

损失规避偏好下的定制件采购决策分析

沈厚才¹, 徐进², 庞湛³

(1. 南京大学工程管理学院, 南京 210093; 2. 中国电子科技集团公司第十四研究所, 南京 210013;
3. 南京大学数学系, 南京 210093)

摘要: 讨论了有损失规避偏好的按单制造企业所面临的定制件采购决策问题. 由于采购提前期较长, 在产品完成之前提前采购, 有助于保证顾客订单的按期交货, 但是会造成大量呆滞库存; 在产品完成之后进行关键件的采购, 会减少呆滞库存量, 但是会造成顾客订单的延期交货. 如何权衡呆滞库存与延期交货, 除要考虑各种成本与收益因素之外, 还要考虑决策者的风险偏好. 假定决策者具损失规避效用函数, 而且顾客订单不能部分交货条件下, 在建立问题的数学模型之后, 讨论了最优采购决策的存在性, 分析了损失规避程度、部件需求不确定性以及部件本身特性对最优采购策略的影响. 分析结果显示, 损失规避制造企业的采购行为在一定的条件下和风险中性、风险规避制造企业不同, 也不同于直觉判断. 这将有助于采购策略、供应契约的设计及供应链的协调管理.

关键词: 采购决策; 报童模型; 供应契约; 损失规避效用理论

中图分类号: F273.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2004)06-0037-09

0 引言

在当前顾客主导、竞争激烈的环境中, 企业的成功越来越取决于其对顾客的响应能力. 由于先进制造技术的采用, 采购物流 (inbound logistics) 在企业对顾客需求满足过程中的影响越来越大. 例如, 有实证调查表明在按单生产企业的总交货期中, 生产周期仅占三分之一, 而采购成本占产品成本的 70%~80%^[1]. 原材料、元器件的采购成了许多企业的关键管理任务, 尤其是定制件的采购. 本文的研究来自对南京多家高技术企业的调查研究, 其中有家企业的顾客订单总是被推迟交货, 有时甚至推迟交货达半年以上, 另外一家企业总是发现呆滞库存一直居高不下. 如何保证顾客订单按期交货又降低呆滞库存量是许多按单生产企业面临的一大挑战.

按照定制件的特性^[2], 提前采购决策可用经典的报童模型来描述^[3]. 在经典的报童模型中, 报童只有一次采购机会. 而按单生产的制造商, 部件的缺货将导致产成品不能交货, 必须紧急补充所缺的部件. 本文将研究一种允许在部件需求量已知后对缺货进行补充的报童模型. 目前, 学术界对基本的报童模型、拓展的报童模型已有大量的研究成果^[4], 然而这些研究工作大都建立在风险中性假设基础之上, 即部件最优采购量为期望利润最大化点或者期望成本最小化点. 然而, 实验经济学家们的研究表明, 决策者们很少是风险中性. 例如 Fisher 与 Raman 发现时装制造商总是比风险中性决策者的订货量低^[5]; Patsuris 发现, 尽管 2001 年经济不景气, 许多连锁店还是不断地向各个店铺补货, 订货量甚至超过了其市场需求量^[6]. 所以, 在分析采购决策行为时, 只有放松风险中性假设, 考虑决策者的风险态度, 才能真正理解现实的采购行为. Lau 是第一个进行这方面讨论

收稿日期: 2002-12-19; 修订日期: 2003-08-14.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70271015; 70328001)
作者简介: 沈厚才 (1964—), 男, 江苏姜堰人, 博士, 副教授.
呆滞库存指很难再用于其它产成品的库存品.

的学者,他用均值-方差来构造效用函数,得到了与标准报童模型不同的结果^[7]. Eeckhoudt 等人用一般的风险规避框架对 Lau 的工作进行了推广,得到了更加一般的结论^[8]. 他们发现,风险规避报童总是比风险中性报童的订货量少,这个结论似乎更能解释现实的决策行为,但是还有如 Patsuris 发现的现象不能得到很好的解释. 而且, Schweitzer 与 Cachon 的报童实验结果与风险规避行为不吻合^[9].

另一方面, Kahneman 与 Tversky 的展望理论 (prospect theory) 正在被广泛地应用于描述人类的决策行为^[10]. 展望理论认为,决策者,1) 对参照财富量 (reference wealth) 变化程度的敏感性要大于财富量的绝对改变; 2) 对损失的规避程度要大于对相同收益量的追求程度; 3) 收益时为风险规避,而损失时为风险追求,即敏感性递减. 目前,展望理论被证明能够更好地解释许多与风险规避理论矛盾的现象,更好地描述了决策者的决策行为,并在经济学^[11,12]、营销学^[13]、财务学^[14]及组织理论^[15]等领域得到了应用, Kahneman 还因此获得了 2002 年度的诺贝尔经济学奖^[16]. 在应用展望理论进行决策分析时,为了简化问题的分析并得到有意义的结论,大多数学者都假定决策者为损失规避型的,如 Wang 与 Webster^[17]讨论了损失规避型报童问题. 在此基础上,本文应用展望理论中特殊的分段线性价值效用函数,讨论损失规避型制造商所面临的定制件的采购决策问题,得到了一些对定制件采购决策有意义的结论.

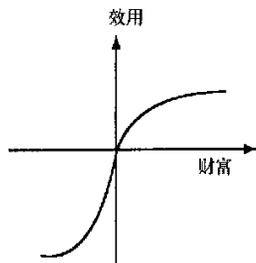


图1 展望理论
Fig. 1 Prospect theory

1 问题定义

按订单生产的制造商在接到客户订单后,才开始产品的设计与生产. 由于顾客常常只在订单

中说明产品的功能与特性,所以制造商必须先设计出满足这些要求的产品,然后才能制造、装配及交货. 假定产品的设计与制造过程中,需要某种具有单位收益为 r 的定制件. 在产品完成之前,该定制件的需求量 D 是不确定的. 这主要由于产品的工程特性,再加上生产过程中可能遇到的质量问题. 尽管在接到订单时刻该定制件需求量 D 是不确定的,但是设计人员可以根据其设计经验,生产部门可以根据生产系统的数据,估计出在产品交货期之前的将来某个时刻,比如说时刻 t_0 ,该定制件需求量分布函数 $F(x)$. 假定分布函数 $F(x)$ 连续可微,并且其密度函数为 $f(x)$. 令 $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$. 显然,对于所有的 $x \leq 0$,有 $F(x) = 0$; 对所有的 $x > 0$,有 $f(x) > 0$.

不失一般性,假定对于制造商而言,该定制件只有一个供应商,他们在此类部件的供应上存在着长期的契约关系. 假定他们达成的供应契约中,制造商被允许在部件需求不确定的情况下提前采购,而且在需求明确后还有第二次采购的机会. 其决策按下面的程序进行:首先,接到订单时或者在产品最终设计完成之前,制造商通过观察该定制件的需求分布 $F(x)$ 估计需求量;然后,制造商向供应商提交初始采购订单,在契约中确定定制件的初始采购数量 Q 和单位价格 $w < r$;最后,当产品完成设计后,制造商观察到真正的需求量,如果有缺货 ($Q < x$),制造商允许向供应商以紧急采购价格 p 发出 $(x - Q)^+$ 个单位的补充采购订单,以满足生产需求,这时的现货价格有可能低于或高于单位部件的收益,如果初始采购量大于实际需求 ($Q > x$),余下 $(Q - x)^+$ 个单位的部件的残值为 $v < w$. 为符合实际,假设补充采购的现货价格不小于废品处理价格,即 $p \geq v$.

基于以上假设,构建制造商利润函数如下

$$(Q; x, p) = \begin{cases} 1(Q; x, p) = (r - v)x - (w - v)Q & \text{if } x < Q \\ 2(Q; x, p) = (r - p)x - (w - p)Q & \text{if } x \geq Q \end{cases} \quad (1)$$

令 $d_1(Q)$ 、 $d_2(Q)$ 为定制件需求量的盈亏平衡点,即

$$d_1(Q) = \frac{w-v}{r-v}Q \quad (2)$$

$$d_2(Q;p) = \begin{cases} \frac{p-w}{p-r}Q & \text{if } p > r \\ & \text{if } p \leq r \end{cases} \quad (3)$$

盈亏平衡点表明：如果实际的需求量太低，即 $x < d_1(Q)$ ，或者如果实际的需求量太高，即 $x > d_2(Q;p)$ ，则制造商利润值为负；否则，当实际的需求量在上下盈亏平衡点之间，即 $d_1(Q) < x < d_2(Q;p)$ ，制造商利润值为正。

假设制造商是损失规避型的决策者，即制造商具有下面分段线性形式的损失规避效用函数

$$u(\cdot) = \begin{cases} \lambda \cdot & \text{if } \cdot \geq 0 \\ -\lambda \lambda \cdot & \text{if } \cdot < 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中， λ 表示制造商的损失规避系数，反映决策者对损失的厌恶程度。假设 $\lambda > 1$ ，即在参考点 0 处有一个拐点（在这里初始财富设为零）。 λ 越大表示损失规避或者厌恶的程度越高。尽管这种分段线性形式的损失规避效用函数并没有反映展望理论中敏感度递减的特征，但是由于其比较简单，并且直观表现了采购者对损失的态度，被广泛应用于经济、金融和运作管理的各个领域的文献中^[9,10,17]。

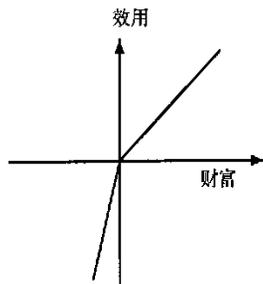


图 2 分段线性损失规避效用函数

Fig. 2 Piecewise-linear loss aversion utility function

由此，损失规避的制造商的期望效用表示如下

$$E(Q) = \int_0^Q \frac{d_1(Q)}{d_1(Q)} u_1(Q;x,p) dF(x) + \int_Q^{d_2(Q;p)} \frac{d_2(Q;p)}{d_2(Q;p)} u_2(Q;x,p) dF(x) + \int_0^Q \frac{d_1(Q)}{d_1(Q)} u_1(Q;x,p) dF(x) + \int_Q^{d_2(Q;p)} \frac{d_2(Q;p)}{d_2(Q;p)} u_2(Q;x,p) dF(x) = E(Q;x,p) + (\lambda - 1) \cdot$$

$$\left[\int_0^{d_1(Q)} u_1(Q;x,p) dF(x) + \int_Q^{d_2(Q;p)} u_2(Q;x,p) dF(x) \right] \quad (5)$$

其中， $E(Q;x,p) = \int_0^Q u_1(Q;x,p) dF(x) + \int_Q^{d_2(Q;p)} u_2(Q;x,p) dF(x)$ ，为制造商的期望利润。根据盈亏平衡点的定义，上式右边第 2 项为非正的，表示制造商相对于期望利润的损失偏差。上式表明 $E(Q;x,p)$ ，即损失规避制造商的期望效用不会大于风险中立制造商的期望效用。因此，制造商的期望效用为其期望利润加上相对于期望利润的损失偏差。损失规避制造商面临的定制件采购决策问题就变成了确定最优初始采购数量，使其期望效用最大化，即

即

$$m_x(Q) = E(Q;x,p) + (\lambda - 1) \cdot \left[\int_0^{d_1(Q)} u_1(Q;x,p) dF(x) + \int_Q^{d_2(Q;p)} u_2(Q;x,p) dF(x) \right] \quad (6)$$

2 最优采购决策及其分析

命题 1 表明损失规避制造商所面临的定制件采购决策问题(6) 存在最优的初始采购量。

命题 1 损失规避的采购者的效用函数 $u(Q)$ 是关于 Q 的凹函数，并且其最优解满足下面的最优一阶条件

$$(p-w) - (p-v) F(Q) + (\lambda - 1) \cdot [(p-w) F(d_2(Q;p)) - (w-v) F(d_1(Q))] = 0 \quad (7)$$

为了更好地分析这个问题，将最优一阶条件(7) 重写如下

$$-(w-v) [F(Q) + (\lambda - 1) \cdot F(d_1(Q))] + (p-w) [F(Q) + (\lambda - 1) F(d_2(Q;p))] = 0 \quad (8)$$

上式左边第 1 项表示期望效用的边际成本，第 2 项表示期望效用的边际收益。实际上， $(w-v)$ 为初始采购的单位过量成本，而 $(p-w)$ 为初始采购的单位缺货成本。

如果制造商是风险中立的，即 $\lambda = 1$ ，可得到下面的推论。

推论 1 如果制造商是风险中性的, 即 $\beta = 1$, 则最优的初始定单数量

$$Q_1^* = \begin{cases} F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-v}\right) & \text{如果 } p > w \\ 0 & \text{如果 } p \leq w \end{cases}$$

2.1 损失规避程度对采购决策的影响

为了更好地分析损失规避程度对最优采购决策的影响, 利用文献[17]的基本思想与方法, 定义 $\bar{c} = \frac{w-v}{p-w}$ 为初始采购的单位过量与缺货成本比, $\beta = \frac{F(d_2(Q_1^*; p))}{F(d_1(Q_1^*))}$ 为制造商初始采购的绝对过量 ($x > d_2(Q_1^*; p)$) 概率与绝对缺量 ($x < d_1(Q_1^*)$) 概率的损失比率, 简称损失比率. 据此, 有下面与文献[17]中的命题 3.3 类似的命题.

命题 2 如果 $\beta > \bar{c}$, 则 $Q^* > Q_1^*$, 并且 Q^* 关于 β 递增; 如果 $\beta < \bar{c}$, 则 Q^* 关于 β 递减; 如果 $\beta = \bar{c}$, 则 Q^* 与 β 无关.

尽管本文考虑的采购问题比文献[17]考虑的问题复杂, 但是在损失规避程度对采购决策的影响的结论上却几乎是一样的. 由于问题的特征不太相同, 所做的解释就不完全相同, 即如果制造商在风险中性情况下的损失比率大于初始采购的单位过量与缺货成本比, 损失规避的制造商将比风险中性制造商更愿意提前采购, 而且损失规避程度越高的制造商提前采购量越多; 当制造商在风险中性情况下的损失比率小于初始采购的单位过量与缺货成本比时, 损失规避的制造商将比风险中性制造商更不愿意提前采购, 也就是说, 制造商更愿意进行紧急采购, 而且损失规避程度越高的制造商提前采购量越少; 当制造商在风险中性情况下的损失比率等于初始采购的单位过量与缺货成本比时, 损失规避的制造商与风险中性制造商是等价的, 并且其采购决策行为不受损失规避态度的影响. 从命题 2, 可以得到下面的推论.

推论 2 如果 $\beta > \bar{c}$, 则 Q^* 关于 β 是递减的.

该推论说明了当紧急采购价格不高于定制件的单位收益时, 损失规避的制造商将肯定比风险中性制造商更不愿意提前采购, 而且损失规避程度越高的制造商提前采购量越少. 损失规避的偏好程度对期望效用的影响用下面的命题表示.

命题 3 (Q^*) 关于 β 递减.

这个命题表明损失规避制造商的最大的期望效用随着损失规避度的增加而减少, 因此, 其损失规避度越大, 就越要采取措施来避免损失. 命题 2、3 的结论可用图 3、图 4 描述. 图 3 给出了参数 $r = 1, v = 0, w = 0.5$, 需求密度函数为 $f(x) = 0.001\exp(-0.001x)$ 的负指数分布情况下损失规避制造商的最优提前采购决策. 图 4 给出了参数 $r = 1, v = 0, w = 0.5$, 期望需求为 100, 需求方差为 25 的正态分布情况下, 损失规避制造商的最优提前采购决策.

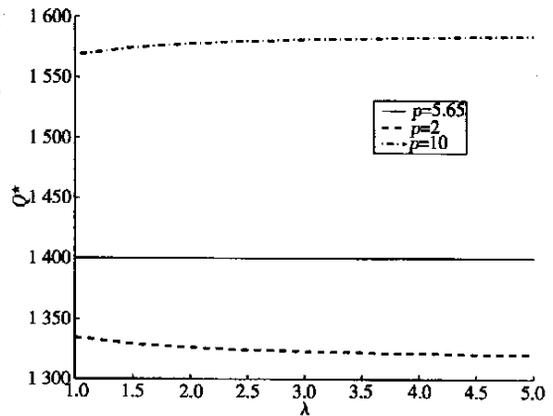


图 3 需求为负指数分布时的最优提前采购数量

Fig. 3 Optimal advanced procurement quantity under negative exponential demand distribution

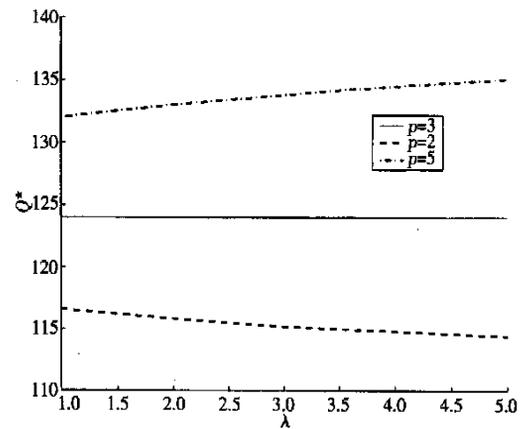


图 4 需求为正态分布时的最优提前采购数量

Fig. 4 Optimal advanced procurement quantity under normal demand

2.2 需求风险程度对采购决策的影响

决策者在不同时间拥有的信息量不同, 对需求的估计也不一样. 假定在两个不同时刻对需求的估计分别为 D 和 \tilde{D} , 对应的需求分布函数分别为 $F(\cdot)$ 、 $G(\cdot)$, 用 $Q^*_{,F}$ 和 $Q^*_{,G}$ 表示相应的需求

分布下的最优初始采购量.

定义 1 当对所有的 $x \in [0, \infty)$ 都有 $\overline{F(x)} \geq \overline{G(x)}$, 称需求 D 一阶随机大于 \tilde{D} , 分布 F 一阶随机大于分布 G ^[18].

根据一阶随机大于的定义, 有下面的结论.

命题 4 当 F 在区间 $[0, \infty)$ 一阶随机大于 G , 则有 $Q^*_{G} < Q^*_{F}$.

结论很显然: 损失规避制造商的最优初始采购量随需求量随机增加而增加. 为了说明需求风险对采购决策的影响, 再给出如下定义^[19].

定义 2 如果 G 和 F 满足下面的两个 Rothschild-Stiglitz 条件

$$\int_0^t G(x) dx \geq \int_0^t F(x) dx \quad (9)$$

对于所有的 $t \in [0, \infty)$

(不等式 (9) 的严格不等号在正测度集中成立) 和

$$\int_0^\infty G(x) dx = \int_0^\infty F(x) dx \quad (10)$$

称 G 关于 F 为均值相同的风险递增 (MPIR).

其中, 条件 (9) 表示 F 二阶随机大于 G , 条件 (10) 表明 F 与 G 均值相同. 正如文献 [19] 论述的, 均值相同的风险递增条件表明, 任何风险规避决策者偏爱需求风险小分布函数 F . 而在损失规避效用函数情况下, 情况不完全相同. 可以通过下面的命题来说明这种不同.

命题 5 1) $Q^*_{G} < Q^*_{F}$ 当且仅当 $F(Q^*_{G}) > G(Q^*_{G})$

2) 如果

$$(p - v)(G(Q^*_{F}) - F(Q^*_{F})) + (w - 1)[(p - w)(G(d_2(Q^*_{F})) - F(d_2(Q^*_{F}))) - (w - v)(F(d_1(Q^*_{F})) - G(d_1(Q^*_{F})))] > 0$$

则 $Q^*_{G} < Q^*_{F}$; 否则 $Q^*_{G} > Q^*_{F}$.

命题 5 说明均值相同情况下的需求风险增加将降低决策者效用, 但是并不总是减少提前采购决策量.

2.3 契约参数及部件价值对采购决策的影响

不同的契约参数 (w, p) 及部件价值 (r, v) 对制造商的采购决策行为的影响不同, 具体影响见下面的命题.

命题 6 损失规避的采购者的最优初始采购量 Q^* 与契约参数及部件价值有下面的关系:

1) Q^* 关于 p 递增;

2) Q^* 关于 v 递增;

3) 如果

$$d_1^2(Q^*)f(d_1(Q^*)) > d_2^2(Q^*)f(d_2(Q^*))$$

Q^* 关于 r 递增; 否则, Q^* 关于 r 递减;

4. 如果 $F(d_1(Q^*)) + d_1(Q^*)f(d_1(Q^*)) + \frac{1}{[F(d_2(Q^*)) - d_2(Q^*)f(d_2(Q^*))]} < \frac{1}{-1}$, Q^* 关于 w 递增; 否则, Q^* 关于 w 递减.

命题 6 说明, 同风险中性的制造商一样, 紧急采购价格和定制件残值的增加, 将使损失规避的制造商提高其提前采购量. 与风险中性的制造商不相同的是, 在特定的条件下, 损失规避的采购者的最优初始定单数量关于初始采购价格、单位定制件收益严格递增; 在特定的条件下, 损失规避的采购者的最优初始定单数量关于初始采购价格、单位定制件收益严格递减; 而对风险中性的采购者而言, 最优初始采购量关于采购价格严格递减, 与单位定制件收益无关 (见图 5 ~ 8).

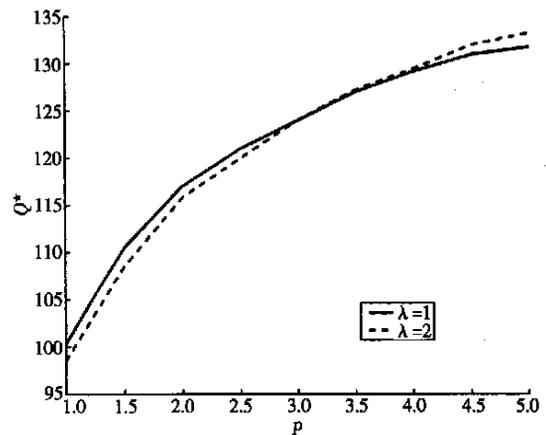


图 5 正态需求分布情况下, 紧急采购价格与最优提前采购量之间的关系

Fig. 5 Relationship between the emergent procurement price and optimal advanced procurement quantity while normal demand

在需求期望值为 100, 方差为 25 的正态分布情况下, 图 5 描述了参数为 $v = 0, w = 0.5, r = 1$ 时, 损失规避采购者的最优初始采购决策与紧急采购价格之间的关系. 正如图中所示, 损失规避的采购者 ($\lambda = 2$) 的最优初始采购数量关于现货价格递增, 对于风险中性的采购者 ($\lambda = 1$) 也有类似的结果. 类似地, 图 6 描述了参数为 $p = 2, r = 1, w = 0.5$ 时损失规避采购者的最优初始采购决策

与定制件单位残值之间的关系. 正如图中所示, 损失规避的采购者 ($\lambda = 2$) 的最优初始采购数量随部件残值的递增 (即在部件可通用化的情况下) 而增加采购, 对于风险中性的采购者 ($\lambda = 1$) 也有类似的结果.

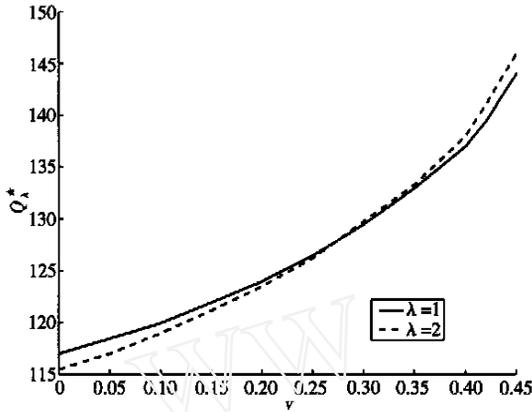


图6 正态需求分布情况下, 定制件单位残值与最优提前采购量之间的关系

Fig. 6 Relationship between unit salvage and optimal advanced procurement quantity under normal demand distribution

在需求期望值为 100, 方差为 25 的正态分布情况下, 图 7 描述了参数为 $p = 2, v = 0, w = 0.5$ 时, 损失规避采购者的最优初始采购决策与定制件单位收益之间的关系. 正如图中所示, 损失规避采购者 ($\lambda = 3$) 的最优初始采购数量在某些条件下随部件的单位收益递增, 在某些条件下递减. 而对于风险中性的采购者 ($\lambda = 1$), 其最优初始采购量不随部件单位收益变化而变化.

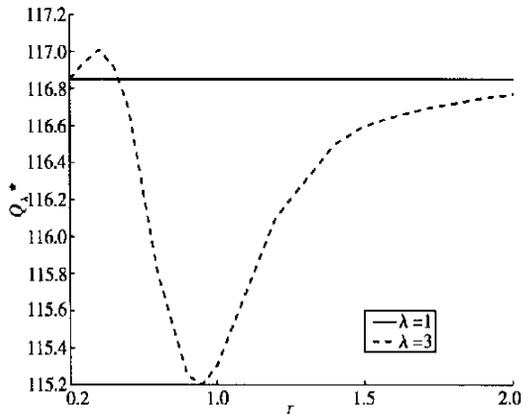


图7 正态需求分布情况下, 定制件单位收益与最优提前采购量之间的关系

Fig. 7 Relationship between unit revenue and optimal advanced procurement quantity under normal demand distribution

在需求期望值为 100, 方差为 25 的正态分布情况下, 图 8 描述了参数为 $p = 6, r = 5, v = 0$ 时, 损失规避采购者的最优初始采购决策与部件初始采购价格之间的关系. 正如图中所示, 损失规避采购者 ($\lambda = 10$) 的最优初始采购数量在某些条件下随初始采购价格递增, 在某些条件下递减, 但是总体趋势是随初始采购价格的增加而递减. 而对于风险中性的采购者 ($\lambda = 1$), 其最优初始采购量总是关于采购价格递减.

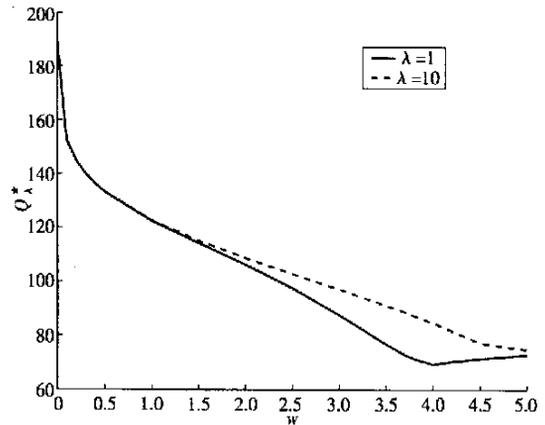


图8 正态需求分布情况下, 定制件初始采购价格与最优提前采购量之间的关系

Fig. 8 Relationship between initial supply price and optimal advanced procurement quantity under normal demand distribution

3 结束语

长期以来, 学术界对采购与库存决策分析基本上建立在期望值准则基础之上, 即假定决策者是风险中性的. 实验经济学的研究表明这是不现实的假定. 本文应用“损失规避的效用理论”, 分析了接单生产企业面临的一种定制件采购决策问题. 研究表明, 损失规避企业的采购行为与风险中性、风险规避企业的采购行为有很大的不同, 也与直觉不同. 例如, 在一定的条件下, 损失规避程度越大的制造商会提前采购更多的部件, 损失规避制造商会更愿意提前采购 (即在需求风险大的情况下采购更多的部件), 在部件初始采购价格越高的情况下采购越多数量的部件以及在部件对成品价值越大的情况下采购更少数量的部件, 等等; 而这些异常行为的关键在于制造商与供应商所签的采购供应契约, 尤其是对制造商紧急采购价格的规定. 认识损失规避制造商的这些

决策行为,不仅可以帮助制造商确定其最优采购策略,也有助于供应商设计供应策略,是供应链协调管理的重要前提。Anupindi^[2]将这类工作称为供应链契约分析。所以,在以后的研究中,将研究具损失规避

制造商对供应链协调策略作用的影响,研究更一般的供应契约以及更一般的风险偏好函数对采购行为和供应链协同问题的影响,进而帮助企业设计有效的采购策略与供应链协调机制。

参考文献:

- [1]Jahnukainen J, Lahti M. Efficient purchasing in make-to-order supply chains[J]. *Int. J. Production Economics*, 1999, 59: 103—111.
- [2]Anupindi R. Supply contracts with quantity commitments and tochastic demand[A]. In: T ayur S. Ganeshan R, Magazine M. ed. *Quantitative Models for Supply Chain Management*[C]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999. 199—232.
- [3]Namias S. *Production and Operations Analysis*[M]. Chicago: Irvin, 1997. 266—332.
- [4]Khouja M. The single period(news-vendor) problem: Literature review and suggestions for future research[J]. *Omega*, 1999, 27: 537—553.
- [5]Fisher M A, Raman A. Reducing the cost of demand uncertainty through accurate response to early sales[J]. *Operations Research*, 1996, 44: 87—99.
- [6]Patsuris P. Christmas Sales: The Worst Growth in 33 Years[ED/OL]. *Forbes.com*, 2001. <http://www.forbes.com/2001/10/30/1030retail.html>
- [7]Lau H S. The newsboy problem under alternative optimization objectives[J]. *Journal of the Operational Res. Society*, 1980, 31: 525—535.
- [8]Eeckhout L, Gollier C, Schlesinger H. The risk-averse(and prudent) newsboy[J]. *Management Science*, 1995, 41(5): 786—794.
- [9]Schweitzer M E, Cachon G P. Decison Bias in the newsvendor problem with a known demand distribution: Experimental evidence [J]. *Management Science*, 2000, 46(3): 404—420.
- [10]Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decisions under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47: 263—292.
- [11]Benartzi S, Thaler R H. Myopic loss aversion and equity premium puzzle[J]. *Quarterly Journal of Economics*, 1995, 110(1): 73—92.
- [12]Bowman D, Minehart D, Matthew R. Loss aversion in a consumption-savings model[J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1999, 38(2): 155—178.
- [13]Putler D. Incorporating reference price effects into a theory of household choice[J]. *Marketing Science*, 1992, 11(2): 287—309.
- [14]Barberis N, Huang M. Mental accounting, loss aversion, and individual stock returns[J]. *Journal of Finance*, 2001, 56(4): 1247—1292.
- [15]Fiegenbaum A, Thomas H. Attitudes toward risk and the risk-return paradox: Prospect theory explanations[J]. *Academy of Management Journal*, 1988, 17: 219—235.
- [16]盛昭瀚, 肖条军, 高洁. 实验经济学与2002年诺贝尔经济学奖[J]. *管理科学学报*, 2002, 5(6): 91—93.
Sheng Zhao-han, Xiao Tiao-jun, Gao Jie. Experimental economics and the 2002 Nobel Prize in economic sciences[J]. *J. of Management Sciences in China*, 2002, 5(6): 91—93. (in Chinese)
- [17]Wang C X, Webster S. *The Loss-Averse Newsvendor Problem*[R]. School of Management, Syracuse University, 2002.
- [18]Ross S M. *Stochastic Processes*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1983.
- [19]Rothschild M, Stiglitz J E. Increasing risk (I): A definition[J]. *Journal of Economic Theory*, 1970, 3(1): 225—243.

Decision analysis for order-specific component procurement with loss-averse utility

SHEN Hou-cai¹, XU Jin², PANG Zhan³

- 1. Graduate School of Management Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China;
- 2. No.14 Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210013, China;
- 3. Department of Mathematics, Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract : This paper studied a procurement problem faced by the make-to-order manufacturer with loss-averse utility, who will purchase additional units of an order-specific component besides his advanced purchasing. Because of long leadtime, the advanced procurement was an important way to increase the possibility of on-time delivery, and it might result in a lot of dead inventory. It was a big challenge to the make-to-order company to tradeoff the dead inventory and late delivery. After a mathematical purchasing-problem model was setting up, the existence of the optimal solution was proved and the effect of loss aversion, the uncertainty of the component demand, the supply contract parameters, and the component nature etc. on the purchasing decision were studied. As a result, our research reveals that the loss-averse manufacturer's purchasing decision is different from the manufacturer's with risk-neutral utility and risk-averse utility, and it is not in line with the intuition under some circumstances.

Key words : procurement; newsvendor problem; supply contract; loss averse utility function

附录 A 命题 1 的证明

期望效用函数关于 Q 的一阶、二阶导数分别表示如下:

$$\frac{\partial}{\partial Q} = (p - w) - (p - v) F(Q) + (p - 1) [(p - w) \overline{F}(d_2(Q; p)) - (w - v) F(d_1(Q))]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial Q^2} = - (p - v) f(Q) - (p - 1) \cdot [f(d_1(Q)) \frac{(w - v)^2}{r - v} + f(d_2(Q)) \frac{(p - w)^2}{p - r}] < 0$$

这说明期望效用函数是凹性,因而命题 1 得证.

附录 B 命题 2 的证明类似文献[17]中的命题 3.3.

附录 C 命题 3 的证明

由于

$$\frac{\partial}{\partial} (Q^*) = \int_0^{d_1(Q^*)} dF(x) + \int_{d_1(Q^*)}^{d_2(Q^*)} dF(x) < 0$$

因此, (Q^*) 关于 递减. 证毕.

附录 D 命题 4 的证明

如果 F 一阶随机大于 G , 我们知道 $F(Q) > G(Q)$, $F(d_2) > G(d_2)$, $F(d_1) > G(d_1)$. 因此, 得

$$\frac{\partial}{\partial Q} G(Q^*) - \frac{\partial}{\partial Q} F(Q^*) = 0$$

所以, 有

$$Q_G^* = Q_F^* \quad \text{证毕.}$$

附录 E 命题 5 的证明

1) 令 $u(x) = F(x) - G(x)$, 则分步积分得

$$\int_0^Q u(x) d(F(x) - G(x)) = u(Q) [F(Q) - G(Q)] - \int_0^Q (F(x) - G(x)) u'(x) dx$$

由于 $F(0) = G(0) = 0$ 且 $F(Q) = G(Q) = 1$, 因此上式右边第 1 项等于零, 余下的项为

$$= - \int_0^Q (G(x) - F(x)) u'(x) dx = (r - v) \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx - (p - r) \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx + (p - 1) \int_0^{d_1} [G(x) - F(x)] dx - (p - r) \int_{d_2} [G(x) - F(x)] dx$$

由于 $\int_0^Q [G(x) - F(x)] dx < 0$, 故

$$\int_0^Q [G(x) - F(x)] dx = \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx - \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx = - \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx$$

类似地,有

$$\int_{d_2}^Q [G(x) - F(x)] dx = - \int_0^{d_2} [G(x) - F(x)] dx$$

因此,可得到

$$\begin{aligned} &= (r - v) \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx + (p - r) \cdot \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx + (-1) \cdot \\ &\left[(r - v) \int_0^{d_1} [G(x) - F(x)] dx + (p - r) \int_0^{d_2} [G(x) - F(x)] dx \right] = \\ &(p - v) \int_0^Q [G(x) - F(x)] dx + (-1) \cdot \\ &\left[(r - v) \int_0^{d_1} [G(x) - F(x)] dx + (p - r) \cdot \int_0^{d_2} [G(x) - F(x)] dx \right] \leq 0 \end{aligned}$$

上式意味着,对于任何 Q , 都有

$$F(Q) \leq G(Q)$$

所以,有

$$F(Q_F^*) \leq G(Q_G^*)$$

2) 根据一阶条件(7),有

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(Q_F^*)}{\partial Q} - \frac{\partial G(Q_G^*)}{\partial Q} &= (p - v)(G(Q_F^*) - F(Q_F^*)) + (-1)[(p - w)(G(Q_F^*) - F(Q_F^*)) - \\ &F(Q_G^*) - (w - v)(F(Q_G^*) - G(Q_G^*))] \end{aligned}$$

因此,由期望效用的凸性立即得到本结论.

附录 F 命题 10 的证明

1) 由于

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial p} &= \frac{1}{F(Q^*) + (-1) \cdot \\ &\left[F(d_2(Q^*)) + f(d_2(Q^*)) \cdot \frac{(p - w)(r - w)}{(p - r)^2} Q^* \right]} > 0 \end{aligned}$$

再根据 Q 的凹性,得到 $\frac{\partial Q^*}{\partial p} > 0$.

2) 类似于 1), 由于

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial v} &= \frac{1}{F(Q^*) + (-1)(w - v) \cdot \\ &f(d_1(Q^*)) \frac{w - v}{(r - v)^2} Q^*} > 0 \end{aligned}$$

所以,有

$$\frac{\partial Q^*}{\partial v} > 0$$

3) 同样,根据

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial r} &= \frac{(-1)}{Q^*} \{ d_1^2(Q^*) \cdot \\ &f(d_1(Q^*)) - d_2^2(Q^*)f(d_2(Q^*)) \} \end{aligned}$$

可以得到,如果 $d_1^2(Q^*)f(d_1(Q^*)) > d_2^2(Q^*)f(d_2(Q^*))$,

Q^* 关于 r 递增;否则, Q^* 关于 r 递减.

4) 同样,根据

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial w} &= -1 + (-1) \{ -F(d_1(Q^*)) - \\ &(w - v)f(d_1(Q^*)) \frac{Q^*}{r - v} - \\ &F(d_2(Q^*)) + (p - w)f(d_2(Q^*)) \frac{Q^*}{p - r} \} \end{aligned}$$

可以得到如果 $F(d_1(Q^*)) + d_1(Q^*)f(d_1(Q^*)) + F(d_2(Q^*)) - d_2(Q^*)f(d_2(Q^*)) < -\frac{1}{-1}$, Q^* 关于 w 递增;否则, Q^* 关于 w 递减.