

# 企业的进入与研究开发策略

刘金山, 胡适耕, 李楚霖

(华中科技大学数学系, 武汉 430074)

**摘要:**现有文献大都只考虑企业进入某项目的等待投资的期权. 而实际上, 企业进入某项目后, 还具有研究与开发的实物期权. 通过建立新的模型, 本文在此考虑了这种研究与开发的实物期权, 分析得出了企业进入某项目的最优时机及进入后进行研究与开发的最优时机, 同时也得到了等待投资和研究与开发这两种实物期权的价值. 进一步得到了企业的最优进入策略与企业所具有的研究开发期权无关, 但该项目的等待投资的期权价值与研究开发期权正相关.

**关键词:**实物期权; 等待投资; 研究与开发

**中图分类号:** F830.59

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1007-9807(2003)05-0053-05

## 0 引言

在当今科技高速发展的时代, 企业家们如何准确把握时代的脉搏, 寻找市场的最佳切入点, 抓住机遇, 改革创新, 使企业立于不败之地是一个相当重要很值得探讨的课题. Mcynald 和 Siegal<sup>[1,2]</sup>及 Dixit<sup>[3]</sup>等对企业的最优进入与退出策略进行了探讨, 求得了等待投资的期权与关闭期权的价值. 文献[4~6]对不确定性下投资的各种实物期权作了大量的研究. 这些文献都对企业的最优进入与退出时机进行了分析, 但都没有考虑到企业进入某项目后, 了解了该行业市场行情及发展趋势, 具有了研究开发及创新的能力, 这样, 企业具有一个新的期权, 即研究开发与创新的期权, 而该期权的执行价则为研究开发的成本, 该实物期权相当于一个永生的美式 Call. 本文基于这一思想, 建立了一个新的模型, 主要讨论企业进入项目的最优时机和进行研究开发的最优时机, 比较分析了具有这一新的研究开发期权后, 等待投资期权和项目价值发生的变化, 各种参数变化对投资策略与研究开发策略的影响及期权值的影响等.

## 1 基本模型

考虑一个企业, 拥有某一项目的投资机会, 即企业具有在市场形势不利时可以暂时不进行投资, 等待市场转好后再投资的等待投资的期权. 该项目的固定的一次性投资成本为  $I_0$ , (即不变成本), 一旦完成固定的投入, 企业可进行生产经营, 获得随机利润流  $P_t - W$ ,  $W$  可看作生产经营的成本流,  $P_t$  可看作产品价格, 而企业的产品流单位化成 1 个单位(参考文献[4]). 这里  $P_t$  服从几何布朗运动, 经过标准化的做法<sup>[7,8]</sup>, 不妨假定在风险中性等价鞅测度下

$$dP_t = (r - \delta) P_t dt + \sigma P_t dz_t \quad (1)$$

其中:  $r$  为无风险利率;  $\delta > 0$ , 为产品的相对便利收益率或等待投资的相对机会成本损失;  $\sigma$  为产品价格的相对波动率;  $z_t$  为标准的布朗运动. 企业生产经营以后, 可根据市场形势进行研究开发与技术创新, 但需投资  $I_1$ , 而研究成功时刻服从参数为  $\lambda$  的指数分布, 且与  $P_t$  独立<sup>[9]</sup>. 一旦研究成功, 产品的价格将从  $P_t$  跳升为  $\alpha P_t$ , 而产品的成本下降到  $\beta W$ . 其中:  $\alpha > 1$ , 它表示研究开发成功后新技术或产品质量或价格上升程度;  $\beta < 1$  表示

在成本节约方面降低的程度. 这表明研究开发不仅使产品质量上升而且使成本降低, 当  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 < 1$  时, 表明该研究开发只是从节约成本这方面取得了成功.  $\alpha_1 > 1, \alpha_2 = 1$ , 表明研究开发是对产品质量或技术创新, 而成本方面没有节约.  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1$ , 则说明该产品没有创新, 即没有研究开发, 因为这时候谁也不会白投  $I_1$  去做这种无用的研究. 研究成功后, 企业的利润流变为  $\alpha_1 P_t - \alpha_2 W$ .

## 2 模型分析

通常情况下, 对这类最优停时问题都可转化为求价格  $P_t$  的阈值问题, 当价格  $P_t$  达到某一值  $P^*$  时, 企业付出成本  $I_0$  投资该项目为最优. 当进入后, 在  $P_t$  达到另一阈值  $P^{**}$  时, 企业投资  $I_1$  进行研究开发为最优. 下面进行分析, 求出最优的  $P^*$  和  $P^{**}$ .

### 2.1 最优研究开发时刻

假定企业在  $t_1$  时刻投入  $I_1$  进行研究开发, 成功时刻设为  $t_2, t_1$  时项目的价值设为  $V_2(P_{t_1})$ , 则有

$$V_2(P_{t_1}) = E_{t_1} \left[ \int_{t_1}^{t_2} (P_t - W) e^{-(t-t_1)r} dt + \int_{t_2}^{\infty} (\alpha_1 P_t - \alpha_2 W) e^{-(t-t_1)r} dt \right] \quad (2)$$

其中: 上式右端前一部分表示企业在投资  $I_1$  后进行研究开发  $t_1$  时刻起, 到研究成功  $t_2$  时刻的利润流的折现和; 后一部分表示在研究成功后企业的利润流折到  $t_1$  时刻的现值.  $E_{t_1}$  表示在  $t_1$  时刻信息下的条件期望. 由于成功时刻为服从参数  $\lambda$  的指数分布, 因此, 成功时刻  $t_2$  的密度函数为  $f(t) = \lambda e^{-\lambda(t-t_1)}, t > t_1$ , 由  $t_2$  与  $P_t$  的独立性及式(1) 可得

$$V_2(P_{t_1}) = \int_{t_1}^{\infty} e^{-(t_2-t_1)} \left[ \int_{t_1}^{t_2} (P_t - W) e^{-(t-t_1)r} dt + \int_{t_2}^{\infty} (\alpha_1 P_t e^{-(t-t_1)r} - \alpha_2 W) e^{-(t-t_1)r} dt \right] dt_2 + \int_{t_1}^{\infty} e^{-(t_2-t_1)} \left[ \frac{P_{t_1}}{r} - \frac{W}{r} + \frac{W}{r} e^{-(t_2-t_1)r} - \frac{P_{t_1}}{r} e^{-(t_2-t_1)} - \frac{\alpha_2 W}{r} e^{-(t_2-t_1)r} \right] dt_2 = \frac{P_{t_1}}{r} - \frac{W}{r} +$$

$$\frac{P_{t_1} (\alpha_1 - 1)}{(1 + \dots)} + \frac{W (1 - \alpha_2)}{r (r + \dots)} \quad (3)$$

式中:  $\frac{P_{t_1}}{r} - \frac{W}{r}$  表示企业永远不进行研究开发下的期望收益之现值;  $\frac{P_{t_1} (\alpha_1 - 1)}{(1 + \dots)}$  表示研究成功后, 由于产品价格的上升产生的超收益之现值;  $\frac{W (1 - \alpha_2)}{r (r + \dots)}$  表示由于成本的降低带来的节约成本的现值. 由此可知投资  $I_1$  进行研究开发所带来的超收益为式 (3) 中后两部分之和, 即  $\frac{P_{t_1} (\alpha_1 - 1)}{(1 + \dots)} + \frac{W (1 - \alpha_2)}{r (r + \dots)}$ . 是否研究开发带来的超收益大于所需成本  $I_1$  时, 即进行投资研究开发呢, 即

$$\frac{P_{t_1} (\alpha_1 - 1)}{(1 + \dots)} + \frac{W (1 - \alpha_2)}{r (r + \dots)} > I_1$$

则

$$P_{t_1} > \frac{(1 + \dots)}{(\alpha_1 - 1)} \left[ I_1 - \frac{W (1 - \alpha_2)}{r (r + \dots)} \right]$$

先看投资  $I_1$  进行研究开发前项目的价值. 设企业在  $t_0$  时刻进入该项目, 在研究开发之前, 该项目的价值设为  $V_1(P_t)$ , 则由哈密顿 - 雅可比 - 贝尔曼(HJB) 方程可知

$$rV_1(P_t) = E[dV_1(P_t)] + (P_t - W) dt$$

而由伊藤(Ito) 引理可知

$$E[dV_1(P_t)] =$$

$$\left[ (r - \dots) P_t V_1(P_t) + \frac{1}{2} \sigma^2 P_t^2 V_1''(P_t) \right] dt$$

结合上两式可得  $V_1(P_t)$  满足方程

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P_t^2 V_1''(P_t) + (r - \dots) P_t V_1'(P_t) + (P_t - W) - rV_1(P_t) = 0 \quad (4)$$

方程(4) 的一般解为

$$V_1(P_t) = A_1 P_t^{\beta_1} + A_2 P_t^{\beta_2} + \frac{P_t}{r} - \frac{W}{r}$$

其中:  $\beta_1, \beta_2$  为方程  $\frac{1}{2} \sigma^2 (\beta - 1) + (r - \dots) \beta - r = 0$  的两个根, 且  $\beta_1 > 1, \beta_2 < 0$ ;  $A_1, A_2$  为待定的常数;  $A_1 P_t^{\beta_1} + A_2 P_t^{\beta_2}$  表示具有研究开发期权的价值. 当  $P_t$  趋于零时有  $A_1 P_t^{\beta_1}$  趋于零, 此时该期权价值应趋于零, 因此, 上式中  $A_2$  为零. 而在  $t_1$  时刻项目的价值应满足值匹配条件与光滑通过条件<sup>[1~4]</sup>, 即

$$\begin{cases} V_1(P_t) = V_2(P_t) - I_1 \\ \frac{dV_1(P_t)}{dP_t} = \frac{dV_2(P_t)}{dP_t} \end{cases}$$

得到

$$\begin{cases} A_1 P_t^1 + \frac{P_t}{r} - \frac{W}{r} = \frac{1}{(1+r)} P_t - \frac{r+2}{r(1+r)} W - I_1 \\ {}_1A_1 P_t^{(1-1)} + \frac{1}{r} = \frac{1}{(1+r)} \end{cases}$$

设最优解为  $P^{**}$ , 则有

$$P^{**} = \frac{1}{(1-1)} \frac{1}{(1-1)} \left[ I_1 - \frac{(1-2)}{r(r+)} W \right] \quad (5)$$

$$A_1 = \frac{(1-1)}{1} \frac{1}{(1+r)} P^{**(1-1)} \quad (6)$$

由此得到最优研发时刻为在  $P_t$  首次达到  $P^{**}$  时投入  $I_1$  最好, 即  $t_1 = \min\{t \mid P_t = P^{**}\}$ . 此处  $P^{**}$  即通常所说的价格阈值, 即当现在的价格  $P_t$  小于  $P^{**}$  时, 企业的最优策略是暂时等待, 不进行研究开发; 当  $P_t$  等于  $P^{**}$  时, 企业投入  $I_1$  进行研究开发与不进行研究开发无差异; 若现在价格  $P_t$  大于  $P^{**}$ , 企业应马上投资  $I_1$ , 进行研究开发为最优. 显然, 研究成功概率的强度  $\beta$  及研究成功后产品质量提高的程度  $\alpha_1$  及成本节约的程度  $\alpha_2$  都会对这个价格阈值有很大的影响. 项目价值为

$$V_1(P_t) = A_1 P_t^1 + \frac{P_t}{r} - \frac{W}{r} \quad (7)$$

式中: 后两项  $\frac{P_t}{r} - \frac{W}{r}$  表示现在价格为  $P_t$ , 永远不进行研究开发时项目的价值;  $A_1 P_t^1$  表示由于具有研究开发期权的价值. 两项之和构成了项目的价值  $V_1(P_t)$ .

### 2.2 企业最优进入时刻

由企业在  $t_0$  时刻进入, 则企业在  $t_0$  时刻之前具有等待投资的期权, 设该期权值为  $V_0(P_t)$ , 则由同样的过程可得到,  $V_0(P_t)$  满足方程

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P_t^2 V_0(P_t) + (r - \rho) P_t V_0(P_t) - \rho V_0 = 0 \quad (8)$$

式(8)与式(4)的差别只在于等待投资时项目无现金流, 因而少了  $P_t - W$  这一项. 式(8)的一般解为  $V_0(P_t) = B_1 P_t^1 + B_2 P_t^2$ , 其中  $\beta_1, \beta_2$  如前,  $B_1, B_2$  为待定的常数, 而由于  $V_0(P_t)$  表示等待投

资的期权价值, 当产品价格  $P_t$  趋向零时, 该项目不可能获得正利润, 故等待投资的期权值应为零, 即  $V_0(0) = 0$ , 因此有  $B_2$  为零. 同样由值匹配条件及光滑通过条件可知, 最优投资时刻  $t_0$  应满足

$$\begin{cases} V_0(P_{t_0}) = V_1(P_{t_0}) - I_0 \\ V_0'(P_{t_0}) = V_1'(P_{t_0}) \end{cases}$$

则

$$\begin{cases} B_1 P_{t_0}^1 = A_1 P_{t_0}^1 + \frac{P_{t_0}}{r} - \frac{W}{r} - I_0 \\ {}_1B_1 P_{t_0}^{(1-1)} = {}_1A_1 P_{t_0}^{(1-1)} + \frac{1}{r} \end{cases}$$

设最优投资时刻  $t_0$  时产品价格为  $P^*$ , 则  $P^*$  满足上方程组的解, 得

$$P^* = \frac{1}{1} \frac{\left( \frac{W}{r} + I_0 \right)}{1-1} \quad (9)$$

$$B_1 = A_1 + \frac{\frac{P^*}{r} - \left( \frac{W}{r} + I_0 \right)}{P^{*(1-1)}} = A_1 + \frac{1}{P^{*(1-1)} \cdot 1} \quad (10)$$

由此得到最优投资时刻  $t_0$  为  $P_t$  首次达到  $P^*$  时, 即  $t_0 = \min\{t \mid P_t = P^*\}$ ,  $P^*$  就是企业进入该项目的价格阈值, 意义与  $P^{**}$  类似. 由于  $P^*$  与  $I_1$  及  $\beta_1, \beta_2$  等都无关, 因此最优投资时刻与研究开发期权无关. 但由于  $B_1$  与  $A_1$  正相关, 故  $B_1$  与  $I_1$  及  $\beta_1, \beta_2$  等有关, 因此等待投资的期权值

$$V_0(P_t) = B_1 P_t^1 = \left( A_1 + \frac{1}{P^{*(1-1)} \cdot 1} \right) P_t^1 \quad (11)$$

与研究开发期权相关. 其中:  $A_1 P_t^1$  表示由于投资后具有研究开发的期权在未投资前的等待价值;  $\frac{1}{P^{*(1-1)} \cdot 1} P_t^1$  表示没有研究开发期权时的等待投资期权值. 显然, 等待投资期权与研究开发期权正相关.

### 3 参数分析

由式(5)看出: 当研究开发的成本  $I_1$  较大时, 最优研究开发时刻产品的价格  $P^{**}$  也要求高些, 因为付出的成本大, 当然要求产品的价格高, 企业

才会投入研究开发成本,此时最优研究开发时刻会推迟些.当  $\lambda_2$  变小或者  $\lambda_1$  变大时,都会使  $P^{**}$  下降,因为  $\lambda_2$  变小,意味着产品成本降低得更多,  $\lambda_1$  增大意味着研发成功后产品价格变得更高,这两者的变化都会使研发成功后的利润增大,因而投资者会较早投入  $I_1$  进行研究开发.当  $\lambda$  增大时  $P^{**}$  也下降,因为  $\lambda$  越大表示较早研发成功的概率变大,如图 1 所示.图中参数:  $\rho = 0.08$ ,  $\sigma = 0.08$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\lambda_2 = 0.9$ ,  $W = 10$ ,  $I_1 = 100$ .从式(6)和式(5)看出:  $A_1$  随  $I_1$  增大而减少,随  $\lambda_1$  增大而增大,随  $\lambda_2$  减少而增大,随  $\lambda$  增大而增大.因而,研究开发的期权值  $A_1 P_t$  随  $I_1$  减少而增大,随  $\lambda_1$  增大及  $\lambda_2$  减少而增大,随  $\lambda$  增大而增大.  $I_1$  的减少使该期权的执行价减少,因而期权值变大,而  $\lambda_1$  的增大、 $\lambda_2$  的减少、 $\lambda$  的增大都使该项目的期望利润增大,因此研究开发期权值变大.从式(9)看出:该项目的最优投资时间与以后的开发投入  $I_1$  及研发成功的大小(体现在  $\lambda_1$  及  $\lambda_2$  的变化)及研发成功时间的概率分布( $\lambda$  的大小)无关,只与进入该项目的固定成本投资  $I_0$  及可变成本  $W$  相关,但从式(10)看出  $B_1$  的大小与上述因素都有关.由式(11)并结合前面的分析可得出,当  $I_1$  变大、 $I_0$  变大或  $W$  变大,都会使该项目的等待投资期权变小,而  $\lambda_1$  的增大、 $\lambda_2$  减少或  $\lambda$  的增大都会使该项目的等待投资期权增大.从式(5)及(9)可看出,  $P^*$  与  $P^{**}$  并无一定的大小关系.但由于  $P^{**}$  是在企业投资项目后进行研发的价格阈值,因此,若有  $P^{**} > P^*$  成立,则从最优投资时刻  $t_0$  及最优研发时刻  $t_1$  的公式可看出有  $t_0$  与  $t_1$  相等,即企业进入该项目后会马上进行研究开发.若  $P^{**} < P^*$ ,则有  $t_1 > t_0$ ,即企业在  $P_t$  上升到  $P^*$  时投入  $I_0$  进入该项目,运营一段时间后,等到  $P_t$  达到

$P^{**}$  再投入  $I_1$  研究开发.当  $\lambda = 0$  时,表明研究开发不可能成功,因此研究开发的期权永远不会执行,  $A_1$  为零,此时  $P^{**}$  为无穷大,该情形与只有等待投资的期权情形相同.

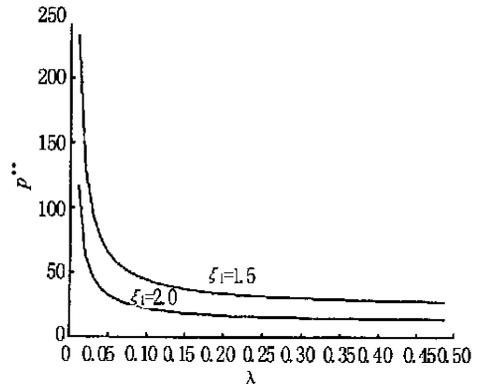


图 1 研究开发时产品价格阈值  $P^{**}$  与研究开发成功的概率强度  $\lambda$  的关系

### 4 结论

通过分析得到了企业最优的进入策略与企业的研究开发策略.企业的最优进入策略与企业所具有的研究开发期权无关,但该项目投资机会的价值与研究开发期权有关.当产品价格较低时,此时即使有正的净现值,企业也不会进入该项目而在等待,直到产品价格达到某一阈值时,企业才会进入该项目.进入该项目后,企业何时投入新成本进行研究开发,则须看市场形势而定,这与研究开发成功时间的概率分布有关,也与研究开发成功后,产品价格的跳幅及成本的节约程度等有关,而相应的等待投资期权与研究开发的期权值也都与上述因素相关.这些分析结果为企业作投资决策及相应的研究开发决策提供了理论依据,有指导作用.

### 参 考 文 献:

[1] McDonald R L, Siegel D R. Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down[J]. International Economic Review, 1985, 26(2): 331—349  
 [2] McDonald R L, Siegel D R. The value of waiting to invest[J]. Quarterly Journal of Economics, 1986, 101(4): 707—727  
 [3] Dixit A K. Entry and exit decisions under uncertainty[J]. Journal of Political Economy, 1989, 97(3): 620—638  
 [4] Pindyck R S, Dixit A K. Investment under uncertainty[M]. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994  
 [5] Pindyck R S. Irreversibility, and investment[J]. Journal of Economic Literature, 1991, 29(3): 1110—1148  
 [6] Trigeorgis L. Real Options[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1997

- [7] Gukhal C. Analytical valuation of American options on jump diffusion processes[J]. *Mathematical Finance*, 2001, 11(1): 97—115
- [8] Cortazar G, Eduardo S, Casassus J. Optimal exploration investments under price and geological technical uncertainty: A real options model[J]. *R&D Management*, 2001, 31(2): 181—189
- [9] Pnenings E, Lint O. The option value of advanced R&D[J]. *European Journal of Operational Research*, 1997, 103: 83—94
- [10] 简志宏, 李楚霖. 公司债务重组的实物期权方法研究[J]. *管理科学学报*, 2002, 5(5): 38 - 43

## Strategy of firm 's entry, research and development

*LIU Jin-shan, HU Shi-geng, LI Chu-lin*

Department of Mathematics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

**Abstract** :In existing real option literatures, the focus is mainly on the wait-option of investing on projects. Actually, once the firm launches the project, the firm immediately obtains additional real option, e. g., the right to conduct further R&D. Based on a new established model, this paper analyzes those options, not only resulting in the valuations of those options, and also concluding the optimal timing of firm 's entry and R&D. Furthermore, it is found that the optimal timing of firm 's entry is irrelevant to the R&D option, but the value of waiting investment option is positively correlated with the R&D option.

**Key words** : real option; waiting investment; research and development