

# 股市波动的标度无关性算法及应用研究<sup>①</sup>

黄小原, 庄新田, 张 泉

(东北大学工商管理学院, 沈阳 110006)

**摘要:**标度无关性是广泛存在于自然界系统甚至于经济金融系统可观测量的幂函数关系, 它揭示了股票市场波动的金融复杂性. 在分析股市波动标度无关性及其非趋势波动分析 DFA 算法基础上进行了应用研究, (i) 将 DFA 推广为动态递推算法; (ii) 对国内若干股价指数进行标度指数实际计算. 结果表明, 递推 DFA 算法与 DFA 算法、重标极差 R/S 分析方法相比具有计算速度快、内存容量小的优点, 更能适应股市波动分析的实际需要. 国内股市波动的标度无关性分析表明, 沪深股市具有持久性, 在重大金融事件的作用下, 对于股市的影响是长期的.

**关键词:**复杂性; 股市波动; 标度无关性; DNA; 非趋势波动分析

中图分类号: N94

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2001)06-0055-05

## 0 引 言

90年代中期以来, 复杂性科学研究结果已经揭示经济金融系统具有标度无关性<sup>[1-2]</sup>. 标度无关性是广泛存在于物理、化学、生物等自然系统甚至于经济金融系统中特殊可观测量的幂函数关系. 标度无关性是金融复杂性研究的重要理论和方法, 又是金融工程新的发展方向 and 课题. 国外学者根据标度无关性研究金融时间序列的复杂性, 探索股市波动的规律. 人们研究了金融市场的标度无关性<sup>[1]</sup>、动态经济指数的标度无关性<sup>[2]</sup>、英国伦敦国际金融交易所证券和期货的标度无关性<sup>[3]</sup>、意大利长期债券期货的标度无关性<sup>[4]</sup>、匈牙利布达佩斯股票指数的标度无关性<sup>[5]</sup>等等一系列股市波动问题. 同时, 人们也研究了标度无关性的算法, 根据 DNA(脱氧核糖核酸)机理提出的标度指数计算方法, 即非趋势波动分析(DFA). 现在 DNA 已经成为股市波动分析的重要方法. 应该指出, 提出和研究 DFA 算法的人是物理学家和生物学家, 他们研究 DNA 的顺序所能展现的长分子链相关的规律, 采用 DFA 算法研究了某些 DNA

内部分子链的相关可能性的程度<sup>[6,7]</sup>. 到90年代末期, 人们开始应用 DFA 算法分析金融股市波动, 实证研究了英、意、匈、日等国际金融股市波动的标度无关性, 在数量上确定了不同金融股市的标度无关性的程度<sup>[1-5,8-12]</sup>, 深化了金融系统复杂性理论的探索, 也为金融实业界提供了长期波动分析的依据.

本文将在非趋势波动分析 DFA 基础上, 将非趋势波动分析 DFA 方法推广为动态递推算法, 进一步还针对国内金融股市数据的实际情况, 分析东大阿派和上海、深圳两地股市波动的标度指数.

## 1 股市波动的标度无关性

股市波动具有标度无关性<sup>[1-5,11,12]</sup>, 这一性质可以用标度无关律描述, 即股市波动的均方值服从幂函数关系

$$F(t) \sim t^\alpha \quad (1)$$

其中  $F(t)$  是股市波动的均方值,  $t$  是股市的时间,  $\alpha$  是标度指数,  $0 < \alpha < 1$ . 如果股市波动是完全随机的, 则标度指数  $\alpha = 0.5$ . 如果股市的时间序列

① 收稿日期: 2000-05-16; 修订日期: 2001-09-08.  
基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目(991000208).  
作者简介: 黄小原(1947-), 男, 河南罗山人, 教授, 博士生导师.

是短程相关,即股市时间序列不是很长,则标度指数  $\alpha = 0.5$ . 如果股市时间序列是长程相关,则标度指数  $\alpha \neq 0.5$ . 金融复杂性的研究将 DNA 长程分子链与股市波动的高频率变动的的时间序列相类比,脱氧核糖核酸 DNA 长程相关性与股市波动有很大相似性<sup>[1]</sup>. 文[5]指出,当  $0.5 < \alpha < 1$  时, DNA 长程分子链具有持久性;当  $0 < \alpha < 0.5$  时,长程分子链具有非持久性. 这就意味着当  $0.5 < \alpha < 1$  时,金融股市的时间序列具有长期记忆,即当前的金融事件和未来事件之间存在长期相关性;而  $0 < \alpha < 0.5$  时,金融股市的时间序列只有短期记忆,当前的金融事件不会对长期的金融动态产生影响. 考虑股市波动的标度无关律式(1),为估计标度指数  $\alpha$  方便,可以直接写成

$$F(t) = t^\alpha \quad (2)$$

$$\text{或} \quad F(t) = At^\alpha \quad (3)$$

式(3)中  $A$  是待估计参数,  $F(t)$  和  $t$  可以直接从股市的数据中经过整理得到. 式(2)或(3)的对数形式,即

$$\lg F(t) = \alpha \lg t \quad (2')$$

$$\text{或} \quad \lg F(t) = \lg A + \alpha \lg t \quad (3')$$

因此,标度指数  $\alpha$  可以采用参数估计方法比如最小二乘估计得到.

进一步,股市自相关函数  $C(t)$  满足幂函数关系,即

$$C(t) \sim t^{-\gamma} \quad (4)$$

其中,  $\gamma$  是实数,并且自相关指数  $\gamma$  和标度指数  $\alpha$  满足下面关系式,即

$$\alpha = \frac{2 - \gamma}{2} \quad (5)$$

## 2 DFA 算法及其动态化改进

### 2.1 静态 DFA 算法

非趋势波动分析 DFA 是根据脱氧核糖核酸 DNA 机理提出的分析幂函数关系的方法. DNA 分子组成是“镶嵌组织”,它是具有长程分子组成的相关分子链. 为了分析 DNA 长程分子链结构的幂函数相关特征,文[6,7]提出了 DFA 方法. 金融股市的数据是“高频率”出现的,其相关特性也很复杂. 这与 DNA 长程相关及分子游走的某些特性相类似. 因此, DFA 已经成为股市波动分析的重要方法<sup>[-5,11,12]</sup>.

DFA 算法可以归纳如下步骤<sup>[5,7,11,12]</sup>,即

(i) 建立 DNA 一维随机游走模型. 如果当前值大于前一时刻的值,则  $u(i) = 1$ ; 当前值小于前一时刻的值,则  $u(i) = -1$ ; 当前值等于前一时刻的值,则  $u(i) = 0$ . 当金融股市指数  $z(t)$  用符号函数与对数函数表示,则

$$u(i) = \text{Sign}[\lg z(i) - \lg z(i-1)],$$

$$z(i) \neq z(i-1); u(i) \neq 0, z(i) = z(i-1).$$

(ii) 确定 DNA 游走  $t$  步之后的位移,即  $t$  个单位步长之和  $y(t) = \sum_{i=1}^t u(i)$ .

(iii) 计算  $t$  步位移的增量,即  $\Delta y(t) = y(t_0 + t) - y(t_0)$ , 初值是  $t_0 = 1, 2, \dots$ .

(iv) 计算股市波动的均方根值  $F(t)$ , 它是位移增量平方均值与增量均值平方之差的均方根值,即

$$F(t) = \sqrt{[\overline{\Delta y(t)^2}] - \overline{\Delta y(t)}^2} \quad (6)$$

其中,  $\overline{\quad}$  是均值的符号.

(v) 计算标度指数  $\alpha$ . 对于标度指数方程(2)的对数形式(2'),令  $x^T(t) = [\lg 1, \lg 2, \dots, \lg t_N]$ ,  $f^T(t) = [\lg F(1), \lg F(2), \dots, \lg F(t_N)]$ , 采用最小二乘批量估计计算标度指数,则有

$$\hat{\alpha} = [x^T(t)x(t)]^{-1}x^T(t)f(t) \quad (7)$$

对于标度指数方程(3)的对数形式(3'),

$$\text{令} \quad x_A^T(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lg 1 & \lg 2 & \dots & \lg t_N \end{bmatrix}$$

采用最小二乘批量估计参数  $\lg A$  和标度指数  $\alpha$ , 则有

$$\begin{bmatrix} \lg A \\ \alpha \end{bmatrix} = [x_A^T(t)x_A(t)]^{-1}x_A^T(t)f(t) \quad (7')$$

### 2.2 动态 DFA 算法

在国内股市发展过程中电子数据处理已经逐步完善. 初期股市的数据是“低频率”报价出现,现在则是“高频率”报价出现. 有的股票上市时是“低频率”报价出现,现在则是“高频率”出现的. 例如,过去的股市数据可能是以天、周计算存储,现在则是以分钟、小时计算存储. 从股市信息网络的使用来看,国内金融市场的近期数据远比初期的数据具有更高的频率. 因此,对于标度指数的估计而言,动态递推估计将比静态批量估计具有更好的效果. 另一方面,标度指数的静态批量估计计算量大,缺乏实时性;如果采用动态递推估计将可能减少在线计算量,增加实时性,使股市标度指数更加反映目前的波动动态.

对于服从标度无关性股市波动规律的方程

(2) 或 (3), 根据文[14] 递推最小二乘法, 其递推算法为

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + k(t+1)[\lg F(t+1) - \Phi(t+1)\hat{\theta}(t)] \quad (8)$$

$$k(t+1) = \frac{P(t)\Phi(t)}{1 + \Phi^T(t)P(t)\Phi(t)} \quad (9)$$

$$P(t+1) = [I - k(t+1)\Phi(t+1)]P(t) \quad (10)$$

其中, 对于方程(2),  $\hat{\theta} = \alpha$ ,  $\Phi(t) = [\lg F(t)]$ ; 对于方程(3),  $\hat{\theta}^T = [\lg A, \alpha]$ ,  $\Phi(t) = [1, \lg F(t)]$ .  $\hat{\theta}(t)$  是标度方程中参数和标度指数的动态估计值, 它反映股市波动的动态行为;  $k(t)$  是增益矩阵, 反映对于新息的修正程度;  $P(t)$  是协方差矩阵, 于是标度指数可以根据式(8)-(10) 动态递推估计. 注意到, 金融股市指数数据序列是对于序号  $i$  的, 而递推计算的数据序列是对于序号  $t$  的.

这样, 将上述标度指数动态递推估计的算法(8)-(10) 代替非趋势波动分析 DFA 算法第(v)步, 就可以得到动态递推 DFA 算法.

### 3 股市波动的标度指数估计

#### 3.1 标度指数计算

标度无关性及其无关联律  $F(t) \sim t^\alpha$  揭示了股市波动的内在规律, 标度指数  $\alpha$  则反映了这种波动的内在规律的金融意义.

下面采用 DFA、DFA 的递推方法以及 R/S 重标极差方法对国内股市若干股票的标度指数进行估计. R/S 重标极差方法也是一种标度指数计算方法, 方法详见文[15,16]. 下面的标度指数计算是根据式(2) 进行的.

#### 例 1 上海股票市场的标度指数

资料取自上证综合指数 1990-12-19 ~ 2000-04-28, 共计 2 337 个交易数据, 运用前述静态标度指数和动态标度指数的计算, 结果如图 1、图 2.

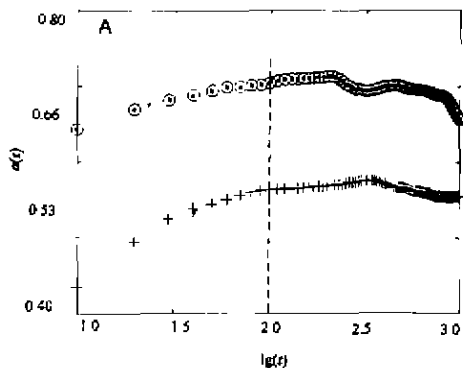


图 1 上证指数标度指数曲线

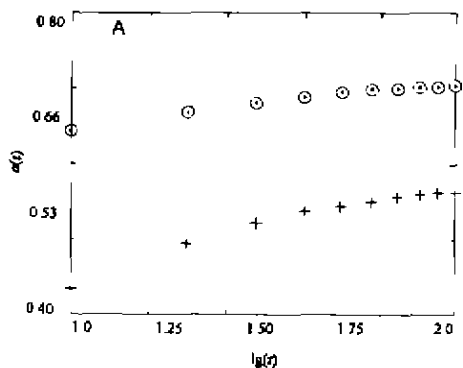


图 2 上证指数标度指数曲线放大图

#### 例 2 深圳股票市场的标度指数

资料取自深成指指数 1991-04-03 ~ 2000

04-28, 共计 2 286 个交易数据, 运用前述静态标度指数和动态标度指数的计算, 结果如图 3、图 4.

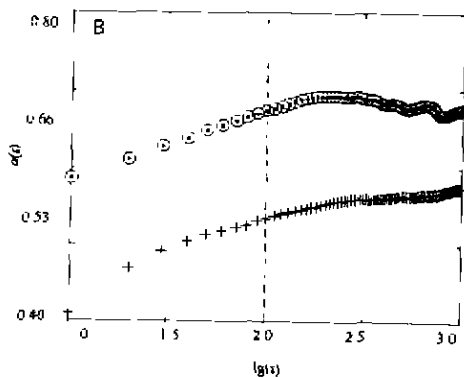


图 3 深成指标度指数曲线

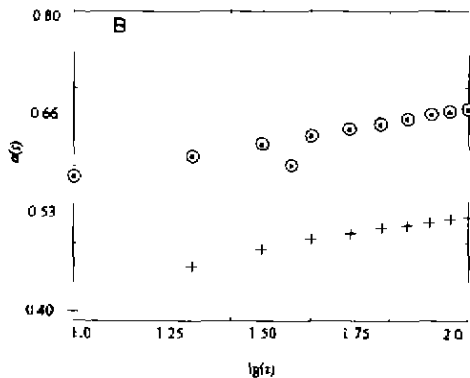
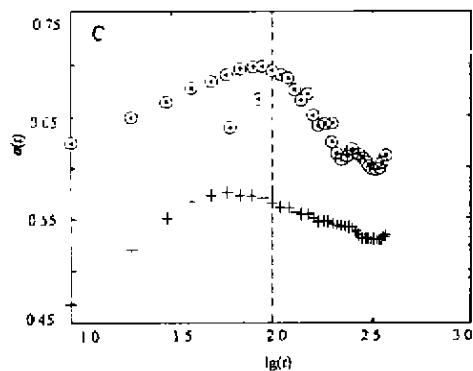


图 4 深成指标度指数曲线放大图

### 例3 东大阿派股票的标度指数

资料取自1997-02-24 ~ 2000-04-28,

共计750个交易数据,运用前述静态标度指数和动态标度指数的计算,结果如图5、图6.



(+ + + — R/S; ooo — DFA; x — DFA 递推)

图5 东大阿派标度指数曲线

### 3.2 标度无关性的分析

从计算结果分析,上海股市波动的标度特性指数静态情况下 $\alpha = 0.714$ ,深圳 $\alpha = 0.691$ ,东大阿派 $\alpha = 0.695$ ;相应的动态情况下,各标度无关性指数均大于0.5.因此,沪深及东大阿派股市(股票)均具有持久性,不过沪市的持久性大于深市.到目前为止,国内股市已经经历了如亚洲金融危机和国内适度紧缩的财政政策等重大金融事件,每次金融事件的发生和过程都对国内金融市场产生了长期影响,上述分析表明国内股市波动具有持久性,这是金融系统复杂性所反映的事实.

### 3.3 算法比较

上面进行了国内若干股市波动的DFA算法及其递推算法的计算,下面,就此类算法进行实验分析比较(见表1).

表1 标度无关性指数的算法与比较

| 项目 \ 方法 | R/S 分析 | DFA | DFA 递推 |
|---------|--------|-----|--------|
| 内存容量    | 大      | 中   | 小      |
| 计算速度    | 慢      | 较快  | 快      |

### 参考文献:

- [1] Lux T, Marches M. Scaling and criticality in a stochastic multagent model of a financial market[J]. Nature, 1999, 397(11): 498-500
- [2] Mantegna R N, Stanley H E. Scaling behavior in the dynamics of an economic index[J]. Nature, 1995, 376(6): 46-49
- [3] Cuniberti G, Raberto M, Scalas E. Correlations in the bound future market[J]. Physica A, 1999, 269(1): 90-97
- [4] Scalas E. Scaling in the market of futures[J]. Physica A, 1998, 253(1-4): 394-402

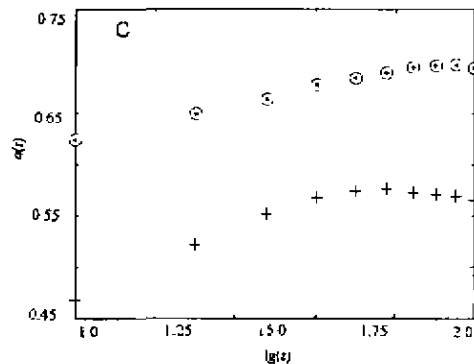


图6 东大阿派标度指数曲线放大图

表1标度无关性指数的算法中,R/S分析即重标极差分析方法,文[15,16]给出了这一算法.标度无关性指数在文[15,16]中被称为Hurst指数.从对国内若干股市波动标度无关性指数的计算实验比较中可以看出,DFA,特别是DFA的递推算法是一种股市波动的实时快速方法.在586微机上对上海股市波动分析中,R/S分析计算时间为485 s,DFA为12 s,DFA递推算法为8 s.随着时间的推移,DFA递推算法也较接近于DFA算法的效果.

## 4 结束语

标度无关性广泛存在于自然和经济金融社会系统,它揭示了股票市场波动的复杂性及其内在规律.本文进行了标度无关性的应用性工作,即DFA算法在国内金融市场标度指数的实证计算.这些工作对于国内金融股票市场复杂性研究有一定作用.

- [5] Janost I M, Janecsko B, Koudor I. Statistical analysis of  $\beta$ s index data of the Budapest Stock Exchange[J]. Physica A, 1999, 269(1): 111-124
- [6] Peng C K, Buldyrev S V, Havlin S, et al. Mosaic organization of DNA nucleotides[J]. Physical Review E, 1991, 49(2): 1685-1689
- [7] Peng C K, Buldyrev S V, Goudberger A L, et al. Finite size effects on long range correlations: implications for analyzing DNA sequences[J]. Physical Review E, 1993, 47(5): 3730-3733
- [8] 黄登仕. 金融市场的标度理论[J]. 管理科学学报, 2000, 3(2): 27-33
- [9] 宋学峰, 顾世清. 深沪证券市场股价波动的浑沌度及其调控方法[J]. 管理科学学报, 2000, 3(1): 53-57
- [10] 周 奕, 陈 收, 汪寿阳. 资本结构作用下市场投资组合轨迹的研究[J]. 管理科学学报, 2000, 3(3): 75-81
- [11] Stanley H E, Amaral L A N, Canning D, et al. Econophysics: Can physicists contribute to the science of economics [J]. Physica A, 1999, 269(1): 156-169
- [12] Stanley H E, Afanaster V, Amaral L A N, et al. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics[J]. Physica A, 1996, 224(2): 302-321
- [13] Raberto M, Scalas E, Cumbert Q, et al. Volatility in the Italian stock market: an empirical study[J]. Physica A, 1999, 269(2): 148-155
- [14] 李清泉. 自适应控制系统理论设计与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1990. 92-93
- [15] Edger E P. 资本市场的混沌与秩序[M]. 王小东译. 北京: 经济科学出版社, 1999. 64-83
- [16] 徐龙炳, 陆 蓉. R/S 分析探索中国股票市场的非线性[J]. 预测, 1999, (2): 59-62

## Study of scaling and application in stock market fluctuation

HUANG Xiao-yuan, ZHUANG Xin-tian, ZHANG Quan

Faculty of Business Administration Northeastern University, Shenyang 110006, China

**Abstract:** Scaling is found in a wide range of systems from nature to society, of economy and finance, is the power law behavior of a particular observable. Financial complexity is promulgated. On the bases of scaling of stock fluctuation and detrended fluctuation analysis (DFA) the application is researched, empirical scaling exponent of stock market is calculated. ( I ) spread DFA into dynamic recursion algorithm; ( II ) calculate the scaling exponent of the prices of some interior stocks. The conclusion shows that, compared with DFA and R/S (rescaled range analysis) recursion DFA computes faster, has smaller internal storage and it can meet with the real demand of stock fluctuation analysis more well. The scaling analysis of interior stock fluctuation shows that Shanghai stock market and Shenzhen stock market have a lasting characteristic. The influence of big financial event to these two stock markets is lasting.

**Key words:** complexity; stock fluctuation; scaling uncorrelation; DNA; detrended fluctuation analysis