第10卷第3期
2007年6月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 10 No. 3
Jun. 2007

双重随机不确定条件下的一次性容量扩展投资①

臧宝锋[1,2]，胡汉辉[2]，庄伟钢[3]
(1.东南大学电气工程学院，南京 210096；2.东南大学集团经济与产业组织研究中心，南京 210096；
3.国家开发银行江苏省分行，南京 210008)

摘要：考察在未来市场价格和新增容量利用率双重不确定条件下，一次性容量扩展项目投资的最优时机选择问题.应用实物期权的相关理论和方法，建立了一个以投资期权价值最大化为目标函数，以期望第一触点时间为决策变量的项目投资决策模型，并设计了基于 Riskoptimizer 软件包的仿真优化算法.最后的仿真算例表明了双重随机不确定因素对容量扩展项目最优投资时机选择的定量影响.

关键词：一次性容量扩展；双重随机；第一触点时间；仿真优化；Riskoptimizer

中图分类号：F830.59　**文献标识码：**A　**文章编号：**1007-9807(2007)03-0037-07

0 引 言

当前大多数描述项目投资决策的实物期权模型为了保证解析解的可获取性或易获取性，往往只考虑一种不确定因素，如市场需求、产品价格或利率的不确定性等[1,2].然而在实践中，影响企业项目投资决策的不确定因素是多方面的，其运动规律也不尽相同[3].Bertola[4]引入多重不确定性，给出了一个含产出价格、资本价格及可变投入价格三重不确定性的一般化模型，但作者假设这三种不确定变量服从齐次的几何布朗运动过程，从而将问题转化为单一不确定变量情形求解.Pennings & Lint[5]和李洪江等[6]除了在不确定变量的选择方面与 Bertola 有所区别之外，在不同特征随机变量的数学描述方面均沿袭了其做法.林伯强[7]从尽可能逼近项目投资实际的目的出发，分别用服从三角分布、正态分布和梯形分布的三种随机变量对项目投资中的需求风险、价格风险和投资成本风险进行综合模拟.这充分考虑到了不同不确定因素的数字特征差异，但在最终求解时采用了离散化的组合式处理方法，因而有失精准.

在前人研究的基础上，本文分别以几何布朗运动过程和服从三角概率分布的随机变量描述预期产品价格和容量利用率的双重随机不确定性，引入实物期权理论中的期望第一触点时间(expected first hitting time, EFHT)概念，建立了双重随机不确定条件下以 EFHT 为决策变量的一次性容量扩展项目投资决策模型.当模型中各类不确定变量不具齐次特性时，投资期权价值方程以偏微分方程形式出现，解析解难以获取，一般数值方法也通常会遭遇维数灾难.蒙特卡洛模拟方法可以确定多重随机变量的概率分布和数字特征，从而可以获得问题的数值解，但 Riskmaster、Pertmaster Project Risk 等现有风险分析软件仍然基于传统 NPV 规则构建，只能给出项目 NPV 的概率分布或期望值，指导投资者做出是否投资的决策，却不能给出关于投资时机的指导信息.不确定条件下的投资时机选择除了仿真之外，还存在寻优过程，这需要仿真优化(simulation optimization)的相关工具予以实现[8].刘宝碇等[9]针对具体的双重、多重不确定规划问题设计了仿真优化程序，给其他研究者以积极的启发，但通用性不强.本文应用集成仿

① 收稿日期：2004-10-26；修订日期：2007-04-05
基金项目：国家自然科学基金资助项目(70473013)
作者简介：臧宝锋(1977—)，男，山东临沂人，博士后，Email: zbf101@yahoo.com.cn.

真模拟和遗传寻优两大功能的Riskoptimizer通用软件包求取一次性容量扩展投资决策模型的数值解,不仅可以模拟双重不确定因素的综合作用,还可以有效避免寻优过程中的维数灾难问题.

1 问题描述

考察某产业的区域性商品市场,产品类型是单一的、同质的,市场竞争是不完全的.行业内某企业 i 需要在有效期限 L 内做出一项产能扩张项目投资决策(超越此限则投资期权自动丧失).投资滞后期(investment lags)为零②.企业 i 在对项目价值及期权价值进行评价时,面临两方面不确定性.一是产业范围的不确定性,表现为产品价格的随机变动.假设该产品价格 P 服从由如下微分方程给出的几何布朗运动过程:

$$dP = \alpha P dt + \sigma P dz \tag{1}$$

其中:α 为漂移参数,σ 为方差参数,dz 为维纳过程的增量.另一方面的不确定性来自于项目投产后新增容量的利用率(utilization rate).企业 i 的容量利用率可能是在位企业产能变更或新企业进入等竞争性因素造成的,也有可能是企业 i 自身的原因如运营成本变化、经营策略变更、机组停运检修等内部因素造成的③.某一时刻的新增容量利用率 S 是一个随机变量,用如下三角概率密度函数描述

$$S = triangular(S_1, S_2, S_3) \tag{2}$$

其中:$triangular(\cdot)$ 是Riskoptimizer软件包内集成的三角概率分布函数.在任一时刻,该厂商新增容量利用率最小为 S_1,最大为 S_3,最有可能为 S_2.此外,本文假设新增容量大小是固定的④,于是该企业面临的决策问题是:在双重随机不确定因素的综合作用下,选择最优投资时机⑤,最大化其项目投资回报的期权价值.

2 模型构建

2.1 期望第一触点时间与投资期权执行概率

期望第一触点时间(或称期望首达时间)T_b 是指某一随机过程(本文中指由价格和容量利用率共同决定的项目价值的随机过程)达到某一确定值 b 的期望时间.其严格数学定义为 $T_b = \inf\{t \geqslant 0;\ V(t) \geqslant 0\}$.式中,$V(t)$ 为随机过程在 t 时刻的值,b 为随机过程的上吸收壁(absorbing barrier).现有文献通常以投资阈值(threshold)作为投资规则[13,8].但投资阈值并不能直接指导人们做出明确的投资决策,决策者只能定性的认为,阈值越高,等待的时间就越长,项目就越可能被推迟.因此,人们仍然需要直观的、明确的定量规则,以利自己做出何时投资的判断.期望第一触点时间恰恰符合这一要求[14,15].

一个与期望第一触点时间相联系的概念是所谓投资期权的执行概率(probability of exercise, POE).设期望第一触点时间为 T_b,项目价值 $V(t)$ 服从某一特定随机过程,则POE指 $V(F, t)$ 在时间 $t \leqslant T_b$ 内到达投资阈值 b 的概率,即投资期权已执行的概率.令 $\Phi(V_0, t_0, V, t)$ 表示初始状态为 V_0 的随机过程 $V(t)$ 在 t 时刻的概率密度函数,给定较早时间 t_0 有 $V(t) = V_0$,这样,T_b 时刻投资期权已执行的概率为

$$\mathrm{Prob}[0 \leqslant V(t) \leqslant b \mid V(t_0) = V_0] = \int_0^b \phi(V_0, t_0; b, T_b)\, dV \tag{3}$$

2.2 最优化方程

令 I 为投资成本即执行期权的成本,企业面临的决策问题是选择最优投资时机以最大化项目价值的动态净现值 $V(T)$.由价值匹配条件和平滑粘贴条件,有 $F(T^*) = V(T^*) - I, F'(T^*) = V'(T^*)$,其中 $F(T^*)$ 和 $V(T^*)$ 分别是指在期望第一触点时刻投资所获得的最优的期权价值和项目价值.显然,上述投资决策问题可以看作一个投资期权定价问题.于是最优决策等同于最大化形如下式所示的贝尔曼方程(Bellman equation):

$$\begin{aligned} F(V,T) &= \max E[(V_T - I)e^{-\rho T}] \\ &= \max E\left[\left(\int_T^{T+L} (P(t) - C_1) \cdot S(t) \times K \cdot \frac{1}{1+\rho t} dt - C_2 \cdot K\right) e^{-\rho T}\right] \end{aligned} \tag{4}$$

其中,T 为要求的期望第一触点时间,$P(t)$ 为服从式(1)的市场价格;$S(t)$ 为服从式(2)的新增容

② 这意味着新增容量的投产是瞬间完成的.根据Avner & Strange[10]的研究,如果投资滞后期不为零,则会起到加速投资的效果.

③ 期权博弈(option game)的方法可以较好的解释并处理外部竞争性因素的影响,但对由企业内部原因造成的市场份额变动问题尚不能处理[11].

④ Dangl[12] 给出了一个同时选择容量大小和投资时机的综合模型.

⑤ 当然也可以选择在投资期权有效期内不投资,即放弃投资期权.

量利用率；由于假设投资滞后期为零，故 K 为已投入使用的项目新增容量；C_1 是单位运营成本；C_2 是单位容量投资成本；L 为项目寿命期，ρ 为单位时间的贴现率. 这里隐含的假定 $\alpha < \rho$，否则，选择一个较大的 T，由式(1)决定的 V 值将趋向于无穷大，从而由式(4)决定的 $F(V)$ 也趋向于无穷大，于是等待更长时间总是更好的投资政策，而最优解则不存在[13].

3　仿真优化算法

若只有价格 P 是不确定性的，由伊藤引理(Ito's lemma)可得到项目价值 V 的随机特性，用动态规划法或者或有债权法(contingent claims approach)求取临界值 V^*. 一旦 $V \geqslant V^*$，投资就是最优的. 当价格 P 和项目容量利用率 S 的随机变动不具齐次特性，且期权价值曲线是一条自由边界(free boundary)而非固定值时，再用上述方法求解将极为复杂甚至是不可能的，因而本文借助于数值解法. 用蒙特－卡洛(Monte Carlo, M-C)方法模拟 P、S 从而 V 的随机变动，以 $F(V,T)$ 为适应度函数，用遗传算法直接搜索项目容量给定情形下的最优投资时间 T^*. 模拟及寻优的全过程用风险分析和优化软件包 Riskoptimizer 编程实现.

Riskoptimizer 是美国著名风险分析、决策专业软件商 Palisade 公司开发的产品[16]. 与 Riskmaster 等现有通用风险分析软件相比，它以 Macrosoft Excel 为基本运行环境，不仅可以通过蒙特卡洛仿真给出各种不确定因素变动下的投资期权价值(或内部收益率)等指标值，而且可以通过遗传寻优给出最优投资规则或最优投资时机，因而在期权定价和基于实物期权的最优投资决策方面得到了较为广泛的应用[14,15,17].

用 Riskoptimizer 求解本文中一次性产能扩张时机选择问题的基本思路是：以期望第一触点时间为可控变量进行染色体编码，产生初始种群，选择蒙特－卡洛方法⑥对双重随机变量决定的实物期权价值进行仿真，从而给出足够多的样本容量，按式(4)计算由这些样本路径和初始染色体决定的投资期权的期望现值，并将其作为适应度函数(fitness function)，依照算法给定的选择、交叉、变异等遗传操作规则，产生新的染色体种群开始新的仿真寻优循环，直至其满足程序设定的终止条件. 算法参数设置如下：对每一次 T 的取值，蒙特卡洛模拟 1 000 次后终止，生成一个染色体；每一种群染色体数目 20 个，交叉概率 0.5，变异概率 0.1. 优化过程的终止条件设置为“最后 100 次迭代的染色体适应度值无变化”. 程序运行的详细流程见附录.

4　算例及分析

首先考察价格的波动率 σ 变动对期望第一触点时间的影响. 令 $\sigma \in [0,1]$，其他参数：当前价格 $P_0 = 20$，单位变动成本 $C_1 = 20$，单位投资成本 $C_2 = 500$，项目容量 $K = 2\,000$，贴现率 $\rho = 0.04$；$S_1 = 0.5$，$S_2 = 0.8$、1，$S_3 = 1$；投资期权有效期 $L = 10$ 年，新增容量寿命期为 20 年. 表 1、2 分别为 $S_2 = 0.8$ 和 $S_2 = 1$ 时的离散仿真结果，图 1 为期望第一触点时间和投资期权执行概率随 σ 连续变动的趋势图.

表 1　EFHT、POE 与价格不确定性 σ(表中用 Sigma 表示，下同)：$S_2 = 0.8$

Table 1 EFHT, POE and price uncertainty(Sigma in Tables): $S_2 = 0.8$

Sigma	0.10	0.15	0.20	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
EFHT	0.52	2.33	3.30	3.95	4.19	4.33	4.40	4.40
POE	0.998	0.975	0.890	0.780	0.617	0.517	0.467	0.408
Sigma	0.55	0.60	0.65	0.70	0.80	0.90	1.00	
EFHT	4.37	4.30	4.25	4.13	4.03	3.96	3.90	
POF	0.375	0.350	0.333	0.308	0.282	0.264	0.267	

⑥　Riskoptimizer 提供了蒙特－卡洛、拉丁超立方(Latin Hypercube)两种采样方法供使用者选择. 一般认为后者能以较小的样本容量、较少的模拟时间取得同等的仿真结果. 但作者分别用两种对 $F(P,S)$ 进行仿真模拟，后者模拟 884 次后取得与 M-C 方法模拟 1 000 次相同的结果，所需时间略少于前者，说明本例中拉丁超立方抽样法的性能提升有限.

表 2 EFHT、POE 与价格不确定性 σ：$S_2 = 1.0$

Table 1 EFHT, POE and price uncertainty: $S_2 = 1.0$

Sigma	0.10	0.15	0.20	0.30	0.35	0.40	0.45	0.5
EFHT	0.58	2.80	3.71	4.30	4.60	4.72	4.70	4.64
POE	1.000	0.982	0.940	0.844	0.667	0.573	0.512	0.461
Sigma	0.55	0.60	0.65	0.70	0.80	0.90	1.00	
EFHT	4.57	4.42	4.28	4.13	3.96	3.77	3.53	
POF	0.414	0.396	0.378	0.356	0.318	0.297	0.285	

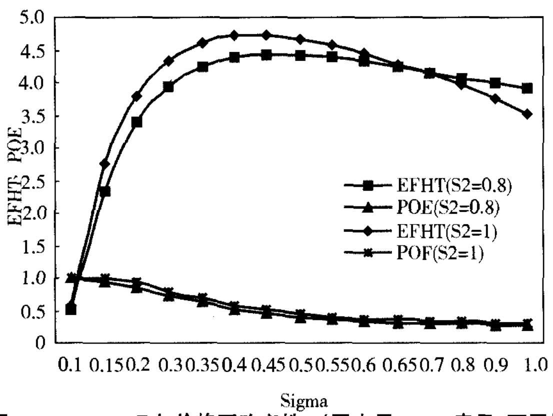

图 1 EFHT、POE 与价格不确定性 σ(图中用 Sigma 表示，下同)：$S_2 = 0.8$、1.0

Fig. 1 EFHT, POE and price uncertainty(Sigma): $S_2 = 0.8$、1.0

注：上图图例中的 S2 即为表 1、2 中 S_2，以下同.

由趋势图可知，第一触点时间 EFHT 并不随 σ 的单调递增而呈现出单调递增或递减规律，而是先有一个迅速增加的过程，而后缓慢递减. 存在一个临界 σ 值，在这一临界值到达之前，投资者总是推迟投资；而在该临界值之后，投资者有提前投资的倾向，也就是说，其他条件不变，价格不确定程度的增加并不总是导致继续等待，推迟投资的后果. Sudipto[18] 曾证明在只存在商品价格的几何布朗运动过程时，EFHT 与 σ 的这种对应关系. 本文的数值算例直观表明，在价格与容量利用率的双重不确定性下，Sudipto 的结论仍是成立的(实际上 Sudipto 的研究可以认为是任意时刻新增容量利用率均为 100% 的特殊情形)，并且 S_2 越大，这种先增后减的相关性越发明显. 由该图还可发现投资期权的执行概率 POE 随 σ 的增加而递减. 这说明，不确定性程度越高，该投资期权实施的概率越小，但随着 S_2 增大，期权执行概率有略微增加的趋势.

下面考察三角概率分布中 S_2 的变动对期望第一触点时间的影响. 分别给出 $\sigma = 0.1$ 和 $\sigma = 0.3$、$\sigma = 1.0$ 三种情形下的实验结果. 为突出各次实验结果之间差异的对比，本文将初始价格 P_0 设置值提升 10%，单位投资成本设置值降低 10%，即 $P_0 = 22$，$C_2 = 450$. 本文还假设 $S_2 \in (0.5, 1.0)$，模型其他参数和 Riskoptimizer 程序参数设置不变. 离散仿真结果见表 3，图 2 和图 3 分别是三种情形下，期望第一触点时间和投资期权执行概率随 S_2 变动的趋势图. 图 2 中的虚线表示企业在期权有效期 $L = 10$ 年内不会投资，即企业放弃了该产能扩张项目的投资期权.

表 3 EFHT、POE 与预期容量利用率(S_2)：$\sigma = 0.1$、0.3、1.0

Table 3 EFHT, POE and capacity utilization rate(S_2): $\sigma = 0.1$、0.3、1.0

σ	S_2(%)	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
0.1	EFHT	∞	∞	9.85	5.40	1.39	0.37	0.09	0	0	0	0
	POE	0	0	0.430	0.716	0.902	0.967	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.3	EFHT	9.83	7.17	5.20	3.73	2.52	1.63	0.89	0.54	0.19	0	0
	POE	0.004	0.181	0.360	0.509	0.629	0.735	0.86	0.917	0.962	1	1
1.0	EFHT	6.24	5.03	4.00	3.30	2.73	2.34	2.06	1.85	1.60	1.30	1.24
	POE	0.016	0.125	0.221	0.309	0.377	0.436	0.488	0.536	0.574	0.614	0.616

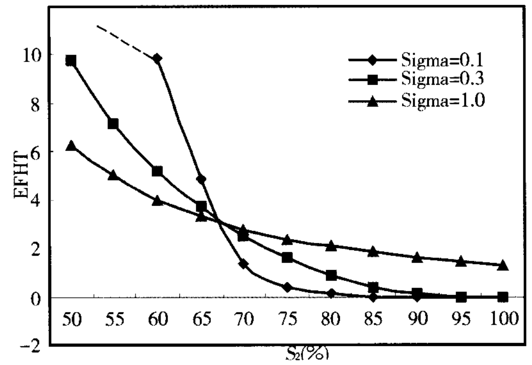

图2 EFHT与预期容量利用率(S_2):σ = 0.1、0.3、1.0

Fig.2 EFHT and capacity utilization rate(S_2): σ = 0.1、0.3、1.0

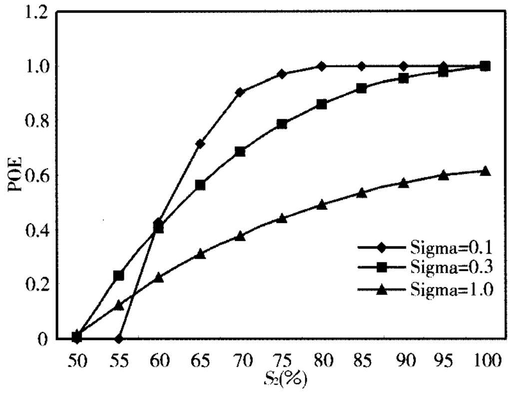

图3 POE与预期容量利用率(S_2): σ = 0.1、0.3、1.0

Fig.3 POE and capacity utilization rate (S_2): σ = 0.1、0.3、1.0

由图2和图3可见,EFHT和POE随预期最可能容量利用率S_2递增而变动的趋势恰恰相反,S_2越高,则投资者越倾向于提前投资,投资期权执行的概率越高.如果再计入σ的变动,则σ值越小,即价格不确定程度越低,EFHT下降的速率越大,EFHT对S_2的变动越发敏感.同样对期权执行概率POE而言,σ值越小,POE增加的速率越大,POE对S_2的变动越发敏感.考察$\sigma=0.1$时的情况,当S_2为55%时,EFHT为无穷大,即企业在期权有效期内不会选择上马该一次性产能扩展项目,而当S_2仅仅增至85%,EFHT就迅速变为0,即企业的最优决策为立即投资;对比$\sigma=1.0$时的情形:无论S_2在图示范围内如何变动,EFHT值最高不会高于7,最低也不会至零值,即使S_2增至100%.

5 结束语

多重不确定性共同作用下的一次性容量扩展投资时机选择问题是企业投资实践中的普遍问题.本文对存在市场价格和新增容量利用率双重随机不确定因素的情形进行了建模和仿真研究.研究结果表明:(1)即使存在新增容量预期利用率不确定的情形,最优投资时机与价格不确定程度σ仍然呈较为特殊的先正相关后负相关关系,且预期最高容量利用率的增大会强化这一关系.(2)最优投资时机与预期新增容量利用率最可能值大小呈单纯负相关关系,即容量利用率越高,投资者越倾向于提前投资,且预期价格不确定程度越小,这一负相关关系越明显.(3)投资期权执行概率随价格不确定程度σ递增而递减,随预期容量最可能利用率的递增而递增;在受到两个变量都增大的共同作用时,执行概率虽同样会增加,但递增速率随σ的增大而减小.

值得一提的是,根据本文提出的研究思路和方法,进一步开发适当的仿真优化算法,可以将产能扩张问题扩展到多重随机、多重模糊、随机模糊、模糊随机等不确定环境下进行研究;同时还可以引入产业竞争博弈分析,从而尽可能逼近产能扩张投资问题的实际,增强理论模型的实践指导意义.

参考文献:

[1]王建华, 李楚霖. 投资项目的期权评价与最优投资规则[J]. 应用数学, 2002, 15(2): 93—96.

Wang Jianhua, Li Chulin. On the option value of investment under uncertainty and the optimal investment rule[J]. Mathematic Application, 2002, 15(2): 93—96. (in Chinese)

[2]周春生, 长 青, 郭良勤. 等待的价值—未来不确定性条件下的建设项目投资决策分析[J]. 经济研究, 2001, 18(8): 79—85.

Zhou Chunsheng, Chang Qing, Guo Liangqin. Value of waiting—Investment decision analysis of construction projects under future uncertainty[J]. Journal of Economic Research, 2001, 18(8): 79—85. (in Chinese)

[3]宋林飞. 江苏经济运行态势与走势分析[J]. 现代经济探讨, 2006, 16(6): 5—10.

Song Linfei. Analysis on the functioning situation and trend of Jiangsu's current economy[J]. Modern Economic Research, 2006, 16(6): 5—10. (in Chinese)

[4]Bertola G. Irreversible investment[J]. Research in Economics, 1998, 52(1): 3—37.

[5]Pennings E, Lint O. Market entry, phased rollout or abandonment? A real option approach[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 124(1): 125—138.

[6]李洪江, 曲晓飞, 冯敬海. 阶段性投资最优比例问题的实物期权方法[J]. 管理科学学报, 2003, 6(1): 20—26.

Li Hongjiang, Qu Xiaofei, Feng Jinghai. Definition of optimal proportion of phased investment: Real options approach[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(1): 20—26. (in Chinese)

[7]林伯强. 项目评估中的风险分析: 应用和主要问题[J]. 金融研究, 2003, 11: 49—63.

Lin Boqiang. Risk analysis in project appraisal: Application and main issues[J]. Journal of Financial Research, 2003, 11: 49—63. (in Chinese)

[8]Peters B A, Smith J S, Medeiros D J, *et al*. Future of Simulation Optimization[C]. Proceedings of the 2001 Winter Simulation Conference, Arlington, VA, USA: 2001.

[9]刘宝碇, 赵瑞清, 王 纲. 不确定规划理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.

Liu Baoding, Zhao Riuqing, Wang Gang. Theory and Practice of Uncertain Programming[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. (in Chinese)

[10]Avner Bar-Ilan, Strange W. Investment Lags[J]. The American Economic Review, 1996, 86(3): 610—622.

[11]安瑛晖, 张 维. 期权博弈理论的方法模型分析与发展[J]. 管理科学学报, 2001, 4(1): 38—44.

An Yinghui, Zhang Wei. Analysis and development of the method and model of option-game theory[J]. Journal of Management Sciences in China, 2001, 4(1): 38—44. (in Chinese)

[12]Dangl T. Investment and capacity choice under uncertain demand[J]. European Journal of Operational Research, 1999, 117(2): 415—428.

[13]Dixit A K, Pindick R S. Investment Under Uncertainty[M]. Princeton: Princeton University Press, 1994.

[14]Dias Marco A G. Selection of Alternatives of Investment in Information for Oilfield Development Using Evolutionary Real Options Approach[C]. 5th Annual International Conference on Real Options. Los Angeles, USA: July 2001.

[15]Dias Marco A G. Investment in information in petroleum[P]. 6th Annual International Conference on Real Options. Cyprus, Pathos: July 2002.

[16]Palaside Corporation. Guide to riskoptimizer: Simulation optimization for microsoft excel: Windows version, release 1.0[Z]. http://www.palisade.com. 2005.

[17]Chidambaran N K. Genetic Programming with Monte-Carlo Simulation for Option Pricing[C]. Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference, Tucson, USA: December 2003.

[18]Sudipto S. On the investment-uncertainty relationship in a real option model[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2000, 24(2): 219—225.

[19]Murto P, Keppo J. A game model of irreversible investment under uncertainty[J]. International Game Theory Review, 2002, 4: 127—140.

[20]Samuel K, Howard M T. A First Course in Stochastic Processes[M]. Second Edition. New York: Academic Press, 1975.

Lumpy capacity expansion investment decision under bistochastic uncertainties

ZANG Bao-feng[1], *HU Han-hui*[1], *ZHUANG Wei-gang*[2]

1. School of Electricity Engineering of Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. Research Centre of Industry Organization Group Economy of Southeast University, Nanjing 210096, China;
3. Jiangsu Branch of China Development Bank, Nanjing 210096, China

Abstract: Optimal investment time of lumpy capacity expansion investment under bistochastic uncertainties of price and capacity utilization rate was investigated in this paper. Applying theory of real options, it developed an investment decision-making model aimed to maximize investment options based on expected first hitting time. A simulation optimization algorithm designed by Riskoptimizer software package was used to solve the model. Numerical examples were carried out in the end which indicated that the biuncertainties' influences on optimal capacity expansion deci-

sions.

Key words: lumpy capacity expansion; dual stochastic; first hitting time; simulation optimization; riskoptimizer

附录： 用 Riskoptimizer 进行仿真优化的流程图

Appendix: A flow chart for simulation optimization with Riskoptimizer