多品种集约生产计划问题的模糊方法①

唐加福, 汪定伟, 许宝栋
(东北大学系统工程研究所, 沈阳 110004)

摘要:提出具有模糊需求量和模糊能力约束以及资本水平约束的多品种类集约生产计划问题的模糊优化模型及模糊解方法. 通过对模糊需求量和模糊等式的描述,提出了模糊需求环境下生产 - 库存平衡方程的两种等价的描述方法, 并给出了模糊等式的实用解释. 建立了具有模糊需求量和模糊能力约束集约生产计划问题的优化模型 FMAPP,并给出了求解模型的参数规划方法.

关键词:集约生产计划; 模糊需求量; 模糊建模; 模糊解; 参数规划
中图分类号:O22　　文献标识码:A　　文章编号:1007 - 9807(2003)01 - 0044 - 07

0 引　言

集约生产计划(aggregate production planning, APP)[1～3]是针对产品类层次的生产计划方法. 在一个中长期的计划期间, 确定生产、库存和劳动力水平,以最小的费用,满足不断变化的用户需求. 集约生产计划是生产管理系统中重要的上层计划活动,其它层次和各种形式的分解计划,包括主生产计划、能力计划、物料需求计划、批量(lot size)计划等都依赖于 APP 计划. 当前处理 APP 问题的方法以确定型优化方法[2,4]和随机规划方法[5,6]为主. 尽管随机模型能够较好地处理生产系统中的一些非确定性,但仅限于已知随机分布的情形,特别是具有某种频率特性的非确定性. 随机规划得到的解只能提供一定的分布函数,在实际生产决策中有一定的局限性. 由于集约生产计划问题常常需要处理一些非频率特性的非确定性,如模糊需求量,弹性的生产能力, 非精确的加工时间等,有必要借助于模糊集理论[8]和模糊优化的方法来描述和处理模糊环境下的生产和库存计划问题[3,7,9～11]. 本文借助于模糊优化方法考虑具有模糊需求量和模糊能力约束的多产品类集约生产计划问题的模糊优化模型.

1 模糊集约生产计划模型

某企业在生产计划期 T(如12个月) 内生产 n 种不同类型的产品满足市场需求, 假定每个时期 t 市场对产品类 i $(i = 1,2,\cdots,n)$ 的需求量是 d_{it}. 一般地,生产能力包括资本水平和劳动力水平. 假设每个时期的可用劳动力水平为 w_t. 每个时期的计划可用资本水平为 c_t. 仓库的容量为 K(有限常数), 产品类 i 的初始库存和缺货量分别为 I_{i0} 和 B_{i0}, 产品 i 的单位库存和缺货费用分别为 h_i 和 b_i. 假定时期 t 内生产产品 i 的单位劳动力费用和单位生产费用(包括直接费用和物料费用) 分别为 v_{it} 和 u_{it}, 生产单位产品 i 需要的生产能力 q_i, 单位劳动力的可用生产能力系数为 δ. 第 t 时期产品类 i 的生产量、劳动力水平分别用 x_{it}, y_{it} 表示, 期末库存水平和缺货量分别用 I_{it} 和 B_{it} 表示. 问题的目标是在能力约束的条件下, 如何确定每个时期的生产水平、劳动力水平、库存水平和缺货水平,使总费用最小或利润最大.

一般来说, 生产实际中的市场需求量 d_{it} 通

① 收稿日期:2001 - 09 - 29;修订日期:2002 - 09 - 11.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70002009);国家教育部留学归国基金资助项目; 辽宁省博士启动基金资助项目(2001102022).
作者简介:唐加福(1965 —),男,博士,教授.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

过预测和估计确定, 而预测常常是不精确的, 同时由于季节的变化, 每个时期的需求量可能具有很大差别. 根据以往的经验, 可能是:1) 按某种分布的随机数,如 Gaussian 分布;2) 非精确的模糊数;3) 区间数. 本文假定需求量是非精确的模糊数, 用 $\tilde{d}_{it}$ 表示. 同时,假设每个时期的可用劳动力水平是具有容差的模糊量 w_t,设其计划可用量为 w_t, 容差项为 p_t. 在这种情况下, 考虑生产能力水平和资本水平,以总费用最少为目标的多品种 APP 问题可以描述为如下模型(FMAPP):

$$\min F(X,Y,I,B) = \sum\sum[u_{it}x_{it} + v_{it}y_{it} + h_iI_{it} + b_iB_{it}] \quad (1)$$

$$\text{s.t. } x_{it} + I_{it-1} - I_{it} + B_{it} - B_{it-1} \cong \tilde{d}_{it}, \forall i, t \quad (2)$$

$$0 \le \sum_{i=1}^{n} y_{it} \le w_t, \forall t \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n}[u_{it}x_{it} + v_{it}y_{it} + h_iI_{it} + b_iB_{it}] \le c_t \quad \forall t \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_{it} \le K \quad \forall t \quad (5)$$

$$q_{it}x_{it} \le \delta y_{it}, \forall i, t \quad (6)$$

$$B_{it}I_{it} = 0, \forall i, t \quad (7)$$

$$B_{iT} = B_{i0} = 0, x_{it} \ge 0, y_{it} \ge 0, I_{it} \ge 0, B_{it} \ge 0, \forall i, t \quad (8)$$

在 FMAPP 模型中, 式(1) 表示最小化总费用,式(2) 表示生产 - 库存(缺货) 平衡方程,式(3)、(4) 表示每个时期的可用生产能力约束和资本水平约束, 式(5) 是库存容量约束,式(6) 表示生产水平与生产能力的关系,式(7) 表示非负库存与缺货量不能同时发生;式(8) 是决策变量的初始条件和非负约束. 由于需求量是模糊量, 因而在式(2) 中满足生产 - 库存的等式不再是清晰意义上的等式, 而应该是模糊等式, 表示以一定的真值满足等式.

1.1　模糊需求量及其加法

令模糊需求量 $\tilde{d}_{it}$ 是三角形模糊数$(d_{it},\alpha_{it},\beta_{it})$, 也就是说模糊需求量的最可能值为 d_{it},乐观值为 $d_{it}+\beta_{it}$, 悲观值为 $d_{it}-\alpha_{it}$, 其隶属函数 $\mu_{d_{it}}(v)$ 表示模糊需求量的可能性度量,例如当需求量为 d_{it}时,隶属函数为 1,表示最可能出现的情况;相反,当需求量为 $d_{it}-\alpha_{it}$,或 $d_{it}+\beta_{it}$ 时,隶属函数为 0,表示最不可能出现的情况,即可能性为 0. 模糊需求量的可能性分布函数定义如下:

$$\mu_{d_{it}}(v) = \begin{cases} 1-(d_{it}-v)/\alpha_{it} & v \in [d_{it}-\alpha_{it}, d_{it}) \\ 1-(v-d_{it})/\beta_{it} & v \in [d_{it}, d_{it}+\beta_{it}) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (9)$$

令 $\tilde{d}_{it}$, $\tilde{d}_{jt}$ 是两个三角形模糊数,其加法仍然是三角形模糊数, 用$(d_{it}+d_{jt},\alpha_{it}+\alpha_{jt},\beta_{it}+\beta_{jt})$ 表示;类似地, 这种加法可以推广到可数个模糊数的相加. 令 $\tilde{r}_{it}$ 表示从时期 1 到时期 t 期间产品 i 的总需求量,其隶属函数表示从时期 1 到时期 t 产品 i 的总需求量的可能性度量. 假设 $\forall k_1 \ne k_2$, 隶属函数相互独立. 根据隶属函数的运算及性质, r_{it} 也是三角形模糊数.

1.2　模糊等式及其加法

模糊优化模型 FMAPP 中的生产 - 库存平衡式(2) 不是清晰意义上的等式, 而是模糊等式, 其隶属函数表示等式成立的真值(truth degree), 可以解释为以一定的可能性(possibility level) 满足生产 - 库存平衡方程. 用隶属函数 $\mu_{it}(=)$ 来描述等式成立的可能性,其值完全取决于 $\tilde{d}_{it}$ 的值. 因此定义模糊等式成立的可能性水平为 $\mu_{d_{it}}(v)$, 即

$$\mu_{it}(=) = \mu_{d_{it}}(x_{it} + I_{it-1} - I_{it} + B_{it} - B_{it-1} = v) \quad (10)$$

$\mu_{it}(=)$ 反映了本阶段的生产量加上前阶段的库存量与缺货量之差减去本阶段的库存量与缺货量之差与本阶段的需求量之间的(差距) 关系, 即超出或者低于本阶段的需求量越多, 等式成立的可能性越小, 满足市场需求的可能性越小. 因此 $\mu_{it}(=)$ 反映了满足市场需求的可能性. 例如 $x_{it}+I_{it-1}-I_{it}+B_{it}-B_{it-1}=d_{it}$,表示差距为 0,生产 - 库存等式严格满足,市场需求最可能满足,即可能性水平为 1;相反,如果 $x_{it}+I_{it-1}-I_{it}+B_{it}-B_{it-1} \le d_{it}-\alpha_{it}$ 表示差距超过允许的值,生产 - 库存等式不可能满足,市场需求不可能满足,即可能性水平为 0;类似地,当 $x_{it}+I_{it-1}-I_{it}+B_{it}-B_{it-1} \ge d_{it}+\beta_{it}$ 时,市场需求虽然能够满足,然而带来很高的库存费用,也是生产实际中不希望出现的情况,因而令其可能性值为 0.

基于这种解释,决策者要求对某种类产品 i

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

在 t 期间的生产计划(满足用户需求) 的可能性水平 θ 可以表示为 $\mu_{it}(=) \geq \theta$, 即

$$\mu_{d_{it}}(x_{it} + I_{it-1} - I_{it} + B_{it} - B_{it-1}) \geq \theta \quad (11)$$

因此,式(11) 可以解释为制定的生产计划以大于或等于 θ 的可能性水平满足市场需求.

两个模糊等式的加法仍然是一个模糊等式,其隶属度为每个成员模糊等式的逻辑加法,即满足扩展原理[12] 例如:令 $a_1 \cong b_1$, $a_2 \cong b_2$, 两个模糊等式的加法定义为: $a_1 + a_2 \cong b_1 + b_2$,隶属度用 $\mu \cong (+)$ 表示,并且满足扩展原理. 类似地,模糊等式的加法可以推广到可数个模糊等式的情形. 应用模糊等式的加法,有

$$\sum_{k=1}^{t} x_{ik} + I_{i0} - I_{it} + B_{it} \cong r_{it}, \forall i, t \quad (12)$$

在同类型模糊需求量的情况下,产品类 i 从初始期到将来的任一期间 t 的生产计划(满足用户需求) 的可能性水平约束与产品类 i 在单一期间 t 的生产计划(满足用户需求) 的可能性水平约束是等价的,即式(11) 等价于

$$\mu_{r_{it}}\left(\sum_{k=1}^{t} x_{ik} + I_{i0} - I_{it} + B_{it}\right) \geq \theta \quad \forall i, t \quad (13)$$

因此,模糊需求环境下生产 - 库存平衡方程可用式(11) 或(13) 表达.

1.3　模糊生产能力的描述

如前所述,时期 t 的生产能力是具有容差的模糊数 $\tilde{w}_t$,其隶属函数反映了决策者对于能力消耗的满意程度,定义如下:

$$\mu_{w_t}(y) = \begin{cases} 1 & y \leq w_t \\ 1 - \dfrac{y - w_t}{p_t} & y \in [w_t, w_t + p_t) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (14)$$

例如,如果能力消耗量小于或等于 w_t,决策者最满意,相反消耗量达到或超过 $w_t + p_t$,决策者最不满意.

2　求解 FMAPP 模型的参数规划技术

FMAPP 是具有模糊约束的非线性规划模型. 模糊数学模型的解不一定是一个清晰解,而是一个模糊集决策(fuzzy set decision). 根据决策者对问题的不同理解和对最优解的描述,模糊集决策有不同的含义和解释. 对于高层次的集约生产计划来说,集约生产计划是中下层各种形式分解计划的依据. 唯一的集约生产计划问题的精确最优解不一定能确保得到可行的分解计划,集约生产计划的邻近解和多样性更能确保分解计划的可行性,同时也有利于模糊环境下的柔性决策. 基于此,本节讨论决策者对问题的理解,将 FMAPP 模型转化为参数规划模型,并提出求解非对称模型的模糊解方法[12,13].

如果决策者希望对各类产品 i 在各期间 t 的生产计划(满足用户需求) 的可能性水平要求大于或等于某一个预选值 θ, 同时要求各期间 t 内能力消耗的满意水平大于或等于某一个预选值 γ. 在这种情况下,决策者希望达到最小的费用. 基于这种理解,FMAPP 模型转化为如下等价的清晰模型 CMAPP:

$$\min\ F(X, Y, I, B) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } I_{it} - B_{it} \leq \sum_{k=1}^{t}(x_{ik} - d_{ik}) + I_{i0} + (1-\theta)\sum_{k=1}^{t}\alpha_{ik}, \forall i, t \quad (15)$$

$$I_{it} - B_{it} \geq \sum_{k=1}^{t}(x_{ik} - d_{ik}) + I_{i0} - (1-\theta)\sum_{k=1}^{t}\beta_{ik}, \forall i, t \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{it} \leq w_t + (1-\gamma) p_t, \forall t \quad (17)$$

$$0 < \theta \leq 1, \quad 0 < \gamma \leq 1 \quad (18)$$

$$(4) \sim (8) \quad (19)$$

FMAPP 中生产 - 库存平衡方程通过可能性水平要求在式(15) 、(16) 中体现; θ 和 γ 是决策者预先给定的参数,分别反映了决策者对用户需求的可能性水平和能力消耗的满意水平约束.

从模糊优化的角度分析,对于特定的满意水平 θ 和 γ 来说,模型 CMAPP 的最优解 $(x^*, y^*, I^*, B^*, F^*)$ 是原模糊优化问题的模糊解,即模糊意义上的最优解. 因为此最优解依赖于决策者的偏爱和主观性,即可能性水平 θ 和满意水平 γ 的取值. 特别地,当 $\theta = 1$, $\gamma = 1$ 时,模型的解对

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

应清晰问题的最优解,设为 F_0. 可以证明 CMAPP 模型的最优解具有如下性质.

性质 1　当 $\theta = \gamma$ 时, F^* 值随 $\theta(\gamma)$ 值的增加而增加.

性质 2　给定 θ 时, F^* 值随 γ 值的增加而增加.

性质 3　给定 γ 时, F^* 值随 θ 值的增加而增加.

另外, 在以上模型中, 决策者对生产计划(满足用户需求)的可能性水平 θ 和能力消耗的满意水平 γ 既可以取公共值,也可以选取不同值. 特别地, 在某些实际情况, 决策者对某类产品(例如一些季节性需求量大而且保证需求的产品)在某期间满足用户需求的可能性要求特别高, 或者比较低, 这时可以选取不同的 θ; 类似地, 决策者对不同期间的能力消耗满意水平 γ 也可以选取不同的值, 以适应某些特殊情况的不同要求, 同时反映决策者的不同偏好. 因而以上模型能够较好地反映决策者的偏好和对不同情况下的柔性处理的特点.

3　实例与仿真分析

为方便起见,本文设了一个简单实例,并用 Matlab 5.0 进行仿真. 旨在分析这些参数对于最优生产计划和总费用的影响,并探讨参数规划模型的最优解结构,为决策者在制定生产计划时提供信息支持. 实例的基本数据和模型参数如表 1 所示. 仿真包括 4 部分. 由于篇幅有限,本文只给出简要的仿真分析结果如下.

表 1　实例基本数据和模型参数

期间	1	2	3	4
产品 I				
需求 d_{1t}/ 单位	(85,5,10)	(125,5,10)	(175,5,5)	(250,5,5)
单位生产费用 u_{1t}/ (英镑 ·单位$^{-1}$)	288	288	288	288
单位劳动力费用 v_{1t}/ (英镑 ·h^{-1})	3.8	3.8	3.8	3.8
产品 II				
需求 d_{2t}/ 单位	(30,10,10)	(45,10,10)	(50,5,5)	(100,5,5)
单位生产费用 u_{2t}/ (英镑 ·单位$^{-1}$)	23	23	23	23
单位劳动力费用 v_{2t}/ (英镑 ·h^{-1})	5.7	5.7	5.7	5.7
可用生产能力 w_t/ h	280.0	250.0	340.0	355.0
生产能力容差 p_t/ h	100.0	100.0	100.0	100.0
可用资本水平 c_t/ 英镑	10 000	42 000	56 000	80 000
产品 i	I		II	
初始库存水平 I_{i0}/ 单位	65.0		29.0	
单位库存费用 h_i/ (英镑 ·单位$^{-1}$)	15		2	
单位缺货费用 b_i/ (英镑 ·单位$^{-1}$)	60		8	
单位产品能力需求 q_i/ (h ·单位$^{-1}$)	1.2		1.7	
参数	$K = 200.0$	$\delta = 0.9$		

1) γ 和 θ 相等情况下对最优生产计划及总费用的影响.

表 2 给出了公共值取 0.60 ～ 1.0 时的最优生产计划及相应的总费用. 从表 2 可以看出,对于任意公共值,产品 I 的生产水平从期间 1 到期间 2 增长迅速,然后缓慢增长,在最后阶段迅速增长,以

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

保证每个期间的库存水平和缺货水平维持为 0. 劳动力水平按照生产水平比例变化. 总费用随着公共值的增加而逐渐增加,并呈现出一定的线性关系.

表 2 θ = γ 情况下的最优生产计划

期间	生产水平/单位		劳动力水平/h		库存水平/单位		缺货水平/单位		总费用/英镑
	产品 Ⅰ	产品 Ⅱ	产品 Ⅰ	产品 Ⅱ	产品 Ⅰ	产品 Ⅱ	产品 Ⅰ	产品 Ⅱ	
$\theta = \gamma = 0.6$									171 082
1	19.108 9	33.012 2	254.785	623.564	0.000	28.012 2	0.000	0.000	6 771
2	130.891 7	33.576 6	1 745.223	634.225	0.000	12.588 8	0.000	0.000	39 519
3	166.368 5	81.680 1	2 218.246	1 542.847	0.000	42.268 9	0.000	0.000	51 599
4	245.630 9	35.731 1	3 275.079	674.921	0.000	0.000 0	0.000	0.000	73 193
$\theta = \gamma = 0.7$									171 858
1	21.306 1	52.978 9	284.082	1 000.712	0.000	48.978 9	0.000	0.000	8 131
2	127.946 0	28.836 4	1 705.946	544.687	0.000	30.340 6	0.000	0.000	38 531
3	176.726 7	69.376 2	2 356.355	1 310.440	0.000	47.691 5	0.000	0.000	54 231
4	238.021 3	35.808 5	3 173.617	676.383	0.000	0.0000	0.000	0.000	70 965
$\theta = \gamma = 0.8$									172 692
1	19.572 5	74.868 0	260.966	1 414.173	0.000 0	71.868 0	0.000	0.000	8 408
2	126.466 2	34.532 6	1 686.216	652.283	0.000 0	59.400 6	0.000	0.000	38 348
3	175.121 8	60.499 0	2 334.957	1 142.759	0.000 0	68.942 7	0.000	0.000	53 503
4	244.839 5	20.100 4	3 264.527	379.674	0.000 0	0.000 0	0.000	0.000	72 433
$\theta = \gamma = 0.9$									173 406
1	19.885 3	76.742 6	265.137	1 449.582	0.000	74.742 6	0.000	0.000	8 569
2	126.928 4	35.363 7	1 692.378	667.982	0.000	64.106 3	0.000	0.000	38 521
3	175.686 3	60.952 5	2 342.484	1 151.325	0.000	74.558 8	0.000	0.000	53 695
4	245.500 0	19.941 2	3 273.333	376.667	0.000	0.000 0	0.000	0.000	72 621
$\theta = \gamma = 1.0$									174 494
1	20.000 0	85.178 5	596.332	1 609.012	0.000 0	84.178 5	0.000	0.000	9 031
2	134.674 8	36.051 1	1 811.500	680.964	9.674 8	75.229 5	0.000	0.000	40 988
3	169.441 4	60.394 3	2 259.219	1 140.781	4.116 3	85.623 8	0.000	0.000	51 930
4	245.883 7	14.376 2	3 278.450	271.550	0.000 0	0.000 0	0.000	0.000	72 546

2) 在给定 θ 时, γ 对总费用的影响.

本文分别对 $\theta = 0.7$ 和 $\theta = 1.0$ 情况下,仿真分析 γ 对最优生产计划及总费用的影响,结果表明对于任意给定的 θ, 总费用按照一定的线性关系随 γ 的增长而增长;对于相邻的两个 γ,费用增长幅度不大;就其总费用的组成部分来说, 给定 θ 时,生产费用和劳动力费用不随 γ 发生变化.

3) 在给定 γ 时, θ 对总费用的影响.

分别对 $\gamma = 0.7$ 和 $\gamma = 1.0$ 情况下,仿真分析 θ 对最优生产计划及总费用的影响,结果表明对于任意给定的 θ ,总费用按照一定的线性关系随 θ 的增长而增长,其总费用的各组成部分随 γ

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

的增加而增加. 对于相邻的两个 γ,总费用增长幅度相对于情况 2) 较大;

4) γ 和 θ 对最优生产计划及总费用的复合影响.

本文对 100 套 θ,γ 值进行了仿真,并通过线性补偿,得到参数规划模型的最优生产计划和总费用结构如表 3 所示.

以上仿真结果表明, 本模型中,当单位产品 I 和 II 的生产费用与劳动力费用的比率大于 1 时,参数 θ 比 γ 对最优生产计划和总费用的影响更大; 不同 θ 和 γ 下生产计划(生产水平、能力水平和库存水平) 体现了满足用户需求的可能性水平和能力消耗的满意水平. 因此, 生产企业决策者可以根据生产能力实际情况和对满足用户需求主观愿望,确定某个可能性水平和能力消耗满意水平下的生产计划, 以满足不断变化的用户需求.

4　结论

本文的主要工作包括: 提出了模糊需求环境下生产与库存平衡方程的描述方法, 并给出了模糊等式的实用解释; 提出了多产品类条件下具有模糊需求量和模糊能力约束集约生产计划问题的参数规划方法. 通过实例仿真,分析这些参数对最优生产计划的影响. 需要进一步讨论的工作包括针对具体的特定生产系统,建立模糊环境下从集约生产计划到具体的分解计划的基本框架及基于模糊生产规则的智能决策支持系统.

表 3　集约生产计划和总费用的最优结构

时间段	产品 I	产品 II
	生产水平 / 单位	
1	$x_{11} = 25.2 - 5.92\theta + 1.531\gamma$	$x_{21} = -14.6 + 52.28\theta + 59.67\gamma$
2	$x_{12} = 133.1 - 4.94\theta - 3.25\gamma$	$x_{22} = 26.79 + 16.3\theta + 7.27\gamma$
3	$x_{13} = 174.2 - 1.24\theta - 2.55\gamma$	$x_{23} = 81.3 + 6.82\theta - 24.29\gamma$
4	$x_{14} = 222.9 + 2.02\theta + 16.88\gamma$	$x_{24} = 81.7 - 13.57\theta + 116.14\gamma$
	劳动力水平 / 10h	
1	$y_{11} = 48.0 - 18.28\theta + 10.43\gamma$	$y_{21} = -38.4 + 95.5\theta + 117.41\gamma$
2	$y_{12} = 174.4 - 4.8\theta - 1.25\gamma$	$y_{22} = 53.8 + 17.3\theta + 18.3\gamma$
3	$y_{13} = 233.4 - 1.79\theta - 5.0\gamma$	$y_{23} = 153.8 + 3.84\theta - 41.04\gamma$
4	$y_{14} = 296.5 + 5.0\theta + 21.2\gamma$	$y_{24} = 157.2 - 13.57\theta + 116.14\gamma$
	库存水平 / 单位	
1	$I_{11} = 0.44 - 0.28\theta + 0.13\gamma$	$I_{21} = -38.9 + 54.6\theta + 63.4\gamma$
2	$I_{12} = -1.54 + 1.61\theta + 1.89\gamma$	$I_{22} = -45.2 + 52.5\theta + 65.8\gamma$
3	$I_{13} = 0.06 + 0.26\theta + 0.26\gamma$	$I_{23} = -29.9 + 63.7\theta + 52.5\gamma$
4	$I_{14} = 0.00$	$I_{24} = 0.00$
缺货水平 / 单位　$B_{it} = 0, \forall i, t$		
总费用 / 英镑　$\mathrm{cost}(\theta,\gamma) = 16\,662.0 + 720\theta + 42.0\gamma$		

参 考 文 献:

[1] Hax A C. Aggregate production planning[A]. Morder J, Elmaghraby S E, eds. Handbook of Operations Research: Models and Applications[Z]. Van Nostrand Reinhold, 1978. 127—169

[2] Holt C C, *et al*. Planning Production Inventories and Workforce [M]. New Jersey: Prentice-Hall Inc. 1960

[3] Wang D, Fang Shu-Cheng. A genetics-based approach for aggregate production planning in fuzzy environment [J]. IEEE Trans on SMC (Part A), 1997, 12(5): 636—645

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

[4] Bergstrom G L , Smith B E. Multi-item production planning-an extension of the HMMS rules [J]. Management Science , 1970 , 16 : B614 —629

[5] Hausman W H , McClain J D. A note on the Bergstrom-Smith multi-item production planning model [J]. Management Science , 1971 , 17 : 783 —785

[6] Bitran G R , Yanassee H H. Deterministic approximations to stochastic production problems [J]. Operations Research , 1984 , 32 : 999 —1018

[7] Rinks D B. The performance of fuzzy algorithm models for aggregate planning and differing cost structures [A]. Approximate Reasoning in Decision Analysis [Z]. Amsterdam , North-Holland , New York : 1982. 267 —278

[8] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control , 1965 , 8 : 338 —353

[9] Tang J , Fung R Y K, Wang D. A fuzzy approach to modeling production and inventory planning [A]. Proceedings of the 14th IFAC Congress [C]. Beijing : 1999 ,A :261 —265

[10] Tang J , Wang D , Fung R. Fuzzy formulation for multi-product aggregate production planning [J]. Production Planning and Control , 2000 ,11(7) :670 —676

[11] **吴广谋 , 盛昭翰. 企业的模糊动态边界与企业集团 ——对企业集团的本质的探讨** [J]. **管理科学学报** ,2001 ,4(3) :9 —13

[12] Zimmermann H J. Fuzzy Set Theory and its Applications [M]. Hinghum : Kluwer-Nijhoff , 1985

[13] Tang J ,Wang D. A non-symmetric model for fuzzy nonlinear programming problems with penalty coefficients [J]. Computers & Operations Research , 1997 , 24(8) :717 —725

Fuzzy modeling approach to aggregate production planning with multi-product

TANG Jia-fu , WANG Ding-wei , XU Bao-dong

Institute of Systems Engineering , Northeastern University (NEU) , Shenyang 110004 , China

Abstract : This paper focuses on a fuzzy approach in modeling and optimization for aggregate production planning problems with multi-product under fuzzy requirements and fuzzy capacities environment. By means of fuzzy addition and fuzzy equation , the production-inventory balance equations in single stage and dynamic balance equations are formulated as a soft equation in terms of a degree of truth and interpreted as the level of satisfaction with production and inventory planning to meet fuzzy demand. As a result , multi-product aggregate production planning problem with fuzzy demand and fuzzy capacity can be modeled into a fuzzy linear programming problem with fuzzy objective and fuzzy constraints. The fuzzy solution approach to the model is also proposed in the paper.

Key words : aggregate production planning ; fuzzy demand ; fuzzy modeling ; fuzzy solution ; parametric programming

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net