

论投资组合与金融优化

——对理论研究和实践的分析与反思

朱书尚¹, 李端², 周迅宇², 汪寿阳³

(1. 复旦大学管理学院, 上海 200433; 2. 香港中文大学系统工程与工程管理系, 香港;
3. 中国科学院数学与系统科学研究院系统科学研究所, 北京 100080)

摘要: 经过 50 多年的发展, 投资组合选择的理论研究和实践已经取得了相当丰富的成果. 随着全球经济一体化进程的加快和我国金融市场的发展与完善, 我国金融机构对投资组合理论的应用实践提出了具体要求. 按照投资组合选择理论的发展脉络, 简述并分析了现代投资组合选择的各种主要理论、模型与方法以及它们之间的内在关系, 并对一些最新进展作了重点介绍. 在此基础上, 对投资组合选择(或广义意义下的金融优化)的理论研究和在我国的应用实践问题, 提出了若干值得关注的发展方向与建议.

关键词: 投资组合选择; 风险管理; 资产/负债管理; 金融优化

中图分类号: F830 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 9807(2004)06 - 0001 - 12

0 引言

对金融学的定义, 可以有多种理解. 但对现代金融学的理解还是比较一致的, 一般指 20 世纪 50 年代发展起来的理论金融学. 其主要内容包括: 20 世纪 50 年代开创的投资组合选择理论 (Markowitz^[1]) 和公司财务的 MM 理论 (Modigliani 和 Miller^[2]), 20 世纪 60 年代发展起来的资本资产定价理论 (Sharpe^[3], Lintner^[4] 和 Mossin^[5]) 和有效市场理论 (Fama^[6,7]), 以及 20 世纪 70 年代诞生的期权定价理论 (Black 和 Scholes^[8], Merton^[9]) 和套利定价理论 (Ross^[10]) 等.

投资组合选择 (Portfolio Selection) 简而言之就是把财富分配到不同的资产中, 以达到分散风险、确保收益的目的. 1952 年, Markowitz 用方差来量化股票收益的风险, 提出了投资组合选择的均值 - 方差分析方法, 揭开了现代金融学研究的序幕. 后来的资本资产定价模型 (CAPM) 也是以均值 -

方差分析为基础的. 因此, 均值 - 方差投资组合理论不仅是现代投资组合选择理论的先驱工作, 也是现代金融学的基石之一. 其精髓在于首先对风险进行量化分析, 开辟了风险管理的新思路. 可以说, 是投资组合选择的研究带动了现代金融学的发展. 从某种意义上讲, 金融研究的出发点和落脚点都是金融决策与管理, 而对金融活动的主要参与人之一——投资者来说, 其金融决策与管理的主要内容就是投资组合选择. 因此可以说, 投资组合选择是现代金融理论研究的起源和动力之一.

经过半个世纪的发展, 投资组合选择的理论研究已经取得了丰富成果, 这些理论在实践中已被广泛应用. 我国学者在投资组合选择理论研究上也取得了一些高水平的研究成果, 特别是在动态均值 - 方差分析方面处于国际领先地位. 但在实践方面, 我国几乎还是处在起跑线上. 我国的资本市场在短短的十多年里, 从无到有不断发展壮大, 取得了瞩目的成就. 虽然目前还存在很多问题, 但它在不断地向理性和成熟发展, 为我国的金

收稿日期: 2004 - 09 - 10; 修订日期: 2004 - 12 - 02.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70210621); 香港 RCC 基金资助.

作者简介: 汪寿阳 (1958 -), 男, 江苏人, 教授, 博士生导师.

本文提到的我国资本市场或金融市场均指我国大陆的资本市场或金融市场.

融学研究提供了广阔的舞台.我国金融机构对投资组合理论的应用实践也提出了具体要求.本文将对50多年来的投资组合选择理论作一个简要的回顾与分析,并在此基础上提出未来一段时间内值得关注的发展方向.本文还将就如何把理论推进到我国投资组合管理实践这一重要议题展开讨论.希望本文能够在理论研究和应用实践这两个方面起到促进作用.

1 投资组合与金融优化领域50年来的主要进展

1.1 投资组合选择模型与方法

本节简要地回顾和分析各种具有代表意义的投资组合选择理论、模型与方法.首先介绍Markowitz^[1, 11]的均值-方差模型.该模型实际上是一个以投资组合的期望收益(均值)和风险(方差)为目标的双目标决策模型,因此很自然地导出了投资组合选择的均值-方差有效组合、有效前沿等概念.在均值-方差有效投资组合策略集中,高风险对应着高收益.投资组合选择就是在均值-方差有效组合策略集中选出适合投资者风险偏好的投资组合.为了减少模型参数(协方差)估计的计算量,Sharpe^[12]给出了投资组合选择的单因子(或单指数)模型.该模型仍然属于均值-方差分析的范畴,单因子模型是针对刻画收益的模型而言的. Sharpe用单因子收益模型来估计风险资产的均值和协方差,大大减少了参数估计数量,节约了计算资源.如果数据量充足,在现阶段的计算条件下,这种考虑的意义已不突出.然而,该模型是值得赞赏的,因为它首先突出了收益刻画在投资组合选择建模中的重要性,且在形式上与CAPM和APT(套利定价理论)相一致.最近, Konno等^[13]表明结合因子模型和线性规划模型可有效地处理大规模投资组合问题.

高于均值的超额收益实际上是投资者所喜好的,而在均值-方差模型中却被当作风险来处理.一个更确切的风险刻画量是下半方差,即相对于均值的负偏差的平方的期望值. Markowitz^[11]和 Mao^[14]等讨论了均值-下半方差模型.当然,在收益分布对称的情况下,这种改进意义并不大,因为该情况下的下

半方差刚好是方差的一半,均值-方差有效前沿与均值-下半方差有效前沿完全一致.收益分布不对称的典型代表是衍生资产(参见 Hull^[15]).

上述模型都只考虑收益的前二阶矩,属于二次凸规划的范畴. Samuelson^[16]首先注意到高阶矩在投资组合中的重要性. Konno和 Suzuki^[17]给出了均值-方差-偏度模型.这种模型在收益分布不对称的情况下是有价值的.因为在该情况下,具有相同的均值和方差的投资组合很可能具有不同的偏度,而偏度大的投资组合获得较大收益的可能性也大.但是该模型是三次非凸规划模型,求解比较困难.

Konno和 Yamazaki^[18]用期望绝对偏差来刻画风险,给出了一个投资组合选择的线性规划模型,常被称为均值-绝对偏差模型.在收益服从正态分布条件下,期望绝对偏差与方差相一致(只差一个常数).该模型后来如同均值-下半方差模型那样发展成均值-下半绝对偏差模型. Young^[19]利用极大极小规则建立了一个投资组合选择的线性规划模型.该模型实际上是以投资组合收益的最小顺序统计量作为风险度量. Cai等^[20]用投资组合各项资产收益中的最大期望绝对偏差来刻画风险,也给出了一个投资组合选择的线性规划模型,同时给出了解析的投资组合策略.显然,线性规划模型在计算上占有优势.但在现阶段条件下,计算均值-方差模型也是件很容易的事情.当然对于多阶段的问题而言,情况就不一样了.特别是用随机规划的方法进行多阶段投资组合选择建模时,最后一般都因大量的离散情景而归结为求解一个大规模优化问题.在这种情况下,非线性模型一般是很难应用的.因此,现有的多阶段随机规划投资组合选择模型基本上还是考虑线性规划模型.

Fishburn^[21]用与预先给定的目标收益的某种负距离(未达标部分)的期望来度量风险.其中,绝对距离与下半绝对偏差相似,而欧氏距离(二次距离)与下半方差相似,但二者有很大区别.下半绝对偏差和下半方差是相对均值而言的,而投资组合收益的均值一般随着组合策略的变化而变化. Fishburn的风险度量是相对预先给定的收益目标而言的,这个目标不会随着组合策略的变化而变化.如果在动态投资组合分析中用(下半)方差和

(下半)绝对偏差这类风险度量方法,由于优化指标中含有期望的非线性项,因而破坏了动态规划意义下的可分结构,使问题变得困难。但 Fishburn 的方法不会遇到这样的问题。实际上, Fishburn 的方法在动态投资组合管理模型中常被采用。绝对距离意义下的 Fishburn 的风险度量还被证明与条件风险值(Conditional Value at Risk,简记为 CVaR,是一种具有所谓相容性的风险度量方法,参见下述)有很好的对应关系(参见 Testuri 和 Uryasev^[22]),相应的投资组合问题可用线性规划方法求解。

上述模型除了均值-方差-偏度模型稍有不同以外,都是在“收益-风险”框架下考虑问题,可以统称它们为收益-风险(Return-Risk)型模型。区别仅在于风险的度量方法,例如用数学的语言来说,方差是 L_2 模方法,期望绝对偏差是 L_1 模方法,(投资组合各项资产收益中的)最大期望绝对偏差则是 L 模方法。

就在 Markowitz 发表均值-方差投资组合选择一文的同年(1952年),Roy 也发表了一篇关于投资组合选择的论文^[23]。Roy 称他的模型为安全第一(Safety First)模型。与收益-风险型投资组合选择模型的思路不同,安全第一模型的决策规则是极小化投资组合收益小于给定的“灾险水平”这一事件的概率。这与后来随机规划中的机会约束概念相一致。根据 Chebyshev 不等式,该问题被松弛转化为一个关于均值和方差比的优化问题,因而与均值-方差模型密切相关。Markowitz 给予该模型很高的评价。他说:“我因为 1952 年的工作,被称为现代投资组合选择理论的奠基人,其他(指 Roy)应该和我平分这项荣誉”(见 Rubinstein^[24])。

与上述的收益-风险型模型相比,安全第一模型给出了另一类风险控制思路,即控制损失的概率。在金融风险管理实践中,从 20 世纪 90 年代中期逐渐流行起来的风险度量方法——风险值(Value at Risk,简记为 VaR,参见 Philippe^[25])可以看作是该思路的另一种提法,即给定概率置信水平内最坏情况下的损失。VaR 本质上就是概率分布中的分位数,因简单实用被广泛采纳(例如著名的“巴塞尔协议”关于商业银行资本充足率要求就是以 VaR 为基础的)。在收益分布为正态的条件下,在适当的置信水平内,VaR 与方差相一致。而

在分布未知的条件下,只用到一、二阶矩的 Chebyshev 不等式可以给出 VaR 较好的上界估计(参见 Alexander 和 Baptista^[26])。面对各种不同的风险度量方法,人们自然会思考究竟什么样的风险度量方法是“好”的方法。上世纪末,Artzner 等^[27]提出了所谓相容性风险度量(Coherent Measures of Risk)的概念。其中相容性以四条公理假设条件为判别标准。由于 VaR 不满足四个条件中的次可加性条件(意味着在某些情况下拒绝投资组合分散化)而受到批评。基于此,人们又给出了条件风险值 CVaR 作为对 VaR 的一种修正(参见 Pflug^[28]、Rockafellar 和 Uryasev^[29,30]、Acerbi 和 Tasche^[31])。CVaR 被定义为损失超过 VaR 部分的条件期望(为了满足相容性条件,离散分布情况的定义稍有不同)。直观来看, CVaR 比 VaR 更确切地刻画了下滑风险(Downside Risk)。CVaR 还可以通过线性规划方法求得(参见 Rockafellar 和 Uryasev^[29,30]),这给 CVaR 的实际应用提供了极大方便。以 VaR 和 CVaR 作为风险度量来研究投资组合选择的工作已经展开(如 Bogentoft 等^[32]、Rockafellar 和 Uryasev^[29,30]、Topaloglou 等^[33]以及 Castellacci 和 Sicari^[34]),且将会是一个继续受重视的发展方向。这类问题仍然属于收益-风险分析范畴,且在思想上与下半方差、下半绝对偏差以及 Fishburn 的方法类似,只考虑下滑风险,符合人们的常规思维方式。Testuri 和 Uryasev^[22]、Topaloglou 等^[33]以及 Konno 等^[13]从理论和实证两方面对这些下滑风险作了对比分析。

收益-风险模型的最初考虑主要是基于收益-风险权衡、风险分散和控制以及便于理解和计算等方面的原因,并没有直接把它们与更一般的决策理论联系起来(这也可以看作是金融风险决策的一个特点)。基于公理假设体系基础之上的效用(Utility)理论(按期望效用极大化原理进行决策,参见 von Neumann 和 Morgenstein^[35])以及和它紧密相关的随机优势(Stochastic Dominance)准则(参见 Huang 和 Litzenberger^[36])在不确定性决策理论中被广泛接受。效用理论是精致的,但人们仍然倾向于采用收益-风险型模型。原因有二:(1)效用函数形式无穷,选取合适的效用函数不太容易。如果效用函数形式简单(比如说不高于二次的多项式函数),则问题不会超出上述收益-风险分析

框架,如果复杂又将会给计算带来麻烦;(2)效用函数刻画风险的方式是隐式的,而方差、绝对偏差、VaR等描述风险的方法能够直接告诉我们风险到底有多大,便于收益风险权衡决策。至于随机优势,由于按定义计算该准则意义下的有效投资组合十分困难,因此几乎没有直接应用。Fishburn^[21]、Levy和Markowitz^[37]、Kroll等^[38]、Ogryczak和Ruszczyński^[39, 40]以及Gotoh和Konno^[41]等研究了收益-风险型模型与效用理论和随机优势准则的相容性问题。粗略地说,它们在相当大的程度上并不矛盾。特别是当采用下半方差、下半绝对偏差、CVaR等下滑风险度量方法时,相容性更高。理论上,均值-方差分析只在收益为正态分布或效用函数为二次形式时才与极大化期望效用原理相合(当然二次效用函数模型与均值-方差模型有本质区别)。VaR也因为不满足次可加性而被质疑。然而迄今为止,均值-方差模型和VaR在现代投资组合和风险管理的理论研究和应用实践上都占据主要地位。其主要原因不仅在于它们被实践检验有效,而且易于分析、理解和实现。比如说,在没有卖空限制的条件下,均值-方差有效策略和有效前沿可以解析地求得,这给投资组合风险分散化、收益-风险权衡的分析和直观理解提供了极大的方便,这在其他模型中一般是做不到的。值得一提的是在绝大多数情况下,概率论中的中心极限定理也为投资组合收益分布的(近似)正态性提供了保证。在研发投资组合管理工具时,不仅要注重理论的优美,更要注重实践上的可操作性和有效性。从这个角度看, CVaR很可能在未来的投资组合管理实践中扮演重要角色。它不仅对收益的非对称分布、厚尾分布有效,而且可以有效处理除了市场风险以外的其它风险管理问题(如信用风险,参见Andersson等^[42])。

以上仅对具有一定代表性的投资组合选择模型(包括思想、理论和方法)作了扼要介绍与分析。还有其它模型,比如说以某个指标为基准的跟踪模型(参见Dembo和King^[43])、以信息理论中的熵为风险度量的模型(Philippatos和Wilson^[44])以及用模糊集理论来描述不确定性的模型(参见Inuiguchi和Ramik^[45]、Tanaka等^[46]、Lai等^[47]、Wang和Zhu^[48]

等,这里不再一一介绍。

1.2 动态投资组合选择与金融优化

上一小节讨论了一些典型的投资组合选择模型,并简要地介绍和分析了建模思想和方法。就模型本身而言,它们仅考虑静态(或单阶段)的投资组合选择问题。然而,投资行为,特别是机构投资者的投资行为往往是长期的。对一个长期投资者来说,他将随着投资环境的变化适时地调整投资组合头寸,而不是将初期构建的投资组合一成不变地保持到投资计划期末。这就是动态投资组合选择。

上世纪50年代,差不多与Markowitz提出均值-方差模型的同时,Bellman提出动态规划,极大地推动了动态优化决策的发展。上世纪60年代以来,不少人研究了动态投资组合选择问题,例如Mossin^[49]、Samuelson^[50]、Merton^[51, 52]、Fama^[53]、Hakansson^[54]、Elton和Gruber^[55]、Dumas和Luciano^[56]、Ostermark^[57]、Xu和Shreve^[58, 59]、Dantzig和Infanger^[60]、Grauer和Hakansson^[61]、Pliska^[62]、Li和Ng^[63]以及Zhou和Li^[64]等。

一般情况下,静态投资组合选择问题只需对期末财富加以考察就足够了。但投资组合选择的动态情形要远比静态情形复杂。即使是自融资方式下的动态投资组合选择问题也比静态投资组合问题难解得多,更何况在某些情况下动态投资组合选择问题并不是采取相对简单的自融资策略,而是要考虑各个时期的消费、债务和收入等,形成所谓的最优投资/消费问题(如Samuelson^[50]、Fama^[53])、资产/负债管理问题(如Ziemba和Mulvey^[65])等。交易费用、税收等摩擦市场因素对动态问题的影响也比静态问题要大得多,这些都会增加动态投资组合问题的难度。此外,还有诸如不同投资时期(如生命周期)的风险偏好的变化等许多其它重要问题(参见Campbell和Viceira^[66])有待进一步研究。

直到上世纪末,一般的动态投资组合选择模型都是效用函数模型,而收益-风险型动态投资组合选择模型却很少被研究。均值-方差分析在现代金融理论中有着重要的地位,从提出开始就一直受到高度重视,然而其动态情形的研究似乎

动态模型在下一小节介绍。为了突出介绍最新进展,本文给相关内容(如CVaR、动态均值-方差分析)较多篇幅,但这并不意味着其它内容不如这些内容重要。

被遗忘(参见 Steinbach^[67]最近的综述文章). 其实正如 Chen 等^[68]指出的那样,动态均值-方差模型的求解和分析很困难,根本的原因是不能直接用动态规划方法求解,从而导致了动态均值-方差投资组合选择的研究到20世纪末几乎还是空白的状况. 虽然有极少数关于动态投资组合的研究也冠以均值-方差之名,但直到2000年, Li 和 Ng^[63]才真正在这方面首先取得突破. 他们用嵌入的方法把多阶段均值-方差投资组合选择问题变为一个能用动态规划处理的问题,从而得到了有效策略及有效前沿的解析表达式. 紧接着, Zhou 和 Li^[64]用嵌入方法以及在随机控制领域中最近发展起来的不定二次最优控制的理论解决了连续时间均值-方差问题.

Zhou 和 Li^[64]研究的模型相对比较基本,例如市场的机会集(opportunity set)是确定性的,也没有考虑各种投资约束. 然而,此文给连续时间均值-方差模型的研究奠定了方法论上的基础. 后续的时间均值-方差模型的研究致力于解决各种更复杂的问题,例如随机机会集(Lim 和 Zhou^[69]),带有体制转换(Regime Switching, Zhou 和 Yin^[70]),不允许卖空(Li 等^[71]),不允许破产(Bielecki等)等问题. 方法上可分两大类. 一类是随机控制方法^[64,69,70,71]. 在这类方法中,我们可以动态、前行地得到有效策略,固亦称“前行法(Forward Approach)”或“原始法(Primal Approach)”. 另一类方法是先解决一个关于终端财富的静态优化问题以得到一个最优的终端财富,然后通过复制这个终端财富得到所求的均值-方差有效策略. 该方法被称为“后退法(Backward Approach)”或“对偶法(Dual Approach)”. 其实该方法本质上是 Harrison 和 Kreps^[72]及 Pliska^[73]最早提出的风险中性(Risk Neutral)等价鞅测度. 有趣的是,这种方法自然地建立了组合投资和期权定价之间的对偶关系. 例如在 中,均值-方差有效策略正好是某类欧式看跌期权(Put Option)的复制策略,因而可以通过 Black-Scholes 公式得到.

与单阶段投资相比,动态投资中的一个本质的差异是完备市场与不完备市场之分. 在不完备市场

中,可供交易的“资产”数可能少于市场中的随机源的个数,因此市场中的风险一般不能利用投资组合来完全对冲(Hedge). 在该情形下,上述的“前行法”或“后退法”均无法直接运用. Lim^[74]利用 Karatzas 等^[75]的“市场完备化”方法,结合“前行法”及倒向随机微分方程的最新发展解决了不完备市场中不带组合约束的均值-方差问题. 另一方面, Jin 和 Zhou^[76]最近利用“后退法”研究了不完备市场中带有各种组合约束的均值-方差问题. 他们的主要思想是用等价条件刻画可以作完全对冲的终端财富集. 还值得一提的是 Jin 等 研究了连续时间均值-下方方差模型及一般均值-风险模型. 他们证明了前者的有效策略不可达. 这个负面结果与单阶段或多阶段的情况非常不同,从而揭示了连续时间模型有时会出现非常意外的结果.

在离散时间动态情形中, Steinbach^[67]研究了基于离散情景(离散收益分布)的多阶段均值-方差投资组合选择问题. Li 等^[77]把安全第一模型推广到多阶段情形. Leippold 等^[78]在 Li 和 Ng^[63]的分析框架上研究了资产/负债管理问题. 结合均值-方差模型和安全第一模型的思想,在 Li 等^[77]及 Li 和 Ng^[63]的基础上, Zhu 等^[79]研究了整体破产风险控制问题. Zhu 等^[80]还研究了多阶段均值-方差投资组合选择的短视有效性问题,得到了短视有效性在一定条件下成立这一具有正、负两方面意义的结果,指出了一些关于动态均值-方差投资组合选择问题有待进一步研究的问题.

在动态投资组合选择研究中,连续时间模型是强有力的分析工具. 在动态均值-方差分析的框架下,连续时间模型的研究已经取得了比较丰富的成果. 比较而言,离散时间均值-方差模型的研究成果相对缺乏,比如说不允许卖空交易规则下的问题就没有解决. 由于实际交易行为是在离散时间点上发生的,因此离散时间均值-方差模型有待进一步深入研究.

以上介绍的主要是动态投资组合选择的理论研究方面. 近年来,在计算技术(硬件、软件和算法)迅速发展的基础上,随机规划方法成为动态投

Bielecki T R, Jin H Q, Pliska S R, Zhou X Y. Continuous-time mean-variance portfolio selection with bankruptcy prohibition[J]. Mathematical Finance, to appear.

Jin H Q, Yan J A, Zhou X Y. Continuous-time mean-risk portfolio selection[J]. Ann. L'Institut Henri Poincaré-Prob. & Stat., to appear.

投资组合实践和应用研究的强有力工具,在应用方面取得了很大成功.例如资产分配的随机网络模型(Mulvey和Vladimirou^[81])、养老基金资产/负债管理(参见Dert^[82])、保险公司资产/负债管理(参见Carino等^[83,84])以及固定收益证券投资组合管理(参见Zenios等^[85])等.Ziemba和Mulvey^[65]很好地总结了这方面的进展.而就在上世纪80年代,这些实际应用当时的软硬件环境下是很难实现的.用随机规划方法对复杂的投资组合管理问题进行建模,一般都会导致一个大规模的优化问题.因此这类问题现在常被称为金融优化.在金融优化这个名词出现以前,人们也时常称投资组合选择为投资组合优化,这些名词只不过反映了投资组合这个学科内容在不断扩充、不断发展而已.事实上,广义意义下的金融优化应该涵盖了投资组合选择的全部内容,投资组合与金融优化的概念是没有必要加以严格区分的.当人们谈到金融优化时,很多情况下是强调投资组合选择中的“优化技术”成份,此时“投资组合选择”偏向概念和理论,而“金融优化”则偏向技术和应用.有时候金融优化也被归为计算金融,但计算金融还包括衍生资产定价方程的数值计算等内容,它们之间既联系又区别.希望读者不至于被概念混淆.

固定组合比例、投资组合保险(参见Perold和Sharpe^[86])、泛证券组合(Universal Portfolio, Cover^[87])等动态投资组合策略也是动态投资组合选择方法的一部分.投资者可能在实践中采用这类方法,但这类方法不是主流方法,至少在理论上它不是最优方法.动态投资组合优化建模中最主要的方法还是随机控制方法和随机规划方法.这两类方法(实际上二者也不能完全严格区分)各有优劣.随机控制模型在解析解、问题分析和解释的深刻性等方面占有优势.随机控制模型一般不需要像随机规划模型那样做情景分析.但如果在随机控制模型加上过多的约束限制,其分析和求解会变得十分困难.随机规划模型要求的只是数值解,对模型限制较少,在实际问题刻画方面(比如说卖空限制、最大组合头寸限制,交易费用,负债约束等)占有优势.综上所述,随机控制方法在回答为什么,即在理论研究方面较为合适,而随机规划方法在回答怎么做,即在应用实践方面更为有效.

2 投资组合与金融优化的若干研究方向

上一节对投资组合选择(或金融优化)的主要模型、理论和方法作了介绍和分析.作为金融学和金融工程的一个重要内容,它的发展与其它学科一样,是一个不断提升、完善的过程.在这个过程中,理论与实践在不断相合与背离的过程中共同前进.而理论与实践又要受到当时已有的相关理论、研究工具与方法、实践环境和条件等因素的影响和限制.综合这些因素,本着理论服务于实践而又领先于实践的原则,作者认为以下几个主题是未来一段时间值得关注的发展重点.

(1) 进一步开展收益-风险型动态投资组合选择问题的研究.

与效用函数模型相比,收益-风险型动态投资组合选择的研究还比较少.这类问题往往因为目标函数形式(或者是风险控制方式)的限制使得问题不具有动态规划意义下的可分性和整体最优所要求的凸性,因此无论是求解策略还是数值解,都比较棘手.就动态均值-方差投资组合选择的研究而言,也是最近几年才有理论上的突破.在此基础上,Zhu等^[80]进一步研究了动态均值-方差模型的时间一致性(短视有效性或动态一致性)问题,得到一致性不恒成立的结论.这意味着在传统模式下理解动态均值-方差投资组合选择问题并不十分合理.而且我们相信诸如均值-下半偏差、均值-绝对偏差和均值-VaR等收益-风险型动态模型很可能也存在这样的问题.要解决这些问题基本思路有两种:一、探索恰当的满足Bellman最优性原理条件的风险度量(例如动态相容性风险度量)方法;二、避开Bellman最优性原理,采用带偿付的多阶段规划模型(Multistage Programs with Recourse)、多层规划模型(Multi-Level Programs)等递阶决策模型.

(2) 开展分散化风险管理和多重风险控制的研究.

近年来,金融机构的混业经营局面已趋主流.

金融机构的投资运作限制也已逐步宽松,一些机构可以同时开展包括保险、货币、证券、基金等在内的多个市场的业务。金融机构总部在各业务部门间的资源配置以及各业务部门在金融市场上的投资运作就形成了典型的分散化风险管理(Decentralized Risk Management)问题(参见 Mulvey 和 Erkan^[88])。然而,与此相适应的风险管理理论和方法的研究却很少。以多层次、跨部门、跨行业和跨市场的分散化风险管理为特征的投资组合管理研究是一个困难但具有现实意义的研究课题。多重风险控制包括纵、横两个方向上的风险控制。纵向上指在各个时间段上的控制,而传统模型几乎仅考虑对终端目标的控制(参见 Zhu 等^[79]);横向上指在同一时间截面上对多种风险的控制,这些风险包括市场风险、信用风险和流动性风险等。传统模型基本上只考虑其中一种,且大多数情况下仅考虑市场风险。在分散化风险管理中,多重风险控制的要求非常自然。

(3) 结合行为金融学理论开展基于模糊集理论的投资组合选择研究。

对理性预期和有效市场假设的质疑而导致的行为金融学是近年来金融学发展倍受关注的一个方向。模糊集理论是处理非随机不确定性的有力工具,它在描述人的知识和行为的不确定性方面具有优势,是行为金融学研究潜在的有效手段,或许能在行为金融学的研究中发挥如同概率论对经典的现代金融理论那样的功能(参见 Peters^[89])。基于模糊集理论的投资组合选择也是最近几年才开始的一个新的研究方向^[45, 46, 48]。虽然目前还没有人把模糊投资组合选择系统地上升到行为金融学的理论高度,但是我们相信模糊投资组合选择的研究会随着行为金融学理论的发展而更加受到重视。这决非说已有的经典理论已经过时。就像盲人摸象,只要愿意摸象的人多一个,无论摸到哪个部分,对大象的了解就会多一份。可以预见,不同的投资组合选择理论和方法在各自发展的过程中也会随着相互间的渗透而交叉融合,不断扩充投资组合选择的理论体系。

(4) 结合我国实际开展资产/负债管理研究。

负债是一些金融机构的重要特征。银行业、保险业和养老基金等是面临着资产/负债管理问题的典型金融行业。资产/负债管理方面的定量研究在国外已有规模,而在我国几乎近于空白。结合国内某些具有负债特征金融投资机构的实际,对资产/负债管理进行研究是一个具有重大应用价值的发展方向,对我国社保基金运作与管理等重大问题,都具有现实的指导意义和借鉴价值。随机规划方法在资产/负债量化管理实践中具有主导地位。用随机规划方法对复杂的资产/负债管理进行建模,一般可归结为大规模的优化问题。一般而言,问题的规模与资产收益和负债的情景数量成指数增长关系。情景的规模和结构直接关系到模型的复杂度和可靠性。在资产/负债管理的建模实践中,从技术层面来讲,如何恰当、有效地构建模型,如何有效地求解超大规模优化问题(比如怎样利用问题的特殊结构设计快速分解算法等)和怎样生成合适的情景仍然是现阶段最主要的研究课题^[65]。

(5) 开展对突发金融风险的生成、扩散和预警的研究。

通常的模型和风险度量方法只能够有效地处理正常市场条件下的金融风险。稀有的突发金融风险很可能给毫无准备的投资者以致命的打击。然而在正常市场条件下,对可能的突发金融风险的过度反应往往会影响到投资业绩。对于这个矛盾,一个比较好的解决方案是:在正常情况下,投资组合策略不考虑可能发生的突发金融风险,而是采取预警监控和适时调整的策略,把突发金融风险预警与投资组合管理有机地结合起来。突发金融风险可能是由某个突发事件引起(也可能有前兆),并迅速扩散开来。如果能够掌握突发金融风险的形成条件和传播扩散机制,就能够对突发金融风险进行预警和防范。

实际上,方向(1)和方向(2)是在纵、横两个方向上进一步深化投资组合选择的研究,是针对投资组合选择面对的复杂现实而提出的。在纵向上深化,就是在时间的动态性方面进一步深入研究。在横向上深化,就是对一个投资组合的不同方面进行分解和整合的研究;对分散系统而言,就是对投资主体中各个体的投资组合选择行为进行协调的研究。方向(3)是根据金融学理论新的发展而提的,是结合不同理论的投资组合选择(交叉)研究。

方向(4)是根据我国实际提出的具有重大应用价值的研究。方向(5)是一个普遍关注且具有重要意义,但研究积累少,有充分发展空间的领域。

除上述几个方向以外,不完备市场条件下的投资组合选择理论的研究仍有待继续深入。在交易费用、交易规则约束等摩擦市场环境下,现实中的投资组合选择问题往往可以归结为非凸非线性的(混合)整数规划问题。这类问题的研究十分困难,成果不多,进一步的研究无论是在理论上还是在实践中都具有重要意义。金融工具的创新也为投资组合选择的研究提供了新的素材,比如说针对可转债等新兴资产类型的投资组合选择的研究就是一个具有现实意义的课题。信息技术对投资组合管理的影响是巨大的。如何利用现代信息技术实现有效的投资组合管理也是一个具有重大应用价值的课题。此外,信息技术本身对投资组合选择的影响也是一个值得注意的研究方向。关于投资组合选择的实证分析是绝对不可忽视的研究课题。当然,由于我国资本市场历史很短,金融数据缺乏,该课题的研究目前还具有一定的困难。

3 对投资组合与金融优化在我国实践方面的一些思考

本节主要谈谈对投资组合选择(或广义意义上的金融优化)在国内实际应用方面的一些想法与建议。我国金融市场和金融业的迅速发展为国内的金融学研究提供了广阔的舞台。然而就投资组合管理而言,我们却也不得不面临这样的尴尬:搭乘金融学理论(主要包括投资组合选择、资本资产定价和期权定价等)在上世纪90年代连续获诺贝尔经济学奖的东风,上世纪90年代后半期国内掀起了现代金融理论研究的热潮,科研机构的研究人员发表了大量的论著;可是另一方面,金融业界对这些成果(包括经典的理论和方法)的实际应用几乎为零。造成这种现象的原因是多方面的。客观来看,我国的金融市场,特别是资本市场不成熟、不完善,政策等非市场因素影响严重,实际与理论相去较远,限制了理论和方法的应用空间。主观上,一个重要原因在于金融学研究人员和金融业界之间的交流与合作不够。一方面,投资组合选

择需要很多数理工具,这是许多业界人士(包括一些以定性分析为主的金融理论研究人员)不太理解和接受的。另一方面,擅长数理工具的研究人员也不太关注或者是缺少机会去关注金融业界的实际需要。二者难以走到一起。

金融市场上有各种各样的投资理念。根据理念的不同,大致可以把投资者分为三类:基本分析派、技术分析派和现代投资组合理论派(以量化模型为基础)。当然,要求所有的投资者都相信量化模型是不现实、不可能甚至是不科学的。但是如果没有人利用以现代投资组合理论为背景的量化模型来指导投资实践,那么这样的投资决策也肯定是有缺陷、不科学的。

诺贝尔经济学奖获得者中,很多人在研究中用到了高深的数理工具。事实上,考察一下 Markowitz^[90]对优化问题的研究(主要是为了求解他的投资组合选择模型),我们不难发现这位现代投资组合理论的开创者也不愧为他那个时代的优秀的最优化专家。现在也有很多最优化专家,包括线性规划单纯形法的创始人 Dantzig^[60]、最优化界的一流学者 Rockafellar^[29, 30]和 Luenberger^[91, 92]等都参与了金融优化的研究。国外也不乏学者(主要是最优化专家)与金融机构(包括中介机构)合作,在金融优化的实际应用中取得成功的例子,如获得管理科学成就 Frank Edelman 奖的 Russell - Yasuda Kasai 模型^[83, 84]在保险公司金融计划决策中的应用。国际上也有一些运筹与金融交叉学科研究机构,如 Princeton 大学的运筹学与金融工程系。从国际范围来看,运筹优化领域的学者们在金融优化的研究和实践中都起到了关键作用。而我国这一领域众多的学者们对金融优化的研究似乎缺乏应有的兴趣和热情,对金融优化的应用实践更是不够重视。这一现象主要是由于现阶段国内金融业界对金融优化实践的暂时性需求不足造成的。

上个世纪末的亚洲金融风暴使我国金融业界和政府高层进一步认识到了金融风险管理的重要性。某些量化的风险管理方法已在一些金融机构落到了实处,科研机构与金融业界的交流与合作开始增强。随着国内金融改革和经济全球一体化进程的加快,国内金融业在发展的同时也面临着前所未有的风险与挑战。一些金融机构(如基金公

司、保险公司)的决策部门已经对金融优化在实践中的应用提出了具体要求.结合我国实际,把金融优化的理论和方法应用到金融决策的实践中去已经成为金融业界和学术界的共识.

参考文献:

- [1]Markowitz H M. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7: 77—91.
- [2]Modigliani F, Miller M. The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment[J]. American Economic Review, 1958, 48: 261—297.
- [3]Sharpe W. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk[J]. Journal of Finance, 1964, 19: 425—442.
- [4]Lintner J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets[J]. Review of Economics and Statistics, 1965, 47: 13—37.
- [5]Mossin J. Equilibrium in a capital asset market[J]. Econometrica, 1966, 34: 768—783.
- [6]Fama E F. The behavior of stock prices[J]. Journal of Business, 1965, 37: 34—105.
- [7]Fama E F. Efficient capital markets: II[J]. Journal of Finance, 1991, 46: 1575—1617.
- [8]Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81: 637—654.
- [9]Merton R C. The theory of rational option pricing[J]. Bell Journal of Economics and Management Science, 1973, 4: 141—183.
- [10]Ross S A. The arbitrage theory of capital asset pricing[J]. Journal of Economic Theory, 1976, 13: 341—360.
- [11]Markowitz H M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment[M]. New York: John Wiley & Sons, 1959.
- [12]Sharpe W A. Simplified model for portfolio selection analysis[J]. Management Science, 1963, 9: 277—293.
- [13]Konno H, Waki H, Yuuki A. Portfolio optimization under lower partial risk measures[J]. Asia Pacific Financial Markets, 2002, 9: 127—140.
- [14]Mao J C T. Models of capital budgeting, EV versus E-S[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1970, 5: 657—675.
- [15]Hull J C. Options, Futures and Other Derivative Securities[M]. New York: Prentice Hall, 1993.
- [16]Samuelson P. The fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means variances and higher moments[J]. Review of Economic Studies, 1958, 25: 65—86.
- [17]Konno H, Suzuki K. A Mean-variance-skewness optimization model[J]. Journal of the Operations Research Society of Japan, 1995, 38: 173—187.
- [18]Konno H, Yamazaki H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market[J]. Management Science, 1991, 37: 519—531.
- [19]Young M R. A minimax portfolio selection rule with linear programming solution[J]. Management Science, 1998, 44: 673—683.
- [20]Cai X Q, Teo K L, Yang X Q, Zhou X Y. Portfolio optimization under a minimax rule[J]. Management Science, 2000, 46: 957—972.
- [21]Fishburn P C. Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns[J]. American Economic Review, 1977, 67: 116—126.
- [22]Testuri C E, Uryasev S. On relation between expected regret and conditional value-at-risk[R]. Research Report # 2000-9, Department of Industrial and Systems Engineering, University of Florida, 2000.
- [23]Roy A D. Safety-first and the holding of assets[J]. Econometrica, 1952, 20: 431—449.
- [24]Rubinstein M. Markowitz's "Portfolio Selection": A fifty year retrospective[J]. Journal of Finance, 2002, 57: 1041—1045.
- [25]Philippe J. Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk[M]. Chicago: Irwin Professional Publishing, 1996.
- [26]Alexander G J, Alexandre A M. Economic implication of using a mean VaR model for portfolio selection: A comparison with mean-variance analysis[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2002, 26: 1159—1193.
- [27]Artzner P, Delbaen F, Eber J M, Heath D. Coherence measures of risk[J]. Mathematical Finance, 1999, 9: 203—228.
- [28]Plug G. Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk[A]. S. Uryasev Ed. Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications[C]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [29]Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional Value-at-Risk[J]. The Journal of Risk, 2000, 2: 21—41.
- [30]Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional Value-at-Risk for general loss distributions[J]. Journal of Banking and Finance, 2002,

- 26: 1443—1471.
- [31] Acerbi C, Tasche D. On the coherence of expected shortfall[J]. *Journal of Banking and Finance*, 2002, 26: 1487—1503.
- [32] Bogentoft E, Romeijn H E, Uryasev S. Asset/liability management for pension funds using CVaR constraints[J]. *Journal of Risk Finance*, 2001, 3: 57—71.
- [33] Topaloglou N, Vladimirov H, Zenios S A. CVaR Models with selective hedging for international asset allocation[J]. *Journal of Banking and Finance*, 2002, 26: 1535—1561.
- [34] Castellacci G, Siclari M J. The practice of Delta Gamma VaR: Implementing the quadratic portfolio model[J]. *European Journal of Operational Research*, 2003, 150: 529—545.
- [35] von Neumann J, Morgenstein O. *Theory of Games and Economic Behavior*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1944.
- [36] Huang C F, Litzenberger R H. *Foundations for Financial Economics*[M]. New York: Elsevier, 1988.
- [37] Levy H, Markowitz H M. Approximating expected utility by a function of mean and variance[J]. *American Economic Review*, 1979, 69: 308—317.
- [38] Kroll Y, Levy H, Markowitz H M. Mean variance versus direct utility maximization[J]. *Journal of Finance*, 1984, 39: 47—61.
- [39] Ogryczak W, Ruszczyński A. From stochastic dominance to mean risk models: Semideviations as risk measures[J]. *European Journal of Operational Research*, 1999, 116: 33—55.
- [40] Ogryczak W, Ruszczyński A. Dual stochastic dominance and related mean risk models[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2002, 13: 60—78.
- [41] Gotoh J Y, Konno H. Third degree stochastic dominance and mean risk analysis[J]. *Management Science*, 2000, 46: 289—301.
- [42] Andersson F, Mausser H, Rosen D, Uryasev S. Credit risk optimization with conditional value at risk criterion[J]. *Mathematical Programming, Ser. B*, 2001, 89: 273—291.
- [43] Dembo R D, King A J. Tracking models and the optimal regret distribution[J]. *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, 1992, 8: 151—157.
- [44] Philippatos G C, Wilson C J. Entropy, market risk, and the selection of efficient portfolios[J]. *Applied Economics*, 1972, 4: 209—220.
- [45] Inuiguchi M, Ramik J. Possibilistic linear programming: A brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 111: 3—28.
- [46] Tanaka H, Guo P, Turksen I B. Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 111: 387—397.
- [47] Lai K K, Wang S Y, Xu J P, Zhu S S, Fang Y. A class of interval linear programming problems and its application to portfolio selection[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2002, 10: 698—704.
- [48] Wang S Y, Zhu S S. On fuzzy portfolio selection problems[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2002, 1: 361—377.
- [49] Mossin J. Optimal multiperiod portfolio policies[J]. *Journal of Business*, 1968, 41: 215—229.
- [50] Samuelson P. Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming[J]. *The Review of Economics and Statistics*, 1969: 50: 239—246.
- [51] Merton R C. Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous time case[J]. *Review of Economics and Statistics*, 1969, 51: 247—257.
- [52] Merton R C. *Continuous-Time Finance*[M]. Cambridge, MA: Basil Blackwell, 1990.
- [53] Fama E F. Multiperiod consumption-investment decisions[J]. *American Economic Review*, 1970, 60: 163—174.
- [54] Hakansson N H. On optimal myopic portfolio policies with and without serial correlation of yields[J]. *Journal of Business*, 1971, 44: 324—334.
- [55] Elton E J, Gruber M J. On the optimality of some multiperiod portfolio selection criteria[J]. *Journal of Business*, 1974, 47: 231—243.
- [56] Dumas B, Luciano E. An exact solution to a dynamic portfolio choice problem under transaction costs[J]. *Journal of Finance*, 1991, 46: 577—595.
- [57] Ostermark R. Vector forecasting and dynamic portfolio selection: Empirical efficiency of recursive multiperiod strategies[J]. *European Journal of Operational Research*, 1991, 55: 46—56.

- [58] Xu G L, Shreve S E. A duality method for optimal consumption and investment under short selling prohibition: I. general market coefficients[J]. The Annals of Applied Probability, 1992, 2: 87—112.
- [59] Xu G L, Shreve S E. A duality method for optimal consumption and investment under short selling prohibition: II. constant market coefficients[J]. The Annals of Applied Probability, 1992, 2: 314—328.
- [60] Dantzig G B, Infanger G. Multi-stage stochastic linear programs for portfolio optimization[J]. Annals of Operations Research, 1993, 45: 59—76.
- [61] Grauer R R, Hakansson N H. On the use of mean-variance and quadratic approximations in implementing dynamic investment strategies: A comparison of returns and investment policies[J]. Management Science, 1993, 39: 856—871.
- [62] Pliska S R. Introduction to Mathematical Finance[M]. Malden, MA: Basil Blackwell, 1997.
- [63] Li D, Ng W L. Optimal dynamic portfolio selection: Multi-period mean-variance formulation[J]. Mathematical Finance, 2000, 10: 387—406.
- [64] Zhou X Y, Li D. Continuous time mean-variance portfolio selection: A stochastic LQ framework[J]. Applied Mathematics and Optimization, 2000, 42: 19—33.
- [65] Ziemba W T, Mulvey J M. Worldwide Asset and Liability Modelling[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [66] Campbell J Y, Viceira L M. Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors[M]. New York: Oxford University Press, 2002.
- [67] Steinbach M C. Markowitz revisited: Mean-variance models in financial portfolio analysis[J]. SIAM Review, 2001, 43: 31—85.
- [68] Chen A H Y, Jen F C, Zonts S. The optimal portfolio revision policy[J]. Journal of Business, 1971, 44: 51—61.
- [69] Lim A E B, Zhou X Y. Mean-variance portfolio selection with random parameters[J]. Mathematics of Operations Research, 2002, 27: 101—120.
- [70] Zhou X Y, Yin G. Markowitz's mean-variance portfolio selection with regime switching: A continuous time model[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2003, 42: 1466—1482.
- [71] Li X, Zhou X Y, Lim A E B. Dynamic mean-variance portfolio selection with no shorting constraints[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2002, 40: 1540—1555.
- [72] Harrison J M, Kreps D. Martingales and multiperiod securities market[J]. Journal of Economic Theory, 1979, 44: 324—334.
- [73] Pliska S R. A discrete time stochastic decision model[A]. H. Fleming and L. G. Gorostiza Eds. Lecture Notes in Control and Information Sciences 42: Advances in Filtering and Optimal Stochastic Control[R]. New York: W. Springer-Verlag, 1982. 290—304.
- [74] Lim A E B. Quadratic hedging and mean-variance portfolio selection with random parameters in an incomplete market[J]. Mathematics of Operations Research, 2004, 29: 132—161.
- [75] Karatzas I, Lehoczky J P, Shreve S H, Xu G. Martingale and duality methods for utility maximization in an incomplete market[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 1991, 29: 702—730.
- [76] Jin H Q, Zhou X Y. Continuous-time Markowitz's problems in an incomplete market with constrained portfolios[R]. CUHK Working Paper, 2004.
- [77] Li D, Chan T F, Ng W L. Safety-first dynamic portfolio selection[J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, 1998, 4: 585—600.
- [78] Leippold M, Trojani F, Vanini P. A geometric approach to multiperiod mean variance optimization of assets and liabilities[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2004, 28: 1079—1113.
- [79] Zhu S S, Li D, Wang S Y. Risk control over bankruptcy in dynamic portfolio selection: A generalized mean-variance formulation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49: 447—457.
- [80] Zhu S S, Li D, Wang S Y. Myopic efficiency in multi-period portfolio selection with mean-variance formulation[A]. S. Chen et al. Eds. Lecture Notes in Decision Sciences II: Financial Systems Engineering[M]. Hong Kong: GlobalLink Publisher, 2003.
- [81] Mulvey J M, Vladimirou H. Stochastic network programming for financial planning problems[J]. Management Science, 1992, 38: 1642—1664.
- [82] Dert C L. Asset Liability Management for Pension Funds: A Multistage Chance Constrained Programming Approach[D]. Erasmus University Rotterdam, 1995.
- [83] Carino D, Ziemba W T. Formulation of the Russell Yasuda Kasai financial planning model[J]. Operations Research, 1998, 46:

433—449.

- [84]Carino D, Myers D H, Ziemba W T. Concepts, technical issues, and uses of the Russell Yasuda Kasai financial planning model [J]. *Operations Research*, 1998, 46: 450—562.
- [85]Zenios S A, Holmer M R, Raymond M, Christiana V-Z. Dynamic model for fixed-income portfolio management under uncertainty [J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1998, 22: 1517—1541.
- [86]Perold A F, Sharpe W F. Dynamic strategies for asset allocation[J]. *Financial Analysts Journal*, 1988, 44: 16—27.
- [87]Cover T.M. Universal portfolios[J]. *Mathematical Finance*, 1991, 1: 1—29
- [88]Mulvey J M, Erkan H G. Applying CVaR for decentralized risk management of financial companies[R]. Princeton University Research Report, 2003.
- [89]Peters E E. *Chaos and Order in the Capital Markets*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- [90]Markowitz H M. The optimization of a quadratic function subject to linear constraints[J]. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1956, 3: 111—133.
- [91]Luenberger D G. *Investment Science*[M]. New York: Oxford University Press, 1997.
- [92]Luenberger D G. Products of trees for investment analysis[J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1998, 22: 1403—1417.
- [93]李仲飞, 汪寿阳. 投资组合优化与无套利分析[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
Li Zhong-fei, Wang Shou-yang. *Portfolio Optimization and No-Arbitrage Analysis*[M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)
- [94]Wang S Y, Xia Y S. *Portfolio Selection and Asset Pricing*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2002.
- [95]余 涓, 董洪斌, 汪寿阳. 多期投资组合与无套利分析[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
Yu Mei, Dong Hong-bin, Wang Shou-yang. *Multi-Period Portfolio Selection and No-Arbitrage Analysis*[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)

Review and research issues on portfolio selection and financial optimization

ZHU Shi-shang¹, LI Duan², ZHOU Xun-yu², WANG Shou-yang³

1. School of Management, Fudan University, Shanghai 200433, China;
2. Department of Systems Engineering and Engineering Management, Chinese University of Hong Kong, Hong Kong;
3. Academy of Mathematics and Systems Sciences, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

Abstract: The past 50 years have witnessed a remarkable development in portfolio selection both in theory and real practice. With a rapid globalization of world economy and a fast growth of capital markets in China, more and more domestic financial institutes start to feel an urgent need of applying modern portfolio selection theory to their practice. This paper aims at reviewing the fundamental concepts and basic solution methodologies in portfolio selection and examining recent development in the field. It is hoped that the research issues brought up in the paper will stimulate more interests in the development of portfolio selection, thus advancing the state-of-the-art of risk management and financial optimization in China.

Key words: portfolio selection; risk management; asset/liability management; financial optimization