

VMI 下的两级供应链库存决策模型研究^①

蔡建湖¹, 周根贵¹, 黄卫来²

(1. 浙江工业大学经贸管理学院, 杭州 310023; 2. 华中科技大学管理学院, 武汉 430074)

摘要: 在季节性商品销售环境下, 考虑由一个供应商和两个零售商所组成的两级供应链模型. 引入 VMI 运行机制, 讨论供应商的最优库存决策. 传统上, 供应商总是在销售季节开始前确定各个零售商处的库存量, 而不会对两个零售商处的库存进行调节. 研究当供应商有能力在销售季节开始之初对两个零售商处的库存进行调节时其最优决策将发生的变化. 文章进一步讨论了库存转运对零售商以及供应链整体性能所带来的影响. 分析了单位转运价格等参数变动对最优解的影响. 用一个算例对结论进行了说明.

关键词: 供应链; 供应商管理库存; 转运

中图分类号: F274 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2008)04-0104-08

0 引言

现在供应商管理库存 (Vendor Managed Inventory, VMI) 越来越受到人们的重视, 根据有关机构的调查, 在美国的某些行业 (比如医疗物品管理) 中, VMI 的影响程度已经超过了 JIT (Just in Time) 管理方法. 一些著名的零售业公司, 比如 Wal-Mart, Kmart, Dillard, 以及 JCPenney 等是使用 VMI 方法管理库存的先行者. 可以说, VMI 必将是未来的潮流, VMI 概念将会导致分配渠道变革^[1,2]. 在由供应商和零售商所组成的两级供应链中, VMI 一般指的是由供应商负责库存决策和库存管理, 并承担所有的库存风险, 零售商主要从事商品销售活动, 并向供应商提供货架. 很多关于 VMI 的研究都是考虑单个供应商对单个零售商时的决策情形^[3~10]. 当供应商同时向多个零售商供货时, 则决策会进一步复杂化, 此时供应商需要考虑如何对不同零售商之间的库存进行相互调节以优化供应链性能, 库存转运是其中一个重要的策略. Rudi 等^[11] 对库存转运策略方面做过一定的研究, 主要研究在零售商管理库存环境下, 零售

商如何通过对转运价格的设定来协调这个两级供应链. 这种模式在实际环境中较为少见, 实现的过程复杂, 实际操作可能性小. 另外 Dong 和 Rudi^[12] 研究了一个供应商面临多个零售商时的两级供应链模型, 其中所有的零售商都为 1 个经济实体所拥有, 该经济实体以所有销售商的整体利润最大化作为目标. 分析了两种情形: 一种情形假定批发价是固定的, 在此情形下求得了零售商实体对各个零售商处库存的最优选择; 第二种情形是建立类似于 Lariviere 和 Porteus^[13] 文中所描述的 Stackelberg 竞争模型, 供应商通过确定批发价处于领导者地位, 而零售商经济实体需要确定各个零售商处的最优库存量. 分析了在不同的参数取值条件下的均衡解, 并进行了比较. 可以看出, 以上文献考虑的主要是零售商管理库存的情形, 这种模式的实现需要在零售商之间有很强的信息互通, 或者干脆假设零售商同属一个实体. 在以上研究的基础上, 蔡建湖等^[14] 考虑了两级供应链中存在多个销售点时的 VMI 模型, 这些销售点由一个零售商实体所控制, 供应商负责所有销售点的库存决策, 并在销售季节开始前就确定各个销售点

① 收稿日期: 2006-06-07; 修订日期: 2006-11-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70671095); 浙江省社会科学界联合会研究课题成果(07B03).

作者简介: 蔡建湖(1977—), 男, 浙江诸暨人, 博士, 讲师. Email: hzdcjh@163.com

的库存量,当销售季节开始之后供应商可以对各个销售点的库存量进行一次转运调节. 引入了跟零售价格相关的需求函数,建立一个零售商实体和供应商之间的 Stackelberg 博弈模型. 假设批发价是固定的,零售商实体通过设定零售价而在与供应商之间的竞争中处于领导者地位,供应商在给定零售价的条件下确定各个销售点的库存量,文章求得了该博弈的均衡点. 该文章的创新主要是在于引入需求函数,寻找供需双方竞争的均衡点.

本文将讨论 VMI 下单个供应商同时向两个零售商供货时的库存决策模型,研究库存转运策略对供应链库存决策的影响,并且假设供应链销售的是季节性商品. 季节性商品具有很强的时效性,需求波动比较大,同时生产经营也风险较大,市场需求的不确定性对其经营决策有着很强的影响. 西方学者把季节性商品的库存决策问题称为报童模型 (newsvendor model) 或报童问题 (newsvendor problem)^[15-20]. 经典的报童模型可以描述为决策者如何在需求不确定性环境下确定最优的产品库存量以最大化自身期望利润水平. 常见的约束条件是产品生产周期较长、单一销售季节、销售季节相对较短. 故在销售季节性商品时,库存决策者必须在销售季节开始前确定商品的库存量. 同时,库存决策者也希望能尽可能的获取较多的需求信息,以作出更为精确的库存决策. 本质上,库存转运策略就是发生在库存决策者获取了更多的需求信息之后对库存的重新调节. 类似的研究还有一些关于多次订购模式的策略. 如陈旭^[21]研究了需求信息更新条件下易逝品的订货策略,通过制造商为零售商提供两次订货机会来实现制造商和零售商的共赢. 沈厚才等^[22]研究了允许在部件需求量已知后对缺货进行补充的报童模型,讨论在此条件下供应链成员的最优决策. 丁利军等^[23]讨论了两次生产和订货模式的供应链契约式协调问题. 这些在获取更多需求信息后对库存的再调节行为跟本文的库存转运策略十分相似,都是提高供应链性能的有效方法. 本文将在报童模型基本假设条件下研究一个两级供应链库存决策模型,深入探讨 VMI 模式下单个供应商面临两个相互独立的零售商时的库存决策情况,分析供应商实施库存转运策略对供应链成员的库存决策、供应链成员的期望收益以及供应链整体性能所带来的影响.

1 基本模型

考虑一个供应商和两个零售商所组成的两级供应链模型,这两个零售商同时销售由该供应商所供应的同一种商品,两个零售商所面临的需求相互独立,假设供应商的生产能力没有限制. 供应链销售的商品具有季节性,并且是单期的. 这里用 d_i 代表零售商 i ($i = 1, 2$) 处的随机需求量,假设 d_1 和 d_2 相互独立. 进一步假设两个零售商所面临的需求均服从均值为 μ_i , 方差为 σ_i^2 的正态分布,即 $d_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$. 设随机变量 d_i 的概率密度函数为 $f_i(x)$, 其累积分布函数为 $F_i(x)$. 令 $D = \sum_{i=1}^2 d_i$, $Q = \sum_{i=1}^2 q_i$, 因为 D 为 d_i 的线性组合,且 d_1 和 d_2 相互独立,所以 D 也服从正态分布,且有 $D \sim N(\sum_{i=1}^2 \mu_i, \sum_{i=1}^2 \sigma_i^2)$. 设随机变量 D 的概率密度函数为 $f_D(x)$, 其累积分布函数为 $F_D(x)$. 另外令 $\Phi(\cdot)$, $\phi(\cdot)$ 分别表示标准正态分布的累积分布函数和概率密度函数. 令 p 代表单位商品的销售价格, w 代表单位商品的批发价, v 代表季末未售完商品的单位处理价格, c 代表单位商品的生产成本, q_i 代表供应商在零售商 i 处所选择的库存量. 为简化分析,在本文中令供应链成员由于未满足消费者需求而导致的单位惩罚费用 $s = 0$. 令 $p > w > c > v$. 定义 $t^+ = \max(0, t)$.

如图 1 所示,在 VMI 模式下,供应商负责两个零售商处库存的选择与管理,供应商在销售季节开始前、需求不确定的环境下就必须确定两个零售商处的库存量,并在季前把商品运输到各个零售商处以用于销售,这里不考虑从供应商到零售商处的运输费用. 此时零售商不需要承担库存风险,它根据实际销售量向供应商支付购买费用,而不会对库存多余负责.

当销售季节一开始,供应商将观察到需求的实际情况,此时他将知道每个零售商处的库存是否过多或者过少. 如果其中一个零售商处的库存过少,而另一零售商处的库存过多,则供应商有兴趣运用转运策略来对库存进行调节. 这里假设在销售季节开始之初,在观察到需求不确定性因素

后,供应商有时间把库存过多零售商处的多余商品转运到缺货的零售商处,并能及时提供给消费者、补充消费者的消费需求.这种方式跟配送中心的思想有一定的相似,但不完全一样,配送中心是把库存都放在一起,然后根据各个零售商处的实际需求把商品分配出去,而这里的供应商在销售

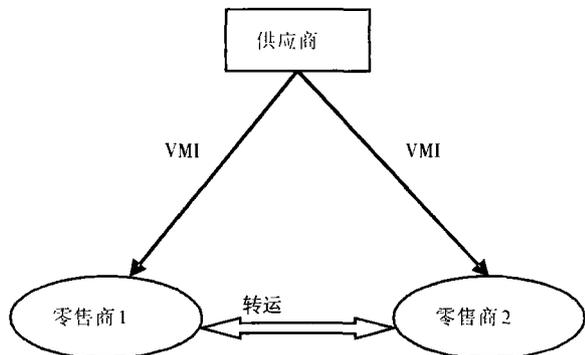


图1 VMI环境下的两级供应链模型

Fig. 1 The two-echelon supply chain model under VMI

季节开始之前仍然需要把库存放置于各个零售商处,但是在销售季节开始后可以对库存进行一次调节.这两种情形在实际生产活动中都有存在的实例.显然配送中心对集成化的要求更高,同时也需要更多的投入,而这里所研究的转运模式显然更灵活方便、更为常见.用 τ 代表两个零售商之间的单位商品转运成本,此时要使得供应商能通过库存转运提高自身的期望利润水平,则单位转运成本必须满足 $\tau \leq w - v$.

作为比较,这里首先考虑没有实施库存转运策略时的情形.在有些情况下,由于条件的限制使得供应商没有能力对两个零售商之间的库存进行及时转运,或者由于思想上重视不足,导致转运不能够进行.这种情形在日常生产活动中也是时常可以看到的,有些供应商虽然同时向多个零售商供货,但由于在思想意识、管理上不到位,没有能力在销售季节开始后根据实际需求来进行库存调节.实际上,实施在季中的库存转运对供应商的能力有比较高的要求.一般销售季节比较短,供应商如果在运输能力、信息技术等方面不到位,在季中仓促对库存进行转运可能导致的后果就是既不能及时满足消费者需求,又浪费了运输费用.因此要很好的实施库存转运策略需要策略承担者在硬件、软件上都到位才能有比较好的效果.下面首先分析这种没有实施库存转运策略的决策情形,可

得当供应商独立地对两个零售商进行VMI管理,不进行转运策略的运用时,供应商的期望利润函数为

$$\begin{aligned} \pi_s &= \sum_{i=1}^2 E[w \min(q_i, d_i) - cq_i + v(q_i - d_i)^+] \\ &= \sum_{i=1}^2 [w(q_i - \int_0^{q_i} F_i(x) dx) - cq_i + v \int_0^{q_i} F_i(x) dx] \end{aligned} \quad (1)$$

得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_s}{\partial q_i} &= \sum_{i=1}^2 \{w[1 - F_i(q_i)] - c + vF_i(q_i)\} \\ \frac{\partial^2 \pi_s}{\partial q_i^2} &= -(w - v) \sum_{i=1}^2 f_i(q_i) < 0 \end{aligned}$$

即供应商的目标利润函数 π_s 为库存量 q_i 的凹函数,令 $\frac{\partial \pi_s}{\partial q_i} = 0$,得供应商在零售商 i 处选择的最优

库存量为 $q_i^* = \mu_i + L_1 \sigma_i$,这里 $\Phi(L_1) = \frac{w - c}{w - v}$.此

时两个零售商处的总库存量为

$$Q^* = \sum_{i=1}^2 \mu_i + L_1 \sum_{i=1}^2 \sigma_i.$$

可得此时零售商 i 的期望利润为

$$\begin{aligned} \pi_i^* &= (p - w) E \min(q_i^*, d_i) \\ &= (p - w) [\mu_i + L_1 \sigma_i \frac{c - v}{w - v} - \sigma_i \phi(L_1)] \end{aligned} \quad (2)$$

此时供应商的期望利润为

$$\pi_s^* = (w - c) \sum_{i=1}^2 \mu_i - (w - v) \phi(L_1) \sum_{i=1}^2 \sigma_i \quad (3)$$

2 转运环境下的库存决策

当供应商建立合适的运作机制使得实现季初库存转运成为可能时,可以得到供应商的期望利润函数为

$$\begin{aligned} \pi_{Ts} &= E \{ (w - c) \sum_{i=1}^2 \min(q_i, d_i) + (w - \tau - c) \times \\ &\quad [\min(\sum_{i=1}^2 (q_i - d_i)^+, \sum_{i=1}^2 (d_i - q_i)^+)] + \\ &\quad (v - c) (Q - D)^+ \} \end{aligned} \quad (4)$$

对 q 求导得

$$\frac{\partial \pi_{Ts}}{\partial q_i} = (w - c) - \tau F_i(q_i) - (w - v - \tau) F_D(Q)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_{Ti}}{\partial q_i^2} = -\tau f_i(q_i) - (w-v-\tau)f_D(Q) < 0$$

即 π_{Ti} 为 q_i 的凹函数,故令 $\frac{\partial \pi_{Ti}}{\partial q_i} = 0$,得转运环境下

下供应商在零售商 i 处选择的最优库存量为 $q_{Ti}^* = \mu_i + L_2\sigma_i$,这里 L_2 满足

$$\tau\Phi(L_2) + (w-v-\tau)\Phi(AL_2) = w-c \quad (5)$$

其中, $A = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$,易知 $A > 1$. 这样在转运环境下,

供应商所选择的两个零售商总的最优库存量为 $Q_T^* = \sum_{i=1}^2 (\mu_i + L_2\sigma_i)$. 这时有

1) 当 $w > 2c - v$ 时,可得 $L_1 \geq L_2 > 0$,即有 $q_i^* \geq q_{Ti}^* > \mu_i$. 并且

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{Ti}^*}{\partial \tau} &= \frac{\partial L_2}{\partial \tau} \sigma_i \\ &= \frac{\Phi(AL_2) - \Phi(L_2)}{\tau\phi(L_2) + A(w-v-\tau)\phi(AL_2)} \sigma_i \end{aligned}$$

因为 $L_1 \geq L_2 > 0$,且 $A > 1$,故

$$\Phi(AL_2) - \Phi(L_2) > 0$$

所以有 $\frac{\partial q_{Ti}^*}{\partial \tau} > 0$,即此时供应商在零售商 i 处所选择的

最优库存量 q_{Ti}^* 随着单位转运成本 τ 的增加而增加. 当 $\tau = 0$ 时,有 $AL_2 = L_1$,供应商在零售商 i 处选择的最优库存量达到最小,为

$$q_{Ti}^*(\tau = 0) = \mu_i + \frac{L_1}{A}\sigma_i$$

当 $\tau = w - v$,有 $L_2 = L_1$,供应商在零售商 i 处选择的最优库存量达到最大,为

$$q_{Ti}^*(\tau = w - v) = \mu_i + L_1\sigma_i.$$

此时显然有

$$q_i^* = q_{Ti}^*(\tau = w - v) > q_{Ti}^*(\tau = 0) > \mu_i$$

2) 当 $w < 2c - v$ 时,可得 $L_1 \leq L_2 < 0$,即有 $q_i^* \leq q_{Ti}^* < \mu_i$,并且有 $\frac{\partial q_{Ti}^*}{\partial \tau} < 0$. 所以此时供应商

在零售商 i 处的最优库存量与单位转运成本 τ 成反比,单位转运成本 τ 越高,在零售商 i 处的最优库存量就越小,当 $\tau = 0$ 时, $AL_2 = L_1$,供应商在零售商 i 处所选择的最优库存量达到最大,为

$$q_{Ti}^*(\tau = 0) = \mu_i + \frac{L_1}{A}\sigma_i$$

当 $\tau = w - v$,有 $L_2 = L_1$,供应商在零售商 i 处所选择的最优库存量达到最小,为

$$q_{Ti}^*(\tau = w - v) = \mu_i + L_1\sigma_i.$$

此时显然有

$$q_i^* = q_{Ti}^*(\tau = w - v) < q_{Ti}^*(\tau = 0) < \mu_i.$$

根据 1)、2) 可以看出:当商品的单位生产成本相对较低,批发价相对较高,同时季末多余库存的单位处理价值相对较高时,季末出现库存短缺时供应商所遭受的期望利润损失比较大. 在转运策略没有实施时没有可能从其它零售商处把可能出现的多余库存转运过来,所以供应商就会尽量提高库存量以避免季末出现库存短缺,这就可能会导致库存量选择过大. 供应商如果实施了库存转运策略,则由于存在着可能的库存转运,所以不会选择过多的库存;当商品的单位生产成本相对较高,批发价相对较低,同时季末多余库存的处理价值也相对较低时,季末出现库存多余时供应商所遭受的损失比较大. 转运策略没有实施时没有可能把可能出现的多余库存转运到其他零售商处,所以供应商就会尽量降低库存量以避免季末出现库存多余,这就可能会导致库存量选择过小. 而供应商如果实施了库存转运策略,则由于存在着可能的库存转运,所以不会选择过低的库存. 另外在实施库存转运策略时, τ 值对供应商最优库存量的选择有着较大的影响, τ 值越小,最优库存量就越趋向于均值,而当 $\tau = w - v$ 时,供应商所作决策将等同于没有实施库存转运策略时的情形.

因此没有实施库存转运策略时,供应商在每个零售商处的库存量的选择起伏较大,而在转运策略情形下,供应商在各个零售商处的库存量选择相对比较稳定,在需求均值附近以相对较低的幅度波动. 总之转运的存在使得各个零售商处的最优库存量被拉向于需求均值. 进一步计算得到在转运环境下供应商的最优期望利润为

$$\begin{aligned} \pi_{Ti}^* &= (w-c)Q_T^* - \tau[L_2\Phi(L_2) + \phi(L_2)] \times \\ &\quad \sum_{i=1}^2 \sigma_i - (w-v-\tau) \times \\ &\quad [L_2A\Phi(AL_2) + \phi(AL_2)] \sqrt{\sum_{i=1}^2 \sigma_i^2} \quad (6) \end{aligned}$$

现在令 $H(\tau) = \pi_{Ti}^* - \pi_s^*$,则有

$$\begin{aligned} H(\tau) &= \{(w-v)A\phi(L_1) - \tau A\phi(L_2) - \\ &\quad (w-v-\tau)\phi(AL_2)\} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \sigma_i^2} \quad (7) \end{aligned}$$

显然有 $H(\tau) \geq 0$.

命题1 $H(\tau)$ 在区间 $\tau \in [0, w - v]$ 上单调递减, 其中 $H(\tau)$ 在 $\tau = 0$ 点取得最大值, 其值为

$$H(\tau=0) = (w - v)\phi(L_1)(A - 1)\sqrt{\sum_{i=1}^2 \sigma_i^2} > 0$$

$H(\tau)$ 在点 $\tau = w - v$ 取得最小值, 其值为

$$H(\tau = w - v) = 0$$

证明 可知 $H(\tau)$ 在区间 $\tau \in [0, w - v]$ 上连续、可导, 所以求得

$$\frac{\partial^2 H(\tau)}{\partial \tau^2} = \frac{A[\Phi(AL_2) - \Phi(L_2)]^2 \sqrt{\sum_{i=1}^2 \sigma_i^2}}{\tau\phi(L_2) + A(w - v - \tau)\phi(AL_2)} > 0$$

即 $H(\tau)$ 为 τ 的凸函数. 若 $\tau = w - v$, 可得 $L_2 = L_1$, 即有 $H(\tau = w - v) = 0$, 又因为 $H(\tau) \geq 0$, 故可以推断出 $H(\tau)$ 在 $\tau = w - v$ 上取到其最小值. 又可知当 $\tau = 0$ 时, $AL_2 = L_1$, 即有

$$H(\tau = 0) = (w - v)\phi(L_1)(A - 1)\sqrt{\sum_{i=1}^2 \sigma_i^2} > 0$$

定义以下函数

$$g(\tau) = \frac{H(\tau = w - v) - H(\tau)}{(w - v) - \tau}, \tau \in [0, w - v]$$

由于 $\tau = w - v$ 是最小值点, 故有 $g(\tau) \leq 0$, 由导数的定义知 $H'(\tau = w - v) \leq 0$, 再由于 $H(\tau)$ 是凸函数, 它的导数是单调递增的, 即对任意的 $\tau \in [0, w - v]$, 有

$$H'(\tau) \leq H'(\tau = w - v) \leq 0$$

即 $\tau \in [0, w - v]$ 时 $H'(\tau) \leq 0$, $H(\tau)$ 在区间 $\tau \in [0, w - v]$ 单调递减, 从而易知 $H(\tau = 0)$ 为最大值. 证毕.

从命题1知, 转运价格对供应商是否实施转运策略有着较大的影响, 并且利润增加量是单位转运价格的单调递减函数. 在VMI环境下, 零售商不需要承担库存风险, 但是供应商的转运行为对两个零售商处的销售量会产生影响, 此时两个零售商处的销售情况可以出现以下4种情形:

1) $q_{T1}^* \leq d_1, q_{T2}^* \leq d_2$

这时零售商1处的销售量为 q_{T1}^* , 零售商2处的销售量为 q_{T2}^* .

2) $q_{T1}^* \leq d_1, q_{T2}^* > d_2$

这时零售商1处的销售量为 $q_{T1}^* + \min(d_1 - q_{T1}^*, q_{T2}^* - d_2)$, 零售商2处的销售量为 d_2 .

3) $q_{T1}^* > d_1, q_{T2}^* > d_2$

这时零售商1处的销售量为 d_1 , 零售商2处

的销售量为 d_2 .

4) $q_{T1}^* > d_1, q_{T2}^* \leq d_2$

这时零售商1处的销售量为 d_1 , 零售商2处的销售量为 $q_{T2}^* + \min(d_2 - q_{T2}^*, q_{T1}^* - d_1)$.

令 $\begin{cases} j = 2, & i = 1 \\ j = 1, & i = 2 \end{cases}$, 则可得零售商 i 处的期望

销售量为

$$RL_i = \int_{q_{Ti}^*}^{+\infty} \int_{q_{Tj}^*}^{+\infty} q_{Ti}^* f_i(x) f_j(y) dx dy + \int_{q_{Ti}^*}^{q_{Ti}^* + q_{Tj}^* - d_j} \int_0^{q_{Tj}^*} d f_i(x) f_j(y) dx dy + \int_{q_{Ti}^* + q_{Tj}^* - d_j}^{+\infty} \int_0^{q_{Tj}^*} (q_{Ti}^* + q_{Tj}^* - d_j) f_i(x) f_j(y) dx dy + \int_0^{q_{Ti}^*} \int_0^{q_{Tj}^*} d f_i(x) f_j(y) dx dy + \int_0^{q_{Ti}^*} \int_{q_{Tj}^*}^{+\infty} d f_i(x) f_j(y) dx dy \quad (8)$$

所以可得零售商 i 的期望利润为 $\pi_{Ti}^* = (p - w)RL_i$, 显然此时有 $RL_1 + RL_2 = E\min(Q_T^*, D)$, 而各个零售商处的实际销售量跟该零售商处的需求分布特征有关, 同时受到另一个零售商处的需求分布特征影响. 从零售商 i 的角度来说, 当 $w < 2c - v$ 时, 有 $q_i^* \leq q_{Ti}^* < \mu_i$, 此时显然有 $RL_i \geq E\min(q_i^*, d_i)$, 故 $\pi_{Ti}^* \geq \pi_i^*$, 所以此时零售商 i 可以保证从供应商实施转运策略中获益. 当 $w > 2c - v$ 时, 有 $q_i^* > q_{Ti}^*$, 此时尽管通过实施库存转运策略, 供应商在零售商 i 处选择的库存量降低了, 但由于存在着从另一零售商处转运库存的可能性, 故零售商 i 处的销售量仍然存在着增加的可能, 所以此时零售商 i 仍然可能会从库存转运策略中受益, 当然此时零售商 i 也可能面临期望利润水平的降低, 这取决于参数的实际取值情况. 特别地, 有以下命题.

命题2 当 $\tau = 0, \mu_1 = \mu_2, \sigma_1 = \sigma_2$ 时, 通过供应商实施库存转运策略, 零售商总是可以得到比未实施库存转运策略时更多的期望利润, 即有 $\pi_{Ti}^* \geq \pi_i^*$.

证明 令 $\mu_1 = \mu_2 = \mu, \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, 易知此时有 $RL_1 = RL_2, \sqrt{2}L_2 = L_1, RL_1 = RL_2 = \frac{1}{2} \times E\min(Q_T^*, D), \pi_{T1}^* = \pi_{T2}^*, \pi_{i1}^* = \pi_{i2}^*$. 可得

$$\pi_{Ti}^* - \pi_i^* = \frac{1}{2}(p - w)E\min(Q_T^*, D) -$$

$$\begin{aligned}
 & (p-w)E \min(q_i^*, d_i) \\
 = & \frac{1}{2}(p-w)[Q_T^* - \int_0^{Q_T^*} F_D(x)dx - \\
 & 2(q_i^* - \int_0^{q_i^*} F_i(x)dx)] \\
 = & \frac{1}{2}(p-w)[Q_T^* - Q_T^*F_D(Q_T^*) + \\
 & \int_0^{Q_T^*} xf_D(x)dx - 2(q_i^* - q_i^*F_i(q_i^*) + \\
 & \int_0^{q_i^*} xf_i(x)dx)] \\
 = & \frac{1}{2}(p-w)\{Q_T^* - Q_T^*F_D(Q_T^*) + \\
 & F_D(Q_T^*)\sum_{i=1}^2\mu_i - f_D(Q_T^*)\sum_{i=1}^2\sigma_i^2 - \\
 & 2[q_i^* - q_i^*F_i(q_i^*) + \mu_iF_i(q_i^*) - \\
 & \sigma_i^2f_i(q_i^*)]\} \\
 = & \frac{1}{2}(p-w)\{\sum_{i=1}^2\mu_i + L_2\sum_{i=1}^2\sigma_i - \\
 & L_2\Phi(AL_2)\sum_{i=1}^2\sigma_i - \phi(AL_2)\sum_{i=1}^2\sigma_i^2 - \\
 & 2[\mu_i + L_1\sigma_i\Phi(L_1) - \sigma_i\phi(L_1)]\} \\
 = & \frac{1}{2}(p-w)\sigma(2-\sqrt{2})\{\phi(\sqrt{2}L_2) - \\
 & \sqrt{2}L_2[1-\Phi(\sqrt{2}L_2)]\} \quad (9)
 \end{aligned}$$

当 $L_2 \leq 0$ 时, 显然有 $\pi_{Ti}^* \geq \pi_i^*$; 当 $L_2 > 0$ 时, 令 $G(L_2) = \phi(L_2) - L_2[1 - \Phi(L_2)]$, 则可得到 $\frac{\partial G(L_2)}{\partial L_2} = -[1 - \Phi(L_2)] < 0$, 其中当 $L_2 = 0$ 时,

$$G(L_2 = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} > 0.$$

又

$$\begin{aligned}
 \lim_{L_2 \rightarrow +\infty} G(L_2) &= -\lim_{L_2 \rightarrow +\infty} \frac{[1 - \Phi(L_2)]}{1/L_2} \\
 &= -\lim_{L_2 \rightarrow +\infty} \frac{\phi(L_2)}{1/L_2^2} \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \lim_{L_2 \rightarrow +\infty} \frac{2}{\exp(L_2^2/2)} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

即有 $G(L_2) \geq 0, \forall L_2 \in [0, +\infty)$, 故可得 $L_2[1 - \Phi(L_2)] \leq \phi(L_2)$, 故得 $\pi_{Ti}^* \geq \pi_i^*$. 综合知当 $\tau = 0, \mu_1 = \mu_2, \sigma_1 = \sigma_2$ 时, 总有 $\pi_{Ti}^* \geq \pi_i^*$ 成立.

证毕.

这样在命题2的假设条件下, 供应商实施库存转运策略可以带来供应链的帕累托改进, 这充分说明了库存转运策略在供应链战略中的重要意义.

3 算例分析

令 $\mu_1 = \mu_2 = 100, \sigma_1 = \sigma_2 = 50, \tau = 0, v = 2, c = 7, p = 17$. 显然此时有 $2c - v = 12, A = \sqrt{2}, L_1 = \sqrt{2}L_2, RL_1 = RL_2 = \frac{1}{2}E \min(Q_T^*, D)$. 下面计算分析批发价取不同值时供应商实施与不实施库存转运策略对供应链成员的期望收益的影响, 具体计算结果见表1.

表1 不同批发价下实施转运策略对供应链成员期望收益的影响

Table 1 Impacts of transshipment tactics on the supply chain members' expected profits under different wholesale prices

参数	7 < w < 12				w = 12	12 < w < 17			
	8	9	10	11		13	14	15	16
L_1	-0.967 42	-0.565 95	-0.318 64	-0.139 71	0	0.114 19	0.210 43	0.293 38	0.366 11
L_2	-0.684 07	-0.400 19	-0.225 31	-0.098 79	0	0.080 74	0.148 8	0.207 45	0.258 88
$q_1^* = q_2^*$	51.628 98	71.702 55	84.068 04	93.014 51	100	105.709 2	110.521 4	114.669 1	118.305 3
$q_{T1}^* = q_{T2}^*$	65.796 52	79.990 68	88.734 4	95.060 51	100	104.037	107.439 8	110.372 6	112.943 8
$\pi_i^* = \pi_i^*$	424.762 5	502.34	497.577 5	458.185	400.275	331.120 9	254.621 9	173.073 8	87.882 68
$\pi_{Ti}^* = \pi_{Ti}^*$	563.957 1	589.521 4	556.866 3	499.721 6	429.483 8	352.748 5	271.633 1	185.747 6	95.130 09
$\pi_{Ti}^* - \pi_i^*$	139.194 6	87.181 4	59.288 8	41.536 6	29.208 8	21.627 6	17.011 2	12.673 8	7.247 41
π_s^*	50.06	162.07	296.64	444.41	601.1	764.07	931.76	1 103.27	1 277.66
π_{Ts}^*	93.977 79	231.757 4	385.492 2	548.559 8	717.935	899.747	1 098.665	1 310.994	1 534.202
$H(\tau = 0)$	43.917 79	69.687 4	88.852 2	104.149 8	116.835	135.677	166.905	207.724	256.542

表1表明库存转运策略的实施给供应商带来期望利润的大幅度增加。同时,计算结果也验证了命题2,零售商的期望利润也将从库存转运策略中受益。总的来说,实施库存转运策略对供应商来说总是有利的,其期望利润必然会增加。对零售商来说,由于实际参数的不同,其期望收益可能增加也可能减少。因此搞清自己在供应链中所处位置,并充分分析需求环境,然后根据实际参数范围选择最有利于自己的运作模式,这是每个供应链成员需要做的工作。当然实际运作模式的最终选择跟供应链成员的竞争力有很大的关系,供应商如果竞争能力强则总是会选择库存转运策略的。对零售商来说,实施库存转运策略并不总是能带来期望利润的增加,因此在有些时候,选择一个专门只负责自己一个零售商商品供应的独家供应商比选择一个同时供应多个零售商并且具有季中转运能力的供应商对零售商更有利,这些需要零售商根据实际参数值来进行判断。

参考文献:

- [1] Burke M. It's time for vendor managed inventory[J]. *Industrial Distribution*, 1996, 85(2): 90.
- [2] Cottrill K. Reforging the supply chain[J]. *Journal of Business Strategy*, 1997, 18(6): 35—39.
- [3] Birendra K, Mishra S R. Retailer-vs. vendor-managed inventory and brand competition[J]. *Management Science*, 2004, 50(4): 445—457.
- [4] Wang Yunzeng, Li Jiang, Shen Zuojun. Channel performance under consignment contract with revenue sharing[J]. *Management Science*, 2004, 50(1): 34—47.
- [5] Gerchak Y, Khmel'nitsky E. A consignment system where suppliers cannot verify retailer's sales reports[J]. *International Journal of Production Economics*, 2003, 83(1): 37—43.
- [6] Gérard P C. The allocation of inventory risk in a supply chain: push, pull, and advance-purchase discount contracts[J]. *Management Science*, 2004, 50(2): 222—238.
- [7] Dong Yan, Xu Kefeng. A supply chain model of vendor managed inventory[J]. *Transportation Research Part E*, 2002, 38(2): 75—95.
- [8] 蔡建湖, 黄卫来, 周根贵. 基于收益分享契约的VMI模型研究[J]. *中国管理科学*, 2006, 14(4): 108—113.
Cai Jianhu, Huang Weilai, Zhou Gengui. Study on VMI model based on revenue-sharing contract[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2006, 14(4): 108—113. (in Chinese)
- [9] 唐宏祥. VMI对供应链性能的影响分析[J]. *中国管理科学*, 2004, 12(2): 60—65.
Tang Hongxiang. Analysis on influence of VMI on the performance of supply chain[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2004, 12(2): 60—65. (in Chinese)
- [10] 唐宏祥, 易荣华, 朱卫平. 博弈结构对VMI模式下供应链性能的影响分析[J]. *中国管理科学*, 2005, 13(5): 71—78.
Tang Hongxiang, Yi Ronghua, Zhu Weiping. Analyses on the impact of game structure to the performance of supply chain of VMI[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2005, 13(5): 71—78. (in Chinese)
- [11] Rudi N, Sandeep K, David F P. A two-location inventory model with transshipment and local decision making[J]. *Management Science*, 2001, 47(12): 1668—1680.
- [12] Dong Lingxiu, Rudi N. Who benefits from transshipment? exogenous vs. endogenous wholesale prices[J]. *Management Science*, 2004, 50(5): 645—657.

4 结束语

本文研究了季节性商品销售环境下单供应商面临两个零售商的VMI运作模式,讨论供应商实施库存转运策略对供应链成员期望收益以及供应链整体性能所带来的影响。研究表明,在一定的参数条件下,引入库存转运策略供应链可以实施帕累托改进。值得一提的是,库存转运策略不仅可以发生在销售季节开始之初,也可以发生在销售季节开始前或者销售季节中期或末期。共同的特点是,供应商在实施转运策略时拥有了更多的需求信息,需要对库存进行一定的调节,当然能不能进行库存调节供应商在进行第一次库存决策之前往往就已经知道了,所以引入库存转运策略会对供应链的整个决策过程产生影响。今后的研究可以考虑供应商面临更多零售商时的库存转运问题,还可以同时考虑商品定价、需求相关性对库存决策所带来的影响。

- [13] Larivier M A, Porteus E L. Selling to the newsvendor: An analysis of price-only contracts[J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2001, 3(4): 293—305.
- [14] 蔡建湖, 黄卫来, 程海芳. 单供应商面对具有多个销售点的零售商时的 VMI 模型研究[J]. *工业工程与管理*, 2005, 10(5): 56—60.
Cai Jianhu, Huang Weilai, Cheng Haifang. Study of VMI model when a supplier faces a retailer who possesses of several retail points[J]. *Industrial Engineering and Management*, 2005, 10(5): 56—60. (in Chinese)
- [15] Gallego G, Moon I. The distribution free newsboy problem: Review and extensions[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1993, 44(8): 825—834.
- [16] Schweitzer M E, Gérard P C. Decision bias in the newsvendor problem with a known demand distribution experimental evidence[J]. *Management Science*, 2000, 46(3): 404—420.
- [17] Lau H. The newsboy problem under alternative optimization objectives[J]. *Journal of Operational Research Society*, 1980, 31(6): 525—535.
- [18] Lau A, Lau H. Maximizing the probability of achieving a target profit level in a two-product newsboy problem[J]. *Decision Sciences*, 1988, 19(2): 392—408.
- [19] Li J, Lau H, Lau AH. A two-product newsboy problem with satisfying objective and independent exponential demands[J]. *IIE Transactions*, 1991, 23(1): 29—39.
- [20] Petruzzi N C, Data M. Pricing and the newsvendor problem: A review with extensions[J]. *Operations Research*, 1999, 47(2): 183—194.
- [21] 陈旭. 需求信息更新条件下易逝品的批量订货策略[J]. *管理科学学报*, 2005, 8(5): 38—42.
Chen Xu. Optimal batch-ordering policy for perishable products with demand information updating[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2005, 8(5): 38—42. (in Chinese)
- [22] 沈厚才, 徐进, 庞湛. 损失规避偏好下的定制件采购决策分析[J]. *管理科学学报*, 2004, 7(6): 37—45.
Shen Houcai, Xu Jin, Pang Zhan. Decision analysis for order-specific component procurement with loss-averse utility[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2004, 7(6): 37—45. (in Chinese)
- [23] 丁利军, 夏国平, 葛健. 两次生产和订货模式下的供应链契约式协调[J]. *管理科学学报*, 2004, 7(4): 24—32.
Ding Lijun, Xia Guoping, Ge Jian. Supply chain coordination with contracts under twice producing and ordering mode[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2004, 7(4): 24—32. (in Chinese)

Study on two-echelon supply chain inventory decision model under VMI

CAI Jian-hu¹, ZHOU Gen-gui¹, HUANG Wei-lai²

1. College of Business and Administration, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China;

2. School of Management, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: The supply chain in our paper comprises one supplier and two retailers, and the products are perishable and sold over a single selling season. A vendor-managed inventory (VMI) mode is introduced, and the supplier's optimal inventory decisions are analyzed. Traditionally, the supplier decides each retailer's inventory quantity before the selling season separately, when the demand is uncertain. And the supplier has no chance to modulate inventory between the two retailers, which is similar to the classical newsvendor model. And we show that, the supplier's optimal inventory decisions change if the supplier has the ability to transship inventory between the two retailers at the beginning of the selling season, when all the demand uncertainty is resolved. The impacts on the supplier's optimal decisions brought by the inventory transshipment tactics are discussed. The paper also discusses how the optimal solutions change when the unit transshipment cost changes. Our research shows that the supplier can always gain more profit by introducing transshipment tactics. The introducing of transshipment tactics also affects the retailers' expected profits, and the retailers can gain more profit if the parameters are within some range. We also discuss the performances of the whole supply chain under different conditions. All our findings are illustrated by a numerical example.

Key words: supply chain; VMI; transshipment