

证券市场中股票成交量对投资组合优化的影响

陈收, 杨宽, 廖懿, 雷辉

(湖南大学工商管理学院, 长沙 410082)

摘要: 将证券市场中股票成交量引入组合投资模型, 得出新的有效边界解析式, 并探讨了新有效边界与未考虑成交量有效边界之间的关系; 利用深圳股票交易市场的数据进行了实证分析, 初步验证了这种关系

关键词: 成交量; 组合投资; 有效边界

中图分类号: F019; O 225 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2002)05-0006-05

0 引言

证券作为一种金融商品, 价值是根据实体经济中公司的基本面价值、资本供求关系和货币时间价值原理加以确定的, 但是对于虚拟经济中股价运动之谜进行解释引发的争论和分歧较大: 基础分析者认为股价最终会产生均值回复行为; 技术分析流派一直将成交量作为价格形态的确认及股价上涨的原动力; 现代组合投资理论将收益率及其波动的方差作为描述投资者选择组合时的两个变量建立了均值-方差模型^[1]; 在推广到多阶段或连续时间的动态定价模型时, 也是以服从维纳过程的随机运动作为分析的前提, 得到了类似的结果^[2]。这些理论都没有将金融资产的成交量放在一个比较重要的地位。事实上, 金融产品的供给和需求是通过交易实现的, 价格只是引导交易从而实现资源配置的信号之一, 交易是一个动态的过程, 投资者作为金融产品的需求者与供给者, 通过成交量的调整来表达对价格水平的意见。供求价格形成时的量提供了价格序列所不能提供的信息, 近年来许多学者从市场微观结构、信息不对称等多个角度进行研究, 结果也证明了这一点^[3-9]。但对它们相互作用的机理方面研究较少, 国内的研究也侧重在用统计方法对股价变动和交易量关

系的实证上^[10,11]。实际上, 在非理性的噪声预期模型中前人已经证明, 成交量与股价变动的绝对值正相关^[3,4], 也就是说, 成交量的增加会引起价格的波动的增大, 按均值-方差模型框架的定义, 也就是增大了风险, 这样就需要风险的溢价增加, 但这究竟是使有效边界上向右上方移动还是由于成交量作为反映外界冲击变量的一个信号, 从根本上改变了有效边界, 这是一个值得研究的问题。本文对此作了探索性的研究和实证检验, 判断成交量是否对有效边界有影响, 将交易量问题与资产组合问题紧密地结合起来, 研究金融市场的客观特性

1 理论基础

对于连续时间的优化问题, 一般采用动态规划来处理^[14,15]。动态规划处理过程对于解决不确定性的金融理论问题有很大优越性。现假设 $U[W(T), T]$ 表示投资者关于期终资产的效用, 在时刻 t , 资产 $W(t)$ 投资于权重为 $x_i(t)$ 的证券组合上。假定市场上有 1 种无风险证券和 n 种风险证券, 其在 t 时刻的价格为 $p_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, n$, 价格过程满足随机微分方程

$$dp_0(t) = rp_0(t)dt \quad (1)$$

收稿日期: 2001-07-11; 修订日期: 2001-12-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79870031; 7991076180; 79942015)。

作者简介: 陈收(1956-), 男, 广东龙川人, 博士, 教授, 博士生导师

$$dp_i(t) = p_i(t) [a_i dt + \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} dB_j(t)] \quad (2)$$

式中: $B(t) = (B_1(t), B_2(t), \dots, B_n(t))$ 为 N 维 Brown 运动; 参数 r 为无风险证券收益率; a_i 为证券 i 的期望收益率; σ_{ij} 为第 i 种证券收益率协方差

现建立证券组合投资决策模型 A 为

$$\max E_t\{U[W(T), T]\}$$

s t

$$\begin{cases} W(t + \Delta t) = \\ W(t) \prod_{i=0}^n x_i(t) \{1 + [a_i dt + \\ \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} dB_j(t)]\} \\ x_i = 1 \end{cases} \quad (3)$$

现假设证券的价格受随机变动的成交量的影响, 满足随机微分方程:

$$dp_0(t) = r(t, Q(t)) p_0(t) dt \quad (4)$$

$$dp_i(t) = p_i(t) [a_i [t, Q(t)] dt + \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} [t, Q(t)] dB_j(t)] \quad (5)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

式中: $Q(t)$ 表示 t 时刻成交量 假设它满足随机微分方程

$$dQ(t) = \mu dt + s dB'(t) \quad (6)$$

式中: μ 为成交量均值; s 为成交量变化的标准差; $B'(t)$ 表示一维 Brown 运动; $Q(t)$ 和 $p_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 有如下关系式:

$$\text{cov}_i \left[dQ, \frac{dp_i}{p_i} \right] = \rho_{i,Q} s \sigma_i dt = \sigma_{i,Q} dt \quad (7)$$

假设交易量向市场提供了价格不能包含的信息, 投资者通过交易量进行套利, 成交量成为影响股价波动和投资者效用的因素, 则模型 A 转化为模型 B:

$$\max E_t\{U[W(T), Q(T), T]\}$$

s t

$$\begin{cases} W(t + \Delta t) = W(t) \prod_{i=0}^n x_i(t) \{1 + \{a_i [t, Q(t)] dt + \\ \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} [t, Q(t)] dB_j(t)\} \\ x_i = 1 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $E_t[\cdot]$ 表示到 t 时刻为止已知信息条件下的条件期望

对模型 B 求解得最优解为

$$X^* = - \frac{F_w}{W F_{ww}} \Sigma^{-1} (a - r1) - \frac{F_{wQ}}{W F_{ww}} \Sigma^{-1} \mathcal{Q}$$

$$X^* = - \frac{F_w}{W F_{ww}} \sum_{i=1}^n V_{ij} (a_i - r) - \frac{F_{wQ}}{W F_{ww}} \sum_{j=1}^n V_{ij} \sigma_{jQ} \quad (9)$$

式中: Σ 是收益率的协方差矩阵; V_{ij} 是 Σ^{-1} 的元素; $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$; $\mathcal{Q} = (\sigma_{1Q}, \sigma_{2Q}, \dots, \sigma_{nQ})$; F 表示值函数 $\max E_t\{U[W(T), Q(T), T]\}$.

如果定义 $D = \left[- \frac{F_w}{W F_{ww}} \right] 1^T \Sigma^{-1} (a - r1)$ 和

$H = \left[- \frac{F_{wQ}}{W F_{ww}} \right] 1^T \Sigma^{-1} \mathcal{Q}$, 则可将式(9) 写成

$$X^* = D d + H h, \quad d = \frac{\Sigma^{-1} (a - r1)}{1^T \Sigma^{-1} (a - r1)}$$

$$h = \frac{\Sigma^{-1} \mathcal{Q}}{1^T \Sigma^{-1} \mathcal{Q}} \quad (10)$$

d 和 h 独立于个人偏好, 且 $1^T d = 1^T h = 1$.

所以投资者 k 对风险资产的需求方程由式(10) 得

$$X^k = D^k d + H^k h \quad (11)$$

定义 1 如果市场上有 k 位投资者, 且在某一时刻, 第 k 位投资者有第 i 种资产的数量为 N_i^k , 若记

$$\omega^k = \frac{\sum_{i=1}^n N_i^k p_i}{\sum_{i=1}^n N_i^k p_i} \quad (12)$$

则称 $\omega^k = (\omega_1^k, \omega_2^k, \dots, \omega_n^k)$ 为这一时刻的投资者市场资产组合

通过乘以 W^k 取式(11) 关于资产比例系数的加权平均, 相加并除以 $\sum_k W^k$ 得出市场资产组合权重

$$m = (\sum_k W^k)^{-1} (\sum_k X^k W^k) =$$

$$(\sum_k W^k)^{-1} [d \sum_k D^k W^k + h \sum_k H^k W^k] =$$

$$d D^m + h H^m \quad (13)$$

因此可将个人对风险资产的需求方程写为

$$X^k = \left[\frac{D^k}{D^m} \right] m + \left(H^k - \frac{H^m D^k}{D^m} \right) h \quad (14)$$

也就是说, 考虑成交量这个随机变量后, 投资者就象持有有一个风险资产和一个无风险资产来调节资产组合风险一样, 持有两个风险资产组合 d 和 h 来调整收益 当成交量增加时, 虽不增加资本数量, 但原市场组合进行了重新配比, 改变了原市

场组合中各风险资产的权重,实质上根据式(14)新的证券组合看成了由原市场风险资产组合 m 和一个套利的风险资产组合 h 两部分组成,其新有效边界解析式可以推导如下:

对于包含两种风险资产的资产组合 P , 它的期望收益和标准差为

$$E(r_p) = \omega_m E(r_m) + \omega_h E(r_h) \quad (15)$$

$$\sigma_p = [\omega_m^2 \sigma_m^2 + \omega_h^2 \sigma_h^2 + 2\omega_m \omega_h \text{cov}(r_m, r_h)]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$\omega_h = \frac{[E(r_m) - r_f] \sigma_h^2 - [E(r_h) - r_f] \text{cov}(r_m, r_h)}{[E(r_m) - r_f] \sigma_h^2 + [E(r_h) - r_f] \sigma_m^2 - [E(r_m) - r_f + E(r_h) - r_f] \text{cov}(r_m, r_h)} \quad (18)$$

$$\omega_m = 1 - \omega_h \quad (19)$$

将式(18)、(19)代入式(15)、(16)可得新有效边界解析式为

$$r_p = r_f + \beta_p (r_m - r_f) + e_p + \alpha_p \quad (20)$$

式中: α_p 为超额回报; e_p 为随机扰动项

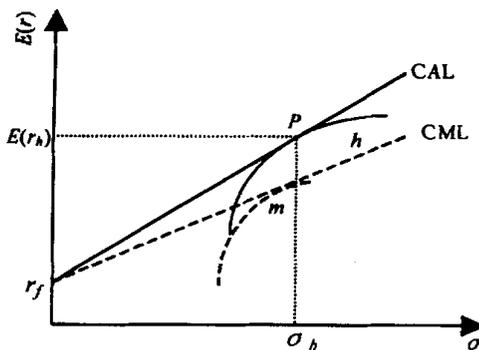


图 1 原组合与套利组合的优化过程

从图 1 可以得出两条有效边界的关系 图 1 中表示的是原证券组合和套利风险资产的优化过程 虚线有效边界表示原证券组合的集合 根据定义,考虑无风险资产后原有效边界为过无风险资产点且与原有效边界相切的直线,即资本市场线(CML).

为了从图 1 上把 h 的位置找出来,需要知道它的预期回报率与标准差 它的标准差为

$$\sigma_h = [\beta_h^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_h)]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

如果组合 h 存在,从图形上说,它一定位于资本市场线(CML)的上方,有正数的超额回报 α_h ,因为增加 h 组合是预期有利可图的,否则就没有必要进行套利活动 其预期回报率为

$$E(r_h) = \alpha_h + r_f + \beta_h [E(r_m) - r_f] \quad (22)$$

根据式(3),得到最佳风险资产组合 P 就是资

考虑无风险资产 r_f , 则最优风险资产组合满足下列规划问题:

$$\max S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (17)$$

$$\text{s t } \omega_m + \omega_h = 1$$

在共有两种风险资产的情况下,最优风险资产组合 P 的权重解可表示为

本配置线(CAL)与新有效边界的切点 从图 1 可以发现,成交量增加后,原来的有效边界就不再是“有效”的了,新的有效边界在它的右上方

2 初步实证分析

2.1 样本的确定

深证成分指数由 40 支成分股构成,其行业遍及工业、地产、金融、商业、公用事业和高科技产业,是一支有代表性的股价指数 为了使实证结果具有代表意义,选择深证成分指数的部分成分股来进行实证分析

根据 Fisher 和 Lorie 的研究,投资组合的风险会随着成分股数的增加而减少,但是标准差的显著降低发生在投资组合中成分股票数达到 16 支或 32 支之前^[12],因此本文选择深证成分指数的 15 支成分股,分别是:奥美雅、苏常柴、一汽轿车、深宝安、猴王、皖电力、唐钢股份、深康佳、深南玻、鄂武商、小天鹅、奥电力、武凤凰、深科技及西安民生,涉及工业、地产、商业、公用事业及高科技等多个行业,具有一定代表性

2.2 实证方法

要使实证结果具有统计意义,数据样本容量应足够大,但引入成交量后,组合应有可比性,数据采集必须在同一周期内,根据波浪理论深圳股市从 1997 年 7 月 19 日开始一轮新的周期,而且,根据 Jackwerth 实证研究发现日收益率不近似服从对数正态分布^[13],另外周 K 线比月 K 线更能反映股价趋势 因此,本文选取深证成分指数 15 支

成分股从 1997 年 7 月 19 日到 2000 年 3 月 17 日 143 周的周收盘价, 共计 2 175 个数据作为采样数据。为保持数据的连贯性和前后一致性, 对在采样区间已除权的股票, 本文根据其送配方案进行了复权。

先计算出深成指 15 种成分股从 1997 年 7 月 19 日到 2000 年 3 月 17 日这一连续时间的周收益率为

$$R_{it} = (P_{it} - P_{it-1}) / P_{it-1} \quad (23)$$

式中: R_{it} 表示第 i 种股票第 t 周的收益率; P_{it} 表示第 i 种股票第 t 周的收盘价。

在样本区间内, 计算出深圳证券交易所周成交量, 其中逢年过节休息不足 5 天交易的周成交量根据日平均成交量补足。考虑到需要一定样本容量才能保证协方差矩阵的稳定, 故仅把 143 周数据分成 5 段, 按均值 - 方差模型计算组合投资

有效边界, 亦即, 算出这 5 个时间段的相同证券组合的有效边界

$$\sigma^2 = \frac{1}{ac - b^2} (c\bar{R}^2 - 2b\bar{R} + a) \quad (24)$$

式中: σ^2 为证券收益最小风险 (方差); \bar{R} 为组合证券期望收益率; $a = R^T \Sigma^{-1} R$; $b = R^T \Sigma^{-1} F$; $c = F^T \Sigma^{-1} F$; $R = [R_1, R_2, \dots, R_n]^T$ 为 n 种证券的期望收益率向量; Σ 为协方差矩阵; $F = [1, 1, \dots, 1]^T$ 为 n 维向量。

为简化分析, 本文使用允许卖空证券组合有效边界解析表达式 (即式 (24)) 进行有效边界比较, 这并不影响实证分析结果正确性。

2.3 实证分析结果

根据式 (23) 算出 $a' = \frac{a}{ac - b^2}$, $b' = \frac{b}{ac - b^2}$, $c' = \frac{c}{ac - b^2}$, 如表 1 所示

表 1 5 个时间段有效边界各参数及平均成交量

时间段	a	b	c	周平均成交量 (亿元)
1: (1997. 10. 31 ~ 1998. 4. 30)	1. 093 631	- 0. 010 87	0. 000 426	226
2: (1998. 4. 30 ~ 1998. 10. 23)	2. 481 635	- 0. 020 698	0. 000 331	233
3: (1998. 10. 23 ~ 1999. 4. 30)	1. 939 774	0. 000 51	0. 000 268	168
4: (1999. 4. 30 ~ 1999. 10. 22)	0. 632 296	- 0. 026 54	0. 000 521	453
5: (1999. 10. 22 ~ 2000. 3. 17.)	0. 855 618	- 0. 007 656	0. 000 383	483

所以各时间段组合的有效边界表达式如下:

时间段 1: $\sigma^2 = 1. 093 631 \bar{R}^2 + 2 \times 0. 010 87 \bar{R} + 0. 000 426$

时间段 2: $\sigma^2 = 2. 481 635 \bar{R}^2 + 2 \times 0. 020 698 \bar{R} + 0. 000 331$

时间段 3: $\sigma^2 = 1. 939 774 \bar{R}^2 - 2 \times 0. 000 51 \bar{R} + 0. 000 268$

时间段 4: $\sigma^2 = 0. 632 296 \bar{R}^2 + 2 \times 0. 026 54 \bar{R} + 0. 000 521$

时间段 5: $\sigma^2 = 0. 855 618 \bar{R}^2 + 2 \times 0. 007 656 \bar{R} + 0. 000 383$

根据函数关系式, 画出各自的证券组合有效边界, 见图 2。图 2 中从左至右, 依次为时间段 4, 时间段 5, 时间段 1, 时间段 3, 时间段 2 组合的有效边界。

3 初步研究结论

根据以上数据及图形, 按成交量将这 5 段数据归为两组, 周成交量超过 400 亿元的时间段 4、5 为 1 组, 周成交量在 200 亿元左右的时间段 1、2、3 为 1 组, 组与组之间成交量相差较大, 但每 1 组内的成交量变化不很明显。可以发现, 成交量较大时的时间段 4、5 的有效边界位于成交量较小时的时间段 1、2、3 的有效边界上方。但是在组内这个结论似乎不明显, 可能是因为成交量的差异较小, 而影响价格的因素十分复杂, 因此不能有十分明显的结果。另外, 中国证券市场规模小, 当大盘指数上扬时, 绝大部分证券都会不同程度的同步上涨, 反之就会同步下降, 但是不同证券上涨、下降幅度不会一致。而在实证中, 没有考虑到此因素, 这也

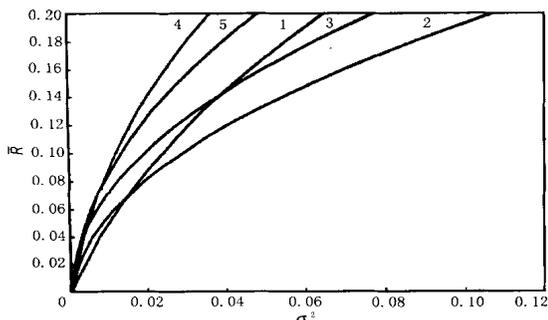


图 2 证券组合的 $\bar{R}-\sigma^2$ 坐标图

会对有效边界的位置产生较大影响 根据实证结果, 说明了中国证券市场在一定时期的有效边界是稳定的, 但在成交量出现明显变化时会发生结

构性调整, 导致有效边界发生移动, 这时投资者就需要进行组合调整, 并相应地对绩效评价进行修正, 这是值得深入研究的问题

参 考 文 献:

- [1] Sharpe W F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk[J]. Journal of Finance, 1964, 19(9): 425- 442
- [2] Merton R. An intertemporal capital asset pricing model[J]. Econometrica, 1973, 41: 767- 888
- [3] Blume L E, Easley D, O'Hara M. Market statistics and technical analysis, the role of volume[J]. Journal of Finance, 1994, 49: 153- 182
- [4] Wang J. A model of competitive stock trading volume[J]. Journal of Political Economy, 1994, 102: 127- 168
- [5] Epps W, Epps M. The stochastic dependence of security price changes and transaction volumes: Implications for the mixture of distribution hypothesis[J]. Econometrica, 1976, 44: 305- 321
- [6] Huffman G W. A dynamic equilibrium model of asset prices and transaction volume[J]. Journal of Political Economy, 1987, 95: 138- 159
- [7] Karpoff J M. A theory of trading volume[J]. Journal of Finance, 1986, December: 1069- 1087
- [8] Wood R A, McInish T H, Ord K. An investigation of transactions data for NYSE stocks[J]. Journal of Finance, 1985, July: 723- 741
- [9] Admati A, Pfleiderer P. A theory of intraday patterns: Volume and price variability[J]. Review of Financial Study, 1988, 1: 2- 40
- [10] 陈怡玲, 宋逢明. 中国股市价格变动与交易量关系的实证研究[J]. 管理科学学报, 2000, 3(2): 62- 68
- [11] 王军波, 邓述慧. 利率, 成交量对股价波动的影响——GARCH 修正模型的应用[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 9: 49- 57
- [12] Fisher L, Lorie James H. Some studies of variability of returns on investment in common stocks[J]. Journal of Business, 1970, (4): 99- 134
- [13] Jackwerth J. Do we live in a lognormal world[R]. Finance working paper, London Business School, 1997
- [14] 叶中行, 林建忠. 数理金融[M]. 北京: 科学出版社, 1998
- [15] 龚光鲁. 随机微分方程引论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1997

Trade volume's impact on efficient frontier of portfolio selection

CHEN Shou, YANG Kuan, LIAO Yi, LEI Hui

College of Business Management, Hunan University, Changsha 410082, China

Abstract By introducing trade volume to portfolio selection model, this paper obtains an analytic formula of a new efficient frontier. It proves the relation between new efficient frontier and efficient frontier neglecting trade volume, and makes an analysis with substantial evidence through the data of Shenzhen Stock Market and verifies this relation preliminarily.

Key words trade volume; portfolio selection; efficient frontier