存在方差持续性的资本资产定价模型分析①

李汉东[1],张世英[2]
(1. 北京师范大学系统科学系,北京 100875;2. 天津大学管理学院,天津 300072)

摘要:自回归条件异方差(ARCH)类模型突破了传统计量经济分析的同方差假定,对现代资本资产定价理论产生了深远的影响.随着对时变方差研究的深入,方差持续性也日益受到人们的重视.文章首先介绍了条件均值、条件方差以及在自回归条件异方差的基础上介绍了方差持续性的有关概念和性质,并将之用于资本资产定价模型的研究,讨论了条件方差持续性对资本资产定价模型的影响,并且进一步讨论了在多资产条件下向量GARCH模型持续性对组合投资的影响.

关键词:条件均值;条件方差;持续性;资本资产定价模型;GARCH模型;向量GARCH模型
中图分类号:F224.0 文献标识码:A 文章编号:1007-9807(2003)01-0075-06

0 引 言

现代资本资产定价理论体系是从Markowitz的现代证券组合投资理论发展起来的.在此基础上,Sharpe,Linter,Mossin,Merton等人提出了资本资产定价模型(CAPM),Breeden,Lucas进一步提出了基于消费的跨期CAPM模型.资本资产定价模型给出在均衡状态下各种资本资产的均衡价格.与此同时,Ross,Chamberlain和Rothschild提出了套利定价模型(APT).现代资本资产定价理论已经被广泛应用于经济和金融领域的分析研究,并成为现代金融投资定量分析的基本工具.然而,尽管人们已经认识到了用方差和协方差作为风险度量的投资价格是随时间变化的,但是传统经济计量学和时间序列模型却通常假定模型的条件方差为常数(即同方差假定),而资本资产定价理论建立在投资收益的期望和方差都不变的基础上,静态地处理资本资产的定价问题,这显然不能完全反映现实中存在的随着时间变化的不确定性问题.近些年来,西方一些经济计量学家开始致力于金融和经济时间序列的二阶矩和高阶矩的时变建模研究,对时变方差建模的一种有效的工具就是自回归条件异方差即ARCH模型[1].自ARCH模型被Engle提出以来,它的各种扩展形式不断发展,其中最重要的是Bollerslev提出的广义自回归条件异方差即GARCH模型[2].

1 基本概念及其有关性质

1.1 条件均值和条件方差

现代经济计量学的一个重要特征就是引入了随机变量的条件期望和条件方差.考虑一个一阶自回归模型:

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim i.i.d \tag{1}$$

其中:$E(\varepsilon_t) = 0$;$V(\varepsilon_t) = \sigma^2$.模型的平稳条件是$|\phi| < 1$.

令y_{t+1}的期望为零,即$E(y_{t+1}) = 0$,但是条件期望为$E_t(y_{t+1}) = \phi y_t$.显然,条件期望是随时间变化的,并且与当前时间t的信息有关.无条件方差和条件方差分别为

$$V(y_{t+1}) = \sigma^2/(1-\phi^2) \tag{2}$$

$$V_t(y_{t+1}) = E_t[y_{t+1} - E_t(y_{t+1})]^2 = \sigma^2 \tag{3}$$

① 收稿日期:2001-01-10;修订日期:2002-03-11.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70171001;79800012).
作者简介:李汉东(1965—),男,山东人,博士.

其中:σ为常数. 对 y_{t+s} 经过迭代可以得到

$$y_{t+s} = \phi^s y_t + \sum_{i=1}^{s} \phi^{s-i} \varepsilon_{t+i} \tag{4}$$

右式第1项为 y_{t+s} 在时间 t 的条件期望,第2项为预测误差. y_t 的前向 s 步的条件方差为

$$V_t(y_{t+s}) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{s} \phi^{2(s-i)} \tag{5}$$

1.2 自回归条件异方差模型

上面讨论的是方差为常数的情形. 在更具一般意义的情况下,条件方差的预测将依赖于已知信息集并且随着时间的变化而变化. 对时变条件方差研究的一种最有效的分析工具就是由 Engle 提出,并被 Bollerslev 和 Nelson[3] 等人发展的 ARCH 类模型.

考虑一个简单的 AR(1)-GARCH(1,1) 模型

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0$$

$$V_{t-1}(\varepsilon_t) = h_t = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \tag{6}$$

其中:$|\phi| < 1, \omega > 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$. 这里 ε_t 是序列不相关的,但并不一定是独立的,因为它们的高阶矩可能是相关的. 如果 $\alpha + \beta < 1$, ε_t 的无条件方差为

$$V(\varepsilon_t) = \sigma^2 = \omega(1 - \alpha - \beta)^{-1} \tag{7}$$

ε_t 条件方差可以被表示为

$$h_t - \sigma^2 = \alpha(1 - \beta(L))^{-1}(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2) \tag{8}$$

其中 L 为滞后算子, $(1 - L) h_t = h_t - h_{t-1}$. 从而有

$$V_t(y_{t+1}) = V_t(\varepsilon_{t+1}) = h_{t+1} = \omega + \alpha(1 - \beta(L))^{-1}(y_t - \phi y_{t-1})^2 \tag{9}$$

类似地,AR(1)-GARCH(1,1) 前向 s 步预测条件方差可以表示为

$$V_t(y_{t+s}) = \sum_{i=1}^{s} \phi^{2(s-i)} E_t(h_{t+s}) \tag{10}$$

在式(6)中,因为 $\alpha + \beta < 1$,并设 $s > 2$. 有

$$V_t(y_{t+s}) = \sigma^2 \sum_{i=0}^{s-1} \phi^{2i} + (\alpha + \beta)^{s-1} \cdot (h_{t+1} - \sigma^2) \sum_{i=0}^{s-1} \phi^{2i} \tag{11}$$

从表达式(11)可以看出,条件方差与当前信息集有关. 但由于 $\alpha + \beta < 1$,所以当 $s \to \infty$时,方程右边第2项将趋于零. 因为 $|\phi| < 1$,所以方程右边第1项当 $s \to \infty$时有

$$\lim_{s \to \infty} \sigma^2 \sum_{i=0}^{s-1} \phi^{2i} = \sigma^2 (1 - \phi^2)^{-1} \tag{12}$$

以上的讨论可以推广到 GRACH(p, q) 过程.

1.3 方差持续性及其性质

在对自回归条件异方差的建模研究中,条件方差存在的持续性现象引起了许多经济计量学家的注意,所谓条件方差的持续性是指当前期的条件方差对所有预测期的条件方差存在持续性的影响. 对这一问题的最早研究是 Engle 和 Bollerslev 提出的单整 GARCH 模型(即 IGARCH 模型)[4].

条件方差持续性反映了当前条件方差的波动性对未来条件方差的影响程度,从这个意义上讲,可以根据相关函数呈缓慢双曲率衰减的特点来定义条件方差的持续性. 实际上条件方差持续性的概念正是Bollerslev和 Engle 在研究 IGARCH模型的基础上提出的,条件方差持续性实际上揭示了对条件方差的各个时期的预测都对初始值(当前值)具有敏感依赖性这一特性.

考虑如下 GARCH(p, q) 过程:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} = \omega + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L) h_t \tag{13}$$

其中:ω为常数,$\alpha(L)$ 和 $\beta(L)$ 分别为 q 阶和 p 阶滞后算子,$\varepsilon_t \sim i.i.d(0, h_t)$. 上式可进一步表示为

$$[1 - \alpha(L) - \beta(L)]\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]V_t \tag{14}$$

其中

$$V_t = \varepsilon_t^2 - h_t; \quad E_{t-1}(V_t) = 0 \tag{15}$$

这个 GARCH(p, q) 过程可以很容易地理解为关于 ε_t^2 的 ARMA$(\max\{p, q\}, p)$ 过程. 在 GARCH(p, q) 模型中,如果多项式 $[1 - \alpha(L) - \beta(L)] = 0$ 有一个单位根,那末模型就变为 IGARCH模型,此时模型是关于协方差非平稳的. 注意到模型在存在一个单位根的条件下,多项式可以表示为 $[1 - \alpha(L) - \beta(L)] = (1 - L)\Phi(L)$, IGARCH 过程可以表示为

$$(1 - L)\Phi(L)\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]V_t \tag{16}$$

形式. 其中 $\Phi(z) = 0$ 的所有根在单位圆外(协方差平稳). IGARCH 模型可以很自然扩展到 FIGARCH模型(即分数单整 GARCH模型)[5].

$$(1 - L)^d\Phi(L)\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]V_t \tag{17}$$

其中:$0 < d < 1$, $\Phi(z) = 0$和$[1 - \beta(L)]$的所有根都在单位圆外. 当 $d = 0$ 时, FIGARCH $(p, d,$

$q)$ 模型就变为 GARCH (p, q) 模型; 当 $d = 1$ 时, FIGARCH (p, d, q) 模型就变为 IGARCH $(p, 1, q)$ 模型. Baillie, Bollerslev, Mikkelsen[6] 和 Baillie[7] 指出, 当 $0 < d < 1$ 时, GARCH (p, q) 和 FIGARCH (p, d, q) 模型其条件方差的扰动在预测的意义上都是绝对衰减的. 当 $d = 0$ 时, GARCH 模型的自相关函数呈指数衰减, 而当 $0 < d < 1$ 时, FIGARCH 模型的自相关函数是呈双曲率衰减的, 即表现出持续性. 柯珂、张世英进一步讨论了分整增广 GARCH 模型的建模问题[8]. Bollerslev, Chou 和 Kroner[9] 以及 Nelson[10] 等人比较详细讨论了条件方差的持续性问题, 但他们都没有给出一个明确的持续性定义. 从相关的条件方差的持续性的讨论中可知, 方差的持续性都是与单位根相联系的. 在综合有关文献的基础上, 从单位根角度给出一个方差持续性的定义:

定义 1　称条件方差过程 $\{V_t(\varepsilon_t)\}$ 是持续的. 如果

$$\lim_{s\to\infty} E_t(V_{t+s-1}(\varepsilon_{t+s})) \neq c$$

其中: $E_t(\cdot)$ 表示条件期望, c 是无条件方差.

2　存在方差持续性的资本资产定价模型

2.1　存在条件异方差的简单资本资产定价模型

资本资产定价模型要求在未来不确定性事件的基础上使投资效用最大化. 假设某个投资者拥有资产 w_t, 在存在无风险投资证券(如国债) 的条件下, 他以一部分资产投资无风险证券(购买国债), 另一部分投资风险证券(如购买股票), 形成一个简单的投资组合. 即投资者以价格 p_t 购买某种股票 q_t 股, 其余资产 x_t 全部用来购买国债, 股票投资期末的收益为 y_{t+1}, $y_{t+1} = p_{t+1} + d_t$, 其中, p_{t+1} 为 $t+1$ 时股票的价格, d_t 为 t 期期末股票的股息或红利. 国债投资期末的收益为 rx_t, 其中 r 为无风险利率加上一. 根据组合投资理论, 为使期望收益最大和风险最小, 上述问题可以用数学模型表示为

$$\max_{q_t}\ 2E_t(q_t y_{t+1} + rx_t) - \lambda V_t(q_t y_{t+1})$$
$$\text{s.t.}\quad w_t = x_t + p_t q_t \tag{18}$$

这里 λ 是拉格朗日乘子. 通过极值求解, 可以得到

$$p_t = \frac{1}{r}E_t(y_{t+1}) - \frac{\lambda q_t}{r}V_t(y_{t+1}) \tag{19}$$

当投资期为 s 时, 上式就为

$$p_t = \frac{1}{r^s}[E_t(y_{t+s}) - \delta_t V_t(y_{t+s})] \tag{20}$$

其中: $\delta_t = \lambda q_t$, 这里 p_t 就表示为投资者愿意为 s 期股票所支付的价格. 如果 y_t 可以表示为一个一阶自回归过程(高阶情况与一阶类似) $y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$, 则

$$V_t(y_{t+1}) = V_t(\varepsilon_{t+1}) = h_{t+1} \tag{21}$$

同时, y_t 也可以表示为一个无穷阶的移动平均过程:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty}\theta_i\varepsilon_{t-i} = \theta(L)\varepsilon_t \tag{22}$$

则有

$$V_t(y_{t+s}) = E_t\left(\sum_{i=1}^{s}\theta_{s-i}\varepsilon_{t+i}\right)^2 = \sum_{i=1}^{s}\theta_{s-i}^2 E_t(h_{t+i}) \tag{23}$$

再回到价格公式, 由式(20) 在 $t+1$ 时刻, 前向 s 期的价格 p_{t+1} 为

$$p_{t+1} = r^{1-s}[E_{t+1}(y_{t+s}) - \delta_t V_{t+1}(y_{t+s})] \tag{24}$$

将上式两端取期望并乘以 r^{-1}, 再与式(20) 相减就得到与 p_{t+1} 的期望有关的 p_t 的价格公式.

$$p_t = r^{-1}E_t(p_{t+1}) - \delta_t r^{-s}\theta_{s-1}^2 h_{t+1} \tag{25}$$

这个公式与一期定价公式(19) 相类似. 显然 y_{t+1} 的条件方差对 p_t 有明显的影响, 并且这种影响是可以准确度量的. 从这里可以得出结论, y_t 的未来的条件方差将影响当前资产的定价. 但是, 当 s 很大时, 即投资期比较长时, 根据式(13) 有

$$E_t(h_{t+s}) = \omega + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i E_t(\varepsilon_{t+s-i}^2) + \sum_{i=1}^{p}\beta_i E_t(h_{t+s-i}) \tag{26}$$

经过迭代可以得到

$$E_t(h_{t+s}) = \omega + \sum_{i=1}^{m}(\alpha_i + \beta_i)E_t(h_{t+s-i}) = \sigma^2 + \left[\sum_{i=1}^{m}(\alpha_i + \beta_i)\right]^{s-1}(h_{t+1}) \tag{27}$$

其中: $m = \max\{p, q\}$, $\sigma^2 = \omega\left(1 - \sum_{i=1}^{m}(\alpha_i + \beta_i)\right)^{-1}$, 当 s 取很大的值时, 根据 GARCH 过程的平稳性条件, $\sum_{i=1}^{m}(\alpha_i + \beta_i) < 1$, 方程(27) 右边第 2 项将趋于零. 所以 $E_t(h_{t+s}) \approx \sigma^2$. 因此当投资期很长时, 当

前条件方差的影响就可以忽略. 此时价格公式为

$$p_t = \frac{1}{r_t^s}[E_t(y_{t+s}) - \delta_t\sigma^2] \quad (28)$$

但是,如果条件方差存在持续性,那么当前条件方差的影响就不能忽略.

2.2 存在方差持续性的资本资产定价模型

继续在上面的讨论,如果 ε_t 服从一个 IGARCH(1,1) 过程,由 $\alpha + \beta = 1$,则有

$$h_t = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + (1 - \alpha) h_{t-1}$$

$$E_t(h_{t+s}) = \omega + E_t(h_{t+s-1}) = (s - 1)\omega + h_{t+1} \quad (29)$$

此时 ε_t 的无条件方差为 $(s - 1)\omega$. 如果令 y_t 是随机游动过程,则 $E_t(y_{t+1}) = y_t$. 为讨论方便,令扰动项 ε_t 为一不带趋势项 $(\omega = 0)$ 的 IARCH(1,1) $(\alpha = 0)$ 过程,则有

$$V_t(y_{t+s}) = E_t\left(\sum_{i=1}^{s}\varepsilon_{t+i}\right)^2 = \sum_{i=1}^{s}h_{t+i} = sh_{t+1} \quad (30)$$

由式(19) 可得

$$p_t = \frac{1}{r^s}[y_t - \delta_t sh_{t+1}] \quad (31)$$

当 $r = 1$ 时

$$p_t = y_t - \delta_t sh_{t+1} \quad (32)$$

因此当 $\delta_t \neq 0$ 时,时变的风险率将影响股票的定价,并且这种影响将是显著而持续的.

2.3 多变量方差持续性对资本资产定价模型的影响

对于多变量 GARCH 模型的持续性,给出以下结论:

设 ε_t 为一个 $N \times 1$ 维向量随机过程,且有 $\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \mathrm{H}_t)$,$\Omega_{t-1}$ 表示从过去直到 $t - 1$ 时刻的所有信息集,H_t 是 $N \times N$ 维矩阵,且是关于 Ω_{t-1} 可测的. 定义 $h_t = Vec(\mathrm{H}_t)$,这里 $Vec(\cdot)$ 表示把矩阵 H_t 影射为 $(N \times N) \times 1$ 维向量的向量算子,向量 GARCH (p, q) 过程可以表示为下列形式

$$Vec(\mathrm{H}_t) = \mathrm{W} + \sum_{i=1}^{q}\mathrm{A}_i Vec\left(\varepsilon_t\varepsilon_t'\right) + \sum_{i=1}^{p}\mathrm{B}_i Vec(\mathrm{H}_{t-i}) = \mathrm{W} + \mathrm{A}(L)\, Vec\left(\varepsilon_t\varepsilon_t'\right) + \mathrm{B}(L)\, Vec(\mathrm{H}_t)$$

这里 W 是一个 $N^2 \times 1$ 维向量,A_i 和 B_i 为 $N^2 \times N^2$ 矩阵,且 A_i 和 B_i 使 H_t 正定.

定义 2 ε_t 是关于条件方差一阶单整的,如果 $\det[1 - \mathrm{A}(\lambda^{-1}) - \mathrm{B}(\lambda^{-1})] = 0$ 存在一个单位根. 其中:$\det[\cdot]$ 表示行列式,λ 表示矩阵的特征根.

Bollerslev 和 Engle[11] 指出,当 $\det[1 - \mathrm{A}(\lambda^{-1}) - \mathrm{B}(\lambda^{-1})] = 0$ 的所有根都在单位圆内时,GARCH 过程是协方差平稳的,下面的定理给出向量 GARCH 过程持续的充分条件.

定理[12] (充分条件) 如果向量 GARCH (p, q) 过程是单整的,那末它也是关于方差持续的.

在此基础上,考虑多资产组合投资的情况. 设有 n 种投资资产,其收益用 y_t 表示,y_t 是 $n \times 1$ 维向量. 并有 $\mathrm{y}_t = \mathrm{m}_t + \varepsilon_t$,$\mathrm{m}_t$ 表示 y_t 的条件期望,$E_t(\mathrm{y}_t) = \mathrm{m}_t$. 并且 m_t 和 ε_t 都是 $n \times 1$ 维向量. 其中:$E(\varepsilon_t) = 0$;$V_t(\varepsilon_t) = \mathrm{H}_t$. H_t 是一个正定的 $n \times n$ 矩阵. 根据组合投资的原理,设有一投资组合 $r = (r_1, r_2, \cdots, r_n)'$,则组合投资收益为 $E_t(r'\mathrm{y}_t) = r'\mathrm{m}_t$. 为简便起见,设 H_t 服从一个矩阵 GARCH(1,1) 过程,则有表达式

$$Vech(\mathrm{H}_t) = \mathrm{W} + \mathrm{A}_1 Vech\left(\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}'\right) + \mathrm{B}_1 Vech(\mathrm{H}_{t-1}) \quad (33)$$

其中:$Vech(\cdot)$ 为向量半算子,表示把 $N \times N$ 矩阵的下三角元素映射为 $N(N+1)/2 \times 1$ 向量. A_1 和 B_1 为 $N(N+1)/2 \times N(N+1)/2$ 矩阵. 则前向 s 期的条件期望为

$$E_t\left(Vech(\mathrm{H}_{t+s})\right) = \mathrm{W} + (\mathrm{A}_1 + \mathrm{B}_1) \cdot E_t\left(Vech(\mathrm{H}_{t+s-1})\right)$$

通过 $s - 1$ 次迭代则有

$$E_t\left(Vech(\mathrm{H}_{t+s})\right) = \mathrm{W}\sum_{i=0}^{s-1}(\mathrm{A}_1 + \mathrm{B}_1)^i + (\mathrm{A}_1 + \mathrm{B}_1)^{s-1}E_t\left(Vech(\mathrm{H}_{t+1})\right) \quad (34)$$

此时组合方差为

$$Vec2(r)'Vech(\mathrm{H}_{t+s}) = Vec2(r)'(\mathrm{W} + \mathrm{A}_1 Vech\left(\varepsilon_{t+s-1}\varepsilon_{t+s-1}'\right) + \mathrm{B}_1 Vech\left(\mathrm{H}_{t+s-1}\right) = Vec2(r)'\mathrm{W}\sum_{i=0}^{s-1}(\mathrm{A}_1 + \mathrm{B}_1)^i + Vec2(r)'(\mathrm{A}_1 + \mathrm{B}_1)^{s-1}E_t\left(Vech(\mathrm{H}_{t+1})\right) \quad (35)$$

其中

$$Vec2(r) = Vech\left(2rr' - diag(r)\,diag(r)\right)$$

如果式(33) 是非持续的,则当 s 很大时,组合方差 $H_{p(t+s)}$ 就可以近似表示为

$$H_{p(t+s)} = Vec2(r)'Vech(H_{t+s}) = Vec2(r)'W\sum_{i=0}^{s-1}(A_i + B_i)^i \qquad (36)$$

这里 $H_{p(t+s)}$ 就是资产组合的无条件方差.

当存在方差持续性时,则有

$$Vec2(r)'(A_1 + B_1)^{s-1}E_t\left(Vech(H_{t+1})\right) \neq 0 \qquad (37)$$

同样令向量 GARCH 过程满足 $W = 0$ 的向量 ARCH 过程(这样做仅仅是为讨论问题简便),并把资产组合看作一个资产,当存在方差持续性时,根据公式(32),此时组合资产定价与当前收益的关系就为

$$P_t = Y_t - s\delta_t Vec2(r)'(A_1 + B_1)^{s-1}\cdot E_t\left(Vech(H_{t+1})\right) \qquad (38)$$

其中:P_t 表示组合资产的价格,Y_t 表示组合资产的收益.

从式(38) 可以看到,方差持续性对多资产定价同样有非常明显的影响. 但是这里可能存在一种特殊的情况,如果向量各个分量都服从 GARCH 过程,而且都存在持续性,但分量间的某种线性组合($r'\varepsilon_t$) 的条件方差却并不表现出持续性,那么长期投资的组合方差就为 $H_{p(t+s)}$. 从长远投资的角度看,当前方差的扰动就可以忽略. 对于存在单位根即存在持续性的 GARCH 过程,一般可以采用差分的方法达到平稳,但在存在上述情况的条件下,采用差分的方法则可能会存在过度差分问题,这是需要注意的.

3 结 论

本文从持续性的角度讨论了一类条件方差服从 GARCH 过程的资产定价问题,并揭示出当条件方差表现出 IGARCH(1,1) 过程的形式即存在明显的持续性时,资本资产定价模型将表现出与传统模型完全不同的特点. 方差持续性的存在将对长期投资的资本资产收益产生持续的影响,从而影响资本资产的长期定价. 但对于单个资产存在持续性而组合投资不表现出持续性的资产组合来说,当前信息对组合资产的长期收益将不会产生明显的影响. 因此,方差持续性的性质对现代证券组合投资分析有重要的意义. 应当说明的是,条件方差的持续性并不仅仅表现为单整性,正如前面讨论持续性所提到的分数单整模型,可能能更好地描述时变条件方差的特点. 此外,具有 GARCH 表现形式的资产组合的方差表现出一种弱 GARCH 性质(Nijman 和 Sentana)[13],不能用典型的单变量 GARCH 模型的方法来处理. 这都是需要进一步研究的.

自从 ARCH 模型和 GARCH 模型被提出以来,基于时间序列时变方差的方法已经被广泛应用于各种经济时间序列的分析和研究. 西方的经济学家在经济和金融时间序列的建模分析中已广泛使用了基于时变的均值和方差的经济计量方法,而我国在资本资产定价和组合投资的分析中目前仍然以传统分析方法为主,至于方差持续性的研究则更是鲜有文献涉及. 但毋庸置疑的是,时变方差持续性模型所表现出的方法上的优势对我国的金融证券投资分析也是具有重要的指导意义的.

参 考 文 献:

[1] Engle R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U. K. inflation[J]. Econometrica, 1982, 50 (4): 987—1008

[2] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrecs, 1986, 31(2): 307—327

[3] Nelson D. Conditional heteroscedasticity inasset returns: A new approach[J]. Econometrica, 1991, 59 (2): 347—370

[4] Engle R F, Bollerslev T. Modeling the persistence of conditional variances[J]. Econometric Reviews, 1986, 5 (1): 1—50

[5] Baillie R T, Bollerslev T, Millelsen H M. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1996, 74 (1): 3—30

[6] Bollerslev T, Mikkelsen H O. Modeling and pricing long memory in stock market volatility[J]. Journal of Econometrics, 1996, 73

(1) : 151 —184

[7] Baillie R T. Long memory processes and fractional integration in econometrics[J]. Journal of Econometrics, 1996, 73(1) : 5 —59

[8] 柯 珂, 张世英. ARCH 模型的诊断分析[J]. 管理科学学报, 2001, 4(2) : 12 —18

[9] Bollerslev T, Chou R Y, Kroner K F. ARCH modeling in finance: A review of the theory and empircal literature[J]. Journal of Econometrics, 1992, 52 (1) : 5 —59

[10] Nelson D. Stationarity and persistence in the GARCH (1, 1) model[J]. Econometric Theory, 1990, 6 (2) : 318 —334

[11] Bollerslev T, Engle R F. Common persistence in conditional variance[J]. Econometrica, 1993, 61(1) : 167 —186

[12] 李汉东, 张世英. 自回归条件异方差的持续性研究[J]. 预测, 2000, 19 (1) : 51 —54

[13] Nijman T, Sentana T. Marginalization and contemporaneous aggregation in multivariate GARCH processes[J]. Journal of Econometrics, 1996, 71 (1) : 71 —87

Analysis of capital asset pricing model with persistence in variance

LI Han-dong[1], *ZHANG Shi-ying*[2]

1. Department of System Science, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;

2. School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: Autoregressive conditional heteroscedasticity (ARCH) models, which broke though the assumption of constant variance of traditional econometrics, have had a profound influence to the modern capital asset pricing theory. Along with development in researching time-varying variance, variance persistence has being concerned by more and more economists. In this paper we firstly introduce the conceptions and the properties of conditional mean, conditional variance and the persistence of autoregressive conditional heteroscedasticity models, and then discuss the capital asset pricing model of a portfolio which follows the time-varying conditional variance process. Moreover, in the end of the paper, we analyze the persistence of multi-asset portfolio which follow a vector GARCH process.

Key words: conditional mean; conditional variance; persistence; capital asset pricing model; GARCH model; vector GARCH model