

研究简报

金融市场多标度分形现象及与风险管理的关系

魏宇, 黄登仕

(西南交通大学经济管理学院, 成都 610031)

摘要:已有研究通过对汇率、股票收益率、黄金价格等金融市场实证数据的分析,发现这些数据具有多标度分形(multifractal)特征.通过对中国金融市场的代表数据之一——上海证券交易所综合股价指数(SSECI)的研究得出了相似的结论,并且初步提出了运用多标度分形理论所提供的信息来进行金融风险管理的管理思路.

关键词:多标度分形; 价格波动; 风险管理

中图分类号:F830

文献标识码:A

文章编号:1007-9807(2003)01-0087-05

0 引言

金融资产的收益率是随机变量,对它的分布的描述是金融经济学的非常重要的问题,在证券投资组合、风险管理以及期权定价等方面,都必须知道收益率的分布.传统金融经济学一般假定收益率服从正态分布,但大量的实证研究表明,上述结论只有在对收益率的考察时间标度区间比较大的时候才是正确的(通常是一个月以上),当时间标度区间较小时,收益率的分布密度函数在尾巴部分比正态分布胖,即呈现胖尾(fat tails)分布的特征^[1~4].

目前,虽然对金融资产收益率的分布有了比较清晰的认识,但不容忽视的是,对金融资产收益率的波动及其相关性的研究还很薄弱(特别是有关中国金融市场的实证研究),而这一方面的研究对于预测和防范金融风险,保持金融市场的持续、稳定和健康发展,具有极其重要的理论和现实意义.

本文研究了上海证券交易所综合股价指数(Shanghai stock exchange composite index, SSECI)的波动及相关性特征.考虑到与国外成熟的证券市场相比,我国证券市场的发展时间较短,所能提供

的数据量有限,在取样时,采取了每5 min记录1个数据点的方法.研究表明,上证综合指数的收益率波动呈现非常明显的多标度分形特征(考察更长时间的上证指数序列,结论也非常相似).

金融风险管理的目的是预测和控制金融市场价格的极端波动,许多学者提出了相应的风险管理理论和模型.这些理论和模型在实际运用中都取得了相当的成果.同时,正如分形理论创始人Mandelbrot^[5]在*Scientific American*上指出的,对金融市场数据进行多标度分形研究,可以得到许多有关金融资产价格不同波动程度的信息,而有关价格波动的信息正是金融风险管理所必需的.因此,多标度分形和金融风险管理理论的联合研究是一个非常有意义的研究方向.

1 上证指数收益率的相关性分析

本文考察的原始数据为9个月中的8448个上证综合指数(时间跨度为2000年1月19日至2000年10月18日,每5 min一个数据),记为 S_t , $t = 1, 2, \dots, N$.要考察的是 S_t 的收益率序列 r_t ,其定义为:

收稿日期:2001-10-31; 修订日期:2002-08-24.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70171054).
作者简介:魏宇(1975—),男,四川攀枝花人,博士生.

$$r_t = \log \frac{S_{t+1}}{S_t} - \log \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (1)$$

式中

$$\log \frac{S_{t+1}}{S_t} = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} \log \frac{S_{t+1}}{S_t}}{N-1} \quad (2)$$

其中 N 为 S_t 序列的长度; 符号 \cdot 表示对整个序列求平均值.

一些学者指出^[4,6,7], 收益率的分布呈现单峰形态 (leptokurtic distribution). Mandelbrot^[7] 首先提出用稳定分布代替正态分布, 稳定分布是中心极限定理的一种推广, 正态分布是它的一种特例, 只有当考察的时间标度较大时 (通常在一个月以上), 正态分布才能成立. 后来, 又有学者提出用截尾的稳定分布 (truncated Lévy) 作为证券收益率的分布^[4], 因为许多实证研究结果表明, 收益率分布的尾部服从负幂律分布, 且幂指数大于 2. 这些计算机试验和实证研究的结果有很多都发表在著名学术期刊 *Nature* 上^[1,4,8,9].

考察收益率序列 r_t 的自相关性 (autocorrelation), 定义如下

$$C(L) = \frac{r_t r_{t+L}}{r_t^2 r_{t+L}^2} - \frac{r_t^2 r_{t+L}^2}{r_t^2 r_{t+L}^2} \quad (3)$$

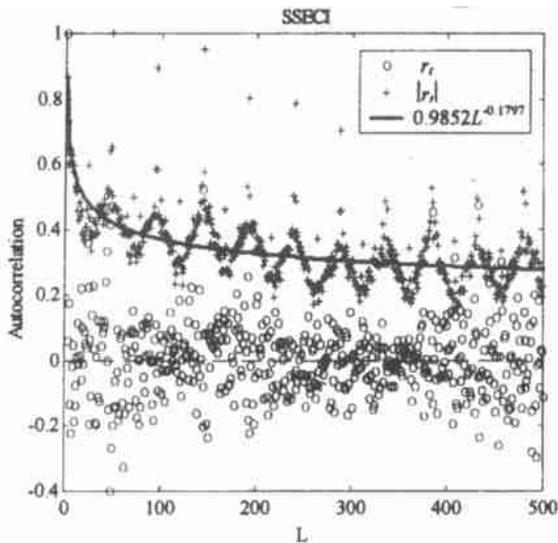


图1 上证指数(SSECI)不同收益率序列的自相关性

图1中,小圆圈“ \circ ”表示收益率序列 r_t 的自相关性分布,小十字架“ $+$ ”表示绝对收益率序列 $|r_t|$ 的自相关性分布. 图中的实线和虚线为数据拟合的结果. 在 $L = 0$ 处, 自相关性为 1.

传统的金融学理论认为, 在一个具有充分流动性的市场里, 价格的变化不具有自相关性. 价格变化

的这种不相关性被认为是对有效市场假说 (efficient market hypothesis) 的一种支持. 图 1 中 r_t 序列自相关性分布所表现出来的趋零性也证明了价格变化是不相关的. 这种不相关并不能说明收益率变量是独立同分布的随机变量 (i. i. d.). 另外, 价格的波动是不能直接观察到的, 有关它变化的信息可以通过收益率序列 r_t 的其它变形形式得到, 如收益率序列的绝对值 $|r_t|$.

考察 r_t 序列的一种变形形式的自相关性特征, 定义

$$C(L,) = \frac{|r_t| |r_{t+L}|}{|r_t|^2 |r_{t+L}|^2} - \frac{|r_t|^2 |r_{t+L}|^2}{|r_t|^2 |r_{t+L}|^2} \quad (4)$$

当 $L = 1$ 时, $C(L,)$ 的分布情况已经画在图 1 中 (“ $+$ ”表示, 实线为数据拟合的结果). 从图 1 中可以清楚地看出, 与 r_t 序列的自相关性不同, $|r_t|$ 序列的自相关性没有趋零, 而是呈现明显的负幂律分布特性, 其指数 $(1) \cong 0.1797$. 从图 1 还可以看出, 上证指数收益率的绝对值序列 $|r_t|$ 至少在长达约 10 个交易日的时间内仍然保持着相当的相关程度 (每个交易日有 4h 的交易时间, 每 5min 一个数据, 每个交易日包含 48 个数据, 图 1 中横坐标的时间滞后 L 为 500 个数据产生的时间, 因此大约为 10 个交易日). 这一现象也有力地证明了收益率并非独立同分布的随机变量, 即收益率并非像传统金融理论所假定的服从正态分布. 国外一些学者的研究也表明^[10], 收益率的其它非线性形式的相关性在大约 20 个交易日的时间内服从幂律形式 (pow-law). 一些学者^[11] 对纽约证券交易所综合股价指数的研究结果

(1) $\cong 0.377$, 大于上证指数的 0.1797. 这一差异表明, 纽约证券交易所综合股价指数的自相关性的衰减速度要大于上证指数. 根据有效市场假说 (EMH), 市场的流动性越充分, 则市场价格波动的相关性程度越低, 即相关性程度随时间衰减越快. 所以, 上证指数与纽约证券交易所综合股价指数这一指标的差异, 从一个方面证明了纽约证券交易所中交易股票的流动性总体上大于上海证券交易所中交易的股票.

2 标度分析

收益率序列 r_t 不具自相关性的结论, 与有效市

场假说吻合. 通过标度分析, 这一结论同样可以得到验证. 定义一个新的随机变量——平均累积收益率

$$\phi_i(L) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L r_{t+i} = \frac{1}{L} \left[\log \frac{S_{t+L}}{S_t} - \log \frac{S_{t+L}}{S_t} \right] \quad (5)$$

计算 $\phi(L)$ 的方差, 简记为 $V_r(\phi(L))$. 作 $V_r(\phi(L)) - L$ 的双对数坐标图, 如图 2 所示. $V_r(\phi(L))$ 也呈负幂律分布, 其幂指数 $\alpha = 0.96 \cong 1$, 即

$$V_r(\phi(L)) \sim L^{-1} \quad (6)$$

如果幂指数 α 约等于 1, 已有学者证明, 收益率序列 r_t 是不相关的^[9,11]. 这一结论对于那些与绝对收益率 $|r_t|$ 有关的随机变量序列是不成立的.

定义与绝对收益率 $|r_t|$ 有关的平均累积收益率为

$$\phi(L, \gamma) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |r_{t+i}|^\gamma \quad (7)$$

其中: γ 是一个实数.

图 2 中, 时间标度 L 和方差 $V_r(\phi(L, \gamma))$ 都画在相应的对数坐标轴上, “ \circ ”表示 $\phi(L)$ 的方差分布, “+”和“ \times ”分别表示 $\gamma = 1$ 和 $\gamma = 1.5$ 时 $\phi(L, \gamma)$ 的方差分布情况. 图 3 表示 $V_r(\phi(L, \gamma))$ 的标度指数 $\alpha(\gamma)$ 与 γ 的关系.

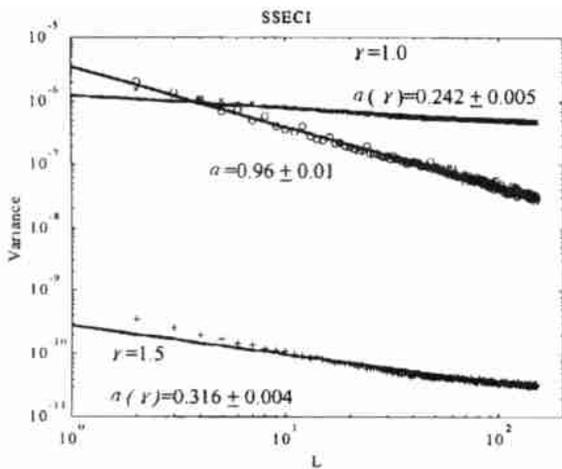


图 2 上证指数平均累积收益率的方差分布

已有学者证明^[11], 如果绝对收益率的自相关函数式(4)呈负幂律分布且幂指数 $\alpha(\gamma) < 1$, 即 $C(L, \gamma) \sim L^{-\alpha(\gamma)}$, 则可以得到

$$V_r(\phi(L, \gamma)) \sim L^{-\alpha(\gamma)} \quad (8)$$

从上面的分析和图 2、图 3 展示的实证结果, 可以得到一个至关重要的结论: $V_r(\phi(L, \gamma))$ 的标度指数 α 不是一个常数, 是随 γ 而变化的变量. 即

$$\alpha = \alpha(\gamma) \quad (9)$$

也就是说, 平均累积收益率的方差具有多标度分形的特性.

考察变量

$$\phi_i(L) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |r_{t+i}| \quad (10)$$

则 $\phi_i(L)$ 表示的是金融资产绝对收益率在时间标度 L 上的平均值, 它与证券投资分析中经常采用的移动平均线指标(MA)的构造非常相似, 其中, L 相当于 MA 的参数 N , N 常取的值是 5, 10, 20 等, 分别表示 5 日、10 日和 20 日均线等. 因此 $\phi_i(L)$ 可以用来表示平滑后的金融资产收益率(价格)的变化趋势. 再考察变量(式(7)) $\phi(L, \gamma) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |r_{t+i}|^\gamma$, 当 γ 为正数且较大时, 那些较小的收益率将不会对 $\phi(L, \gamma)$ 的值起作用, $\phi(L, \gamma)$ 此时反映的是那些较大的收益率的平均; 反之, 当 γ 为负数且绝对值较大时, $\phi(L, \gamma)$ 反映的是那些较小的收益率的平均. 因此, $\phi(L, \gamma)$ 起到“过滤器”的作用, 而 γ 起着控制“过滤器网眼大小”的作用. γ 取值不同, $\phi(L, \gamma)$ 反映的是不同程度收益率的变化趋势. 至此, 可以推论出: $\phi(L, \gamma)$ 的方差 $V_r(\phi(L, \gamma))$ 实际上反映的是一定程度收益率的离散状况, 即收益率的波动幅度, 而这一指标是风险管理中要密切关注的. 并由式(8)、(9)可知, 金融资产收益率的波动—— $V_r(\phi(L, \gamma))$ 与时间标度 L 呈多标度关系, 其直观表现如图 3 所示.

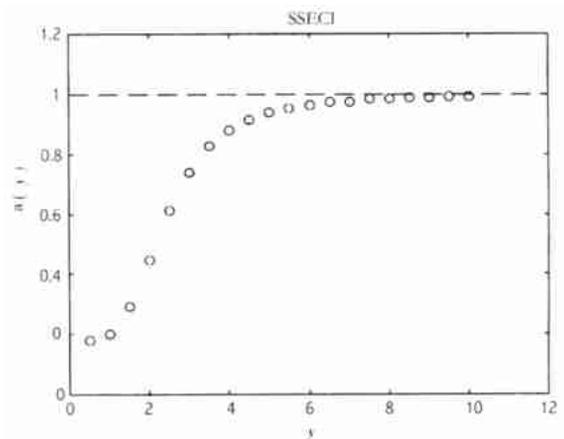


图 3 $V_r(\phi(L, \gamma))$ 的标度指数 $\alpha(\gamma)$ 分布

3 结论与设想

对金融市场价格波动的描述大致可以分为两

种类型. 一种是对价格波动进行直接的刻画, 包括稳定分布模型 (stable Lévy) 和 GARCH 模型等; 另一种是利用多标度分形理论对市场价格波动进行间接的刻画. 传统的金融经济学理论很少考虑在不同时间标度下金融资产的收益率变化特征, 而实证研究的结果表明, 用多标度分形理论来刻画收益率的分布, 就好像用不同倍数放大镜和显微镜来观察同一事物一样, 可以得到收益率的不同程度的波动情况^[5,12,13]. 本文通过对上证指数在 9 个月中的高频数据 (High frequency data) 的研究, 证明了中国金融市场实证数据同样具有多标度分形特征, 得出了与外国学者相似的结论. 但需要指出, 虽然国外一些学者已经在许多不同地区和类型的金融市场中发现了存在的多标度分形现象.

但如何具体运用多标度分形所提供的信息来指导金融管理活动, 仍然是这一研究领域面临的一大难题, 当然, 也是下一步研究工作的重点.

在假定收益率服从正态分布 (或变形) 时, 已有一些比较成熟的风险管理的理论和方法. 在金融市场中的主流风险测度模型 —— VaR 中, 以正态分布作为基本假定^[14~16]. 当假定收益率服从非正态分布时, 也有一些学者提出了相应的风险管理的理论和方法.

风险管理的根本目的是用科学的理论和方法预测和控制金融市场的极端波动. 利用多标度分形理论和方法对金融市场进行研究, 可以提供许多不同程度的市场价格波动信息, 这对科学的风险管理决策无疑会有很大的帮助.

参 考 文 献:

- [1] Lux T, Marchesi M. Scaling and criticality in a stochastic multiaгент model of a financial market[J]. Nature, 1999, 397: 498
- [2] Farmer J D, Lo A W. Frontiers of finance: Evolution and efficient markets[J]. Proc Natl Acad Sci USA, 1999, 96: 9991
- [3] Matacz A. Financial modeling and option theory with the truncated Lévy process[Z]. cond-mat/9710197, available at <http://xxx.lanl.gov>.
- [4] Mantegna R, Stanley. Scaling behavior in the dynamics of an economic index[J]. Nature, 1995, 376: 46
- [5] Mandelbrot B B. A multifractal walk down Wall Street[J]. Scientific American, 1999, 298 N2: 70—73
- [6] Clark P K. A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices[J]. Econometrica, 1973, 41: 135
- [7] Mandelbrot B B. The variation of certain speculative prices[J]. J Business, 1963, 36: 394
- [8] Ghoshghaie S, Breymann W, Peinke J, et al. Turbulent cascade in foreign exchange markets[J]. Nature, 1996; 381: 767
- [9] Mantegna R N, Stanley H E. Turbulence and financial markets[J]. Nature, 1996, 383 :587
- [10] Bonanno G, Lillo F, Mantegna R N. Levels of complexity in financial markets[J]. Physica A, 2001, 299: 16—27
- [11] Michele Pasquini, Maurizio Serva. Clustering of volatility as a multiscale phenomenon[J]. Preprint cond-mat/9903334, 1999, 27
- [12] Mandelbrot B B, Calvet L, Fisher A. Large Deviation Theory and the Multifractal Spectrum of Financial Prices[R]. Yale University, 1997
- [13] 黄登仕. 金融市场的标度理论[J]. 管理科学学报, 2000, 3(2): 27—33
- [14] Dowd K. Beyond Value at Risk[M]. New York: John Wiley & Sons, 1998
- [15] Bouchaud J P, Potters M. Theory of Financial Risk: From Statistical Physics to Risk Management [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- [16] 宋学锋. 混沌经济学的定义. 内容与意义 [J]. 系统工程理论方法应用, 1998, (4): 1—4
- [17] 黄登仕, 李后强. 非线性经济学的理论和方法[M]. 成都: 四川大学出版社, 1993
- [18] 成思危. 复杂科学与管理[A]. 香山科学会议第 112 次学术讨论会文集[C]. 北京: 1999
- [19] 成思危. 复杂科学与系统工程[J]. 管理科学学报, 1999, 2(2): 1—7
- [20] 宋学锋, 顾世清. 沪深证券市场股价波动的浑沌度及其调控方法[J]. 管理科学学报, 2000, 3(1): 53—57

Multifractal phenomenon and financial risk management

WEI Yu, HUANG Deng-shi

School of Economics & Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

Abstract: Many recent researches with empirical data have demonstrated that financial data have multifractal properties, but seldom with Chinese financial data. In this paper we study the Shanghai Stock Exchange Composite Index (SSECI) and find that return volatility correlations are power-laws with a non-unique scaling exponent. The result is quite similar to other researcher's findings. Since multifractal models for financial market can provide us much information about volatility, we suppose the associated research between multifractal and risk management would be significant.

Key word: multifractal; volatility of price; risk management

《管理科学学报》2002 年度论文评审特聘专家名单 (排名不分先后)

刘 鲁	陈伯成	洪剑峭	谭跃进	王延章	潘承烈	乌家培	司春林	韦博成	唐焕文	于景元	李善同
徐剑刚	达庆利	胡祥培	金碧辉	朱世武	骆品亮	仲伟俊	郭亚军	孙艳丰	陈良猷	顾新一	赵曙明
黄 敏	李 东	徐伟宣	王先甲	徐泽水	高立群	徐 渝	缪柏其	魏法杰	陈荣秋	盛昭瀚	樊治平
唐万生	任若恩	方卫国	徐绪松	凌文轮	黄小原	贺国光	冯允成	李书全	王宗军	张世英	唐加福
马军海	郑晓齐	官建成	李楚霖	孙文瑜	汪定伟	张润生	王殿福	张景增	徐天亮	王正欧	潘德惠
李敏强	张 宁	王丹力	谢 赤	马超群	黄梯云	郑丕谔	韩文秀	李洪兴	曾 勇	张 维	李一军
马寿峰	王永县	刘善存	梁 樾	范龙振	李 垣	王春峰	刘建一	陈国权	陈 收	马士华	王刊良
顾培亮	王惠文	戴汝为	陈 劲	吴健中	席西民	李怀祖	黄海军	黄丽华	宋学锋	胡代平	仲伟周
荣莉莉	钟学义	陈宏民	陶学禹	欧阳明德	孙林岩	李一智	周寄中	冯芸	张维明	王 键	刘树林
曹 兴	黄京华	朱道立	陈晓红	李新春	胡奇英	刘丽文	陈 剑	芮明杰	唐小我	党延忠	杨德礼
郭菊娥	韩立岩	夏绍纬	刘国新	严广乐	田也壮	詹原瑞	陈国青	杨翠红	赖明勇	熊和平	王雪华
史道济	李明志	范秀成	谢 康	顾海英	刘则渊	陈建明	龚飞鸿	杨元曙	周 晶	钱省三	王衍华
金占明	赵晓波	王秀峰	刘传哲	杨 明	冯英俊	杨 忻	李泊溪	陈晓剑	唐元虎	苏 秦	邱苑华
杨晓光	杨立洪	伍青生	高铁梅	陈锡康	周 泓	郑祖康	易 江	冯玉强	何大义	夏国平	周德群
胡汉辉	崔文田	时 勘	钱小军	郭重庆	汪贤骆	李延喜	沈利生	毛二万	俞 樵	江孝感	李汉铃
成 栋	张维迎	彭建刚	井润田	胡运权	赵秀云	张尧庭	胡 斌	陈工孟	冯耕中	肖红叶	彭 锦
叶耀华	曾德明	惠晓峰	韩传模	马 良	冯俊文	王槐林	张 洁	袁著祉	季建华	陈伟忠	徐学军
孙卫东	张一弛	杨朝军	龚益鸣	杨 超	张文修	张晓峒	刘海龙	林丽闽	黎 实	王其藩	关 伟
龚国华	钱云涛	田新时	黄 丞	韦 琳	胡树华	周 敏	何建敏	周国华	韩经伦	胡继灵	朱启贵
邓贵仕	彭 赓										

以上专家为本刊论文评审工作做出了重要贡献,特向他们表示深深谢意!

《管理科学学报》编辑部