多元GARCH建模及其在中国股市分析中的应用①

樊 智, 张世英
(天津大学管理学院, 天津 300072)

摘要:简要回顾了一元ARCH类模型的发展过程,介绍了多元GARCH类模型的四种形式.针对传统基于梯度信息的多元GARCH模型估计方法的不足,提出了基于遗传算法的似然估计方法,并利用中国股市数据进行了实证研究.结果说明中国股市存在着波动的持续性和显著的二元GARCH效应,并且沪、深股市不存在协同持续性.

关键词:金融波动; 多元GARCH模型; 遗传算法; 中国股市
中图分类号:F830 文献标识码:A 文章编号:1007-9807(2003)02-0068-06

0 引 言

金融市场的波动往往表现出异方差特性.方差代表市场的波动与风险,异方差建模为市场波动性刻画、风险描述与防范以及资产定价等提供了有力工具,因此,异方差建模成为计量经济学和金融研究的热点之一. Engle 1982年运用时间序列工具刻画条件方差的时变性,提出自回归条件异方差模型(ARCH),此后,ARCH模型由于明确的经济涵义及对市场波动的准确刻画,得到了广泛应用,并证实了其有效性.同时,人们不断改进,衍生出许多新的ARCH类模型,利用时间序列工具对时变条件方差序列进行刻画.最近,又出现了研究多变量、多市场的多元GARCH类模型,不仅涵盖了单变量的波动特性,又可刻画不同变量波动间的相关关系.金融市场中不同变量、不同因素间存在着相互影响和相关关系,多元GARCH类模型为之提供了解决工具.

1 一元ARCH类模型

1.1 ARCH模型

Engle[1]提出回归条件异方差(ARCH)模型

$$\begin{cases} R_t = f(X_t; b) + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t \mid \Omega_{t-1} \sim \text{n.i.d.}(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 \\ \alpha_i \geq 0 (i = 0, 1, \cdots, q), \alpha(L) \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

其中:L为滞后算子,$\alpha(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \cdots + \alpha_q L^q$,为$q$阶滞后算子多项式;$\Omega_t$为$t$时的信息集,一般包括外生变量$X_t$及内生变量$R_t$的滞后值$R_{t-1}, R_{t-2}, \cdots$.

1.2 GARCH模型

为减少ARCH模型的滞后阶数及对参数的约束,Bolleslev[2]提出Generalized-ARCH(GARCH)模型

$$\begin{cases} \varepsilon_t \mid \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \\ \qquad \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)\sigma_t^2 \\ \alpha_0 \geq 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \cdots, q \\ \beta_j \geq 0, j = 1, 2, \cdots, p \end{cases} \quad (2)$$

ARCH模型在提出之后的20年间,得到了许多改进,衍生出许多新的ARCH类模型,如

① 收稿日期:2001-11-13; 修订日期:2002-04-01.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70171001).
作者简介:樊 智(1976—),男,博士生.

ARCH-M[3] ,EGARCH[4] ,IGARCH[5] ,FIGARCH[6] 等. 文献[7] 讨论了这些模型的整合和诊断问题.

2　多元 GARCH 类模型

现代金融市场中,不同市场间,或不同资产、影响因子之间,往往存在着波动的相关关系,随着世界金融市场的飞速发展,这种联系愈加紧密. 为了分散、化解金融风险,需要对多个资产进行组合,进行风险的对冲,而这是建立在对多个变量波动的相关分析基础之上. 因此,需要研究多个变量的波动与风险特性,把一元 ARCH 类模型向多变量过程扩展.

2.1　多元 GARCH(p, q) 模型

Bollerslev 最早利用类似 GARCH 的模型形式研究向量波动过程,提出多元 GARCH 模型[8]

$$\begin{cases} Y_t = M_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t \mid \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t) \\ \mathrm{Vech}(H_t) = W + \sum_{i=1}^{q} A_i \mathrm{Vech}(\varepsilon_{t-i}\varepsilon_{t-i}') + \\ \qquad \sum_{j=1}^{p} B_j \mathrm{Vech}(H_{t-j}) = W + \\ \qquad A(L)\mathrm{Vech}(\varepsilon_t\varepsilon_t') + B(L)\mathrm{Vech}(H_t) \end{cases} \tag{3}$$

其中: Y_t : N 维列向量,常表示价格; M_t 为 Y_t 的条件期望; A_i, B_j : $\frac{N(N+1)}{2}$ 维方阵, $A(L)$ 和 $B(L)$ 分别为 q, p 阶滞后算子多项式; W : $\frac{N(N+1)}{2}$ 维向量,是条件方差(协方差)方程中的截距项; Vech(·):向量半算子,按列堆积下三角矩阵, $N \times N \mid \rightarrow \frac{N(N+1)}{2} \times 1$.

2.2　对角多元 GARCH(p, q) 模型

为了减少多元 GARCH(p, q) 模型中的参数个数,Bollerslev 等建议将矩阵 A_i 和 B_j 约束为对角矩阵,这样大大简化了模型的形式,也简化了不同变量、不同时期方差、协方差间的相关关系[8].

2.3　BEKK 模型

在多元 GARCH 模型中,令

$$A_i = \sum_{k=1}^{K} (A_{ik} \otimes A_{ik})' \tag{4}$$

$$B_i = \sum_{k=1}^{K} (B_{ik} \otimes B_{ik})' \tag{5}$$

其中: $\otimes$ 表示 Kronecker 积. 则与式(3) 模型相对应的 BEKK 表达式为[9]

$$\mathrm{Vech}(H_t) = W + \sum_{i=1}^{q}\sum_{k=1}^{K} (A_{ik} \otimes A_{ik})' \mathrm{Vech}(\varepsilon_{t-i}\varepsilon_{t-i}') + \sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{K} (B_{ik} \otimes B_{ik})' \mathrm{Vech}(H_{t-j}) \tag{6}$$

BEKK 的优点是保证了矩阵 H_t 的正定性,但模型参数的经济意义不如 GARCH 形式明确.

2.4　常相关多元 GARCH 模型

在多元 GARCH 模型中,用 Y_{it}, Y_{jt} 表示 Y_t 的第 i 和 j 个分量,则二者在 t 时刻的相关系数为

$$\rho_{ijt} = h_{ijt} / \sqrt{h_{iit} h_{jjt}} \tag{7}$$

其中: h_{ijt} 是 H_t 矩阵中的第(i, j) 个元素,表示 Y_i 和 Y_j 在 $t-1$ 时刻的条件协方差; h_{iit} 和 h_{jjt} 分别为 H_t 矩阵中对角线的第 i 和 j 个元素,分别表示 Y_{it} 和 Y_{jt} 在 $t-1$ 时刻的条件方差.

可以看出,相关系数 ρ_{ijt} 是时变的. Bollerslev[10] 提出了常相关系数假设

$$\sigma_{ijt} = \rho_{ij}\sigma_{it}\sigma_{jt} \tag{8}$$

则条件方差矩阵 H_t 可以写作

$$H_t = D_t \Gamma D_t \tag{9}$$

其中: $D_t = \mathrm{diag}(\sigma_{1t}, \sigma_{2t}, \cdots, \sigma_{Nt})$; $\Gamma = (\rho_{ij})_{N \times N}$.

2.5　几种模型的比较

由表 1 可知,多元 GARCH 模型最能全面刻画波动特性,但它也是参数最多、最复杂的模型,其他模型都可看作是多元 GARCH 的简化.

表 1　多元 GARCH 类模型比较

模　型	优　点	缺　点
多元 GARCH	全面、准确刻画波动特性,经济意义明确	参数多,估计困难
对角多元 GARCH	模型形式简化,参数减少,有一定的经济意义	对波动的刻画可能不够全面、准确
BEKK	保证 H_t 的正定性	参数经济意义不够明确
常相关多元 GARCH	模型形式简化,参数减少,有一定的经济意义	常相关约束可能并不成立

3 多元GARCH模型的参数估计

3.1 多元GARCH模型参数估计的传统算法

对于模型(3),有如下对数似然函数

$$L(\theta) = -\frac{TN}{2}\ln 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(\ln|H_t| + \varepsilon_t' H_t^{-1}\varepsilon_t) \tag{10}$$

其中:$H_t = (\sigma_{ijt})_{N\times N}$;$\theta$为待估参数向量,由$W$,$A(L)$和$B(L)$三部分组成.

该模型有$\frac{2N(N+1)+N^2(N+1)^2(p+q)}{4}$个参数.设研究的$Y_t$为二维列向量,并且模型阶数为GARCH(1,1),则模型中有21个参数;如Y_t为三维列向量,模型参数达78个.因此,多元GARCH模型的似然估计是复杂的优化问题.

非线性优化常用的方法为最速下降法、牛顿法等.Berndt等提出一种优化似然函数的算法(BHHH算法)[11],有较好的收敛性和统计性质,迭代过程如下

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + k_i\left(\sum_{t=1}^{n}\frac{\partial L_t}{\partial\theta}\frac{\partial L_t}{\partial\theta'}\right)^{-1}\sum_{t=1}^{n}\frac{\partial L}{\partial\theta}\bigg|_{\theta=\theta^{(i)}} \tag{11}$$

其中:n为样本数;k_i为第i步搜索步长,取使在该搜索方向上似然函数极大化的步长.选取适当的初始值后,重复式(11),直至所得结果满足一定条件,如收敛性、迭代次数等.

国外多元GARCH模型参数估计多采用BHHH算法[12],利用目标函数的梯度信息进行迭代和优化,但是,多元GARCH模型的参数较多,梯度计算非常复杂且不一定存在,同时,搜索中往往存在震荡,导致收敛于局部最优解,且结果对初始值的选取比较敏感,这些都是用BHHH算法估计多元GARCH模型参数的缺陷.

3.2 遗传算法在多元GARCH模型估计中的应用

为了解决传统算法面临的这些问题,引入人工智能方法是一种较好的途径.遗传算法已经很好地解决了一元ARCH模型族的参数估计和ARCH类模型的选择问题[13],对于多元GARCH模型的参数估计,遗传算法有如下优点:

1) 遗传算法的并行性,不易陷入局部最优解.

2) 搜索过程中,基本不用目标函数的梯度信息,仅用适应值函数来评估个体,避免了梯度算法中由于搜索的震荡或梯度的不存在而使似然函数值陷入局部最优解.

3) 可以选择不同的编码及操作方式,设置不同的交叉和变异概率,算法有更好的适应性.

3.2.1 编码

多元GARCH模型参数较多,采用二进制位串编码会导致染色体过长,以及计算精度的降低.本文采用实值编码方式,便于限制参数的取值区间.

可将染色体A表示为

$$A = \theta_1\theta_2\cdots\theta_K \tag{12}$$

其中:K为模型中参数个数;$\theta_k \in [\min_k, \max_k]$,$[\min_k, \max_k]$表示参数$\theta_k$的取值区间,在多元GARCH模型中,取$\theta_k \in [-1,1]$,$k = 1,2,\cdots,K$.

3.2.2 群体规模

设群体规模为M,则第i代群体为

$$P(i) = \{A(1,i), A(2,i), \cdots, A(M,i)\} \tag{13}$$

群体规模越大,群体中个体的多样性越高,算法陷入局部最优解的危险性就越小,但计算量会增大.本文选择群体规模$M = 50$.

3.2.3 适应值函数

目前常用的定义适应值函数的方法有:线性比例,幂比例和指数比例.幂比例和指数比例中系数的选取比较困难,本文采用的线性比例方法则较容易实现.设个体A的似然函数为$L(A)$,其适应值函数$F(A)$取为

$$F(A) = \begin{cases} L(A) - C_{\min}, & \text{当 } L(A) > C_{\min} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{14}$$

其中,$C_{\min}$为某一常数.运算过程中,可以采取自适应的适应值选取方式,即随着进化中多元GARCH模型似然函数值的改善,提高$C_{\min}$的值,这样可以自动减小较差模型参数的生存概率.

3.2.4 选择策略

适应度比例方法是最常用的一种选择策略.对于个体$A(m,i)$,其生存概率为

$$p_m^i = \frac{F(A(m,i))}{\sum_{m=1}^{M}F(A(m,i))} \tag{15}$$

同时,本文采用了最优个体保留策略,即上一代种群中的最优个体将不进行交叉和变异操作,直接进入下一代,有利于最优模型参数的保留.

3.2.5　交叉操作

交叉率越高,群体中基因串的更新越快. 交叉率过高,高性能串破坏的可能性大. 交叉率过低,搜索速度会很慢. 本文采用 0.5 ～ 0.9, 为单点交叉.

3.2.6　变异操作

适当水平的变异率可以保持群体的多样性,防止出现早熟现象,高水平的变异率,会产生接近随机的搜索. 本文采用单点变异,变异率为0.001 ～ 0.01. 如个体 A 中第 k 个基因 θ_k 发生变异,则

$$\theta_k \to \theta_k', \theta_k' \in [-1,1] \tag{16}$$

3.2.7　停止准则

本文选取最大实验代数 300 为停止准则. 由计算可见,200 代之内基本可以得到满意的解,此后,适应值函数和似然函数都没有明显改进.

4　实证研究

选择上证综指和深证成指两组金融数据为样本,分别用 SH 和 SZ 表示. 时间段为 1992 - 05 - 21 —1999 - 11 - 23,共 1 854 个交易日.

4.1　收益基本统计特性

用市场的每日收盘指数表示价格$\{P_t\}$,将收益$\{R_t\}$定义为

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} \tag{17}$$

由表 2 可以看出:两个样本的偏态和峰态统计量都显著异于正态(正态下二者分别为 0 和 3),而 J - B 统计量大于任意合理显著水平下的临界值($J - B \sim \chi^2(2)$, $\chi^2(2,0.01) = 9.21$),反映了中国股市收益分布的非正态性和“高峰厚尾”特性,这一结论与许多关于国外金融市场的统计结果一致.

表 2　中国股票市场日收益统计值

样本	样本数	均值	标准差	偏态	峰态	$J-B$ 统计量
SH	1 854	7.91e - 5	3.27e - 2	1.434	13.77	9 595.87
SZ	1 854	1.71e - 4	2.66 e - 2	0.618	9.330	3 213.33

4.2　收益二阶相关检验

4.2.1　Q 统计量检验

常用的相关性检验方法是 Box-Pierce 给出的 Q_{BP} 检验量,Ljung-Box 给出了修正的统计量 Q_{LB},使其在小样本下具有更好的统计性质. 对于两个样本的收益平方序列,表 3 给出检验结果.

表中结果在任意合理显著水平均拒绝二阶不相关的零假设,因此,两个样本存在二阶相关性.

4.2.2　方差比和方差差检验

方差比(VR)和方差差(VD)也是二阶相关性的检验方法[14]. 表 4 给出两个样本的检验结果.

表 3　Q 检验结果

统计量	Q_{BP}			
滞后阶数	5	10	30	50
SH	278.82	339.23	413.35	520.56
SZ	203.98	222.59	281.94	299.62
统计量	Q_{LB}			
滞后阶数	5	10	30	50
SH	279.50	340.22	415.28	524.95
SZ	204.47	223.17	283.35	301.49

表 4　VR、VD 检验结果

	VR				VD			
q	5	10	30	100	5	10	30	100
SH	1.13	1.29	1.25	0.72	1.3e - 4	3.1e - 4	2.7e - 4	- 3.1e - 4
	0	0	0.055	0.11	0	0	0.053	0.096
SZ	1.11	1.32	1.07	1.11	8.2e - 5	2.3e - 4	5.3e - 5	8.2e - 5
	0.02	0	0.11	0.01	0.01	0	0.10	0.01

表中,相应统计量下面为对应的显著性水平. 可以看出,两个样本存在着显著的二阶相关性.

4.3　一元 GARCH 建模

一元 GARCH 模型是单变量异方差建模的有

力工具,本文首先利用该模型对上海和深圳股市进行建模. 为了模型的简约, 并且一般认为 GARCH(1,1) 可以较好地刻画金融市场的波动, 选取模型阶数为 GARCH(1,1).

4.3.1 SH

$$\begin{cases} R_t = 7.91 \times 10^{-5} + \varepsilon_t \\ Var(\varepsilon_t \mid \Omega_{t-1}) = h_t \\ h_t = 7.59 \times 10^{-5} + 0.300\varepsilon_{t-1}^2 + 0.678 h_{t-1} \end{cases} \tag{18}$$

4.3.2 SZ

$$\begin{cases} R_t = 1.71 \times 10^{-4} + \varepsilon_t \\ Var(\varepsilon_t \mid \Omega_{t-1}) = h_t \\ h_t = 7.86 \times 10^{-5} + 0.234\varepsilon_{t-1}^2 + 0.670 h_{t-1} \end{cases} \tag{19}$$

上海和深圳股市一元 GARCH 实证结果可以看出,两个模型中条件方差方程表现出较强的单位根特性, 接近于单整 GARCH(IGARCH, integrated GARCH),说明两个股票市场的波动呈现较强的持续性(volatility persistence).

4.4 多元 GARCH建模

运用基于遗传算法的多元 GARCH建模方法, 利用上海和深圳股票市场的数据进行二元 GARCH 建模. 由于加大模型阶数会使模型中参数个数增加很多, 本文模型阶数选取为二元 GARCH(1,1). 实证结果如下:

$$\begin{pmatrix} R_{SH,t} \\ R_{SZ,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.91 \times 10^{-5} \\ 1.71 \times 10^{-4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{SH,t} \\ \varepsilon_{SZ,t} \end{pmatrix} \tag{20}$$

$$\varepsilon_t = (\varepsilon_{SH,t}, \varepsilon_{SZ,t})' \tag{21}$$

$$Var(\varepsilon_t \mid \Omega_{t-1}) = H_t \tag{22}$$

$$\mathrm{Vech}(H_t) = \begin{pmatrix} 0.0009 \\ (9.0^*) \\ 0.0029 \\ (1.8^*) \\ 0.0069 \\ (2.5^*) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.688 & -0.996 & -0.544 \\ (2.2^*) & (-1.3) & (1.8^*) \\ 0.543 & -0.928 & -0.355 \\ (11.7^*) & (-2.4^*) & (-9.3^*) \\ 0.706 & 0.317 & 0.465 \\ (70.1^*) & (1.9^*) & (16.4^*) \end{pmatrix} \mathrm{Vech}(\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}') + \begin{pmatrix} -0.412 & 0.927 & 0.594 \\ (-1.9^*) & (1.8^*) & (1.5^*) \\ 0.842 & 0.926 & 0.031 \\ (0.19) & (7.7^*) & (0.47) \\ -0.578 & -0.435 & 0.083 \\ (-2.7^*) & (-0.75) & (2.6^*) \end{pmatrix} \mathrm{Vech}(H_{t-1}) \tag{23}$$

模型中:( ) 中为 t 检验量; 带 * 者表示其显著.

从上面计算结果可以看出,模型中大多数参数 t 检验显著,说明中国股市存在着二元 GARCH 效应,也说明深、沪股市的波动之间存在着一定的相关关系. 进行多元 GARCH建模的一个重要意义是研究多变量波动之间的协同关系,进而为风险的分析和防范提供工具. 文献[15,16] 给出了协同持续的含义:若向量中的每个分量都是方差持续的,而它们的某个线性组合不再具有方差持续性,则称该向量具有协同持续性. 上面所建二元 GARCH 模型的特征值为:$\lambda_1 = 0.1295 + 0.1622i$; $\lambda_2 = 0.1295 - 0.1622i$; $\lambda_3 = 0.5851$. 三个特征值对应的特征向量分别为

$$v_1 = (0.1295 + 0.1622i, 0.9562, 0.1996 + 0.0528i) \tag{24}$$

$$v_2 = (0.1295 - 0.1622i, 0.9562, 0.1996 - 0.0528i) \tag{25}$$

$$v_3 = (0.1818, -0.1093, 0.9772) \tag{26}$$

假定协同持续向量为 $\gamma = (1, \gamma_1)$, 则其应满足

$$\mathrm{Vec}\,2(\gamma)\, v_3' = 0 \tag{27}$$

展开为

$$0.9772\gamma_1^2 - 0.2186\gamma_1 + 0.1818 = 0 \tag{28}$$

该方程无实数解,根据文献[15,16]的定理,沪深股市不具有波动的协同持续性.

这种建模方法也可以用于三元以上 GARCH 模型的估计问题,只是随着变量维数增加,计算量会增大很多.

5 结束语

在多元 GARCH 模型的极大似然估计中,基于梯度信息的优化算法存在许多不足. 多元 GARCH 模型建模问题一直没有很好的解决. 本文

提出基于遗传算法的多元 GARCH 模型似然估计方法,并对上海和深圳的股指数据进行了计算. 计算表明,深、沪股市都存在波动的持续性,同时,二者间存在波动的相关关系和二元 GARCH 效应.

参 考 文 献:

[1] Engle R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variances of UK inflation[J]. Econometrica, 1982, 31: 987—1008

[2] Bolleslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31: 307—327

[3] Engle R, *et al*. Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model[J]. Econometrica, 1987, 55: 391—407

[4] Nelson D B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach[J]. Econometrica, 1991, 59: 347—370

[5] Engle R F, Bolleslev T. Modeling the persistence of conditional variances[J]. Econometric Reviews, 1986, 5: 1—50

[6] Baillie R F, Bollerslev T, Mikkelsen H O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1996, 74: 3—30

[7] 柯　珂,张世英. ARCH 模型的诊断分析[J]. 管理科学学报, 2001, 4(2): 12—18

[8] Bollerslev T, *et al*. A capital-asset pricing model with time-varying coefficients[J]. Journal of Political Economy, 1988, 96: 116—131

[9] Engle R F, Kroner K F. Multivariate simultaneous generalized ARCH[J]. Econometric Theory, 1995, 11: 122—150

[10] Bollerslev T. Modeling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model[J]. The Review of Economics and Statictics, 1990, 72: 498—505

[11] Berndt E K, *et al*. Estimation inference in nonlinear structural models[J]. Annals of Economic and Social Measurement, 1974, 4: 653—665

[12] Dunne P G. Size and book-to-market factors in a multivariate GARCH-in-mean asset pricing application[J]. International Review of Financial Analysis, 1999, 8: 35—52

[13] 柯　珂,张世英. 禁忌 - 递阶遗传算法研究[J]. 控制与决策, 2001, 16(4): 480—483

[14] 张尧庭. 金融市场的统计分析[M]. 广西:广西师范大学出版社, 1998

[15] Bollerslev T, Engel R F. Common persistence in conditional variances[J]. Econometrica, 1993, 61(1): 167—186

[16] Li Han-dong, Zhang Shi-ying. Common persistence and error-correction model in conditional variance[J]. Journal of System Science and Systems Engineering, 2001, 10(3): 257—264

Multivariate GARCH modeling and its application in volatility analysis of Chinese stock markets

FAN Zhi, ZHANG Shi-ying

School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: This paper first briefly reviews the evolvement of univariate ARCH class models, and introduces several multivariate GARCH class models. Considering the shortage of traditional estimation methods for multivariate GARCH based on gradient information, we give out the likelihood estimating method based on genetic algorithm. Finally, the paper presents the demonstration of Chinese stock markets: Both Shanghai and Shenzhen stock markets show volatility persistence in variance. When combined together, the two markets show obvious bivariate GARCH effect, and there is no common persistence in Shanghai and Shenzhen stock markets.

Key words: financial volatility; multivariate GARCH; genetic algorithm; Chinese stock markets