绝对离差证券组合投资模型及其模拟退火算法①

徐绪松, 陈彦斌
(武汉大学商学院技术经济及管理研究所, 武汉 430072)

摘要: 马柯维兹均值—方差模型使用收益率的方差度量证券的风险, 但是实际分布呈尖顶胖尾状, 使得方差可能不存在. 作为度量风险的标准, 绝对离差比方差更为合适. 用绝对离差刻画了风险, 提出基于绝对离差的证券组合投资模型, 并用模拟退火算法求解. 为了比较在两种风险标准下两种模型的优劣, 首次定义了风险弹性. 实证分析表明, 在不同收益率水平下, 风险弹性的绝对值都大于1. 说明绝对离差模型比均值-方差模型无论在理论上还是在实际效果上都要更好. 实证分析还表明, 绝对离差模型中有近似的两基金分离现象存在.

关键词: 投资组合; 绝对离差; 模拟退火算法; 风险弹性; 两基金分离
中图分类号: F830.9　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-9807(2002)03-0079-07

0　引　　言

1952年Markowitz(马柯维兹)提出了划时代的均值-方差证券组合投资理论[1], 允许具有不同风险规避的理性投资者在投资风险与投资收益之间作最优折中选择. 对于给定的收益水平, 根据该模型, 可以求取方差意义下最小风险的投资组合, 反过来也一样. Markowitz的均值—方差模型是如下规划问题

$$\min_{\omega} \omega^{T}\Omega\omega \quad 使得\ \omega^{T}\mu = a, \omega^{T}1 = 1$$

其中 $\omega^{T} = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_N)$ 是投资 N 种证券的比例向量, Ω 是 N 种证券收益率的协方差矩阵(注: 收益率指对数收益率), μ 是 N 种证券的期望收益率向量, a 是投资者所给定的组合投资的期望收益水平, 记号T表示矩阵的转置, 记号1表示 N 维全1列向量. 用拉格朗日法很容易求得该模型的最优解.

虽然均值-方差模型简单明了, 易于求解, 但是该模型依赖于收益率方差的存在. 若方差存在, 该模型确实是最优的资产组合模型. 然而方差是发散或不存在的. 收益率的实际分布呈"尖顶胖尾"状, 而且实证分析表明实际分布是通不过正态性检验的[2]. 收益率的方差定义为 $\int(x-m)^2 f(x)\,dx$, f 表示概率密度函数, m 表示期望收益率. "胖尾"的含义是: 当收益率较大时, 其概率密度函数没有迅速衰减, 从而积分不收敛, 即方差发散或不存在[2,3]. 于是, 通过计算样本方差, 使之作为方差的无偏估计量将不正确. 因此, 作为描述风险的统计量, 方差存在着理论缺陷.

用来描述风险的统计量除方差外, 还有绝对离差(mean absolute deviation)、半方差、VaR(value at risk)等. 这些度量都是对风险的合适而且直观的度量方法, 由于不能像方差那样给出最优投资组合的解析表达式, 而不被重视[4,5]. 1991年Konno和Yamazaki提出了绝对离差投资组合模型[6], 用收益率的绝对离差而不是方差表示风险. 对于收益率为 r 的某证券, 收益率的绝对离差定义为 $E|r-m| = \int|x-m|f(x)\,dx$, 此处 f 表示收益率的概率密度函数, m 表示期望收益率. 由于积分中没有平方项, 所以绝对离差是存在的. 绝对离差模型的缺点是不具备良好的解析性质, 无法给出投资组合解的解析表达式. 但是可以

① 收稿日期: 2001-02-19; 修订日期: 2002-01-21.
基金项目: 国家教育部博士点基金资助项目(01JB630009).
作者简介: 徐绪松(1945-), 女, 湖北武汉人, 教授, 博士生导师.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

通过计算机算法求解最优投资组合. 本文以绝对离差描述风险, 采用模拟退火算法作为求解算法

1 基于绝对离差的投资组合模型

设有 N 种线性独立的证券, 其收益率是随机变量, 分别记为 $\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \cdots, \tilde{r}_N$, 或者用向量表示为 $\tilde{r} = (\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \cdots, \tilde{r}_N)^{\mathrm{T}}$. 提出基于绝对离差的投资组合模型为

$$\min_{\{\omega\}} \mathrm{E}\left|\omega^{\mathrm{T}}(\tilde{r} - \mu)\right|$$

约束条件 $\omega^{\mathrm{T}}\mu = a, \omega^{\mathrm{T}}1 = 1$ (1)

其中 $\omega^{\mathrm{T}} = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_N)$ 是投资 N 种证券的比例向量, $\mu^{\mathrm{T}} = (\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_N)$ 是 N 种证券的期望收益率向量, a 是投资者所给定的组合投资的期望收益水平. 投资于第 i 种证券的比例 ω_i 可以为负, 即允许卖空证券

若是规定不可以卖空证券, 如中国当前的情形, 则称为不可卖空的绝对离差投资组合模型[7]

$$\min_{\{\omega\}} \mathrm{E}\left|\omega^{\mathrm{T}}(\tilde{r} - \mu)\right|$$

约束条件 $\omega^{\mathrm{T}}\mu = a, \omega^{\mathrm{T}}1 = 1, \omega \geq 0$ (2)

若是像国外那样可以在一定程度上卖空证券, 即规定卖空的下限, 则称为有卖空限制的绝对离差投资组合模型

$$\min_{\{\omega\}} \mathrm{E}\left|\omega^{\mathrm{T}}(\tilde{r} - \mu)\right|$$

约束条件 $\omega^{\mathrm{T}}\mu = a, \omega^{\mathrm{T}}1 = 1, \omega \geq \overline{\omega}$ (3)

其中 $\overline{\omega}$ 表示所规定的卖空下限

以上的模型都是先指定收益水平 a, 即 $\omega^{\mathrm{T}}\mu = a$, 再求 ω 使绝对离差风险最小. 也可以先指定绝对离差风险的水平 δ, 求 ω 使收益最大. 从而模型(1)、(2)、(3) 也可以分别转化为对偶模型

$$\max_{\{\omega\}} \omega^{\mathrm{T}}\mu$$

约束条件 $\mathrm{E}\left|\omega^{\mathrm{T}}(\tilde{r} - \mu)\right| = \delta, \omega^{\mathrm{T}}1 = 1$ (1′)

$$\max_{\{\omega\}} \omega^{\mathrm{T}}\mu$$

约束条件 $\mathrm{E}\left|\omega^{\mathrm{T}}(\tilde{r} - \mu)\right| = \delta,$
$\omega^{\mathrm{T}}1 = 1, \omega \geq 0$ (2′)

$$\max_{\{\omega\}} \omega^{\mathrm{T}}\mu$$

约束条件 $\mathrm{E}\left|\omega^{\mathrm{T}}(\tilde{r} - \mu)\right| = \delta,$
$\omega^{\mathrm{T}}1 = 1, \omega \geq \overline{\omega}$ (3′)

虽然这两种模型考虑的出发点不同, 但是实际上是等价的[8]. 为了便于比较, 采用模型(1) 具体求解, 称之为绝对离差投资组合模型

2 用模拟退火算法求解模型

2.1 模拟退火算法

模拟退火算法(simulated annealing) 是一种著名的全局优化算法[9]. 它以优化问题的求解与物理系统退火过程的相似性为基础, 利用 Metropolis 算法, 适当控制温度的下降过程实现模拟退火, 从而达到求解全局优化问题的目的. 模拟退火算法引入了一定程度的随机性扰动, 作用是一方面要克服局部极小的约束; 另一方面要保证最终得到全局最优解后不再受扰动的影响. 它与传统的随机搜索方法不同, 模拟退火算法中产生随机扰动的概率分布函数是随温度的下降而不断变化的. 因此模拟退火算法能够以概率 1 求得非凸目标函数的全局最优解

由于 $\mathrm{E}\left|\omega^{\mathrm{T}}(\tilde{r} - \mu)\right| \cdot R^N \to R$ 是非凸函数, 有多个极小值. 用传统的梯度下降法只能得到目标函数的局部极小值, 而无法求得全局最小值[10]. 穷举法也是行不通的, 因为如果证券组合的个数比较大, 例如 $N = 30$, 即使每一个 ω_i 只取 1 000 个样本点, 也总共需要 $1\,000^{30} = 2^{299}$ 次计算目标函数值, 比经典的 Hanoi 问题的 2^{64} 还要大得多, 是典型的组合爆炸问题. 由于模拟退火算法采取的是随机搜索策略, 可以避免组合爆炸, 因此本文选用模拟退火算法求解绝对离差模型

模拟退火算法的性能主要取决于控制温度下降过程的温度更新函数. 通常, 温度更新函数应当根据所产生随机扰动的分布函数来确定, 否则不能以概率 1 搜索到全局最优解[11]. 比较常用的分布有正态分布与 Cauchy 分布, 前者的温度更新函数与退火时间的对数成反比; 后者的温度更新函数与退火时间成反比. 由于 Cauchy 分布的二阶矩是发散的, 所产生的随机扰动会偶然地出现大尺度的跳跃, 这种正态分布不具备的特性使得算法能够较快地搜索到目标函数的全局最优解, 因此本文选用 Cauchy 分布作为产生随机扰动的分布函数

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2.2　算法步骤

设有 N 种证券、L 个周数据, 第 i 种证券在第 j 周的周收益率为 r_i^j(是给定的历史数据), $1 \le i \le N$, $1 \le j \le L$. 又设 μ_i 表示第 i 种证券的平均周收益率. 则模型(1) 变为如下具体形式

$$\min_{\{\omega\}} f(\omega)$$

$$\text{约束条件} \quad \sum_{i=1}^{N} \omega_i = 1, \quad \sum_{i=1}^{N} \omega_i \mu_i = a \qquad (4)$$

其中 $f(\omega) = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}\left|\sum_{i=1}^{N}\omega_i(r_i^j - \mu_i)\right|$. 用模拟退火算法求解基于绝对离差的投资组合模型的步骤描述如下:

步骤 1　确定初始值

给定初始投资组合向量 ω^0 和初始温度 T_0, 给定产生随机向量的分布函数和控制温度下降的温度更新函数, 给定判断 Metropolis 抽样稳定性的阀值 M. 置 $k = 0$, $i = 0$. 计算 $f(\omega^0)$, 置当前投资组合 ω^{now}、最优投资组合等于初始投资组合 ω^0, 即 $\omega^{now} = \omega^{min} = \omega^0$; 赋初值 $f^{now} = f^{min} = f(\omega^0)$.

步骤 2　生成新投资组合

用给定的分布函数产生一个随机扰动向量 Z, 用当前投资组合 ω^{now} 和 Z 产生一个新投资组合 Y, 即 $Y = \omega^{now} + \gamma Z$, 其中 γ 为控制扰动大小的比例常数.

步骤 3　以概率接受新投资组合

若 $f(Y) \le f(\omega^{now})$

则置 $\omega^{now} = Y$, $f^{now} = f(\omega^{now})$

否则取一服从(0, 1) 均匀分布的随机数 Rand

若 $\exp\frac{f(Y) - f(\omega^{now})}{T_k} > \text{Rand}$

则置, $\omega^{now} = Y$, $f^{now} = f(Y)$

否则转步骤 2

步骤 4　最优投资组合更新

若 $f^{now} < f^{min}$

则 $\omega^{min} = \omega^{now}$, $f^{min} = f^{now}$

否则令 $i = i + 1$

步骤 5　Metropolis 抽样稳定性判别

若 $i \le M$, 则转步骤 2

步骤 6　算法结束判断

若 f^{min} 小于所设定的值, 则算法结束, ω^{min} 为最优投资组合, f^{min} 为相应的最小绝对离差. 否则继续步骤 7

步骤 7　退火方案

根据温度更新函数产生一个新的温度 T_k, 置 $k = k + 1$, 转步骤 2.

3　绝对离差模型与均值 — 方差模型的比较

为了比较绝对离差投资组合模型与均值 — 方差模型, 给出如下概念.

3.1　有效前沿

在均值 — 方差模型中, 对于每一个给定的收益水平 a, 得到的对应投资组合的方差(或标准差) 比在同样收益水平的任何组合的方差(或标准差) 要小, 称为组合前沿(portfolio frontier). 在方差 — 均值坐标系中, 组合前沿是抛物线; 在标准差 — 均值坐标系中, 则是一条双曲线. 收益率高于最小方差组合所对应的收益率的组合, 位于组合前沿的上半部分, 称为有效前沿(efficient frontier). 本文称之为标准差有效前沿.

用模拟退火算法, 搜索到了在不同收益率约束下的最小绝对离差的投资组合, 从而可以得到基于绝对离差的有效前沿曲线, 简称之为绝对离差有效前沿. 通过观察标准差有效前沿与绝对离差有效前沿的位置, 可以初步比较两个模型.

3.2　风险弹性

对于给定的收益水平, 均值 — 方差模型的最优组合的标准差肯定比绝对离差投资组合模型所得到的最优组合的标准差要小. 但是根据本文算法所得的结果, 在同样的收益水平下, 均值 - 方差模型的最优组合的绝对离差却比绝对离差投资组合模型所得到的最优组合的绝对离差要大. 这就是说, 在标准差的风险度量标准下, 均值 - 方差模型是优于绝对离差投资组合模型的; 而在绝对离差的风险度量标准下, 却刚好相反. 为了客观地比较两种模型在两种风险标准下的优劣, 本文提出风险弹性的概念.

所谓风险弹性, 就是在给定收益水平不变的条件下, 从均值 - 方差模型的最优组合变化到绝对离差投资组合模型的最优组合, 标准差增加 1% 引起的绝对离差减少的百分比, 用公式表示为

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$E = \frac{\Delta d / d}{\Delta SV / SV} = \frac{(d_m - d_s)/(d_m + d_s)}{(SV_m - SV_s)/(SV_m + SV_s)} \tag{5}$$

其中 d_m 与 SV_m 分别表示在期望收益水平 a 下, 用均值 — 方差模型所求得的最优投资组合的绝对离差与标准差, d_s 与 SV_s 表示在期望收益水平 a 下, 用绝对离差模型经由模拟退火算法所求得的投资组合的绝对离差与标准差

风险弹性的直观含义是: 当风险弹性的绝对值大于 1 时, 相对均值 — 方差模型而言, 绝对离差投资组合模型的标准差虽然增大了, 但是绝对离差投资组合模型的绝对离差却减少了很多, 这时, 从整体上讲, 绝对离差投资组合模型优于均值 — 方差模型; 相反, 当风险弹性的绝对值小于 1 时, 绝对离差投资组合模型标准差增大的百分比要大于绝对离差减少的百分比, 这时, 从整体上讲, 绝对离差投资组合模型不如均值 - 方差模型 当风险弹性的绝对值等于 1 时, 为单位弹性

3.3 两基金分离

两基金分离(two fund separation) 在数理金融学中具有非常重要的地位, 它的定义[8] 是: 称 N 种证券$(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \cdots, \tilde{r}_N)^T$ 两基金分离, 如果存在两个共同基金 α_1, α_2, 使得对于任意组合 q, 存在实数 λ 有 $\lambda\alpha_1 + (1 - \lambda)\alpha_2$ 第 2 度随机占优于 q

从数理金融学中知道共同基金 α_1, α_2 都必为前沿组合[8], 而且组合前沿上的前沿组合能由两个不同的前沿组合生成, 即如果有 $E[\tilde{r}^q] = \lambda E[\tilde{r}^{\alpha_1}] + (1 - \lambda)E[\tilde{r}^{\alpha_2}]$, 则必有线性关系 $\omega^q = \lambda\omega^{\alpha_1} + (1 - \lambda)\omega^{\alpha_2}$ 成立, 其中 $E[\tilde{r}^q]$ 与 $E[\tilde{r}^{\alpha_i}]$ 分别表示为投资组合权重向量 ω^q 与 $\omega^{\alpha_i}(i = 1, 2)$ 所对应的期望收益率 这是金融学中的简单结论[8], 证略

由于本文是将收益率水平进行等分的, 所以易证投资在第 i 种证券上的比例即权重 $\omega_i(a)$ 是收益率水平 a 的线性函数, 即权重 $\omega_i(a)$ 在权重 — 收益坐标系中是一条直线 通过观察它是否为直线, 从而观察到了两基金分离的存在

两基金分离赋予了投资者一个简单法则: 每一个具有不同风险偏好的投资者, 都可以通过改变持有两个不同共同基金 α_1, α_2 的比率 λ, 而得到在他的预期收益水平下的最优投资组合 以上结论是建立在均值 — 方差模型基础之上的 本文将说明绝对离差模型存在近似两基金分离现象

4 实证分析

4.1 数据说明

为具有代表性及客观性, 本文以“上证 30 指数”中的 30 种成分股票作为投资组合中的风险资产 数据来源于钱龙系统提供的周交易数据 时间区间是从 1999 年 1 月 8 日到 2000 年 4 月 7 日, 共 50 周样本数据 如果发生了送股、配股和发放现金股息等活动, 则相应调整当期的股价

4.2 有效前沿

本文只研究有效前沿, 而忽略无效前沿 考察的收益率区间是: 从最小标准差投资组合的收益率到正无穷大 本文中最小标准差投资组合的收益率等于 - 0.005 9 为了求得绝对离差有效前沿与标准差有效前沿, 本文先选择从 - 0.005 9 到 0.022 6 区间, 并以 0.001 5 为单位将该区间均匀分成 19 个期望收益率水平; 然后对每个收益率水平分别求解均值 - 方差模型与绝对离差投资组合模型的最优投资组合

图 1 中的横轴表示绝对离差, 纵轴表示收益率 星号表示均值 - 方差模型在每一个给定收益率下的最优投资组合的收益率与绝对离差; 点号表示均值 - 方差模型的无效前沿; 加号表示采用模拟退火算法求解所得到的组合的收益率与绝对离差 由图 1 观察到, 绝对离差有效前沿在标准差有效前沿的左边 这就是说, 在每一个收益率水平下, 用模拟退火算法求解得到的投资组合的绝对离差比均值 - 方差模型所产生的最优投资组合的绝对离差要小 这说明在绝对离差风险度量下, 绝对离差投资组合模型要优于均值 - 方差模型

图 2 中的横轴表示标准差, 纵轴表示收益率; 星号表示均值 - 方差模型在每一个给定收益率下的最优投资组合的收益率与标准差; 点号表示均值 - 方差模型的无效前沿; 加号表示采用模拟退火算法求解所得到的组合的收益率与标准差 从图 2 观察到, 绝对离差有效前沿在标准差有效前沿的右边

将图 1、2 画在同一坐标系中, 得到图 3 直观上, 与均值 - 方差模型相比, 在相同收益率下, 绝对离差投资组合模型的投资组合的标准差虽然略

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

有增大, 但是绝对离差显著减小, 说明绝对离差投资组合模型比均值 - 方差模型更好.

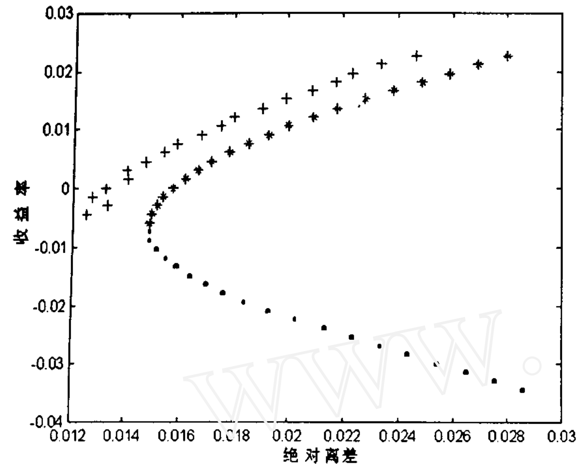

图 1　有效前沿用绝对离差表示

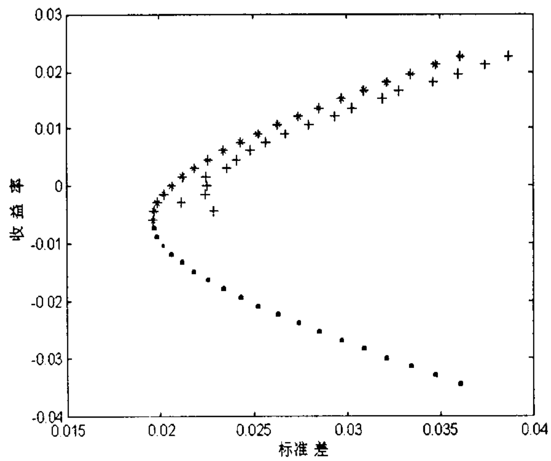

图 2　有效前沿用标准差表示

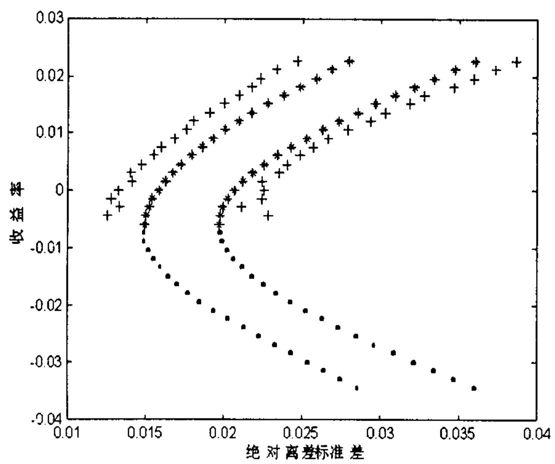

图 3　将图 1 图 2 画于同一坐标系中

4.3　风险弹性

图 4 中的横轴表示收益率, 纵轴表示风险弹性的绝对值; 点号表示在给定收益率水平下, 风险弹性的绝对值的大小. 从图 4 得知, 在不同收益率水平下的弹性绝对值都显著大于 1, 其中大部分大于 2, 说明从整体上, 在同样的收益率下, 绝对离差投资组合模型的组合比均值 - 方差模型的组合具有更小的风险. 绝对离差投资组合模型比均值 - 方差模型更好. 风险弹性值见表 1.

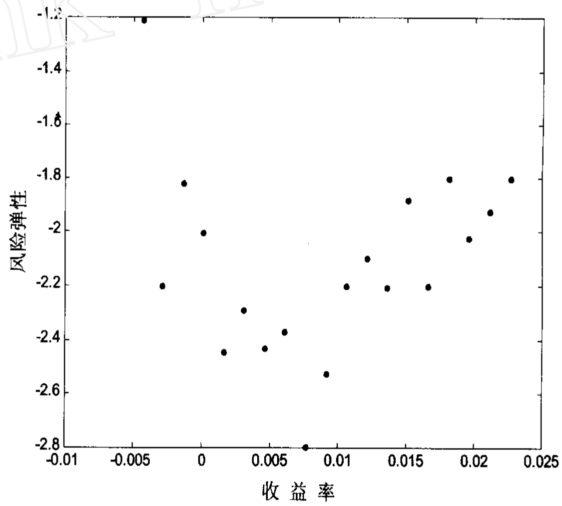

图 4　风险弹性

表 1　风险弹性

收益率	-0.004 4	-0.002 9	-0.001 4	0.000 1
风险弹性	-1.209 2	-2.199 9	-1.817 0	-2.000 9
0.001 6	0.003 1	0.004 6	0.006 1	0.007 6
-2.445 7	-2.286 2	-2.428 9	-2.370 1	-2.796 0
0.009 1	0.010 6	0.012 1	0.013 6	0.015 1
-2.522 2	-2.198 0	-2.097 5	-2.202 4	-1.879 3
0.016 6	0.018 1	0.019 6	0.021 1	0.022 6
-2.197 1	-1.800 0	-2.019 3	-1.923 0	-1.800 1

4.4　两基金分离

图 5、图 6 中的横轴表示收益率, 纵轴表示权重. 由于允许卖空证券, 所以权重有正有负. 图 5 中的线表示在不同收益率水平下, 均值 - 方差模型所产生的最优组合的投资在第 i 种证券上的比例. 由于收益率水平是等分的, 线是直线, 所以确实存在两基金分离现象.

而在图 6 中, 首先, 可以发现权重不再是收益

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

率的线性函数, 有波动, 呈现非线性; 但也不是高度非线性, 还是比较光滑、存在一定的趋势这可能是模拟退火算法对权重的全空间进行随机搜索的原因 其次, 投资在某一证券上的比例随着收益率水平的上升而上升(或者下降), 即基本上是单调的; 没有出现随着收益率水平的上升, 投资在某证券上的比例突然由正变为负或由负变为正的现象, 即没有突变 再次, 通过比较两个模型所产生的两个组合的权重, 可以发现权重的变化并不大, 没有出现大的跳跃

总之, 实证分析说明绝对离差投资组合模型仍然近似有两基金分离成立 这一现象具有重要意义 因为信奉绝对离差的投资者可以依据他的风险偏好, 将资金分配在两个基于绝对离差的共同基金上, 从而得到近似的前沿组合

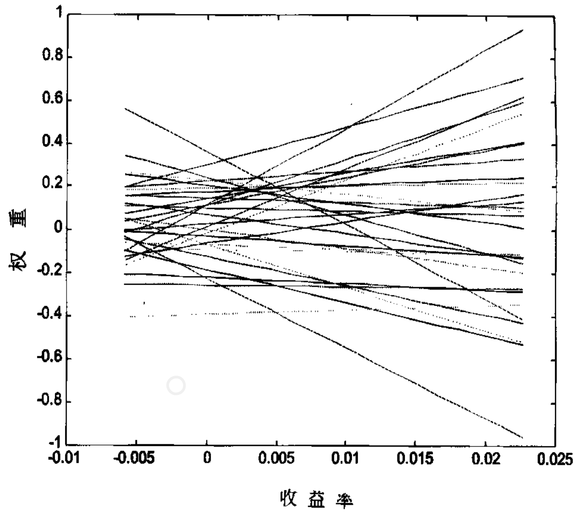

图 5　均值 - 方差模型投资组合的权重图

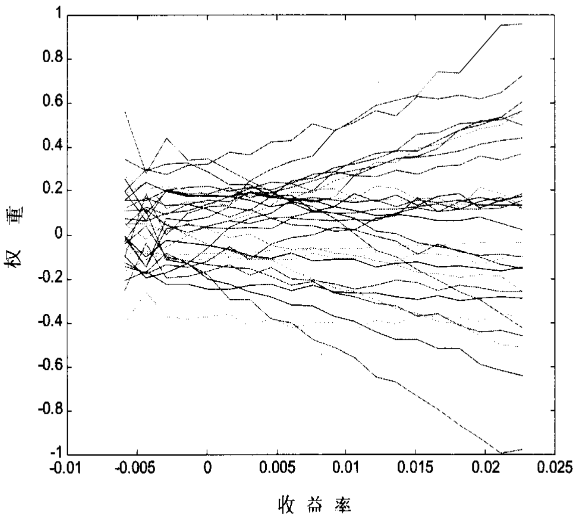

图 6　绝对离差模型投资组合的权重图

5　结论

本文提出了基于绝对离差的证券投资组合模型, 用模拟退火算法求解, 还提出了风险弹性的概念 发现绝对离差证券投资组合模型中有近似的两基金分离现象存在 投资者可以依据他的风险偏好, 将资金分配在两个基于绝对离差的共同基金上, 从而得到近似的前沿组合 虽然本文只求解了允许卖空证券的模型, 结论不能直接应用到中国证券市场的实际中去, 但是结论具有理论价值 对不允许卖空的证券投资组合模型将做进一步的研究

参 考 文 献:

[1]　Markowitz H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7: 77-91

[2]　徐绪松, 陈彦斌 深沪股市分形维实证研究[J]. 数量经济与技术经济研究, 2000, 11: 59-61

[3]　徐绪松, 陈彦斌 深沪股票市场非线性实证研究[J]. 数量经济与技术经济研究, 2001, 3: 110-113

[4]　钟蓉萨等 中国股票市场实证统计分析[M]. 北京: 中国财政经济出版社, 1999

[5]　张尧庭 金融市场的统计分析[M], 桂林: 广西师范大学出版社, 1998

[6]　Konno H, Yamazaki H. Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market [J]. Management Science, 1991, 37: 519-531

[7]　杨德权, 杨德礼, 史克禄等 求解不允许卖空证券组合前沿的区间搜索方法[J]. 管理科学学报, 2001, 4(1): 33-37

[8]　Huang C, Litzenberger R H. Foundations for financial economics[M]. New York: North-Holld, 1988. 50-118

[9]　杨若黎, 顾基发 一种高效的模拟退火全局优化算法[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 5: 29-35

[10]　Gilli M, Kellezi E. Heuristic approaches for portfolio optimization[C]. The 6th International Conference on Computing in Economics and Finance of the Society for Computational Economics, Barcelona: Kluwer Academic Publishers,

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2000, July 6-8

[11] Dueck G, Scheuer T. Threshold accepting: a general-purpose algorithm appearing superior to simulated annealing [J]. Journal of Computational Physics, 1990, 90: 161-175

Portfolio choice model based on mean absolute deviation and it's simulated annealing algorithm

XU Xu-song, CHEN Yan-bin

School of Business, Wuhan University, Wuhan 430072, China

Abstract: Markowitz's mean-variance model describes the risk of asset by variance, but variance may not exist because of fat-tailedness of asset returns. As a measure of risk, mean absolute deviation is better than variance in a sense. In this paper, a portfolio choice model is proposed based on mean absolute deviation. The solution of the model is obtained by a simulated annealing algorithm. In order to compare the new models with Markowitz one, a risk elasticity is defined. The empirical result shows that the absolute values of risk elasticity are more than 1 under various returns and it also indicates that the proposed model based on mean absolute deviation is better than mean-variance model based on variance both in theory and in practice. Two-fund separation is found in mean absolute deviation portfolio choice model.

Key words: portfolio choice; mean absolute deviation; simulated annealing algorithm; risk elasticity; two-fund separation

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net