基于时变需求的一对一供应链库存决策研究①

柳 键
(江西财经大学信息管理学院，南昌 330013)

摘要：随着竞争日趋激烈，需求变化节奏加快，需求时变性越加明显．在需求时变的环境下探讨了等周期补货情形下缺货时点优化以及非等周期补货情形下缺货时点与补货时点优化问题，特别着重研究了补货时点局部优化与整体优化的决策模型，并对非等周期补货与等周期补货、补货时点整体优化与补货时点局部优化作对比分析，并发现，在时变需求环境下非等周期补货与补货时点整体优化在降低库存成本方面具有明显优势．同时，分析了补货时点优化的效果与供需双方补货次数、需求时变性的关系．

关键词：时变需求；供应链；库存决策；局部优化；整体优化
中图分类号：F273 **文献标识码**：A **文章编号**：1007－9807(2006)01－0038－09

0 引 言

在过去，大量的供应链模型都是在静态环境下构建的．这里的静态环境是指需求是均匀或平稳的．随着科技的发展和竞争的日趋激烈，技术更新节奏加快，产品寿命周期缩短，时间已成为影响产品需求量以及企业成本的重要因素．特别是高科技产品，技术含量高，其需求量对时间的敏感性更为突出．如计算机，其需求量随时间的变化相当大，真可谓日新月异．由于需求的时变性，决策方法和手段发生了很大的变化．经典的经济订货批量(economic order quantity，EOQ)库存策略，其基本假设是各补货周期的订货量均相同，而在时变需求下，这种假设显然是不恰当的，主要是因为需求量的变化导致各期订货量的变化，也即订货量必然是时变的．尽管有些学者对时变需求下决策优化做了卓有成效的研究，但研究仅仅局限于单个企业决策的局部优化，并未涉及供需双方的协调与合作．由此看来，无论是从理论角度还是从实际角度，时变需求环境下供应链库存决策优化和协调都有研究的必要．

1 文献综述

从目前的文献来看，有许多学者研究了时变需求环境下单个企业的库存决策问题．在20世纪70年代，有些学者就开始致力于此类问题研究．Donaldson是第一个通过解析模型求解线性趋势需求的EOQ模型，该文得到了补货量和补货时间最优化的解析模型[1]，但模型求解十分复杂．Lo和Tasi提出了另一种模型求解方法——两方程法[2]．Dave和Patel在需求与时间成比例、瞬时补货、不允许缺货假设条件下开发了易耗品的库存模型[3]．Hollier和Mak考虑了相等和不相等的补货周期两种情形，并假设需求呈现指数下降趋势[4]．上述文献的一个很大的缺陷是不允许缺货．然而，缺货在实务中经常存在的，并且缺货有时可能对企业有利，如易耗品库存系统，允许一段时间缺货能降低仓储成本和损耗成本，而这两部分成本之和有时会大于缺货惩罚成本．Deb和Chaudhuri是第一个将时变需求的库存问题推广到允许缺货的学者，他们假设需求呈线性增加趋势，

① 收稿日期：2004－04－26；修订日期：2005－11－30．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(70332001)；江西省社会科学研究"十五"(2005年)规划资助项目(05yj17)．
作者简介：柳 键(1964—)，男，湖南浏阳人，博士，教授．

允许缺货，然后基于这些假设构建了批量优化的库存模型[5]. Xu 和 Wang 在线性时变需求和存在缺货的假设下对易耗品的库存问题做了研究[6]. Hariga 探讨了一般时变需求函数情形下易耗品库存批量的优化问题[7]. 他们假设需求量是一个连续的对数凹函数，缺货成本是有限的. Chung 和 Tsai 在线性趋势需求易耗品库存模型中考虑了货币时间价值，库存成本包括采购成本、订货成本、仓储成本和缺货成本和损耗成本[8]. Sark，Jamal 和 Shaojun 在时变需求和通货膨胀的情形下研究了易耗品的库存优化问题[9]. Diponegoro 和 Sarker 考虑需求的时变性，研究了生产配送系统的库存优化问题[10]. 王迎军、高峻峻研究多个制造商与多个分销商构成的分销系统，综合考虑了持有成本、订货成本、缺货成本和运输成本[11]. Angelus 和 Porteus 在需求分布随时间变化的假设条件下研究了有能力约束的库存与能力决策问题[12]，通过模型分析，他们得到了时间依存的最优库存水平和生产能力.

综上所述，目前有关时变需求环境下库存决策文献均是研究单个企业的库存决策问题，而对供需双方库存决策的相互影响及协调并未作研究. 笔者曾研究了平稳需求下一个配送商与一个零售商的库存决策与优化问题，分析了供需库存决策合作的成本绩效[13]. 本文在此基础上对时变需求情形下供需双方库存决策问题作进一步研究.

2　等周期补货模式下库存决策优化

本文考虑由一个配送商和一个零售商所构成的两阶供应链. 为了开发库存系统的数学模型，引入如下假设：

1) 零售商在单位时间内所面对的顾客需求函数为[9] $d(t) = a + bt, a \geqslant 0$.

2) 库存成本绩效的评价在一个计划期内进行考察. 计划期长度为 H.

3) 零售商采取等周期补货，补货周期为 l，补货次数为 n，且提前期很短，以至于可忽略不计.

4) 当零售商的顾客需求量超过其库存持有量时，缺货发生，需求量由后续补货来满足，但在最后一期不允许缺货. 单位时间内单位存货持有成本为 h_r，单位时间内单位缺货惩罚成本为 p_r.

5) 配送商的补货周期为零售商的整数倍，补货次数为 m. 由于配送商采取完全等周期补货会导致其对补货次数和补货周期的选择受到很大的限制②，所以笔者假设配送商采取两段等周期补货策略，即前 m_1 期为等周期，均为零售商补货周期的 $k+1$ 倍，后 m_2 期的补货周期为零售商补货周期的 k 倍. 由此可知，$k = [n/m]$，$m_1 = n - km$，$m_2 = m - m_1$，其中 $[x]$ 为 x 的取整函数，即小于或等于 x 的最大整数. 由于前后两段的周期倍数(即各补货期的需求批数) 相同，所以笔者称之为两段等批补货模式.

6) 若配送商没有足够的存货满足零售商的订货量，配送商花费更高的成本从替代供应源获取一定数量的产品以满足对零售商的订货. 同时当配送商得到供货后，再补足其对替代供应源的缺货. 假设最后一期不允许缺货，并记单位时间内单位缺货成本为 p_w，单位时间内单位持有成本为 h_w.

2.1　零售商库存模型

由假设，第 i 期初的补货时间为 $T_i = (i-1)\cdot l = (i-1)H/n$. 除最后一期外，其他各周期 $[T_i, T_{i+1}]$ 均包括两个时段：存货持有时段 $[T_i, t_i]$ 和缺货时段 $[t_i, T_{i+1}]$，t_i 为缺货时点. 由于在最后一期不允许缺货，所以 $t_n = T_{n+1} = H$.

零售商在第 i 个补货期内的 t 时刻的库存为

$$I_i(t) = \int_t^{t_i} d(u)\mathrm{d}u$$
$$T_i < t < T_{i+1},\ i = 1,2,\cdots,n \qquad (1)$$

零售商在第 i 期内的订货量为

$$q(i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} d(t)\mathrm{d}t \qquad (2)$$

零售商在计划期 H 内的库存成本为

$$IC_r = \sum_{i=1}^{n}\left[h_r\int_{T_i}^{t_i} I_i(t)\mathrm{d}t + p_r\int_{t_i}^{T_{i+1}}(-I_i(t))\mathrm{d}t\right] \qquad (3)$$

将式(1) 代入式(3) 并交换积分顺序得

② 若仓库的补货周期完全相等，均为零售商补货期的 k 倍，也即 H/m 为 H/n 的 k 倍，这意味着 m 必然整除 n，因而 m 的取值受到很大的限制.

$$IC_r = \sum_{i=1}^{n}\left[h_r\int_{T_i}^{t_i}(t - T_i)d(t)\mathrm{d}t + p_r\int_{t_i}^{T_{i+1}}(T_{i+1} - t)d(t)\mathrm{d}t\right]$$

$$t_n = H,\ T_i = (i-1)H/n \tag{4}$$

2.2 配送商库存模型

假设配送商第 j 周期补货时零售商补货批数为 k_j，简称配送商补货需求批数，补货时点为 T_{k_j}. 根据两段等批补货的假设可得

$$k_j = \begin{cases}(j-1)(k+1)+1 & j \leqslant m_1 \\ n+1-(m-j+1)k & j > m_1\end{cases}$$

$$(m_1 = n - km) \tag{5}$$

零售商和配送商的补货期序数分别用 i 和 j 表示.

假设配送商在第 j 周期的订货只满足前 r_j 批货的需求，即在第(r_j+1)个的零售商补货周期开始缺货. 则配送商第 $j(j \leqslant m-1)$ 周期的持有成本为

$$HC_j = h_w\sum_{i=k_j}^{r_j-1}(T_{i+1} - T_i)\sum_{u=i+1}^{r_j}q(u) = h_w\sum_{i=k_j}^{r_j}(T_i - T_{k_j})q(i) \tag{6}$$

配送商第 j 周期的缺货成本为

$$BC_j = p_w\sum_{i=r_j+1}^{k_{j+1}-1}(T_{i+1} - T_i)\sum_{u=r_j+1}^{i}q(u) = p_w\sum_{i=r_j+1}^{k_{j+1}-1}(T_{k_{j+1}} - T_i)q(i) \tag{7}$$

由式(6)和(7)，并将 $T_i = (i-1)l$ 代入得配送商在计划期内库存成本

$$IC_w = \sum_{j=1}^{m}(HC_j + BC_j) = l\sum_{j=1}^{m}\left[h_w\sum_{i=k_j}^{r_j}(i-k_j)q(i) + p_w\sum_{i=r_j+1}^{k_{j+1}-1}(k_{j+1} - i)q(i)\right] \tag{8}$$

其中：$r_m = n$(因最后一期不允许缺货)，$k_{m+1} = n+1$.

2.3 零售商缺货时点优化

由于零售商存在缺货，因而不能完全满足其客户的需求. 零售商在第 i 个补货周期的服务水平为

$$SL_{r,i} = (t_i - T_i)/(T_{i+1} - T_i) = (t_i - (i-1)l)/l \tag{9}$$

将式(4)关于 $t_i(i \leqslant n-1)$ 求导，令其导数等于零得零售商最优缺货时点

$$t_i = T_i + \frac{p_r}{(h_r + p_r)}(T_{i+1} - T_i) = (i-1)l + \frac{p_r l}{(h_r + p_r)} \tag{10}$$

零售商在前$(n-1)$个周期$(i < n-1)$的最佳服务水平为

$$SL_{r,i} = \frac{p_r}{h_r + p_r} \tag{11}$$

2.4 配送商缺货时点优化

配送商的缺货时点的选择其实质就是需求批数 r_j 的优化问题. 为了表述的方便，笔者称 r_j 为配送商的订货满足需求批数，而 r_j+1 为订货缺货需求批数.

要使成本达到最小，r_j 必须满足

$$\Delta(IC_w)_{r_j} \geqslant 0,\ \Delta(IC_w)_{r_j-1} \leqslant 0 \tag{12}$$

将式(8)代入式(12)得

$$k_j + \frac{p_w}{h_w + p_w}K_j - 1 \leqslant r_j \leqslant k_j + \frac{p_w}{h_w + p_w}K_j \tag{13}$$

其中：K_j 为配送商第 j 期的周期倍数，且 $K_j = \begin{cases}k+1 & 1 \leqslant j \leqslant m_1 \\ k & m_1 < j \leqslant m\end{cases}$(前 m_1 期为 $k+1$，后 m_2 期为 k).

所以，配送商最优订货满足需求批数为

$$r_j = k_j - 1 + \lceil p_w K_j/(h_w + p_w)\rceil \tag{14}$$

其中，第3项中的$\lceil x\rceil$为上整函数，表示大于或等于 x 的最小整数.

配送商的最佳的服务水平为

$$SL_{w,j} = \lceil p_w K_j/(h_w + p_w)\rceil/K_j \tag{15}$$

3 非等周期补货模式下库存决策优化

由于等周期的假设，库存优化效果受到很大的限制. 特别在时变需求的情形下，各单位时间内需求存在很大差异，采取等周期补货很难反映需求的时变性. 为此，本部分将对非等周期补货的决策优化与协调作深入研究. 由于补货周期不相等，将假设3)和5)作如下修改：

3′)零售商补货次数为 n，各期的补货时点分

别为 $T_1, T_2, \cdots, T_i, \cdots, T_n$，其中 $T_1 = 0$，计划期末为 $T_{n+1} = H$.

5′）配送商的补货次数为 m，各期的补货时点分别为 $T_{k_1}, T_{k_2}, \cdots, T_{k_j}, \cdots, T_n$，$k_j$ 为配送商第 j 期的补货需求批数.

3.1　零售商补货时点局部优化

由于非等周期补货对时点的间隔没有约束，将式(4)中时点间隔相等(即等周期补货)的约束 $T_i = (i-1)H/n$ 剔除便可得非等周期补货情形下零售商的库存成本

$$IC_r = \sum_{i=1}^{n}\left[h_r\int_{T_i}^{t_i}(t-T_i)d(t)\mathrm{d}t + p_r\int_{t_i}^{T_{i+1}}(T_{i+1}-t)d(t)\mathrm{d}t\right]\quad (t_n = H) \tag{16}$$

将式(16)关于 t_i 求导，并令其等于零得零售商各周期的最佳缺货时点

$$t_i = T_i + \frac{p_r}{h_r + p_r}(T_{i+1} - T_i)\quad (i = 1,2,\cdots,n-1) \tag{17}$$

为了优化零售商补货时点，将式(16)关于 T_i 求导，令导数等于零得

$$p_r\int_{t_{i-1}}^{T_i} d(t)\mathrm{d}t = h_r\int_{T_i}^{t_i} d(t)\mathrm{d}t\quad (i = 2,3,\cdots,n;\ T_1 = 0) \tag{18}$$

方程(18)是一个含 $n-1$ 个未知元 $T_2, T_3, \cdots, T_n$ 的方程组，可用 Mathmatica3.0 的方程组求解命令 FindRoot 得到其数值解，即最优零售商补货时点.

3.2　配送商的补货时点局部优化

配送商基于零售商的补货时点选择其自身的补货时点，设配送商在零售商需求第 $k_1, k_2, \cdots, k_m$ 批货时进行补货，也即补货时点为 $T_{k_1}, T_{k_2}, \cdots, T_{k_m}$. $k_1, k_2, \cdots, k_m$ 称为补货需求批数. 由于缺货时点影响补货时点的优化，因而首先探讨缺货时点的优化问题.

由式(6)和(7)可得非等周期补货情形下配送商在第 j 周期的库存成本

$$IC_{w,j} = h_w\sum_{i=k_j}^{r_j}(T_i - T_{k_j})q(i) + p_w\sum_{i=r_j+1}^{k_{j+1}-1}(T_{k_{j+1}} - T_i)q(i) \tag{19}$$

配送商在计划期 H 内的库存成本应该是 m 个周期的库存成本之和，即

$$IC_w = \sum_{j=1}^{m} IC_{w,j} = \sum_{j=1}^{m}\left[h_w\sum_{i=k_j}^{r_j}(T_i - T_{k_j})q(i) + p_w\sum_{i=r_j+1}^{k_{j+1}-1}(T_{k_{j+1}} - T_i)q(i)\right] \tag{20}$$

若 r_j 使配送商库存成本 IC_w 达到最小，则必然满足

$$\Delta(IC_w)_{r_j} \geqslant 0,\ \Delta(IC_w)_{r_j-1} \leqslant 0 \tag{21}$$

将式(20)代入式(21)得

$$T_{r_j} \leqslant t_j^* \leqslant T_{r_j+1},$$

$$t_j^* = T_{k_j} + \frac{p_w}{h_w + p_w}(T_{k_{j+1}} - T_{k_j}) \tag{22}$$

这意味着在第 j 个周期内最佳缺货时点为

$$T_{r_j+1} = \min\{T_i \mid T_i \geqslant t_j^*\} \tag{23}$$

所以第 j 个周期内配送商的订货满足需求批数为

$$r_j = \min\{i \mid T_i \geqslant t_j^*\} - 1 \tag{24}$$

最优配送商补货需求批数 $k_1, k_2, \cdots, k_m$ 可用穷举法求得. 计算步骤如下：

步骤1　依据零售商的补货时点的优化结果给 $T_i (i = 1, \cdots, n)$ 赋值，并根据假设给配送商成本参数 h_w, p_w 和补货次数 m 赋值；同时给最小库存成本变量 $MICW$ 赋较大初值；

步骤2　根据式(24)确定配送商各周期的订货满足需求批数 r_j；

步骤3　用多重循环语句搜索 $k_2, \cdots, k_m$，当每次订货需求批数取值后，由式(20)计算配送商库存成本 IC_w，并将其与 $MICW$ 比较，如果前者小于后者将 IC_w 的值赋给 $MICW$，并将 $k_2, \cdots, k_m$ 的取值赋给列表变量 ZK；否则，继续下一步循环.

步骤4　输出变量 ZK 和 $MICW$ 的值，也即最优补货需求批数及最小库存成本.

3.3　补货时点整体优化

由式(16)和式(20)得供应链库存成本

$$TIC = IC_r + IC_w = \sum_{i=1}^{n}\left[h_r\int_{T_i}^{t_i}(t-T_i)d(t)\mathrm{d}t + p_r\int_{t_i}^{T_{i+1}}(T_{i+1}-t)d(t)\mathrm{d}t\right] + \sum_{j=1}^{m}\left[h_w\sum_{i=k_j}^{r_j}(T_i - T_{k_j})\int_{t_{i-1}}^{t_i} d(t)\mathrm{d}t + \right.$$

$$p_w\sum_{i=r_j+1}^{k_{j+1}-1}(T_{k_{j+1}}-T_i)\int_{t_{i-1}}^{t_i}d(t)\mathrm{d}t\Big] \qquad (25)$$

首先探讨配送商的补货需求批数和订货满足需求批数给定的情况下零售商补货时点的整体优化问题.为此,将库存成本函数关于 T_i 求导,并令导数等于零得

$$\begin{cases} G(t_{i-1},T_i,t_i)+p_w\int_{t_{r_{j-1}}}^{t_{i-1}}d(t)\mathrm{d}t-h_w\int_{t_i}^{t_{r_j}}d(t)\mathrm{d}t=h_w(T_{i+1}-T_i)U(t_i)-p_w(T_i-T_{i-1})V(t_{i-1}) \\ \qquad r_{j-1}+1<i=k_j<r_j,\ j=2,\cdots,m \\ G(t_{i-1},T_i,t_i)-h_w\int_{t_i}^{t_{r_j}}d(t)\mathrm{d}t=h_w(T_{i+1}-T_i)U(t_i)-h_w(T_{i-1}-T_{k_{j-1}})V(t_{i-1}) \\ \qquad r_{j-1}+1=i=k_j<r_j,\ j=2,\cdots,m \\ G(t_{i-1},T_i,t_i)+p_w\int_{t_{r_{j-1}}}^{t_{i-1}}d(t)\mathrm{d}t=p_w(T_{k_{j+1}}-T_{i+1})U(t_i)-p_w(T_i-T_{i-1})V(t_{i-1}) \\ \qquad r_{j-1}+1<i=k_j=r_j,\ j=2,\cdots,m \\ G(t_{i-1},T_i,t_i)=p_w(T_{k_{j+1}}-T_{i+1})U(t_i)-h_w(T_{i-1}-T_{k_{j-1}})V(t_{i-1}) \\ \qquad r_{j-1}+1=i=k_j=r_j,\ j=2,\cdots,m \\ G(t_{i-1},T_i,t_i)+h_w\int_{t_{i-1}}^{t_i}d(t)\mathrm{d}t=h_w(T_{i+1}-T_i)U(t_i)+h_w(T_i-T_{i-1})V(t_{i-1}) \\ \qquad k_j<i<r_j,\ j=1,\cdots,m \\ G(t_{i-1},T,t_i)+h_w\int_{t_{i-1}}^{t_i}d(t)\mathrm{d}t=-h_w(T_i-T_{k_j})U(t_i)+h_w(T_i-T_{i-1})V(t_{i-1})+p_w(T_{k_{j+1}}-T_{i+1})U(t_i) \\ \qquad k_j<i=r_j,\ j=2,\cdots,m \\ G(t_{i-1},T_i,t_i)-p_w\int_{t_{i-1}}^{t_i}d(t)\mathrm{d}t=-p_w(T_{i+1}-T_i)U(t_i)-h_w(T_{i-1}-T_{k_j})V(t_{i-1})+p_w(T_{k_{j+1}}-T_i)V(t_{i-1}) \\ \qquad i=r_j+1<k_{j+1},\ j=1,\cdots,m \\ G(t_{i-1},T_i,t_i)-p_w\int_{t_{i-1}}^{t_i}d(t)\mathrm{d}t=-p_w(T_{i+1}-T_i)U(t_i)-p_w(T_i-T_{i-1})V(t_{i-1}) \\ \qquad r_j+2\leqslant i<k_{j+1}-1,\ j=1,\cdots,m \end{cases} \qquad (26)$$

其中:$U(t_i)=h_rd(t_i)/(h_r+p_r)$,

$V(t_{i-1})=p_rd(t_{i-1})/(h_r+p_r)$,

$G(t_{i-1},T_i,t_i)=p_r\int_{t_{i-1}}^{T_i}d(t)\mathrm{d}t-h_r\int_{T_i}^{t_i}d(t)\mathrm{d}t.$

由方程(26)可得到零售商的整体优化补货时点.下面对配送商的补货需求批数和订货满足需求批数进行整体优化.基本思路是:首先在配送商补货需求批数给定的情况下搜索最优的配送商订货满足需求批数,并且每次搜索时必需由方程(26)求解得到零售商的整体优化补货时点,然后计算供应链库存成本.最后搜索配送商补货需求批数,找到最优的配送商补货需求批数.其计算步骤如下:

步骤 1 设定最小供应链库存成本变量 *MTIC*,并赋给充分大的初值;

步骤 2 给配送商补货需求批数 $k_j(j=2,\cdots,m)$ 赋一组值,其中 $k_1=1$;

步骤 3 给配送商订货满足需求批数 $r_j(j=1,\cdots,m-1)$ 赋一组值(初值为配送商补货需求批数的取值,每次循环后 r_j 增 1),其中 $r_m=n$(因配送商最后一期不允许缺货);

步骤 4 由方程(26)计算求得零售商的补货时点 $T_i(i=2,\cdots,n)$,其中计划期初始时点 $T_1=0$;

步骤 5 依据配送商补货需求批数、订货满足需求批数和零售商补货时点,由式(25)计算供应链库存成本 *TIC*;

步骤6　将 TIC 与 $MTIC$ 比较，如果 $TIC < MTIC$，则将 TIC 的取值赋给 $MTIC$，并将 k_j, r_j 和 T_i 的取值分别赋给列表变量 ZK, ZR, ZT，否则，直接转下一步；

步骤7　如果所有 r_j 满足 $r_j < k_{j+1}$，重复步骤3；否则，转下一步；

步骤8　如果所有 k_j 满足 $k_j \leqslant n$，转步骤2，否则，转下一步；

步骤9　输出最小供应链库存成本 $MTIC$ 以及最优配送商补货需求批数、订货满足需求批数和零售商补货时点，即 ZK, ZR, ZT.

4　算例分析

4.1　非等周期补货时点局部优化与等周期补货比较分析

本部分参数的设定为 $a = 10, b = 2, H = 100, h_r = 0.2, p_r = 0.8, n = 10, h_w = 0.15, p_w = 0.3, m = 4$. 为了与局部优化结果比较，将整体优化与局部优化的结果同时列于表1中.

表1　补货时点局部优化与整体优化比较

Table 1 Comparison of local optimization and global optimization of reorder times

补货模式		零售商补货时点	配送商补货需求批数	配送商补货时点	配送商订货满足需求批数	供应链库存成本	供应链库存成本下降比率
等周期补货		0, 10, 20, 30, 40, 50 60, 70, 80, 90	1, 4, 7, 9	0, 30, 60, 80	2, 5, 8, 10	22 421.3	0%
非等周期补货	补货时点局部优化	0, 17.6, 30.8, 42.1, 52.3, 61.6, 70.4, 78.6, 86.6, 94.1	1, 4, 7, 9	0, 42.1, 70.　4, 86.6	2, 5, 8, 10	21 887.8	2.4%
	补货时点整体优化	0, 13.0, 31.7, 37.3, 45.9, 59.9, 63.9, 71.1, 83.1, 86.6	1, 4, 7, 10	0, 37.3, 63.　9, 86.6	2, 5, 8, 10	19 436.8	13.3%

由表1，在等周期补货模式下，补货时点的间隔时间长度(补货周期)相等；而在非等周期补货模式下，补货时点的间隔时间长度随补货期数增加而缩小.非等周期补货模式通过增加前期的间隔时间，缩短后期的间隔时间，以增大前期在各补货周期内的需求量，而减少后期补货周期内的需求量，从而缩小各补货周期内需求量的差异，以削弱需求时变性对库存所带来的不利影响，达到降低库存成本的目的.因此，零售商对其补货时点局部优化使得其补货时点反映了需求的时变性.本算例计算得到，等周期补货情形下零售商和配送商的库存成本分别为9 377.3和13 044，供应链库存成本为22 421.3；非等周期补货时点局部优化情形下零售商和配送商的库存成本分别为8 489.7和13 398.1，供应链库存成本为21 887.8.由此不难看出，补货时点局部优化后零售商库存成本下降9.5%，而配送商的库存成本却增加了2.7%，供应链库存成本下降了2.4%.从零售商的角度来看，非等周期补货时点局部优化给零售商带来了巨大的成本效益，但对整个供应链来说，绩效并不十分明显.所以要改善供应链的成本绩效必须寻求供需之间合作，对补货时点整体优化.

4.2　补货时点局部优化与整体优化比较分析

由表1，与局部优化相比，整体优化的零售商补货时点基本上提前(除1期和7期外).注意到，零售商最后一期就是配送商的第4期，也即配送商采取一对一补货，配送商在该期的库存为零.因此，零售商调整时点使最后一期的时间增加，即增加最后一期的订货量，相应地减少前几期的订货量，从而使配送商库存成本下降.由配送商的补货需求批数和订货满足需求批数可知，配送商不能够满足零售商的第3,6,9期的订货，即该三批货

短缺.而三期的补货周期长度较小,其原因是配送商的单位缺货惩罚成本大于其单位持有成本,零售商通过缩小该三期的补货周期,即缩小订货量以降低配送商的缺货和缺货惩罚成本.这正是由于零售商在优化其补货时点时考虑配送商库存成本所致.从配送商的补货需求批数来看,整体优化的配送商补货需求批数比较接近局部优化的结果.如局部优化结果为1,4,7,9,而整体优化结果为1,4,7,10,只有最后一期存在差异.由此看来,如果在对零售商补货时点整体优化时考虑缺货,配送商的决策变量(补货需求批数)几乎与局部优化的结果相同,而零售商的决策变量(补货时点)却发生明显变化,因此,补货时点整体优化关键在于零售商补货时点整体优化.由表1可知,局部优化与整体优化两种情形下供应链库存成本分别为21 887.8和19 436.8,供应链库存成本下降了2 451,下降比率为11.2%.与等周期补货比较,补货时点整体优化后供应链库存成本下降了13.3%.这表明,非等周期补货与补货时点整体优化的结合能够大幅度降低供应链库存成本.

4.3 补货次数对整体优化效果的影响

补货时点整体优化效果与供需双方的补货次数的差异有关.当供需双方的补货次数相同时,供方为零库存,供应链库存成本与零售商的库存成本相同,整体优化与局部优化的结果相同,因而,整体优化无任何效果.显然,供需双方的补货次数的差额与供应链库存成本下降幅度(即整体优化绩效)有密切关系.为此,在不同的配送商补货次数(零售商补货次数固定)的情形下计算各种优化模式的成本绩效.其计算结果见表2.

表2 供需补货次数的差异对整体优化效果的影响

Table 2 Influence of difference of supplier and buyer's reorder frequency on global optimization effect

零售商补货次数 $n = 10$							
配送商补货次数 m		3	4	6	8	9	10
供需双方补货次数差额		7	6	4	2	1	0
供应链库存成本	等周期补货	29 465.3	22 421.3	15 137.3	11 057.3	9 917.3	9 377.3
	局部优化	27 263.8	21 887.8	15 375.9	11 897.8	10 189.9	8 489.7
	整体优化	25 604.1	19 436.8	13 579.6	10 443.6	9 391.7	8 489.7
下降比率	与局部优化比较	6.1%	11.2%	11.7%	12.2%	7.8%	0%
	与等周期比较	13.1%	13.3%	10.2%	5.6%	5.3%	9.5%

注:除单位惩罚成本以外的其它参数取值不变.

下面分析整体优化绩效与补货次数差额的关系.与局部优化相比,当补货次数差额为2时,整体优化使供应链库存成本下降的幅度较大,下降比率为12.2%;当补货次数差额很小或很大时,供应链库存成本下降比率很小,甚至为零.主要原因是:补货次数相差很小时,供方几乎采取一对一补货,其库存成本很小,因而整体优化与局部优化的结果比较接近;当补货次数相差很大时,意味着供方的补货次数很小,即补货时点数目很小,零售商的补货时点对配送商的库存影响弱化.如配送商补货次数为1时,其补货时点是计划其初始点,而初始点是固定的,零售商调整补货时点不能降低配送商的库存.无论是补货次数差额很小还是很大,局部优化与整体优化结果比较接近是由于零售商补货时点对配送商库存的影响弱化所致.因此,整体优化适合供方补货周期倍数适中的供应链.从综合成本绩效来看,即与等周期比较,当补货次数差额很小或很大时供应链库存成本下降比率却很大.如补货次数差额为7时,整体优化后供应链库存成本下降了13.1%;补货次数差额为零时,供应链库存成本下降了9.5%,然而两种情形下局部优化与整体优化后供应链库存成本非常接近,这表明,供应链库存成本绩效主要是非等周期补货时点局部优化所带来的,而并非整体优化所致.所以,当补货次数相差较大或很小(如供方在计划期内仅补货一次或一对一补货),没有必要采取补货时点整体优化,补货时点局部优化即可降低供应链库存成本;反之,则应该采取整体优化模式.

4.4 需求时变性对整体优化绩效的影响

为了反映需求时变性与整体优化绩效的关系,将时变因子取如下数值 $b = 0, 1, 2, 3$.计算结果见表3.

表3　需求时变性对供应链库存成本的影响

Table 3 Influence of demand time-varying on supply chain inventory cost

b	供应链库存成本			库存成本下降比率	
	等周期补货	补货时点局部优化	补货时点整体优化	与局部优化比较	与等周期补货比较
0	2 050.0	2 065.8	1 804.0	12.7%	12.0%
1	12 235.7	12 023.7	10 668.5	11.3%	12.8%
2	22 421.3	21 887.8	19 436.8	11.2%	13.3%
3	32 607.0	31 748.6	28 199.5	11.2%	13.5%

由表3，与局部优化比较，整体优化后供应链库存成本下降比率随时变因子增加而下降；而与等周期补货比较，供应链库存成本下降比率随时变因子增加而增加．尽管与局部优化比较的整体优化效果随需求时变性增大有所下降，但与等周期比较的综合效果仍随需求时间变性增大而增加．从综合效果来看，需求时变性越大，补货时点整体优化的效果越好．如时变因子为3时，与局部优化和等周期补货比较，供应链库存成本下降比率分别为11.2%和13.5%．整体优化的效果十分明显，因此在高时变需求环境下补货时点整体优化的效果更加突出．

5　结　论

由于需求具有时变性，采取等周期补货模式，各期需求量变化幅度较大，各补货期的库存不均衡，由此导致供需双方的库存成本居高不下．所以，本文着重研究了非等周期补货时点优化问题，通过模型推导得到补货时点局部优化和整体优化方程，并对等周期补货与非等周期补货时点优化、补货时点局部优化与补货时点整体优化作比较分析．其主要结论如下：(1)局部优化后补货时点的间隔时间长度随时间而变化．当需求随时间而增加时，补货时点的间隔时间长度随补货期数增加而缩小．非等周期补货模式通过增加前期的间隔时间，缩短后期的间隔时间，缩小各补货周期需求量的差异，以削弱需求时变性对库存所带来的不利影响．(2)补货时点局部优化使零售商库存成本明显下降，并且时变性越大，零售商的库存成本下降幅度也越大，但对配送商库存可能会带来不利影响．(3)需求时变性越大，整体优化的成本绩效(与局部优化比较)略微有所下降，但从总的成本绩效(与等周期比较)来看，需求时变性越大，非等周期补货时点整体优化的成本绩效越明显，所以补货时点整体优化在降低高时变需求环境下的供应链库存成本具有明显优势．(4)补货时点整体优化效果与供需双方补货次数的差额有关．当补货次数的差额很小或很大时，整体优化效果不佳(与局部优化比较)，此时，非等周期补货时点局部优化在降低供应链库存成本方面十分明显(与等周期补货比较)，因而采取补货时点局部优化即可，没有必要对其整体优化．而当补货次数差额居中时，整体优化效果十分明显，而局部优化的成本绩效不佳(对供应链库存成本而言)，此时应该采取补货时点整体优化模式．

尽管在算例分析中的优化结果是在线性时变需求情形得到的，但本文建立的模型与优化方法可适合非线时变需求，因为本文模型的建立与推导都是基于一般的时变需求 $D(t)$进行的，并未涉及时变需求的具体函数形式，只是在算例计算过程中令时变需求 $D(t)$等于关于时间的线性函数．所以将本文模型中的时变需求 $D(t)$用非线性函数替代便可计算非线性时变需求情形下的优化结果．由于篇幅所限，计算结果另文待发．通过笔者计算发现，在非线性需求情形下得到相似的结论：时变需求随时间变化的速率越大，补货时点间隔变化也越大，且补货时点优化在降低库存成本方面也越有效．因此，在一般的时变需求环境下，补货时点优化有利于降低供应链的库存成本．此外，本文考虑的供应链仅是由一个配送商与一个零售商所构成的二阶段供应链．在一个配送商对多个零售商情形，对于每个零售商而言，库存模型与本文差别不大，但配送商模型更加复杂，主要原因是面对多个零售商的需求，而各零售商优化后补货时点也不同．一个非常值得研究的问题是：供需之间不合作情形下，零售商补货时点不同，零售商之间补货不同步造成配送商库存居高不下，如果供需之间以及零售商之间合作，零售商采取相同补货时点是否有利于降低整个供应链库存成本．总之，对于一对多的供应链，库存模型和库存决策优化更加复杂，笔者将对此作进一步研究，争取在这方面取得新的进展．

参考文献:

[1]Donaldson W A. Inventory replenishment policy for a linear demand: An analytical solution[J]. Journal of the Operational Research Society, 1977, 32(1): 37—42.

[2]Lo W Y, Tsai C H. Exact solution of inventory replenishment policy for a linear trend in demand: Two-equation model[J]. International Journal of Production Economics, 2002, 76: 111—120.

[3]Dave U, Patel L K. (T, S_i) policy inventory model for deteriorating items with time-proportional demand[J]. Journal of Operation Research Society, 1981, 32: 137—142.

[4]Hollier R H, Mak K L. Inventory replenishment policies for deteriorating items in declining market[J]. International Journal of Production Economics, 1983, 21: 813—826.

[5]Deb M, Chaudhuri K S. A note on the heuristic for replenishment of trended inventories considering shortages[J]. Journal of Operation Research Society, 1987, 38: 459—463.

[6]Xu H, Wang H. An economic ordering policy model for deteriorating items with time proportional demand[J]. European Journal of Operation Research, 1991, 24: 21—27.

[7]Hariga M A. Optimal EOQ model for deteriorating items with time-varying demand[J]. Journal of Operational Research Society, 1996, 47: 1228—1246.

[8]Chung K J, Tsai S F. Inventory systems for deteriorating items with shortages and linear trend in demand-taking account of time value[J]. Journal of Operation Research Society, 2001, 28: 915—934.

[9]Sarker B R, Jamal A M M, Shaojun W. Supply chain models for perishable products under inflation and permissible delay in payment[J]. Computers & Operations Research, 2000, 27: 59—75.

[10]Diponegoro A, Sarker B R. Determining manufacturing batch sizes for a lumpy delivery system with trend demand[J]. International Journal on Production Economics, 2002, 77: 131—143.

[11]王迎军,高峻峻. 供应链分销系统优化及仿真[J]. 管理科学学报, 2002, 5(5): 79—84.
Wang Ying-jun, Gao Jun-jun. Optimization and simulation of supply chain retail systems[J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5(5): 79—84. (in Chinese)

[12]Angelus A, Porteus E L. Simultaneous capacity and production management of short-life-cycle, produce-to-stock goods under stochastic demand[J]. Management Science, 2002, 48(3): 399—413.

[13]柳 键,马士华. 供应链库存协调与优化模型研究[J]. 管理科学学报, 2004, 7(4): 1—8.
Liu Jian, Ma Shi-Hua. Research on model of supply chain inventory coordination and optimization[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(4): 1—8. (in Chinese)

[14]Mitra A, Cox J F, Jesse R R. A note on determining order quantities with a linear trend in demand[J]. Journal of Operation Research Society, 1984, 35: 439—442.

Research on inventory decision-making of one-to-one supply chain based on time-varying demand

LIU Jian

School of Information Management, Jiangxi University of Finance & Economics, Nanchang 330013, China

Abstract: Along with increasingly fierce competition, demand change becomes faster and demand is apparently time-varying. This paper, based on time-varying demand, probes into optimization of shortage times under equal-cycle reorder and optimization of shortage times and reorder times under non-equal-cycle reorder, especially, the paper studies decision-making models of local optimization and global optimization, and finds that non-equal-cycle reorder and global optimization of reorder times can effectively decrease inventory cost. Meanwhile, this paper analyses relationship between performance of reorder time optimization and both the parties' reorder frequency and demand time-varying.

Key words: time-varying demand; supply chain; inventory decision-making; local optimization; global optimization