

同类产品多品牌的最优定价模型

杜荣¹, 胡奇英², 陈开周³

(1. 西安电子科技大学经济管理学院, 西安 710071; 2. 上海大学商管学院, 上海 201800;
3. 西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

摘要: 针对同一家企业生产多种品牌的同类产品这种商务实践中的产品最优定价问题, 提出了同类产品多品牌的最优定价模型, 刻画了各种品牌的价格对销量、销量对单位成本的错综复杂的影响, 以及因此而产生的对企业利润的影响; 应用最新提出的一种神经网络方法建立了求解多品牌最优定价模型所需要的神经网络, 对该神经网络建模方法的性能进行了评价, 给出了一个评价实例; 最后给出了多品牌最优定价的案例, 建立了该案例的最优定价模型, 用神经网络方法获得了该案例中多品牌的最优定价结果. 对于单阶段的多品牌最优定价具有理论和实际价值.

关键词: 定价; 多品牌; 神经网络

中图分类号: F224.0

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2004)03-0069-06

0 引言

在消费者不断追求时尚和个性化的今天, 消费品生产商为了同时满足一些消费者“喜新”和另一些消费者“恋旧”的需要, 在保留原有产品不退出市场的情况下不断推出改进产品或全新产品^[1]; 同时, 为了满足消费需求的多元化的需要, “为不同买主提供不同性能和/或诉求”(例如宝洁), 或“为了保护其主要品牌”(例如精工), 或者为了分散产品开发的风险, 许多消费品生产商在产品品牌战略决策中采用“多品牌”战略, 对于同一类产品采用相互关联但具有不同属性的多种品牌^[2], 如宝洁在中国推出的洗发液类产品有漂柔、海飞丝、潘婷、沙宣等. 上述商务实践可以将投资分配给多种品牌, 分散投资风险, 同时占领更多的分销商货架. 但是, 带来的直接问题是: 如何为多种品牌设计价格, 以便将产品研发和生产的成本分散于各个品牌^[3,4]. 因此, 需要对同类产品多品牌的定价进行研究.

但是, 产品定价方面的大多数文献集中于单一品牌情况下的定价研究^[5~9], 对企业的多品牌定价研究较少. 此外, 产品定价研究大多采用最优控制、马尔可夫决策、微分对策等动态方法进行研究^[5~7]. 考虑到许多新产品的生命周期愈来愈短, 在短暂的生命周期中一些产品的价格变化甚微, 即使是生命周期较长的产品, 其价格从短期来看有一定稳定性, 且多数产品定价以未来某一段时期内(如某一任产品经理的任期)的利润为着眼点. 因此, 有必要研究作为产品定价基础的单阶段产品最优定价. 针对这种需要, 本文利用神经网络方法研究静态情况下单阶段多品牌的最优定价问题.

在企业对于产品的单阶段定价实践中, 价格主要是以产品的平均成本为基础而制定的, 有成本加成定价法、平均成本定价法、目标收益定价法等, 但是这些方法没有考虑到价格对需求量(销售量)的影响以及销售量对单位成本水平的影响. 定价过高会引起销售量的减少从而引起总利润的降

收稿日期: 2001-10-16; 修订日期: 2003-11-25.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70271021).

作者简介: 杜荣(1968—), 女, 陕西咸阳人, 硕士, 副教授.

低,定价过低虽然会扩大销售量,却有可能以牺牲利润为代价^[10]。本文提出单阶段产品的最优定价法,它以产品在一段时期内取得的利润总额的最大化为目标,在制定某产品的价格时,考虑到该价格与该产品的销售量、销售量与单位变动成本的相互联系,并考虑到其他同类产品价格对该产品销售量的影响。因此,本文提出的单阶段产品的最优定价法能弥补现有的实际定价方法中的许多缺陷,为企业提供一种以利润最大化为目标的比较科学的定价方法,具有重要的实践意义。

1 多品牌最优定价模型描述

在某阶段中,设某类产品有 n 个品牌,对 $i = 1, 2, \dots, n$, 设 $x_i \geq 0$ 表示品牌 i 的价格,记 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 为价格向量;设 z_i 表示品牌 i 的销量,记 $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T$ 为销量向量。

某个品牌的价格 x_i 与该品牌销量(需求量) z_i 之间的关系可以用该品牌的需求曲线 $z_i(x_i)$ 来刻画。在一些情况下,需求曲线可以近似看作一条直线^[11]。此时,需求曲线的函数式可以写为 $z_i(x_i) = 1 - \beta_i x_i$ 。其中,参数 β_i 是该品牌的需求量对该品牌价格的灵敏系数,表示该品牌价格变动一个单位引起该品牌需求量的变化量。在新产品引入期,不存在竞争或竞争微弱,需求量对价格的灵敏系数比较小,但是,进入产品成熟期后,多个品牌相互竞争,需求量对价格的灵敏系数会变大。本文研究适度竞争情况下多品牌的最优定价,假定需求量对价格的灵敏系数参数为 $0 < \beta_i < 1$ 。

由于 n 个品牌属于同类产品,它们的价格对彼此的销量有交叉影响。一般而言,在某一阶段,某一品牌的降价(提价)会增加(减少)该品牌这一阶段的销量,但会减少(增加)其他品牌这一阶段的销量^[12]。若将所有其他品牌的价格对该品牌销量的交叉影响予以考虑,并假定这种交叉影响是线性的,则根据文献[13]可假定某品牌的销售量 z_i 与该品牌的价格 x_i 和其他品牌的价格 $x_j (j \neq i)$ 之间有如下关系:

$$z_i = 1 - \beta_i x_i + \beta_{i,1} x_1 + \beta_{i,2} x_2 + \dots + \beta_{i,i-1} x_{i-1} + \beta_{i,i+1} x_{i+1} + \dots + \beta_{i,n} x_n = 1 - \beta_i x_i + \sum_{j \neq i} \beta_{i,j} x_j \quad (1)$$

其中, $0 < \beta_{i,j} < 1 (i \neq j)$ 是品牌 i 的销量对品牌 j 的价格的灵敏系数,表示竞争品牌的价格变动一个单位引起品牌 i 的销量的变化量。

设 c_i 表示品牌 i 的单位成本,记 $Y = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T$ 表示单位成本向量。一般而言,随着当期产销量的增加,当期生产单位产品所需的单位成本会降低。因此,一段时间内某品牌的产销量 z_i 对该时期内的单位成本 c_i 会有影响。如文献[13]那样,假定这种影响是线性的,则单位成本 c_i 与产销量 z_i 之间有如下关系:

$$c_i = c_i - \alpha_i z_i \quad (2)$$

其中, $\alpha_i > 0$ 是表示品牌 i 在所考虑的阶段内的初始单位成本^[14]的参数, $0 < \alpha_i < 1$ 是品牌 i 的单位成本对它的产销量的灵敏系数,表示品牌 i 的产销量每增加一个单位引起单位成本的变化量。

将式(1)代入式(2)得

$$c_i = c_i - \alpha_i + \alpha_i \beta_i x_i - \sum_{j \neq i} \alpha_i \beta_{i,j} x_j \quad (3)$$

记 π_i 是品牌 i 在定价为 x_i 、销量为 z_i 、单位成本为 c_i 时的利润。根据式(1),由于品牌 i 的销量 z_i 不仅与品牌 i 的价格 x_i 有关,还与其他竞争品牌的价格 $x_j (j \neq i)$ 有关,因此品牌 i 的利润 π_i 与各个品牌的定价 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 都有关。因此,记为

$$\pi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_i - c_i) z_i \quad (4)$$

将式(1)和(3)代入(4)并整理,得

$$\begin{aligned} \pi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = & (-c_i + \alpha_i \beta_i^2) x_i^2 + \\ & \left(1 + \sum_{j \neq i} \alpha_i \beta_{i,j} x_j + \alpha_i \beta_i - 2\alpha_i \beta_i - 2 \sum_{j \neq i} \alpha_i \beta_{i,j} x_j \right) x_i + \\ & \left[\alpha_i \left(\sum_{j \neq i} \beta_{i,j} x_j \right)^2 + 2 \sum_{j \neq i} \alpha_i \beta_{i,j} x_j - \sum_{j \neq i} \alpha_i \beta_{i,j} x_j + \alpha_i - \beta_i \right] \end{aligned} \quad (5)$$

在单阶段多品牌最优定价过程中,企业的重要定价目标之一是使企业的总利润最大,即使各个品牌的利润之和最大。因此,目标为

$$\max_{x_1, \dots, x_n} \sum_{i=1}^n \pi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (6)$$

约束条件为

$$\begin{aligned} \pi_i & \geq 0 \\ z_i & \geq 0 \\ x_i - c_i & \geq 0 \end{aligned}$$

它们分别表示单位成本非负、销售量非负和价格不低于单位成本。

问题(6)的向量形式为

$$\begin{aligned} \max & \sum_{i=1}^n f_i(X) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} Y &= 0 \\ Z &= 0 \\ X - Y &= 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

令 $f(X) = -\sum_{i=1}^n f_i(X)$, 则企业多品牌的最优定价问题(7)变成如下非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min & f(X) = -\sum_{i=1}^n f_i(X) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} G_1(X) = Y = 0 \\ G_2(X) = Z = 0 \\ G_3(X) = X - Y = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $G_1(X)$ 、 $G_2(X)$ 和 $G_3(X)$ 分别表示单位成本非负约束、销量非负约束和价格不低于单位成本约束。

2 多品牌最优定价模型求解方法

非线性规划问题(8)不仅变量个数多(n 个变量),而且约束不等式数量更多(约束不等式的数量是变量个数的3倍,为 $3n$ 个)。对于这种大规模的优化问题,虽然可以采用多种非线性优化算法,但为了提高求解效率,针对本问题采用一种新的神经网络求解方法。证明多品牌的最优定价问题(8)是非线性凸规划。

引理 1 $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是凸函数。

证明 由式(5)可得

$$\begin{aligned} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + b_i - 2 \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right) \\ &\quad \left(1 + \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + b_i - 2 \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right) \\ &\quad + 2 \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right) - \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right]^2 + \\ &\quad \left[2 \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right] \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可知, $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的二阶导数为

$$\frac{d^2 f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)}{dx_i^2} = 2a_{ii} - 2a_{ii}^2$$

因为 $0 < a_{ii} < 1$ 和 $0 < a_{ii} < 1$, 所以 $2a_{ii} - 2a_{ii}^2 > 0$ 。故 $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是凸函数。证毕。

定理 1 问题(8)是一个凸规划。

证明 由引理 1 可知

$$f(X) = -\sum_{i=1}^n f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

是凸函数,非线性规划问题(8)中的约束条件 $G_1(X)$ 、 $G_2(X)$ 和 $G_3(X)$ 均为线性函数,因此问题(8)是一凸规划(CNP)。证毕。

对于非线性凸规划 CNP(8),可构造如下神经网络模型

$$\frac{dz}{dt} = -\nabla E(z), z = z(t) \quad (10)$$

其中: $z \in R^{4n}$ 为神经网络的未知向量; $E(z)$ 为神经网络的能量函数(具体表达式后文给出)。

$E(z) = 0 \Leftrightarrow z$ 为神经网络的最优解。

设 CNP(8) 有最优解,且是强相容的,即 $\exists x^0 \in R^n$, 使

$$g_i(x^0) > 0 (i = 1, 2, \dots, 3n)$$

则 CNP(8) 的 Wolfe 对偶规划 DNP 为

$$\begin{aligned} \max & L(x^T, \tau) \\ \text{s.t.} & \nabla_x L(x^T, \tau) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $x = (x_1, x_2, \dots, x_{3n})^T$; $L(x^T, \tau) = f(x) - \tau^T g(x)$, $g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_{3n}(x))^T$; $\nabla_x L(x^T, \tau) = \nabla f(x) - \nabla g(x)^T \tau$

记 $z = (x^T, \tau^T)$, 则对于问题(8)可以建立如下能量函数:

$$\begin{aligned} E(z) &= E(x^T, \tau) = \frac{1}{2} \|\nabla_x L(x^T, \tau)\|^2 + \\ &\quad \frac{1}{2} \nabla_x L(x^T, \tau)^T \nabla_x L(x^T, \tau) + \\ &\quad \frac{1}{2} g(x)^T \tau - \frac{1}{2} \tau^T g(x) \end{aligned}$$

定理 2 $E(z^*) = 0 \Leftrightarrow z^* = (x^{*T}, \tau^{*T})$ 为 CNP 与 DNP 的最优解(证明略)。

因此,求解 CNP 和 DNP 的神经网络(10)可具体写为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\nabla_x E(z) = \\ \quad -\nabla_x L(x^T, \tau) - \nabla_x L(x^T, \tau)^T \tau - \\ \quad \nabla_x L(x^T, \tau)^T \tau + \tau^T \nabla_x L(x^T, \tau) \\ \quad [-\nabla_x^2 L(x^T, \tau) \nabla_x L(x^T, \tau)] \\ \frac{d\tau}{dt} = -\nabla_\tau E(z) = \\ \quad -\tau^T \nabla_x L(x^T, \tau) + \\ \quad \nabla_x L(x^T, \tau) \tau - (\tau^T \nabla_x L(x^T, \tau)) \end{cases} \quad (12)$$

上述神经网络方法收敛速度极快(时间复杂度几乎为 0),稳定性好,具有高度的容错能力.这些优越的性能可以通过大规模并行处理和分布式信息存储来实现.具体针对前面建立的 CNP(8) 和根据它建立的神经网络(12)而言,本文所采用的神经网络方法在性能方面具有如下特点:

1) 若神经网络(12)只有唯一平衡点 z^* 时,该平衡点 z^* 是一致渐近稳定的.

2) 若 CNP(8) 只有一个最优解 z^* 时,则 z^* 是一致稳定的.

3) 若神经网络(12)只有唯一平衡点 z^* ,且 $E(z)$ 的水平集有界,则 z^* 在拟收敛意义下是全局一致、渐近稳定的.

4) 若 CNP(8) 有无穷多个最优解,且 $E(z)$ 的水平集有界,则任给初始点 z^0 ,有 $z(t_n, z^0) \rightarrow \bar{z}$. 即 $z(t, z^0)$ 拟收敛于平衡点 \bar{z} .

(注:上述神经网络的建立、讨论以及有关结论的证明见文献[15].)

为了证实本文所用神经网络方法的可行性和有效性,第三作者的另一篇论文中给出了模拟算法和一些实验算例,并给出了图示.下面仅给出其中一个算例,以供评价该神经网络建模方法的性能.

算例 1

$$\begin{cases} \min f(x) = 0.4x_1 + x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1^3/30 \\ \text{s.t. } x_1 + 0.5x_2 \leq 0.4, & x_1 \geq 0 \\ & 0.5x_1 + x_2 \leq 0.5, & x_2 \geq 0 \end{cases}$$

用本文所用神经网络算法获得的最优解是 $x^* = (0.2, 0.4)^T$,最优值是 $f(x^*) = 0.200267$.

选取步长 $t = 0.002$,最优值的一个下界 $M_1 = 0$,任意选择初始点 $(7, 4)^T, (-4, 4)^T, (-4, -4)^T$ 和 $(7, -4)^T$,各条轨线都收敛于最优解 $x^* = (0.2, 0.4)^T, f(x^*) = 0.200267$.

这个实例说明本文提出的多品牌最优定价模型求解方法具有优越的性能.

3 多品牌最优定价的实际案例

A 企业生产三个品牌的同类产品,已试投入市场,并采用试销价格销售一段时间.现在该企业欲为这三个品牌分别设计适当的销售价格.试销

期收集的市场调查资料表明,A 企业品牌拥有一定数量的品牌忠诚者(他们肯定会购买 A 企业的三个品牌中的一个),但三个品牌的价格会对彼此的销量有影响.市场人员对市场调查资料进行统计分析后,得到如下需求对价格的灵敏系数参数(参数意义见第 1 节):

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0.2, \alpha_2 = 0.2, \alpha_3 = 0.5 \\ \alpha_{1,j} &= 0.1, \alpha_{2,j} = 0.1, \alpha_{3,j} = 0.6 (j = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

成本核算人员也对产品成本资料进行了统计分析,得到如下反映销量与单位成本关系的参数(参数意义见第 1 节):

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 1, \beta_2 = 1, \beta_3 = 1 \\ \beta_{1,j} &= 0.5, \beta_{2,j} = 0.5, \beta_{3,j} = 0.5 \end{aligned}$$

令 $X = (x_1, x_2, x_3)^T$,根据上述参数,有

$$\begin{aligned} Y &= \begin{bmatrix} 0.5 + 0.1x_1 - 0.05x_2 - 0.05x_3 \\ 0.5 - 0.05x_1 + 0.1x_2 - 0.05x_3 \\ 0.5 - 0.3x_1 - 0.3x_2 + 0.25x_3 \end{bmatrix} \\ Z &= \begin{bmatrix} 1 - 0.2x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 \\ 1 + 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.1x_3 \\ 1 + 0.6x_1 + 0.6x_2 - 0.5x_3 \end{bmatrix} \\ X - Y &= \begin{bmatrix} -0.5 + 0.9x_1 + 0.05x_2 + 0.05x_3 \\ -0.5 + 0.05x_1 + 0.9x_2 + 0.05x_3 \\ -0.5 + 0.3x_1 + 0.3x_2 + 0.75x_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此,A 企业为其三个品牌定价问题的模型如下:

$$\begin{aligned} \min f(X) &= -(X - Y)^T Z \\ \text{s.t. } \begin{cases} G_1(X) = Y - 0 \\ G_2(X) = Z - 0 \\ G_3(X) = X - Y - 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{13}$$

将 X、Y 和 Z 代入上述模型可知,该非线性规划问题是一个有 3 个变量、9 个约束不等式的大规模优化问题.根据非线性神经网络的模拟算法利用 Matlab 编程求解了 CNP(13),获得最优解 $X^* = (8.5714, 8.5714, 18.5714)^T$.因此,A 企业应当为三个品牌设定的最优价格分别为 8.5714, 8.5714 和 18.5714.

4 结论

本文对同一家企业生产多种品牌的同一类产品这种商务实践中的产品定价建立了一般化的非

线性模型,可用来解决单阶段多品牌的最优定价问题.在大力提倡科学化管理的今天,利用本文提出的多品牌最优定价理论和方法,可以比较科学地为产品设计价格,尽可能使企业在某个目标阶

段的总利润最大,对于营销管理实践具有重要指导意义.未来进一步的研究方向在于多阶段情况下多品牌的最优定价研究和需求随机情况下多品牌的最优定价研究.

参考文献:

- [1] Mohr J. Marketing of High-Technology Products and Innovations[M]. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 2001. 15—23.
- [2] 科特勒·菲利普(Kotler P). 营销管理——分析、计划、执行和控制[M]. 上海:上海人民出版社,1999. 424—429.
Kotler P. Marketing Management—Analysis, Planning, Implementation, and Control[M]. Shanghai: Shanghai People's Publisher, Prentice-Hall, 1999. 424—429. (in Chinese)
- [3] McAlister L, Pesemier E. Variety-seeking behavior: An interdisciplinary review[J]. Journal of Consumer Research, 1982, (9): 311—322.
- [4] Schiffman L G, Kanuk L L. Consumer Behavior(英文版)[M]. Prentice-Hall, Inc. 北京:清华大学出版社,1997. 7—18.
Schiffman L G, Kanuk L I. Consumer Behavior[M]. Beijing: Tsinghua University Press, Prentice-Hall, 1997. 7—18. (in English)
- [5] Krishna T V, Bass F M, Jain D C. Optimal pricing strategy for new products[J]. Management Science, 1999, 45(12): 1650—1663.
- [6] Feng Y, Xiao B. A continuous-time yield management model with multiple prices and reversible price change[J]. Management Science, 2000, 46(5): 644—657.
- [7] Krishna T V, Bass F M, Kumar V. Impact of a late entrant on the diffusion of a new product/service[J]. Journal of Marketing Research, 2000, 37(2): 169—278.
- [8] Docken E, Jorgensen S. Optimal pricing strategies for new products in dynamic oligopolies[J]. Marketing Science, 1988, 7(4): 315—334.
- [9] Klemperer P, Meyer M. Price competition vs. quantity competition: The role of uncertainty[J]. Rand Journal of Economics, 1986, 17(7): 618—638.
- [10] Perreault W D, McCarthy J E. Basic Marketing: A Global-Managerial Approach(英文版)[M]. McGraw-Hill Inc. 北京:机械工业出版社,1998. 556—579.
Perreault W D, McCarthy J E. Basic Marketing: A Global-Managerial Approach[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, McGraw-Hill Inc. 1998. 556—579. (in English)
- [11] 萨缪尔森·保罗. 经济学[M]. 第12版. 北京:中国发展出版社,1992. 627—629.
Samuelson P. Economics[M]. 12th edition. Beijing: China Development Press, 1992. 627—629. (in Chinese)
- [12] Helsen K, Schmittlein D. Understanding price effects for new nondurables: How price responsiveness varies across depth-of-repeat classes and types of consumers[J]. European Journal of Operational Research, 1994, 76(4): 359—374.
- [13] Moorthy K S. Competitive marketing strategies: Game-theoretic models[A]. In: Eliashberg, Lilien GL. Handbooks in OR & MS (Volume 5)[C]. North-Holland, 1993. 463—475.
- [14] Mohr J. Marketing of High-Technology Products and Innovations[M]. New Jersey: Prentice-Hall Inc. 2001. 12.
- [15] Chen Kaizhou, Leung Yee, Leung Kwong Sak, et al. Neural networks for solving linear and nonlinear programming Part 2: Nonlinear programming neural network[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 2003, 14(5): 1—9.

Optimal pricing model for various brands within product category

*DU Rong*¹, *HU Qi-ying*², *CHEN Kai-zhou*³

1. Economics and Management School, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. College of Business and Management, Shanghai University, Shanghai 201800, China;

3. Science School, Xidian University, Xi'an 710071, China

Abstract : The purpose of this paper is to model the optimal pricing problem in the following business practices : one firm produces various brands which belong to one product category. We pose an optimal pricing model for brands belonging to one product category, characterizing the complex interactions among price, sales volume, and cost per unit, and the resulting sophisticated influence on a firm's profit. Then, we apply a newly introduced neural network modeling technique to establish a neural network model needed by the solution of the optimal pricing model. In addition, we evaluate the performance of the neural network algorithm, and give an experimental example to show the wonderful performance of it. Furthermore, we illustrate an example of pricing for three brands, build its optimal pricing model, and derive its optimal solution using the neural network algorithm.

Key words : pricing; various brands; neural network

(上接第 68 页)

[11] El-Yaniv R, Kaniel R, Linial N. Competitive optimal on-line leasing[J]. *Algorithmica*, 1999, 25: 116—140.

[12] MacCrimmon K R, Wehrung D A. Taking Risk: The Management of Uncertainty[M]. London: The Free Press, 1986.

[13] Borodin A, Irani S, Raghavan P, Schieber B. Competitive paging with locality of reference[J]. *Journal of Computer and System Science*, 1995, 50(2): 244—258.

Risk-reward model of on-line leasing problem and its competitive analysis

ZHU Zhi-jun, *XU Yin-feng*, *XU Wei-jun*

1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract : An important factor that affects the daily investment decision is the risk. This paper introduced the risk concept into the online leasing problem, built the risk-reward model and analyzed the online leasing problem with interest and without interest in this risk-reward model. Traditional competitive analysis reflects the relative performance of online algorithm to benchmark algorithm (usually the offline optimal algorithm). But this approach is too inflexible and neglects some useful information the online player may have. Different from this method, the investor can control his own undertaken risk and choose the optimal online leasing strategy according to his own risk tolerance and forecast in the risk-reward model.

Key words : leasing; on-line algorithm; competitive analysis; risk-reward model