(J_i)]$$

$$b_{ic}(0) = 0 \leq b_{ic}(1)$$

$$c_{in}(j) + r_{ij}(j) \leq b_{ic}(j+1), j = 1, 2$$

$$c_{in}(j) = b_{ic}(j) + t_{nk}(j), j = 1, 2, 3$$

3.2 问题的求解与分析

上述算法用 Fortran 编制了模拟程序, 对实例规模的问题进行优化排序, 结果如图 3 所示.

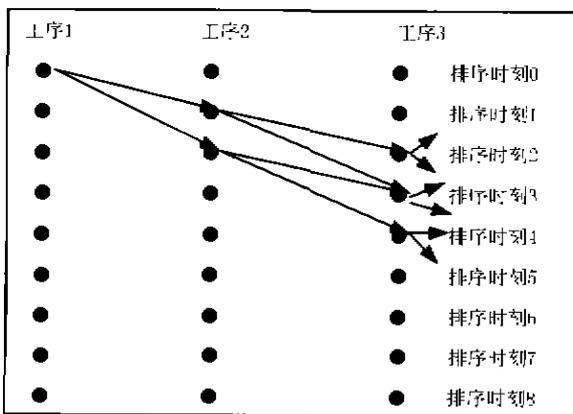


图 3 例题 scenario 优化排序示意图
即第 1 工序最佳开工时刻为 $b_1(0) = 0$ 时刻.

如果第 1 工序的加工时间为 $t_{n1}(1) = 1$, 则第 2 工序的开工时刻为 $b(2) = 1$; (a)

如果第 1 工序的加工时间为 $t_{n1}(1) = 2$, 则第 2 工序的开工时刻为 $b(2) = 3$ 时刻. (b)

如果第 2 工序的开工时刻为 $b(2) = 1$, 且第 2 工序的加工时间为 $t_{n2}(2) = 1$, 则第 3 工序的开工时刻为 $b(3) = 2$; (c)

如果第 2 工序的开工时刻为 $b(2) = 1$, 且第 2 工序的加工时间为 $t_{n2}(2) = 2$, 则第 3 工序的开工时刻为 $b(3) = 4$ 时刻. (d)

如果第 2 工序的开工时刻为 $b(2) = 3$, 且第 2 工序的加工时间为 $t_{n2}(2) = 1$, 则第 3 工序的开工时刻为 $b(3) = 4$; (e)

如果第 2 工序的开工时刻为 $b(2) = 3$, 且第 2 工序的加工时间为 $t_{n2}(2) = 2$, 则第 3 工序的开工时刻为 $b(3) = 5$ 时刻. (f)

相应的甘特图 Gantt chart 如图 4 所示, 其中小括号内参数为 (i, j) , 中括号内参数为 $[t_{n1}(1), t_{n2}(2), t_{n3}(3)]$

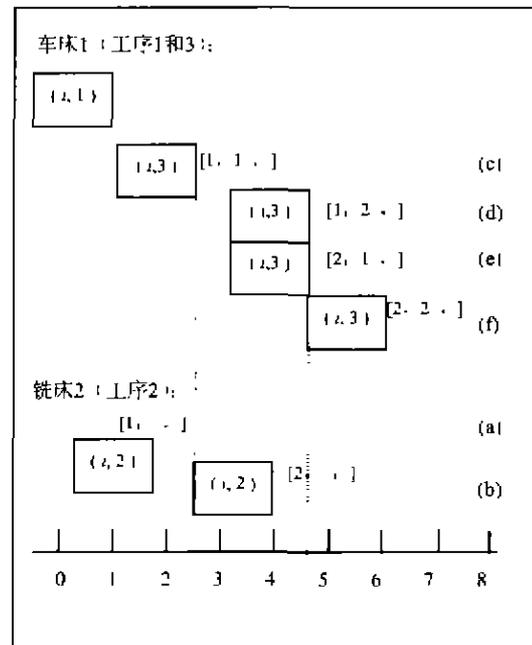


图 4 工件 i 加工排序甘特图

通过多次改变参数, 如延期权重 ω 、提前权重 β 、交货期 $d_{1c}(3)$ 和有关概率等, 分析发现无论参数的改变怎样有利于提前期的惩罚, 第一工序的开工时刻 $b_1(0)$ 最优解一般都为 $b_1(0) = 0$; 至多会有 $b_1(0) = 0$ 或 1 的情况; 虽然 $b_1(0) = 0$ 大体

不变,但工件的完工时刻变化很大, $c_{11}(3) = 5, 6, 7, 8$ 都可能出现.这和日常生产实践中的经验是相符合的:一般为了更好地应变环境条件的变化,工序的开工宜早不宜迟,应尽量早开工,这样中间就可以有较宽松的排序调节余地,自由度较大.

而相比缺货的惩罚而言,工序间的工件堆积

现象(即提前完工的惩罚)是次要的.改变函数中的参数时发现:改变延期权重 ω 的效果最明显,目标函数的最小值变化最大;改变交货期 $d_{12}(3)$ 和有关概率的效果次之;而改变提前权重 β 一般只是较大程度地影响了子问题的目标函数的取值,对最终结果影响微乎其微.

参考文献:

- [1] Ashton J E, Cook F X. Jr. Time to reform job shop manufacturing[J]. Harvard Business Review, 1989, 7(3):106-111
- [2] Luh P B, Chen Dong. Modeling uncertainty in jobshop scheduling[C]. First International Conference on Operations & Quantitative Management, 1997. 490-497
- [3] Berry W L, Penlesky R, Vellmann T E. Critical ratio scheduling: dynamic due-date procedures under demand uncertainty[J]. IIE Transactions, 1984, 16(1):81-89
- [4] Moody P E. Strategic manufacturing: dynamic new directions for the 1990s[D]. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1990
- [5] Conway R W, Maxwell W L, Miller L W. Theory of scheduling[D]. Reading, MA: Addison-Wesley, 1967
- [6] Chase R B, Aquilano N J. 宋国防等译. 生产与运作管理[M]. 北京:机械工业出版社,1999
- [7] Wolsey L A, Nemhauser G L. Integer and combinatorial optimization[C]. New York:Wiley-Interscience, 1988
- [8] Bertsekas D P. Constrained optimization and Lagrangian multiplier methods[D]. New York: Academic, 1982
- [9] Goffin J L, Haurie A, Vial J P. Decomposition and non-differentiable optimization with projective algorithm[J]. Management Science, 1992, 38:384-392
- [10] Luh P, Hortum D. Scheduling of manufacturing systems using the Lagrangian relaxation technique[J]. IEEE, Trans. Robot. Automat., 1993, 9:1066-1079
- [11] Bertsekas D P. Dynamic decomposition in stochastic integer programming, dynamic programming and optimal control[J]. Athena Scientific, Belmont, MA, 1996
- [12] Caro C C, Schultz R. Dual decomposition in stochastic integer programming[J]. Operation Research, 1999, 34: 37-45

Jobshop scheduling in stochastic environment

ZHU Dao-li, WU Fang, GONG Guo-hua

Management Science Department, Business School of Fudan University, Shanghai 200433, China

Abstract: This paper discusses the jobshop scheduling under the circumstances of stochastic processing time, uncertain delayed time between two operations, induces the problem into a stochastic multi-phrase decision by using scenario modeling and utilize the method of Lagrangian relaxation, scenario decomposition to solve the large-scale problem. Finally, on the basis of modeling, calculating and analyzing of an example, the result shows that the method is efficient for stochastic jobshop scheduling.

Key words: scenario; Lagrangian relaxation; dynamic scheduling; scenario decomposition; optimal strategy