

ATIS 环境下交通配流的动态演化模型^①

郭仁拥, 黄海军

(北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100083)

摘要: 考虑交通网络中实现用户均衡态的过程, 引入决策出行费用的概念, 提出一个 ATIS 环境下的交通配流动态演化模型, 模型中的 OD 需求是可变内生的. 利用稳定性定理分析了该动态系统的稳定性, 说明在一定条件下, 系统的用户均衡态是稳定的. 采用改进的欧拉法完成了模型的数值试验, 结果表明该动态系统确实可以达到用户均衡态, 同时也发现, 某些模型参数的变化可能导致路径流量和 OD 费用演化轨迹的无规则摆动.

关键词: 交通配流; 用户均衡态; 动态系统; 稳定性

中图分类号: U491

文献标识码: A

文章编号: 1007-9807(2008)02-0012-08

0 引言

交通配流问题研究出行者的路径选择, 将矩阵结构的 OD 需求安排到路径上, 得到可以反映网络拥挤程度的路段流量, 它是分析交通行为、制定交通规划与管理方案的基础. 用户均衡态(UE state)是巨量出行者在路径选择上长期相互博弈的结果, 在这种状态下, 没有人可以通过单方面改变路径来降低其出行费用, 被认为是符合竞争经济学原则的交通网络流量分布结果.

以往关于交通配流的研究主要关注最后形成的均衡态, 而对这个状态的实现过程缺少充分的认识^[1]. 随着智能交通理论与实践的发展, 出行者能够利用智能交通系统了解到过去和实时的交通信息, 并依据这些信息调整其路径选择行为, 这是典型的动态过程系统^[2,3]. 近年来, 为了研究交通均衡态的实现过程, 一些学者引入了动态过程系统方法, 包括确定过程系统^[2-10]、随机过程系统^[11-13]和模拟模型^[14,15]. 确定过程系统一般具有解轨迹的唯一性和稳定性等特点, 但没有考虑现实中网络、需求和行为的不确定性. 随机过程系统利用 Markov 决策模型克服了这些理论缺陷, 但其中大规模转移概率矩阵的计算和分析是十分困

难的. 为此, Davis 和 Nahan^[12]使用期望值意义下的确定动态系统逼近随机过程系统, Cantarella 和 Cascetta^[16]对这种逼近做了数值模拟验证, 确认了它们之间的近似性. 然而, 与确定过程系统相比, 随机过程系统的收敛性和稳定性目前还不能得到保证.

在先进出行者信息系统(ATIS)环境下, 由于交通信息作用的滞后性, 人们对公布的信息不一定会完全服从, 加上个人对路径的熟悉程度和理解存在差别, 出行者是根据自己的认识来选择出行路径的. 一般认为, 若出行者了解到某条路径的出行费用较小, 他们会认为此刻选择该路径的人数会比以前多, 拥挤程度增加, 从而造成该路径的费用上升, 做决策时应该为它设置比当前值大一点的费用; 反之, 若出行者了解到某条路径的出行费用较大, 他们会认为将有部分人放弃该路径, 结果是其费用下降, 所以应该为它设置比当前值低一点的费用. 也就是说, 出行者认识到他们所得到的信息已经落后了, 不能盲目地相信信息系统所发布的路况报告. 本文称真正影响出行者决策的费用为决策出行费用, 它等于真实费用加上一个调整项.

本文基于决策出行费用的概念, 提出交通配

① 收稿日期: 2007-07-26; 修订日期: 2007-10-17.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70521001); 国家重大基础科学研究“973”计划资助课题(2006CB705503).

作者简介: 郭仁拥(1980—), 男, 内蒙西苏旗人, 博士生. Email: buaa_guorenyong@126.com

流动态演化模型. 该模型较合理地刻画了出行者如何根据当前交通信息选择出行路径, 并在一定的条件下使网络流量分布达到用户均衡态. 注意此处的用户均衡态是 Wardrop 用户均衡原则的推广, 指没有出行者可以通过单方面改变路径来降低其决策出行费用. 模型形式简单, 而且具有良好的数学性质, 即在动态系统的平衡点上, OD 对之间被使用路径的决策费用相等. 可能存在决策费用更低且没有被使用的路径, 也就是说, 动态过程系统的平衡点可能是一个部分用户均衡态. 进一步, 如果路段决策费用是流量的单调增函数, OD 需求是 OD 费用的单调减函数, 则用户均衡态是稳定的.

1 数学模型

1.1 符号定义

为了建立动态系统模型, 首先给出文中用到的数学符号及其含义.

A —网络中所有路段的集合, $a \in A$; N —节点集合; R —起始节点集合, $r \in R, R \subset N$; S —终止节点集合, $s \in S, S \subset N$; K_{rs} —连接 OD 对 (r, s) 的路径集合, $k \in K_{rs}$; x_a —路段 a 上的交通流量, $x = (\dots, x_a, \dots)$; f_k^{rs} —OD 对 (r, s) 之间路径 k 上的交通流量, $f^s = (\dots, f_k^s, \dots)$, $f = (\dots, f^s, \dots)$; $\tau_a(x)$ —路段 a 的实际出行费用, $\tau = (\dots, \tau_a, \dots)$; $\Gamma_a(x)$ —路段 a 的决策出行费用, $\Gamma = (\dots, \Gamma_a, \dots)$; $\phi_a(x)$ —路段 a 的费用调整项, $\phi = (\dots, \phi_a, \dots)$; $\delta_{a,k}^{rs}$ —若路段 a 在 OD 对 (r, s) 之间的路径 k 上, 则取 1, 否则为 0, $\Delta^s = (\dots, \delta_{a,k}^s, \dots)$, $\Delta = (\dots, \Delta^s, \dots)$; w_k^{rs} —若路径 k 连接 OD 对 (r, s) , 则取 1, 否则为 0, $W = (\dots, w_k^s, \dots)$; $c_k^{rs}(f)$ —OD 对 (r, s) 之间路径 k 的实际出行费用, $c^s = (\dots, c_k^s, \dots)$, $c = (\dots, c^s, \dots)$; $C_k^{rs}(f)$ —OD 对 (r, s) 之间路径 k 的决策出行费用, $C^s = (\dots, C_k^s, \dots)$; $C = (\dots, C^s, \dots)$; u_{rs} —OD 对 (r, s) 之间的最小出行费用, $u = (\dots, u_{rs}, \dots)$; $D_{rs}(u)$ —OD 对 (r, s) 之间的出行需求函数, $D = (\dots, D_{rs}, \dots)$.

1.2 动态系统模型

假设路段决策费用是流量的单调增函数, OD 需求是 OD 费用的单调减函数. 根据前面所提出的决策费用定义, 路段的决策费用可表示为

$$\Gamma_a(x) = \tau_a(x) + \phi_a(x), a \in A \quad (1)$$

其中 $\Gamma_a(x)$ 是路段 a 的决策费用, $\tau_a(x)$ 是实际出行费用, $\phi_a(x)$ 是调整项. 利用路段与路径之间的关系, 可以得到路径的决策费用, 以向量的形式表达就是, $C(f) = \Delta^T \Gamma(\Delta f)$.

推广文献[4]中关于超额出行费用(ETC)的定义, 路径 k 在 t 时刻的超额出行费用等于路径 k 的决策出行费用 $C_k^{rs}(f(t))$ 减去 OD 对 (r, s) 之间的最小出行费用 $u_{rs}(t)$, 即

$$ETC_{rs,k}(u_{rs}(t), f(t)) = C_k^{rs}(f(t)) - u_{rs}(t), k \in K_{rs}, r \in R, s \in S \quad (2)$$

而 OD 对 (r, s) 之间的超额出行需求(ETD)为潜在 OD 需求 $D_{rs}(u(t))$ 与实际 OD 流量 $\sum_{k \in K_{rs}} f_k^s(t)$ 的差, 即

$$ETD_{rs}(u(t), f(t)) = D_{rs}(u(t)) - \sum_{k \in K_{rs}} f_k^s(t) \quad (3)$$

显然, 超额出行费用和超额出行需求的计算取决于当前时刻的流量分布.

由于理性的出行者总是选择费用最小的路径, 当某路径的超额出行费用为正(负)时, 即该路径的决策费用要比 OD 费用大(小), 该路径(费用较高路径)上部分出行者会自动转移到费用较小的路径, 该路径的流量减少(增加). 当某 OD 对之间的超额出行需求为正(负)时, 该 OD 对之间的出行费用就应该增加(减少), 以降低潜在的 OD 需求量. 这种路径流量和 OD 出行费用的调整原则可以离散地表达为

$$f_k^{rs}(t + \Delta t) = f_k^{rs}(t) - \Delta t \kappa_k^{rs} f_k^{rs}(t) ETC_{rs,k}(u_{rs}(t), f(t)) \quad (4)$$

$$u_{rs}(t + \Delta t) = u_{rs}(t) + \Delta t \eta_{rs} u_{rs}(t) ETD_{rs}(u(t), f(t)) \quad (5)$$

其中, 调整参数 κ_k^{rs} 和 $\eta_{rs} \in \mathbf{R}_+$ (\mathbf{R}_+ 表示正的实数集) 用来控制每次调整的幅度, 保证等式右边非负. 方程(4)和(5)说明, 调整幅度不仅与超额量有关, 还与当前的路径流量和 OD 出行费用的大小有关. 由此, 得到连续的动态系统模型

$$\dot{f}_k^{rs}(t) = -\kappa_k^{rs} f_k^{rs}(t) ETC_{rs,k}(u_{rs}(t), f(t)) \equiv J_k^s(u_{rs}(t), f(t)) \quad (6a)$$

$$\dot{u}_{rs}(t) = \eta_{rs} u_{rs}(t) ETD_{rs}(u(t), f(t)) \equiv L_{rs}(u(t), f(t)) \quad (6b)$$

上述模型在形式上比文献[4]中的模型简单. 动态系统式(6)对于初始状态有如下特征: 若

$f_k^n(0) = 0$, 则对任意 $t > 0$, 有 $f_k^n(t) = 0$, 所以, 如果一条路径在初始时刻没有被选用, 则它以后永远不会被选用; 若 $f_k^n(0) > 0$, 则对任意 $t > 0$, 有 $f_k^n(t) \geq 0$; 若 $u_{rs}(0) > 0$, 则对任意 $t > 0$, 有 $u_{rs}(t) \geq 0$.

对应于动态系统模型(6)的平衡点, 即 $\dot{f}_k^n(t) = 0$ 和 $\dot{u}_{rs}(t) = 0$, 只可能存在3种情形的流量分布.

第1种情形是存在这样的 OD 对 (r, s) , 其 $u_{rs} = 0$ 和 $f_k^n = 0, k \in K_{rs}$. 给 u_{rs} 一个很小的扰动使得 $u_{rs} > 0$, 则 $D_{rs}(u) > 0$, 导致 $\dot{u}_{rs}(t) > 0$, 所以这样的平衡点是不稳定的.

第2种情形是对于任意 OD 对 $(r, s), u_{rs} > 0$, 平衡点的流量分布是推广的部分用户均衡态^[10], 即同一 OD 对之间所有被使用的路径有相同的决策出行费用, 但还存在未被使用的路径有更小的决策费用. 使用文献[10]的方法可以类似证明, 这种流量分布也是不稳定的.

第3种情形是对于任意 OD 对 $(r, s), u_{rs} > 0$, 平衡点的流量分布是用户均衡态, 此处的用户均衡态是 Wardrop 用户均衡原则的推广, 指没有出行者可以通过单方面改变路径来降低其决策出行费用. 下一节将证明, 在路段决策费用函数和 OD 需求函数分别满足单调递增和单调递减的条件下, 这种流量分布是稳定的.

2 用户均衡态的稳定性分析

各种静态配流研究表明, 若路段决策费用函数和 OD 需求函数分别是单调递增和单调递减的, 则一定存在流量分布的用户均衡态 f^* 和对应的 OD 费用 u^* , 它们满足关系式

$$f_k^{n*} (C_k^n(f^*) - u_{rs}^*) = 0$$

$$C_k^n(f^*) \geq u_{rs}^*, k \in K_{rs}, r \in R, s \in S$$

现在介绍关于动态系统式(6)的 Lyapunov 函数.

定理1 设 (f^*, u^*) 是用户均衡态下的流量分布和 OD 费用, 若决策路段费用 $\Gamma(x)$ 是关于 x 的单调增函数, $D(u)$ 是关于 u 的单调减函数, 则连续可微函数

$$V(f, u) = \sum_{rs} \sum_k (f_k^n(t) - f_k^{n*}(t))^2 + \sum_{rs} (u_{rs}(t) - u_{rs}^*(t))^2 \quad (7)$$

是动态系统式(6)在用户均衡态的一个 Lyapunov 函数, 即

- 1) 如果 $(f, u) \geq 0$ 且 $(f, u) \neq (f^*, u^*)$, 则 $V(f, u) > 0$;
- 2) $V(f^*, u^*) = 0$;
- 3) 如果 $(f, u) \geq 0$, 则 $\dot{V}(f, u) \leq 0$.

证明 为了便于证明, 记

$$y = \begin{pmatrix} f \\ u \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, F(By) = \begin{pmatrix} \Gamma(\Delta f) \\ -D(u) \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & -W \\ W^T & 0 \end{pmatrix}, E = B^T F(By) + Gy$$

其中, I 是单位矩阵. 进一步, 动态系统式(6)可以表示为 $\dot{y} = -bE$, 其中

$$b = \text{diag}(\dots, \kappa_k^n f_k^n, \dots, \eta_{rs} u_{rs}, \dots)$$

因为 $\Gamma(\Delta f)$ 和 $-D(u)$ 分别是关于 $x = \Delta f$ 和 u 的单调增函数, 所以 $F(By)$ 是关于 By 的单调增函数.

从 Lyapunov 函数 $V(f, u)$ 的定义容易知道, 前两个条件是自然满足的. 只需证明第3个条件.

将 \dot{y}_i 代入 $\dot{V}(f, u) = 2 \sum_i (y_i - y_i^*) \dot{y}_i$ 中得到

$$\dot{V}(f, u) = 2 \sum_i (y_i^* - y_i) b_{ii} E_i \quad (8)$$

由于 $F(By)$ 关于 By 是单调增函数, 有

$$[B^T F(By)]^T (y^* - y) \leq [B^T F(By^*)]^T (y^* - y) \quad (9)$$

进一步, 因为 y^* 是一个用户均衡态, 有

$$[B^T F(By^*) + Gy^*]^T (y^* - y) \leq 0 \quad (10)$$

综合式(9)和(10), 得到

$$[B^T F(By)]^T (y^* - y) \leq [Gy^*]^T (y - y^*) \quad (11)$$

在式(11)两边同时加上 $(Gy)^T (y^* - y)$, 得到

$$[B^T F(By) + Gy]^T (y^* - y) \leq [Gy^* - Gy]^T (y - y^*) \quad (12)$$

即

$$E^T (y^* - y) \leq 0 \quad (13)$$

对于任意 $y(\geq 0)$, 式(13)成立. 考虑到矩阵 b 是非负对角矩阵, 得到

$$\dot{V}(f, u) = 2E^T b (y^* - y) \leq 0 \quad (14)$$

证毕.

下面, 直接引入稳定性定理^[4,17].

引理1 对于动态系统式(6), 若存在一个 Lyapunov 函数 $V(f, u)$, 则式(7)中所使用的用户均衡态 (f^*, u^*) 是稳定的.

结合定理1和引理1得出结论:如果 (f,u) 非负,路段决策费用 $\Gamma(x)$ 关于 x 是单调增函数,OD对需求 $D(u)$ 关于 u 是单调减函数,则动态系统(6)的用户均衡态是稳定的.文献[10]中对应的结论要求路段费用只与该路段上流量有关,OD需求只与该OD对的出行费用有关.本文得出的结论比文献[10]更一般化.

3 数值模拟

提供两个算例来证实本文提出的动态系统模型可以产生用户均衡态,并分析该模型中调整参数 κ_k^n, η_n 及初始流量和OD费用对动态系统演化的影响.利用改进的欧拉(Euler)法求解常微分方程(6),其迭代过程是

$$\hat{f}(t) = f(t) + \Delta t J(u(t), f(t)) \quad (15a)$$

$$\hat{u}(t) = u(t) + \Delta t L(u(t), f(t)) \quad (15b)$$

$$f(t+1) = f(t) + \frac{\Delta t}{2} [J(u(t), f(t)) + J(\hat{u}(t), \hat{f}(t))] \quad (15c)$$

$$u(t+1) = u(t) + \frac{\Delta t}{2} [L(u(t), f(t)) + L(\hat{u}(t), \hat{f}(t))] \quad (15d)$$

使用MATLAB7.0.1编程.在算例中,路段实际费用函数采用传统的BPR函数,即

$$\tau_a(x_a) = U_a + V_a \left(\frac{x_a}{K_a}\right)^4, a \in A \quad (16)$$

其中, U_a 是“零流”费用, V_a 和 K_a 是取正值的参数.所使用的路段决策费用函数是

$$\Gamma_a(x_a) = \tau_a(x_a) + \alpha_a(x_a - \beta_a), a \in A \quad (17)$$

其中, $\alpha_a (< 0)$ 是一个比较小的实数, $\beta_a (> 0)$ 是出行者判断路段流量高或低的一个参数,若 $x_a > \beta_a$,则认为流量高了,将有部分人放弃经过该路段的路径,所以预期未来的费用没有当前高,即决策费用应该小于当前实际费用;反之,决策费用应该大于当前实际费用.

算例中所使用的OD需求函数是

$$D_{rs}(u_{rs}) = \frac{\bar{D}_{rs}}{1 + \exp[\gamma(u_{rs} - \tilde{u}_{rs})]}, \quad r \in R, s \in S \quad (18)$$

其中, \bar{D}_{rs} 是需求所能达到的最大值,即潜在需求, \tilde{u}_{rs} 和 γ 均是正的参数.

3.1 算例1

图1是一个含5条路段和4个节点的简单网络^[4],有一个起始节点(节点1)、一个终止节点(节点4),路径1、2、3分别由路段1和4,路段2和5、路段1、3、5组成.路段决策费用函数的参数见表1.动态系统模型的初始值为 $f(0) = (30, 30, 40)$ 和 $u(0) = 30$,将模拟的时间域 $[0, 10]$ 离散为1000个时段(每个演化时段的长度为0.01),方程(4)和(5)中的参数 $(\kappa_1^{14}, \kappa_2^{14}, \kappa_3^{14})$ 各元素均取0.1, η_{14} 取0.1,潜在需求 $\bar{D}_{14} = 200, \tilde{u}_{14} = 32, \gamma = 1$.

表1 算例1的路段决策费用函数参数
Table 1 Parameters of link decisive cost functions in the first example

路段	U_a	V_a	K_a	α_a	β_a
1	4	0.60	40	0.02	5
2	6	0.90	40	0.04	7
3	2	0.30	60	0.04	9
4	5	0.75	40	0.02	10
5	3	0.45	40	0.03	7

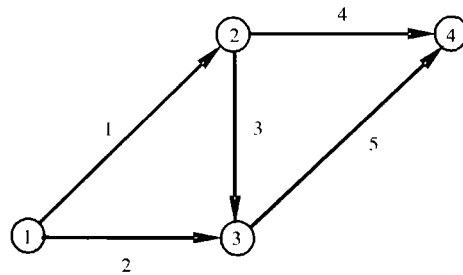


图1 算例一的网络

Fig. 1 Test network of the first example

随着时间的增加,3条路径的决策出行费用和OD费用稳定地收敛到相同值30.33,这是以决策费用形式出现的用户均衡态,但各路径的实际出行费用为 $c = (33.33, 35.79, 34.58)$,它们的值不相同,这是必然的,因为本文研究的用户均衡博弈是针对决策费用的.在网络的均衡态,路径流量为 $f = (77.58, 80.73, 9.89)$,所达到的OD需求为 $D = 168.2$.

现在研究参数 $(\kappa_1^{14}, \kappa_2^{14}, \kappa_3^{14})$ 和 η_{14} 的变化对动态系统演化过程的影响.设 $(\kappa_1^{14}, \kappa_2^{14}, \kappa_3^{14})$ 和 η_{14} 的元素均为常数 λ .图2和图3分别描述了当其它参数保持不变, λ 为0.1、0.5和0.8时,路径2的流量和OD需求在时间段 $[8, 10]$ 内的演化轨迹.从图中可以看出,随着时间的增加,当 $\lambda = 0.1$ 时,

路径2的流量和OD需求收敛到稳定状态;当 $\lambda = 0.5$ 和 0.8 时,流量和OD需求表现出无规则的摆动,且摆动幅度随着 λ 值的增加而增加.

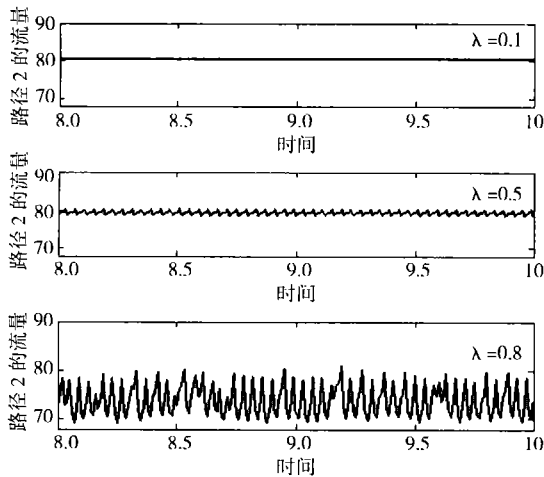


图2 路径2上流量的演化轨迹

Fig. 2 Evolutionary trajectories of flows on route 2

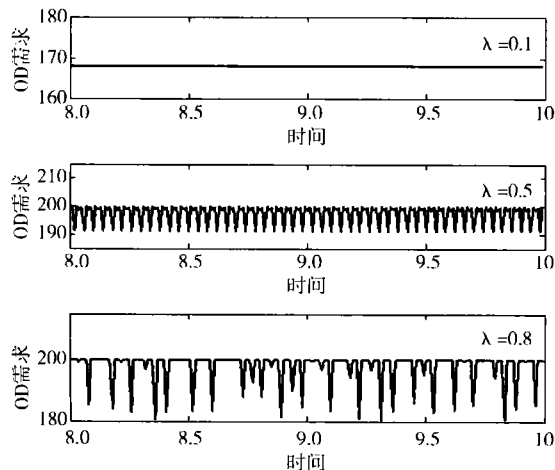


图3 OD需求的演化轨迹

Fig. 3 Evolutionary trajectories of OD demands

接下来研究初始时刻路径流量和OD费用对终止时刻路径流量和OD对费用的影响. 让其它参数保持不变,每次计算中,初始时刻各路经流量取集合 $\{20,40,60\}$ 中的一个元素,OD费用取 $\{25,30,35,40\}$ 中的一个元素,相互组合,构成108组初始值. 让 λ 从0.02变化到1,每次增加0.02. 图4和图5分别描述了 λ 值及初始路径流量和OD需求对终止时刻路径2的流量和OD需求的影响. 当 λ 小于等于0.06时,初始值流量和OD费用的变化,引起终止时刻路径2的流量发生摆动. 这个摆动是由演化时段太短造成的,如果增加演化时间,流量将不受初始值的影响,最终能够收敛

到稳定值. 当 λ 处于0.08到0.26区间,路径流量最终收敛到相同的稳定值,不受初始时刻流量和OD需求的影响. 当 λ 大于0.28以后,终止时刻流量出现摆动,而且摆动幅度随着 λ 值的增加而增加. 终止时刻的OD需求也有类似的变化,见图5.

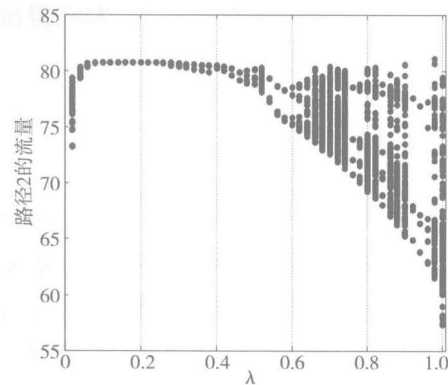


图4 初始时刻路径流量、OD费用及

参数 λ 对终止时刻路径2流量的影响

Fig. 4 The effects of route flow and OD cost at initial time and parameter λ on flows on route 2 at terminal time

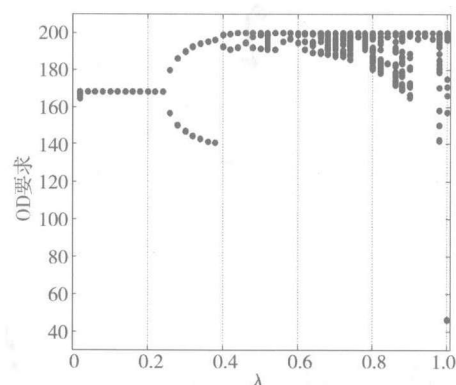


图5 初始时刻路径流量、OD费用及

参数 λ 对终止时刻OD需求的影响

Fig. 5 The effects of route flow and OD cost at initial time and parameter λ on OD demands at terminal time

3.2 算例2

这个算例^[18]的网络有13个节点、19条路段和4个OD对,如图6所示. 网络中存在25条路径. 路段决策费用函数的参数见表2.

在模拟试验中,各条路径上的初始流量均为20,各OD对之间的初始费用均为50. 时间域 $[0, 10]$ 被等分为5000个时段(即每个时段的长度为0.002). 所有 κ_k^s 和 η_n 均取0.1, $(\bar{D}_{12}, \bar{D}_{13}, \bar{D}_{42}, \bar{D}_{43}) = (200, 220, 210, 200)$, $(\tilde{u}_{12}, \tilde{u}_{13}, \tilde{u}_{42}, \tilde{u}_{43}) =$

(220, 180, 160, 180), $\gamma = 1$. 表 3 给出了系统平衡点的路径流量、路径决策费用和实际路径费用, 所有被使用路径的决策出行费用相等, 显然, 动态系统可以达到用户均衡态. 在用户均衡态, OD 对之间的出行费用为 $(u_{12}, u_{13}, u_{42}, u_{43}) = (210.47, 179.38, 158.81, 127.71)$, 所实现的需求为 $(D_{12}, D_{13}, D_{42}, D_{43}) = (199.99, 143.11, 161.17, 200.00)$.

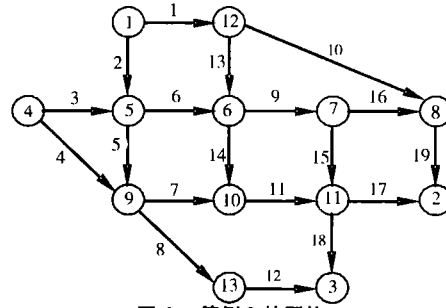


图 6 算例 2 的网络
Fig. 6 Test network of the second example

表 2 算例 2 的路段决策费用函数参数

Table 2 Parameters of link decisive cost functions in the second example

路段	U_a	V_a	K_a	α_a	β_a	路段	U_a	V_a	K_a	α_a	β_a
1	1	0.060	30	0.01	5	11	2	0.060	30	0.02	5
2	2	0.090	30	0.03	7	12	4	0.050	30	0.01	7
3	1	0.030	50	0.03	9	13	2	0.030	50	0.02	9
4	2	0.075	30	0.01	10	14	4	0.085	40	0.02	1
5	2	0.045	30	0.03	7	15	3	0.045	30	0.03	7
6	3	0.060	40	0.02	5	16	1	0.080	30	0.02	5
7	4	0.030	30	0.02	7	17	2	0.090	40	0.01	3
8	4	0.030	50	0.02	6	18	4	0.040	50	0.03	4
9	3	0.075	30	0.02	6	19	2	0.075	30	0.02	3
10	3	0.055	30	0.03	7						

表 3 算例 2 的均衡态路径流量与费用

Table 3 Route flows and costs in UE state in the second example

OD 对	路径	所含路段	路径流量	决策费用	实际费用
(1,2)	1	1, 10, 19	96.12	210.48	218.65
	2	2, 6, 9, 16, 19	0	259.91	276.52
	3	2, 6, 9, 15, 17	24.63	210.47	227.85
	4	2, 6, 14, 11, 17	9.84	210.47	225.26
	5	2, 5, 7, 11, 17	18.37	210.47	226.92
	6	1, 13, 9, 16, 19	0	259.91	271.72
	7	1, 13, 9, 15, 17	36.45	210.47	223.05
	8	1, 13, 14, 11, 17	14.56	210.47	220.46
(1,3)	9	2, 5, 8, 12	53.66	179.38	193.85
	10	2, 6, 9, 15, 18	21.22	179.38	199.54
	11	2, 6, 14, 11, 18	8.48	179.38	196.95
	12	2, 5, 7, 11, 18	15.83	179.38	198.61
	13	1, 13, 9, 15, 18	31.39	179.38	194.74
	14	1, 13, 14, 11, 18	12.54	179.38	192.15
(4,2)	15	4, 7, 11, 17	29.23	158.81	167.59
	16	3, 6, 9, 16, 19	88.73	158.81	174.37
	17	3, 6, 9, 15, 17	20.14	158.81	178.06
	18	3, 6, 14, 11, 17	8.05	158.81	175.47
	19	3, 5, 7, 11, 17	15.02	158.81	177.13
(4,3)	20	4, 8, 12	89.08	127.71	134.52
	21	4, 7, 11, 18	26.27	127.71	139.28
	22	3, 5, 8, 12	45.80	127.71	144.06
	23	3, 6, 9, 15, 18	18.11	127.71	149.75
	24	3, 6, 14, 11, 18	7.23	127.71	147.16
	25	3, 5, 7, 11, 18	13.51	127.71	148.81

4 结 束 语

本文构建了一个 ATIS 环境下的交通配流动态系统模型,研究了实现用户均衡流量分布的过程.所提出的模型形式简单、易于理解和计算.利用 Lyapunov 函数证明了,当路段决策费用是关于路段流量的单调增函数、OD 需求是关于 OD 费用的单调减函数时,该动态系统的用户均衡态是稳定平衡点.采用改进的欧拉法,在两个试验网络上

求解了该动态系统,结果表明动态系统确实可以达到用户均衡态,初始时刻的流量、OD 需求及某些模型参数的变化可能引起路径流量和 OD 费用演化轨迹的无规则摆动.本研究加深了复杂网络上流量演化规律的认识,有利于理解用户均衡流量分布的产生过程和演变.

研究工作可以进一步扩展至包含路段通行能力限制的网络中^[19],还可以研究动态演化特征与 ATIS 市场占有率之间的关系^[20,21].

参 考 文 献:

- [1] Patriksson M. The Traffic Assignment Problem—Model and Method[M]. The Netherlands: VSP, 1994.
- [2] Xu M, Gao Z Y. Behaviors in a dynamical model of traffic assignment with elastic demand[J]. Chinese Physics, 2007, 16(6): 1608—1614.
- [3] Lian A P, Gao Z Y. Research on combined dynamic traffic assignment and signal control[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(5): 727—736.
- [4] Friesz T L, Bernstein D H, Mehta N J, et al. Day-to-day dynamic network disequilibrium and idealized traveler information systems[J]. Operations Research, 1994, 42(6): 1120—1136.
- [5] Friesz T L, Bernstein D H, Stough R. Dynamic systems, variational inequalities, and control theoretic models for predicting time-varying urban network flows[J]. Transportation Science, 1996, 30(1): 14—31.
- [6] Nagurney A, Zhang D. Projected Dynamical Systems and Variational Inequalities with Applications[M]. Boston: Kluwer, 1996.
- [7] Nagurney A, Zhang D. Projected dynamical systems in the formulation, stability analysis, and computation of fixed-demand traffic network equilibria[J]. Transportation Science, 1997, 31(2): 147—158.
- [8] Cantarella G E, Cascetta E, Adamo V, et al. A doubly dynamic traffic assignment model[A]. In: Transportation and Traffic Theory[M]. Oxford: Elsevier, 1999. 373—396.
- [9] Balijepalli N C, Watling D P. Doubly dynamic equilibrium distribution approximation model for dynamic traffic assignment [A]. In: Transportation and Traffic Theory[M]. Oxford: Elsevier, 2005. 741—760.
- [10] Jin W L. A dynamical system model of the traffic assignment problem[J]. Transportation Research Part B, 2007, 41(1): 32—48.
- [11] Cascetta E, Cantarella G E. A day-to-day and within-day dynamic stochastic assignment model[J]. Transportation Research Part A, 1991, 25(2): 277—291.
- [12] Davis G A, Nihan N L. Large population approximations of a general stochastic traffic assignment model[J]. Operations Research, 1993, 41(1): 169—178.
- [13] Hazelton M L, Watling D P. Computation of equilibrium distributions of Markov traffic assignment models[J]. Transportation Science, 2004, 38(3): 331—342.
- [14] Peeta S. Perception updating and day-to-day travel choice dynamics in traffic networks with information provision[J]. Transportation Research Part C, 1998, 6(3): 189—212.
- [15] Arentze T A, Timmermans H J P. A learning-based transportation oriented simulation system[J]. Transportation Research Part B, 2004, 38(7): 613—633.
- [16] Cantarella G E, Cascetta E. Dynamic processes and equilibrium in transportation network: Towards a unifying theory[J]. Transportation Science, 1995, 29(4): 305—329.
- [17] Hahn W. Theory and Application of Lyapunov's Direct Method[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1963.
- [18] Nguyen S, Dupuis C. An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs

- [J]. *Transportation Science*, 1984, 18(2): 185—202.
- [19] 程琳. 拥堵交通网络模型和增强拉格朗日乘子算法[J]. *管理科学学报*, 2006, 9(5): 18—27.
Chen Lin. A model for congested traffic networks and the improved Lagrange multiplier algorithm[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2006, 9(5): 18—27. (in Chinese)
- [20] 任伟, 高自友, 任华玲. ATIS 市场占有率问题研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2006, 6(1): 36—40.
Ren Wei, Gao Ziyou, Ren Hualing. Research on the ATIS market penetration[J]. *Transportation Systems Engineering and Information*, 2006, 6(1): 36—40. (in Chinese)
- [21] 熊轶, 黄海军, 李志纯. 交通信息系统作用下的随机用户均衡模型与演进[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2003, 3(1): 28—32.
Xiong Yi, Huang Haijun, Li Zhichun. Stochastic user equilibrium model and evolution under advanced traveler information systems[J]. *Transportation Systems Engineering and Information*, 2003, 3(1): 28—32. (in Chinese)

Dynamical evolutionary model of traffic assignment under ATIS

GUO Ren-yong, HUANG Hai-jun

School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100083, China

Abstract: Considering the process of realizing user equilibrium (UE) state in traffic network, we propose a dynamical evolutionary model of traffic assignment problem under the Advanced Traveler Information Systems (ATIS) with endogenous origin-destination (OD) demands by introducing the concept of decisive travel cost. We investigate the stability of the dynamical system by using the stability theorem and show that the UE is stable under certain conditions. The model is solved by the modified Euler method and verified on two test networks. The numerical results indicate that the dynamical system model can generate convergent flow patterns which finally stop at the UE state and changing some model parameters may lead to the irregular oscillation of the evolutionary trajectories of route flows and OD costs.

Key words: traffic assignment; user equilibrium state; dynamical system; stability