

阶段性投资最优比例问题的实物期权方法

李洪江¹, 曲晓飞¹, 冯敬海²

(1. 大连理工大学管理学院系统工程研究所, 大连 116024; 2. 大连理工大学数学系, 大连 116024)

摘要:以研发成功的初创企业为例, 针对两阶段投资决策问题, 描述了柔性决策所具有的实物期权思想, 根据相应的投资准则得到项目决策的执行概率, 再结合项目收益过程的分析, 建立起包括决策柔性价值在内的项目总价值的数学模型. 在此基础上可以分析投资比例对项目价值的影响, 并得到最优值. 文章结合案例进行了数值计算, 并对结果做了分析.

关键词:阶段性投资; 最优比例; 实物期权; 不确定性

中图分类号: F830.59

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2003)01-0020-07

0 引言

通常, 不确定性投资是阶段性投资. 初创企业在发展的不同阶段, 对资金的需求数量和用途有所不同. 由于风险资本有高回报率的压力, 在使用上要合理配置, 既不能在项目启动时一次性全部投入, 也不能在急需追加投资时犹豫不决. 当然, 在企业经营前景不好时要终止进一步投资, 甚至放弃继续经营, 同时尽可能地收回初始投资. 在这种情况下, 投资分析应该考虑决策柔性的价值, 而不是机械地采取“要么现在就投资, 要么永远也不投资”的做法. 传统的 DCF 方法隐含了两种假设: (1) 后续阶段的项目投资必然发生; (2) 所有投资都是完全可逆的^[1]. 这种机械的假设在用于未来信息不明的风险项目投资决策分析时, 显然是不符合实际的.

实物期权方法由于考虑到管理柔性的价值, 因此适于分析不确定投资决策问题. 著名的先导性工作是由 Brennan 和 Schwartz 在铜价不确定的情况下对铜矿经营柔性的研究^[2]. 当企业获得投资于某个项目的机会时, 通常会在各种限制条件下尽最大努力地寻求最优投资策略. Dixit 和 Pindyck 类比了投资机会与美式看涨期权的相同之处, 指出不确定性极

大地影响着投资行为, 期权定价方法可以用于估价投资决策柔性, 研究了确定不可逆情况下最优投资时间的方法^[3]. Dantl Thomas 不仅研究了需求不确定时不可逆投资的最优投资时间, 还研究了最优投资规模问题^[4]. 该文运用动态规划手段分析了不确定性对项目投资规模的影响. Pennings 和 Lint 考虑了一种包含多个期权的复杂决策问题, 投资过程不仅包含扩张型期权, 还包含放弃回收残值型期权^[5]. 该文将投资决策时间看作确定值, 直接运用欧式期权定价公式, 运用多目标规划方法计算投资时间和规模的最优值. Ottoo 针对初创企业研发与商业化的两阶段投资问题, 描述了前期 R&D 成功时间的概率分布, 再以该时刻均值为到期日构造商业化投资的成长期权, 并运用欧式期权定价公式估算成长机会的价值^[6].

国内有许多学者在实物期权研究领域做出重要工作. 例如, 宋逢明在大力推介期权定价理论的同时, 指出该理论在公司理财领域里具有广泛的应用前景^[7]. 范龙振和唐国兴持续研究了在标的资产服从多种随机过程的假设下, 项目投资机会的实物期权特征对决策的影响^[8,9]. 由于存在市场参与者相互作用的复杂性, 当前实物期权研究的热点是期权博弈方法, 安琪晖和张维对此做了

收稿日期: 2002-02-15; 修订日期: 2002-11-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70142008); 加拿大国际开发署(CIDA)中-加大学与产业合作项目(CCUIPP).

作者简介: 李洪江(1973-), 男, 河北人, 博士生.

系统的分析与归纳^[10].

受前人研究成果的启发,并且基于适当的假设,本文研究一种商业化启动和规模扩张的两阶段投资决策的最优比例问题.后文首先对该问题尤其是投资准则做了概念描述,再运用数理模型表达依赖于执行概率的决策柔性的价值,最后以投资总额为约束,以项目总价值为优化目标对投资的最优比例进行数值求解.

1 问题描述

考虑一个在高技术产品市场上激烈竞争的企业,其产品已经试生产成功,通过相关技术鉴定,获得有关许可证,准备大规模投放市场.企业估计到该产品的市场容量,进而确定相应的生产营销投资额.获得融资之后,考虑到不确定性因素的影响,企业通常会分阶段投放资金.为简化问题,不妨设企业分两个阶段进行投资,前期为项目启动投资,用于新产品投放市场时的商业化启动;后期称作项目扩张投资,用于企业扩张至最大的生产规模.

假设企业为价格接受者,其投资行为不会改变产品的价格,而市场也不存在价格垄断. Kester 的研究指出,在高度竞争的市场环境下,推迟并等待投资的价值很小^[11].因此,通常情况下启动投资是应该立即进行的.通过启动投资后一段时间的生产销售经营,企业能够积累信息,对未来的投资回报有较清晰的认识.这样就存在某一时间点供企业制定未来的发展方向.此时的企业可以在以下两种方案中酌情选一:一是认为继续经营有利可图,应该进一步追加投资;二是对前景看淡,不再追加投资,而且要放弃经营,尽可能收回启动投资.此处忽略不扩张却维持启动投资继续经营的情况.这样在决策过程中就构成了两个期权:前者是支付扩张投资购买后期的扩张投资收益,为扩张投资型实物期权,类似于欧式看涨期权,在后期的扩张投资收益大于扩张投资价值时执行;后者是放弃启动投资在后期的收益,收回启动投资,这是放弃并回收残值型实物期权,类似于欧式看跌期权,在可回收的启动投资价值大于启动投资在后期的收益时执行.该时间点即是这两个期权的到期日.在该决策时间点,企业要么满足执行看涨期权的条件,要么满足执行看跌期权的条件.当

扩张投资收益大于扩张投资价值时,启动投资的后期收益(继续经营的价值)也应该大于启动投资的可回收价值.同理,当扩张投资收益小于扩张投资价值时,启动投资的后期收益(继续经营的价值)也应该小于启动投资的可回收价值.因此执行看涨和看跌期权的概率和为1.这两个期权的价值就是决策柔性所蕴涵的价值,再加上前期启动投资带来的相应净收益,就构成了企业进行阶段性投资决策所蕴涵的价值.扣除融资成本之后,得到相应价值的净值.通过约束投资总额可以得到最优投资比例.

2 数理建模

为简化问题,忽略建设期,认为投资后即可投产销售,并产生回报.又因为初创企业规模相对较小,经营比较灵活,能够做到以销定产和生产无滞后,这样就不积压库存,可以认为产量与销量相等.

2.1 决策时间的确定

设前期的启动投资比例为 x , $0 < x < 1$, 则后期的扩张投资比例为 $1 - x$. 一般说来,增大前期的资金投入会有助于进一步完善技术,改进产品,拓展营销渠道,增强竞争能力,促使经营业绩尽快凸现,从而积累更多信息,使企业能够提早决策未来的发展.因此决策时间依赖于前期的投资比例 x . 由于受企业经营业绩、市场竞争等诸多因素的影响,企业未来进行扩张投资的时间是不确定的.在通常情况下,企业决策的时间 (x) 应该服从某种概率分布.本文仿效 Ottoo 的研究采用指数分布进行描述^[6], 参数设为 x 的函数 $f(x)$, 则到达决策点的平均时间为 $\frac{1}{f(x)}$. 由前面的分析知, (x) 随着 x 的增大而减小,即 $f(x)$ 应为 x 的增函数.不妨假设 $f(x) = bx$, 参数 b 表示到达企业扩张投资决策时刻的速度, $b > 0$.

2.2 收益过程和销量过程

设 R_t 为 t 时刻产品单位利润, m_t 为瞬时销售量, p_t 为 t 时刻产品单位价格, C 为产品边际成本, n 为项目最大规模,则有 $R_t = p_t - C$. Dangi 的研究指出,当总投资额固定时,项目具有某种最大的实施规模,可以认为产品边际成本 C 是恒定不变的,即 C 只是项目规模 n 的函数,而与产销量 m_t

无关, 即 $C = C(n)^{[4]}$. 已知 McDonald 与 Siegel^[12]、Dixit 与 Pindyck^[3] 的研究把产品单位价格路径假设为几何布朗运动, 即

$$dp_t = p_t \mu_p dt + p_t \sigma_p dW_p(t) \quad (1)$$

在 Pennings 和 Lint 的研究中, 产品的销量、价格及其单位利润被假设为服从相同的扩散过程^[5], 本文也假设产品瞬时销量和单位利润的路径表现为几何布朗运动. 于是有

$$dm_t = m_t \mu_m dt + m_t \sigma_m dW_m(t) \quad (2)$$

$$dR_t = R_t \mu_R dt + R_t \sigma_R dW_R(t) \quad (3)$$

在式(1)、(2)、(3)中, μ_p 、 μ_m 、 μ_R 与 σ_p 、 σ_m 、 σ_R 分别是产品价格、销量与单位利润的预期增长率和波动率. 这些参数可以通过市场测试获得数据, 再运用计量经济手段估算, 同时还应该参考行业标准. Urban 和 Hauser 利用 3 个月的数据估计出相应的增长率和波动率^[13]. 对于高技术初创企业来说, 其产品价格长期看来呈下降趋势, 相应的单位利润也呈下降趋势, 而销量则呈快速增长的趋势.

通常, 企业的启动投资额影响着产品的初始产销量, 启动投资额越大, 相应的初始产销量越大, 二者大致成比例. 若用 m_0 表示启动投资比例为 1 时的初始销量, 则启动投资比例为 x 时, m_t 的初值表示为 xm_0 .

新产品在激烈竞争的市场中表现是不确定的, 主要体现在产品单位利润和销量的波动上. 用维纳过程 $W_R(t)$ 表示影响产品单位利润的风险因素, 维纳过程 $W_m(t)$ 表示影响瞬时销售量的风险因素. 通常情况下这两个因素是相关的, 相关系数为 ρ , 即 $E(W_R(t)W_m(t)) = \rho t$. Tellis 的实证研究表明, 销量的增长与价格的降低通常是一致的^[14], 而产品成本又相对恒定, 因此销量与单位利润的相关性通常为负, 即 $\rho < 0$.

设 y_t 为瞬时收益现金流, 则有 $y_t = R_t m_t$, 由 Ito 定理可以得到 y_t 服从几何布朗运动.

$$dy_t = y_t \mu_y dt + y_t \sigma_y dW(t) \quad (4)$$

式中

$$\mu_y = \mu_R + \mu_m + \rho \mu_R \mu_m$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_R^2 + \sigma_m^2 + 2\rho \sigma_R \sigma_m$$

$$W(t) = \frac{R W_1(t) + m W_2(t)}{\sqrt{\frac{2}{R} + \frac{2}{m} + 2\rho \sigma_R \sigma_m}}$$

其中: μ_y 为 y_t 的预期增长率, σ_y 为 y_t 的波动率,

$W(t)$ 为标准维纳过程. y_t 综合反映了产品单位利润 R_t 和瞬时销售量 m_t 的增长趋势及不确定性, 而 $W(t)$ 综合体现了企业所面临的市场风险.

2.3 收益函数

已知扩张投资决策将在时刻 (x) 做出, 则后期的扩张投资收益折现值 $V_2(t)$ 为

$$V_2(t) = E \left[\int_t^{\infty} e^{-\mu y s} y_s ds \mid \mathbf{F}_t \right], t \quad (x) \quad (5)$$

其中: μ 为企业个别折现率, 由于企业不可能具有无限的预期收益, 即 $V_2(t)$ 不可能为无穷大, 因此 $\mu > \mu_y$. 经计算可得

$$V_2(t) = \frac{y_t}{\mu - \mu_y} e^{-\mu t}, t \quad (x) \quad (6)$$

由 Ito 公式可以得到

$$dV_2(t) = \mu_y V_2 dt + \sigma_y V_2 dW_t, t \quad (x) \quad (7)$$

式中

$$\mu_y = \mu - \mu_y, \frac{\sigma_y}{V} = \frac{\sigma_y}{y} = \frac{\sigma_R}{R} + \frac{\sigma_m}{m} + 2\rho \sigma_R \sigma_m$$

上式说明收益折现值 $V_2(t)$ 服从几何布朗运动, 其中, μ_y 为 $V_2(t)$ 的预期增长率, σ_y 为 $V_2(t)$ 的波动率. 由于 $\mu_y = \mu - \mu_y < 0$, 可知 $V_2(t)$ 的均值为时间 t 的减函数, 也就是说, 从长期看来企业预期收益呈递减趋势, 贴近时间轴形成一个长长的拖尾.

类似地, 启动投资的收益折现值 $V_1(x)$ 为

$$V_1(x) = E \int_0^{\infty} e^{-\mu t} y_t dt = \frac{xR_0 m_0}{\mu - \mu_y}$$

在 (x) 之前经营启动投资的收益折现值可表示为

$$V_1(x) \Big|_{t=0}^{(x)} = E \int_0^{(x)} e^{-\mu t} y_t dt = \frac{xR_0 m_0}{\mu - \mu_y} (1 - e^{-(\mu - \mu_y)(x)})$$

相应地, 启动投资在 (x) 之后的收益折现值可表示为

$$V_1(x) \Big|_{t=(x)}^{\infty} = E \int_{(x)}^{\infty} e^{-\mu t} y_t dt = \frac{xR_0 m_0}{\mu - \mu_y} e^{-(\mu - \mu_y)(x)}$$

2.4 期权执行的概率

设总投资为 I , 则前期的启动投资为 xI , 相应的后期扩张投资为 $(1-x)I$.

由于企业在决策时间点只能执行一种方案, 要么继续经营追加投资, 要么放弃经营收回投资,

因此企业的阶段性投资决策所获得的并非两个完整独立的期权,而是执行概率的和为 1 的两个期权.

设 a 为执行看跌期权的概率,由问题描述可知有 $a = P\left\{V_2(x) > (1-x)I\right\}$, 相应的执行看涨期权的概率为 $1-a$. 由式(6)知

$$V_2(x) = (1-x)V_0 \exp\left\{vW\left(x\right) + \left(v - \frac{2}{V}\right)\left(x\right)\right\} \quad (8)$$

所以

$$P\left\{V_2(x) > (1-x)I\right\} = N(d) \quad (9)$$

其中

$$d = \frac{\ln\left(\frac{I}{V_0}\right) + \left(-v + \frac{1}{2}\frac{2}{V}\right)(x)}{v\sqrt{(x)}}$$

$(1-x)V_0$ 是 $V_2(x)$ 在时刻 (x) 的平均值. V_0 可由式(6)得到

$$V_0 = \frac{R_0 m_0}{\mu - y} e^{-(\mu - r - m)(x)} \quad (10)$$

2.5 阶段性投资决策所蕴涵的价值

由于后期扩张投资收益折现值 $V_2(t)$ 服从几何布朗运动,利用 Black-Scholes 定价公式,可以得到看涨期权的价值为

$$F_c = (1-x)V_0 \exp\left(-r(x)\right) N(d_1) - (1-x)I \exp\left(-r(x)\right) N(d_2) \quad (11)$$

其中 $N(\cdot)$ 为累积正态分布函数,回报短缺率类似于金融期权的红利率,其值为 $\mu - v$, r 为无风险利率.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{I}\right) + \left(r - v + \frac{1}{2}\frac{2}{V}\right)(x)}{v\sqrt{(x)}} \\ d_2 = d_1 - v\sqrt{(x)}$$

相应的看跌期权的价值为

$$F_p = xI \exp\left(-r(x)\right) N\left(-d_2 + \frac{\ln\left(\frac{I}{V_0}\right)}{v\sqrt{(x)}}\right) - xV_0 \exp\left(-r(x)\right) N\left(-d_1 + \frac{\ln\left(\frac{I}{V_0}\right)}{v\sqrt{(x)}}\right) \quad (12)$$

式中: α 为启动投资可回收比例,若按线性折旧,有 $\alpha = \frac{T - (x)}{T}$. T 为设备使用寿命,寿命越长,相应的可回收比例越大,越趋近于 1.

由于两个期权只能执行一个,其中执行看跌期权的概率为 a ,执行看涨期权的概率为 $1-a$,则两个期权价值的和为 $F_p + (1-a)F_c$. 启动投资的收益折现值 $V_1(x)$ 表示当进行扩张投资时由启动投资带来的全部收益,那么 $(1-a)V_1(x)$ 表示在执行看涨期权的概率下启动投资带来的相应收益, $V_1(x)/t_0(x)$ 表示在执行看跌期权的概率下启动投资带来的相应收益. 在两种概率下融资成本分别为 $(1-a)I$ 与 xI .

这样,阶段性投资决策所蕴涵的价值净值

$$G(x, (x)) \text{ 可表示为 } \\ G(x, (x)) = (1-a)V_1(x) + V_1(x)/t_0(x) - xI + F_p + (1-a)F_c - (1-a)I - xI \quad (13)$$

式中: α 为融资成本率.

注意到 $G(x, (x))$ 表示的是或有投资在时间 (x) 处决策的项目价值,即 $G(x, (x))$ 是随机变量 (x) 的函数,那么这种阶段性或有投资项目的平均值 $F(x)$ 是 $G(x, (x))$ 关于 (x) 的数学期望:

$$F(x) = EG(x, (x)) \quad (14)$$

上式的具体表达式为

$$F(x) = V_1(x) - (x + \alpha)I - \int_0^{\infty} bxV_1(x) e^{-(\mu - y + bx)s} N(d) ds + \int_0^{\infty} bxI(1-x) e^{-bx s} N(d) ds + \int_0^{\infty} bx e^{-bx s} N(d) F_p ds + \int_0^{\infty} bx e^{-bx s} (1 - N(d)) F_c ds \quad (15)$$

2.6 最优投资比例的确定

最优投资比例 x 是使得 $F(x)$ 取最大值的点,由于上式过于复杂,可以采用数值计算的方法来获取最优投资比例 x ,即对 x 的不同取值,求得相应的 $F(x)$ 值.为了便于计算,本文将 $F(x)$ 分为 7 个小部分进行模拟仿真.详细计算结果见下文.

3 案例计算

考虑一个生物技术启动公司,掌握一种获得

FDA 认证的新药配方,需要投入资金进行商业化生产.考察市场需求后确定投资额度为 100 万美元,分两阶段投入.由于技术风险已经降低,该企业所面临的风险主要来自于市场,主要体现在价格与销量的波动上.

各种变量取值见表 1.

表 1 各种变量取值

变量	符号	数值
无风险利率	r	0.04
等待时间参数	b	1
价格与销量的相关系数		- 0.4
企业个别折现率	μ	0.1
总投资额	I	1×10^6
产品初始单位利润	R_0	20
产品初始销量	m_0	2 000
启动投资可回收比例		1
产品价格增长率	p	- 0.07
产品销量增长率	m	0.16
产品价格波动率	p	0.27
产品销量波动率	m	0.38
总投资的融资成本率		0.08

其它相关变量分别计算如表 2 所示.

表 2 其它相关变量计算

变量	符号	数值
瞬态现金流预期增长率	y	0.048 96
投资收益增长率	v	- 0.051 04
瞬态现金流波动率	y	0.367 7
投资收益波动率	v	0.367 7
回报短缺率		0.151 04

本文对 x 按不同取值求得相应的投资决策所蕴涵的价值 $F(x)$. 数值结果见表 3.

表 3 数值结果

x	$F(x)$	x	$F(x)$
0.01	61 378	0.21	159 871
0.02	125 552	0.22	146 752
0.03	166 967	0.23	133 218
0.04	196 571	0.24	119 315
0.05	217 970	0.25	105 085
0.06	233 106	0.26	90 563

续表 3

x	$F(x)$	x	$F(x)$
0.07	243 291	0.27	75 783
0.08	249 488	0.28	60 774
0.09	252 425	0.29	45 559
0.10	252 664	0.30	30 162
0.11	250 649	0.31	14 604
0.12	246 731	0.32	- 1 098
0.13	241 195	0.33	- 16 927
0.14	234 275	0.34	- 32 869
0.15	226 162	0.35	- 48 910
0.16	217 017	0.36	- 65 039
0.17	206 975	0.37	- 81 244
0.18	196 149	0.38	- 97 516
0.19	184 636	0.39	- 113 845
0.20	172 519	0.40	- 130 225

按表 3 绘出价值 $F(x)$ 的曲线,如图 1 所示.

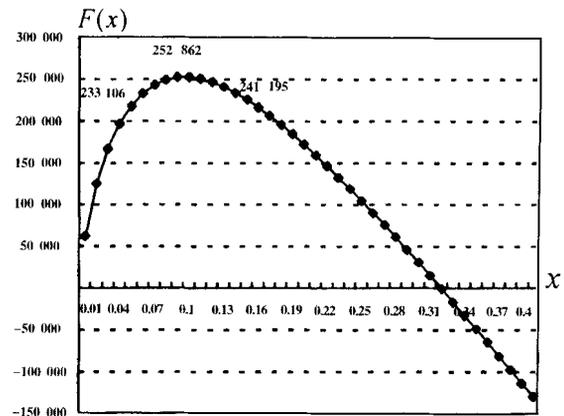


图 1 不同投资比例对项目总价值的影响

当 x 在 0.096 附近的时候, $F(x)$ 取最大值 252 862. 尽管前期投资仅占总投资额的 9.6%, 这种蕴涵决策柔性的阶段性或有投资项目总值却达到了总投资额的 25.3%, 这说明决策柔性所蕴涵的价值是不应被忽视的. 当然如果投资比例 x 取值不当时, 相应的价值变化较大. 在本例中, 当 x 大于 0.32 时, 项目该价值变为负值, 此时情况属于决策失误. 由此可见, 恰当选择投资比例是十分重要的. 当投资比例偏小时, 相应的价值较小甚至为负, 这说明决策者厌恶风险, 在机会的把握上犹豫不决, 容易错过投资良机. 当投资比例偏大时, 相应的价值也较小甚至为负, 这说明决策者喜好风险, 然而一旦前期投资损失过大, 会造成后期投

资收益无法弥补. 因此审时度势, 合理确定投资比例, 是保证投资收益的关键.

相关参数的变化对 $F(x)$ 的影响如表 4 所示.

表 4 相关参数的变化对 $F(x)$ 的影响

变 量	符 号	影 响	说 明
无风险利率	r	+	看跌期权的作用比看涨期权大
等待时间参数	b	先 +, 然后 -	$F(x)$ 在 $b = 3$ 时最大
价格和销量的相关系数		+	由于 ρ 是负值, $F(x)$ 随着 ρ 增长
企业个别折现率	μ	-	
总投资额	I	先 +, 然后 -	$F(x)$ 在 $I = 0.8m$ 时最大
产品初始单位收益	R_0	+	
产品初始销量	m_0	+	
价格预期增长率	p	+	由于 p 是负值, $F(x)$ 随着 p 增长
销量预期增长率	m	+	
价格波动率	σ_p	先 -, 然后 +	$F(x)$ 在 $\sigma_p = 0.45$ 时最小
销量波动率	σ_m	先 -, 然后 +	$F(x)$ 在 $\sigma_m = 0.4$ 时最小
融资成本率		-	

注: 在一个变量增加时, 表 1 中其它变量维持不变. (尤其是, $x = 0.096$), $F(x)$ 可能增长(+), 减小(-).

由表 4 可知, $F(x)$ 随着无风险利率、价格和销量的相关系数、产品初始单位收益和销量、价格和销量的预期增长率的增加而增大, 随着企业个别折现率和融资成本率的增加而减小. $F(x)$ 等待时间参数、总投资额、价格和销量的波动率取适当值时有最大或最小值.

4 结 论

本文的分析结果表明, 正确估计投资决策柔性的价值是十分重要的, 而最优投资比例的确定

又是保证实现柔性价值的关键所在. 由案例的计算结果可知, 存在最优的投资比例使得包括决策柔性价值在内的项目总价值最高, 不仅存在投资不足而产生低回报的情况, 还存在过度投资后效率反而降低的情况, 因此资金的优化配置可以避免低回报和资金浪费. 本文提出的实物期权方法主要针对两阶段投资决策问题, 估算企业在面临市场风险情况下的决策柔性价值及相应的最优投资比例. 在相关的变量能够正确估计的情况下, 该方法能够为阶段性投资决策提供较好的支持. 然而实际问题可能是多阶段的, 相对复杂的, 需要考虑更多因素, 这些问题有待于进一步深入研究.

参 考 文 献:

- [1] 宋逢明. 金融工程原理: 无套利均衡分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999
- [2] Brennan M, Schwartz. Evaluation natural resource investment[J]. Journal of Business, 1985, 58 (2) : 135—157
- [3] Dixit A, Pindyck R. Investment under Uncertainty [M]. Princeton: Princeton University Press, 1994
- [4] Dangl Thomas. Investment and capacity choice under uncertain demand [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 117:415—428
- [5] Pennings E, Lint O. Market entry, phased rollout or abandonment? A real option approach [J]. European Journal of Operational Research, 2000, 124:115—138
- [6] Ottoo Richard. Valuation of internal growth opportunities: The case of a biotechnology company [J]. The Quarterly Review of Economics and Finance, 1998, Special issue, 38:537—567
- [7] 宋逢明. 期权定价理论和 1997 年度的诺贝尔经济学奖[J]. 管理科学学报, 1998, 1 (2) : 6—10
- [8] 范龙振, 唐国兴. 投资机会的价值与投资决策——几何布朗运动模型[J]. 系统工程学报, 1998, 13 (3) : 8—12
- [9] 范龙振, 唐国兴. 项目价值的期权评价方法[J]. 系统工程学报, 2001, 16 (1) : 17—22

- [10] 安瑛晖, 张 维. 期权博弈理论的方法模型分析与发展[J]. 管理科学学报, 2001, 4(1): 38—44
- [11] Kester W C. Today 's options for tomorrow 's growth [J]. Harvard Business Review, 1984, March-April: 153—160
- [12] McDonald R, Siegel D. Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down [J]. International Economic Review, 1985, June: 331—349
- [13] Urban G, Hauser J. Design and Marketing New Products [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993
- [14] Tellis G. The price sensitivity of selective demand: A meta-analysis of econometric models of sales [J]. Journal of Marketing Research, 1988, 25(4): 391—404

Definition of optimal proportion of phased investment :

Real options approach

LI Hong-jiang, QU Xiao-fei, FENG Jing-hai

Dalian University of Technology, Dalian 116024, China

Abstract : This paper focuses on the two-stage investment problems of venture firms with successful R&D. Firstly, the two real options are identified with the help of real options thinking. After that, based on the analysis of profit function, stochastic models are proposed to describe the uncertainties inherent in markets. Then the value function of decision-making flexibility is derived as well as the vital executable probability of the two real options. Finally, numerical techniques are employed to calculate the optimal proportions of a case and the influence of investment proportions upon the flexibility value is also analyzed.

Key words : phased investments; optimal proportion; real options and uncertainty