

基于模糊规划的 QFD 系统参数确定方法

陈以增¹, 唐加福², 任朝辉¹, 任立义¹

(1. 东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110004; 2. 东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘要:针对 QFD 系统的内在模糊性,运用带有对称三角形模糊系数的模糊规划理论,提出了一种确定 QFD 系统参数的方法.并通过工程特性目标值的规范化,定义产品开发总成本函数、工程特性改进成本函数及改进成本系数等概念,建立了一个 QFD 规划模型.仿真结果表明,该模型能够帮助开发人员在不确定的、模糊条件下有效确定关联函数及自相关函数,优化顾客需求的满意水平,确定工程特性目标值,使新开发/改进的产品顾客满意度赶上或超过目标市场上的竞争企业,并满足开发预算约束.

关键词:质量功能展开;质量屋;模糊规划模型;成本约束

中图分类号:TP12 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-9807(2003)04-0023-06

0 引言

作为顾客驱动的产品设计方法^[1-3],质量功能展开(quality function deployment, QFD)代表了从传统设计方式(设计—试制—调整)向现代设计方式(主动、预防)的转变,是系统工程思想在产品过程中的具体运用,正在发展成为具有方法论意义的现代设计理论. QFD 是通过质量屋(house of quality, HOQ)有效规划产品设计的^[4].根据质量屋中信息建立 QFD 规划模型科学地确定工程特性的目标值,是 QFD 的重要研究方向.建立 QFD 规划模型的关键在于根据已建立的质量屋确定顾客需求与工程特性间的关联函数及工程特性间的自相关函数.传统方法是采用诸如 1-3-5-7-9 等数值序列表示 QFD 系统中的各种相关程度^[5-9],由设计人员根据主观经验或定量分析确定.由于信息的不充分性,这种处理方式必然带有模糊性,而且有些关系本身就是模糊的、不精确的,尤其在顾客需求与工程特性数目较多时模糊性更明显,确定这些关系更加困难.模糊回归理论是对模糊的、不精确问题建模的有效工具,针对

QFD 系统的这种内在模糊性,本文基于对称三角形模糊系数的模糊规划理论,提出了一种确定关联函数和自相关函数的数学方法,建立了一个 QFD 模糊规划模型.为了便于推导,规定以下符号:

- CR_i —— 第 i 个顾客需求 ($i = 1, \dots, m$), m 为顾客需求数
- EC_j —— 第 j 个工程特性 ($j = 1, \dots, n$), n 为工程特性数
- Co_r —— 第 r 个竞争企业 ($r = 1, \dots, l$), l 为竞争企业数
- w_i, y_i —— CR_i 的相对权重、顾客满意水平
- S —— 顾客满意度函数
- $l_j, l_j^{\max}, l_j^{\min}$ —— 分别为 EC_j 的目标值、极大值和极小值
- x_j —— EC_j 的改进水平
- f_i —— CR_i 与各工程特性间的关联函数
- g_j —— 各工程特性间的自相关函数
- C, C_j, c_j —— 分别为产品开发总成本函数、 EC_j 的改进成本函数和改进成本系数

收稿日期:2002-04-16; 修订日期:2002-11-20.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70002009).
作者简介:陈以增(1971—),男,黑龙江宁安人,博士生.

1 工程特性目标值的规范化

工程特性目标值的规范化是将产品的各工程特性目标值 l_j 转化为相应的工程特性改进水平 x_j , 使

$$0 \leq x_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (1)$$

工程特性有两种情况, 一种是目标值越小越好, 第二种是目标值越大越好^[10]. 两种情况分别按式(2)、(3) 规范化:

$$x_j = \frac{l_j^{\max} - l_j}{l_j^{\max} - l_j^{\min}} \quad (2)$$

$$x_j = \frac{l_j - l_j^{\min}}{l_j^{\max} - l_j^{\min}} \quad (3)$$

2 关联函数与自相关函数的确定

考虑如下模糊线性回归模型

$$\tilde{Y}_i = f(\mathbf{X}, \tilde{A}_i) = \tilde{A}_{i0} + \tilde{A}_{i1}x_1 + \dots + \tilde{A}_{in}x_n \quad (4)$$

其中: \tilde{Y}_i 是第 i 个顾客满意水平的模糊输出向量; $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)^T$ 是工程特性输入向量, 为精确数据; $\tilde{A}_i = (\tilde{A}_{i0}, \tilde{A}_{i1}, \dots, \tilde{A}_{in})$ 为模糊系数集.

整个问题可以描述为给定 l 组精确数据 $(X_1, y_{i1}), (X_r, y_{ir}), (X_l, y_{il})$ 在一定拟合度准则下, 寻找一组模糊系数 $\tilde{A}_{i0}, \tilde{A}_{i1}, \dots, \tilde{A}_{in}$, 使式(4) 拟合最好. 其中, $\mathbf{X}_r = (x_{1r}, \dots, x_{nr})$ 为 Co_r 产品的工程特性改进水平输入向量, y_{ir} 为 Co_r 第 i 个顾客需求的满意水平. 此处取 \tilde{A}_{ij} 为对称三角形模糊数^[11], 则有

$$\tilde{A}_{ij} = (c_{ij}, s_{ij}) \quad (5)$$

其中: c_{ij} 称为模糊数 \tilde{A}_{ij} 的主值, 表示 \tilde{A}_{ij} 最可能的取值; s_{ij} 称为 \tilde{A}_{ij} 的展值, 表示 \tilde{A}_{ij} 的取值精度. 设 L_{ij} 与 U_{ij} 分别为 \tilde{A}_{ij} 的下限、上限, 则有 $L_{ij} = c_{ij} - s_{ij}$ 及 $U_{ij} = c_{ij} + s_{ij}$. 由此可建立起每个模糊系数 $\tilde{A}_{ij}(j = 1, \dots, n)$ 的隶属函数(见图 1)

$$\mu_{\tilde{A}_{ij}}(x) = \begin{cases} 1 - (c_{ij} - x)/s_{ij}, & c_{ij} - s_{ij} \leq x \leq c_{ij} \\ 1 - (x - c_{ij})/s_{ij}, & c_{ij} \leq x \leq c_{ij} + s_{ij} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

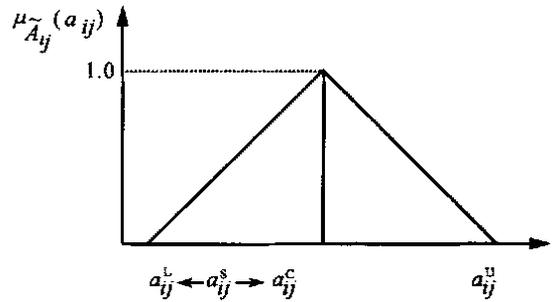


图 1 对称三角形模糊系数的隶属函数

根据模糊数运算法则和模糊扩展原理, 式

(4) 可表示为

$$\tilde{Y}_i = f_i(\mathbf{X}, \tilde{A}_i) = (f_i^C(\mathbf{X}), f_i^S(\mathbf{X})) \quad (7)$$

并且有

$$f_i^C(\mathbf{X}) = c_{i0} + c_{i1}x_1 + \dots + c_{in}x_n \quad (8)$$

$$f_i^S(\mathbf{X}) = s_{i0} + s_{i1}|x_1| + \dots + s_{in}|x_n| \quad (9)$$

于是模糊输出 \tilde{Y}_i 的隶属函数可定义如下(见图 2):

$$\mu_{\tilde{Y}_i}(y_{ir}) = \begin{cases} 1 - \frac{(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_{jr} + c_{i0}) - y_{ir}}{s_{i0} + \sum_{j=1}^n s_{ij}|x_{jr}|}, & (\sum_{j=1}^n c_{ij}x_{jr} + c_{i0}) - y_{ir} \leq 0 \\ y_{ir} - (\sum_{j=1}^n c_{ij}x_{jr} + c_{i0}), & 0 \leq y_{ir} - (\sum_{j=1}^n c_{ij}x_{jr} + c_{i0}) \leq s_{i0} + \sum_{j=1}^n s_{ij}|x_{jr}| \\ 1 - \frac{y_{ir} - (\sum_{j=1}^n c_{ij}x_{jr} + c_{i0})}{s_{i0} + \sum_{j=1}^n s_{ij}|x_{jr}|}, & y_{ir} - (\sum_{j=1}^n c_{ij}x_{jr} + c_{i0}) \geq s_{i0} + \sum_{j=1}^n s_{ij}|x_{jr}| \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

模糊回归的目的是找到一组模糊系数, 使预测值在一定约束下的模糊度最小, 这可通过使模糊输出的所有展值之和最小来实现^[12], 可表示为在式(12) 约束下, 使(11) 最小化.

$$\min Z = f^S(X_1) + \dots + f^S(X_l) \quad (11)$$

$$\text{s.t. } \mu_{\tilde{y}_i}(y_{ir}) \geq h, \quad r = 1, \dots, l \quad (12)$$

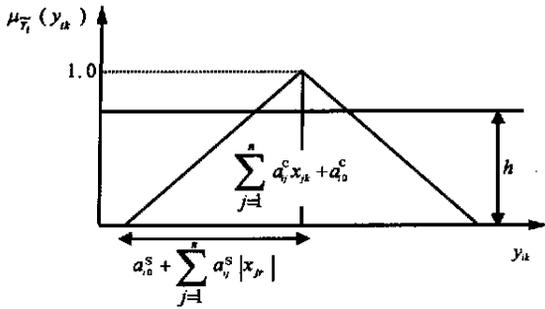


图 2 带有 h -水平截集模糊系数的模糊输出的隶属函数

其中, h 为模糊线性参数估计的拟合度,其含义为 y_{ir} 包含在其估计值 ϕ_{ir} h -水平截集之内的最小隶属度为 h ,且 $h \in (0,1)$,可由开发人员根据工程实际主观确定,当 h 取不同值时,各模糊系数的展值将发生变化,而主值不变.式(11)可表示为

$$\min Z = \frac{S}{j_0} + \sum_{j=1}^n \left[\frac{S}{ij} \mid x_{jr} \right] \quad (13)$$

式(12)可写成

$$y_{ir} = [f(X_r)]_h = [\tilde{A}_{i0}]_h + [\tilde{A}_{i1}]_h x_{1r} + \dots + [\tilde{A}_{in}]_h x_{nr}, \quad r = 1, \dots, l \quad (14)$$

其中, $[\cdot]_h$ 代表模糊系数的 h -水平截集.所以,式(14)又可以表示为式(15)和(16).

$$(1-h) \left(\frac{S}{j_0} + \sum_{j=1}^n \frac{S}{ij} \mid x_{jr} \right) + \frac{C}{j_0} + \sum_{j=1}^n \frac{C}{ij} x_{jr} = y_{ir}, \quad r = 1, \dots, l \quad (15)$$

$$(1-h) \left(\frac{S}{j_0} + \sum_{j=1}^n \frac{S}{ij} \mid x_{jr} \right) - \frac{C}{j_0} - \sum_{j=1}^n \frac{C}{ij} x_{jr} = y_{ir}, \quad r = 1, \dots, l \quad (16)$$

且有

$$\frac{S}{j_0}, \frac{S}{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (17)$$

以式(13)为目标函数,式(15)、(16)、(17)为约束条件,可得到关联函数 f_i 的线性规划模型 LP1;设 x_j 与 x_u 相关($j, u = 1, \dots, n; j \neq u$),同理可以得到自相关函数 g_j 的线性规划模型 LP2:

$$\begin{aligned} \min Z &= \frac{S}{j_0} + \sum_{u=1}^n \left[\frac{S}{ju} \mid x_{ur} \right] \\ \text{s.t. } &(1-h) \left(\frac{S}{j_0} + \sum_{u=1}^n \frac{S}{ju} \mid x_{ur} \right) + \frac{C}{j_0} + \sum_{u=1}^n \frac{C}{ju} \mid x_{ur} \mid = x_{jr}, \quad r = 1, \dots, l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(1-h) \left(\frac{S}{j_0} + \sum_{u=1}^n \frac{S}{ju} \mid x_{ur} \right) - \frac{C}{j_0} - \sum_{u=1}^n \frac{C}{ju} \mid x_{ur} \mid = x_{jr}, \quad r = 1, \dots, l \\ &\frac{S}{j_0}, \frac{S}{ju} = 0, \quad u = 1, \dots, n \end{aligned}$$

分别求解规划模型 LP1 及 LP2 可得各关联函数与自相关函数的模糊表达式:

$$\tilde{y}_i = \tilde{f}_i(x_1, \dots, x_n) = \left(\frac{C}{j_0}, \frac{S}{j_0} \right) + \sum_{j=1}^n \left(\frac{C}{ij}, \frac{S}{ij} \right) x_j, \quad i = 1, \dots, m \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_j &= \tilde{g}_j(x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n) = \\ &\left(\frac{C}{j_0}, \frac{S}{j_0} \right) + \sum_{u=1}^n \left(\frac{C}{ju}, \frac{S}{ju} \right) x_u, \\ &j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (19)$$

忽略展值的影响,可得到关联函数、自相关函数的精确表达式:

$$y_i = f_i(x_1, \dots, x_n) = \frac{C}{j_0} + \sum_{j=1}^n \frac{C}{ij} x_j, \quad i = 1, \dots, m \quad (20)$$

$$x_j = g_j(x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n) = \frac{C}{j_0} + \sum_{u=1}^n \frac{C}{ju} x_u, \quad j = 1, \dots, n \quad (21)$$

3 目标函数的建立

顾客满意度函数 $S(y_1, \dots, y_m)$ 是由 m 个顾客满意度组成的多变量函数,该函数总计了每个顾客需求的满意水平,以便得到顾客对产品的满意度,因此它应由每个满意度 $S_i(y_i)$ ($i = 1, \dots, m$) 构成.不失一般性,可设 $S(y_1, \dots, y_m)$ 与 $S_i(y_i)$ ($i = 1, \dots, m$) 为线性关系,则有

$$S(y_1, \dots, y_m) = \sum_{i=1}^m w_i S_i(y_i) \quad (22)$$

用 1 至 5 之间的数值表示顾客需求的满意水平,即 $y_i^{\min} = 1, y_i^{\max} = 5$,则有

$$y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max} \quad (23)$$

令 $S_i(y_i^{\min}) = 0, S_i(y_i^{\max}) = 1$,则 $S_i(y_i)$ 可构造如下

$$S_i(y_i) = 0.25(y_i - 1) \quad (24)$$

工程特性目标值确定过程是在开发预算 B

的约束下, 确定一组工程特性改进水平 x_1, x_2, \dots, x_n , 使新开发 / 改进的产品顾客满意度与各竞争企业的产品顾客满意度比较最大化, 目标函数可构造如下

$$\text{m x } S = \min_{r=1, \dots, l} \sum_{i=1}^m 0.25 w_i [(y_i - 1) - (y_{ir} - 1)] \quad (25)$$

式(25) 可改写为

$$\text{m x } S = \sum_{i=1}^m 0.25 w_i (y_i - 1) - \text{m x } \sum_{r=1, \dots, l} \sum_{i=1}^m 0.25 w_i (y_{ir} - 1) \quad (26)$$

设产品开发总成本函数 C 与各工程特性的改进成本函数 $C_j(x_j)$ 之间, $C_j(x_j)$ 与改进成本系数 c_j 之间均为线性关系, 则有

$$C = \sum_{j=1}^n C_j(x_j) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad B \quad (27)$$

c_j 的含义为工程特性 EC_j 提高单位改进水平所需费用. 以式(26) 为目标函数, 以式(1)、(20)、(21)、(23)、(27) 为约束条件, 最终得到一个 QFD 的规

划模型 LP3. 如果目标函数 $S > 0$, 表明在现有开发预算约束下新开发 / 改进的产品顾客满意度将超过所有竞争企业. 如果 $S = 0$, 表明在现有开发预算约束下新开发 / 改进的产品顾客满意度与各竞争企业比较差距最小.

4 仿真研究

某公司在产品改进时运用 QFD 进行产品规划, 建立了质量屋(图 3). 质量屋中包含 4 个顾客需求, 7 个工程特性, 分别记为 CR_1, CR_2, CR_3, CR_4 及 $EC_1, EC_2, EC_3, EC_4, EC_5, EC_6, EC_7$. 共有 5 个公司的同类产品进行比较, 分别记为 Co_1 (本企业)、 Co_2, Co_3, Co_4, Co_5 . 顾客需求权重、各竞争企业顾客需求满意水平及工程特性目标值、工程特性成本系数 c_j 由开发小组通过市场调查或进行试验获得. 工程特性上的“-”号表明该工程特性目标值越小越好, “+”表示越大越好. 产品开发预算 B 为 70 万元. 设计人员确定关联矩阵与自相关矩阵中的相关性, 并以符号“ ”标记.

工程特性	-	-	+	+	+	-	-	自相关矩阵
	EC ₁	EC ₂	EC ₃	EC ₄	EC ₅	EC ₆	EC ₇	
EC ₁								
EC ₂								
EC ₃								
EC ₄								
EC ₅								
EC ₆								
EC ₇								

顾客需求	相对权重	关联矩阵							计划矩阵							
		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Co ₅	最小值	最大值								
CR ₁	0.46								1.9	3.7	2.2	3.4	3.0	1	5	
CR ₂	0.28								2.4	3.5	3.0	2.1	4.1	1	5	
CR ₃	0.16								3.6	3.2	2.8	2.6	1.9	1	5	
CR ₄	0.10								3.3	2.8	3.5	2.7	4.2	1	5	
单位		mm ⁻²	mm ⁻²	kg · f	μm ⁻¹	HRC	dB	m	0.36	0.62	0.41	0.46	0.56	顾客满意度		
Co ₁		12	10	60	75	45	70	1.75	设计矩阵							
Co ₂		8	5.6	64	85	50	70	1.8								
Co ₃		13	8	62	75	50	68	1.7								
Co ₄		10	7	58	65	55	75	1.8								
Co ₅		8	11	65	80	55	73	1.6								
最小值		6	4	55	60	40	50	1.5								
最大值		15	12	70	100	60	90	2								
c _j / 万元		20	25	10	15	5	30	8								

图 3 产品规划质量屋

由公式(22)、(24)计算出各竞争企业产品的顾客满意度: $S_1 = 0.36, S_2 = 0.62, S_3 = 0.41, S_4 = 0.46, S_5 = 0.56$, 所以 $\max_{r=1, \dots, 5} \sum_{i=1}^4 0.25 w_i (y_{ir} - 1) = 0.62$. 用式(2)、(3)将竞争企业产品的工程特性目标值规范化: $X_1 = (0.78, 0.8, 0.6, 0.63, 0.5, 0.5, 0.4), X_2 = (0.78, 0.5, 0.47, 0.38, 0.5, 0.55, 0.6), X_3 = (0.22, 0.5, 0.47, 0.38, 0.5, 0.55, 0.6), X_4 = (0.56, 0.63, 0.2, 0.13, 0.75, 0.38, 0.4), X_5 = (0.78, 0.13, 0.67, 0.5, 0.75, 0.43, 0.8)$. 取 $h = 0.5$, 将有关计算结果及质量屋中相应数据分别代入规划模型 LP1、LP2, 利用 Mathprogram 软件共求解 7 次线性规划模型, 可依次确定关联函数 f_1, f_2, f_3, f_4 与自相关函数 g_2, g_4, g_6 , 计算结果见表 1, 括号中部分为展值. 从图 3 中可以看出, 工程特性 x_1, x_3, x_5, x_7 与其它工程特性无关, 则相应自相关函数为 0.

表 1 关联函数与自相关函数系数求解结果

截矩	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y_1	1.02(0.30)	2.561.43 - 0.53					
y_2	0.87(0.13)	4.05 - 0.11 0.67					
y_3	-0.74(1.18)	7.5					
y_4	1.31(0.23)	3.75					
x_2	0.27(0.63)	0.34					
x_4	-0.31(0.31)	0.04	1.50				
x_6	0.43(0.14)	0.14					

把表 1 计算结果及质量屋中的有关数据代入模型 LP3, 得到产品的 QFD 规划模型, 利用 Mathprogram 软件求解该模型, 得到最终优化结果, 见表 2.

表 2 优化结果

$m \times S$	y_1	y_2	y_3	y_4	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.13	3.65	5	2.95	4.61	1	0.42	1	0.45	0.19	0.49	0.88

进一步分析可知: 1) 根据所求得工程特性改进水平, 利用公式(2)、(3)可最终确定新开发/改进产品的各工程特性最优目标值 $l_j^* = (6, 8.64, 70, 78, 43.8, 70.4, 1.56)$; 2) 因为目标函数值 $m \times S = 0.13 > 0$, 所以新开发/改进产品的顾客满意度将超过所有竞争企业, 其值为 $0.13 + 0.62 = 0.75$.

5 结论

本文提出了基于模糊规划理论确定 QFD 系统参数的数学方法, 通过定义产品开发总成本函数、工程特性的改进成本函数及改进成本系数等概念, 建立了 QFD 规划模型. 该模型能够帮助开发人员在不确定的、模糊条件下有效确定关联函数及自相关函数, 优化顾客需求的满意水平, 确定工程特性目标值, 使新开发/改进的产品顾客满意度赶上或超过目标市场上的所有竞争企业, 并满足开发预算约束.

参考文献:

[1] Andreas H, Frank H, Christine B. Market-driven product and service design: Bridging the gap between customer needs, quality management and customer satisfaction[J]. Int J Production Economics, 2000, 66: 77—96

[2] John J J, Jeffrey KL, Chelsea C W. Key factors in the successful application of quality function deployment(QFD)[J]. IEEE Transactions On Engineering Management, 2001, 48(1): 81—95

[3] 刘鸿恩, 张列平, 车阿大, 等. 改进的质量功能展开()——系统方法[J]. 系统工程理论与实践, 2000, (2): 58—62

[4] Khoo L, Ho N. Framework of a fuzzy quality function deployment system[J]. International Journal of Production Research, 1996, 34(2): 299—311

[5] Tang Jiafu, Richard YK, et al. A new approach to quality function deployment planning with financial consideration[J]. Computer & Operations Research, 2002, 29(11): 1447—1463

[6] Wassermann G S. On how to prioritize design requirements during the QFD planning process[J]. IIE Transactions, 1993, 25(3): 59—65

[7] Tacho P K, Jae K. Determination of an optimal set of design requirements using house of quality[J]. Journal of Operations Management, 1998, 16: 569—581

[8] Moskowitz H, Kim K J. QFD optimizer: A novice friendly quality function deployment decision support system for optimizing product

- design[J]. *Computers and Industrial Engineering*, 1997, 33: 641—655
- [9] George L V. Optimization tools for design and marketing of new/ improved products using the house of quality[J]. *Journal of Operations Management*, 1999, 17: 645—663
- [10] Hauser J R, Don C. The house of quality[J]. *Harvard Business Review*, 1988, (3): 63—73
- [11] 吴望名, 陈永义, 黄金丽, 等. 应用模糊集方法[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1985. 258—268
- [12] Yen K K, *et al.* A linear regression model using triangular fuzzy number coefficients[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 106: 167—177

QFD system parameters identification based on fuzzy program

CHEN Yi-zeng¹, TANG Jia-fu², REN Zhao-hui¹, REN Li-yi¹

1. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China

Abstract : Aiming to the inherent fuzziness in quality function deployment (QFD) modeling, a new mathematic approach to identification QFD system parameters is presented using fuzzy optimization theory with symmetric triangular fuzzy number coefficients. By normalizing values of engineering characteristics, introducing new concepts of total development cost function, and improving cost function and cost coefficient of engineering characteristic, a program model for QFD is proposed. Simulation results shows that the model can help a design team to determine the relation functions between customer requirements and engineering characteristics, and correlation functions among engineering characteristics. It can also reconcile tradeoffs among the various customer satisfaction levels and identifies engineering characteristic target values for the new/ improved product that meets a budget constraint and matches or exceeds the customer satisfaction of all competitors in the target market.

Key words : quality function deployment (QFD); house of quality (HOQ); fuzzy program model; cost constraint