基于 k-可加模糊测度的多属性决策分析①

章　玲，周德群
（南京航空航天大学经济与管理学院，南京 210016）

摘要：基于 k-可加模糊测度和 Choquet 积分理论，讨论基于关联的多属性决策分析问题的建模和求解. 首先通过构建属性间的直接关联矩阵确定 k 值；然后依据 Marichal 熵理论求解属性和属性集的权重；利用 Choquet 积分计算方案的综合评价值并以此对方案进行排序；最后给出算例验证上述理论和方法的合理性.

关键词：多属性决策分析；关联；k-可加模糊测度；Choquet 积分；Marichal 熵
中图分类号：C934　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1007－9807(2008)06－0018－07

0 引言

加权平均(weighted average，WA)方法是多属性决策分析(multi-attribute decision making，MADM)的常用集结方法[1~4]. 实际 MADM 问题中决策属性间常存在关联，例如某煤炭企业的决策者在寻找接替资源时，主要考虑接替资源的储量、煤质、交通运输条件、电力和投资额等方面的属性，并且希望选择储量大、煤质好、交通条件优、电力充沛、投资额低的资源接替方案. 但实际背景是，交通条件好的地方通常电力资源也比较丰沛；煤质好、储量大的地区，通常交通不便，基础设施薄弱，由此形成的资源开发投资相对较高. 再如，依据价格、性能和售后服务 3 个属性对设备进行选择时，就会出现这样的情形：性能好的设备其价格也会高，若用 WA 方法计算设备方案的综合评价值则会因为价格和性能两个属性间的关联而抵消这两个属性各自的独立贡献. 文献[5~9]中给出了一些基于关联的 MADM 问题案例.

在基于关联的 MADM 问题中，由于属性间存在关联，属性权重的可加性遭到破坏，使得 WA 方法失效[5]. 为了对基于关联的 MADM 问题中属性和属性集的权重建模，日本学者 Sugeno 首次提出用较弱的单调性和连续性来代替可加性的集函数，并将其称为模糊测度[10, 11]. Marichal 对大量模糊测度的文献进行综述，总结出事物间任何关联(相关关联、互补/冗余关联和偏好间的关联)均可用模糊测度进行度量[5]. 对包含 n 个属性的 MADM 问题而言，决策者需要确定 2^n-2 个参数. 为了降低决策者计算属性和属性集权重的复杂度，提高模糊测度和积分理论解决实际 MADM 问题的可行性，Sugeno 和 Grabisch 分别定义了 λ 模糊测度和 k- 可加测度以代替一般模糊测度对属性和属性集的权重建模[7, 12]. 与 λ 模糊测度相比较，k- 可加测度具有柔性好、建模准确度高等优点[12]. 确定 k 值以及属性和属性集的权重是应用 k- 可加模糊测度和模糊积分理论解决实际基于关联的 MADM 问题的关键. 现有文献中的 k 值常由决策者主观给定[13, 14]. 属性和属性集权重的确定方法主要有最小二乘法[15, 16] 和专家访谈法[17, 18]，但这些方法需要决策者或者专家提供参考属性和方案的偏好信息[7, 19~21]. 考虑到对于实际决策问题而言，由于系统的复杂性，决策者和专

① 收稿日期：2006－07－03；修订日期：2007－07－30.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(90510010；70702015)；教育部博士点基金资助项目(20050287026)；国家软科学研究计划资助项目(2006GXQ3B184)；江苏省软科学基金资助项目(BR2007013).
作者简介：章　玲(1979—)，女，安徽肥东人，博士，讲师. Email：pawlin@126.com

家可能很难直接给出属性和方案的偏好信息. 本文在已有文献的研究基础上,假设决策者和专家仅能提供两两属性间的直接关联程度讨论 k 值的确定、属性和属性集权重的计算以及决策方案的排序. 下面首先给出模糊测度和积分的基本概念.

1　基础知识

设某基于关联的 MADM 问题的属性集为 $A = \{a_1, \cdots, a_n\}$, $P(A)$ 为 A 的幂集. 设 μ 为定义在 $P(A)$ 上的集函数, $\mu: P(A) \to [0,1]$. 其中 μ 满足两个性质 $(i)\mu(\Phi) = 0, \mu(A) = 1$; $(ii) M \subseteq N \subseteq A, \mu(M) \leqslant \mu(N) \leqslant \mu(A)$; 则称 μ 为定义在 $P(A)$ 上的模糊测度[12].

为了减轻决策者的工作量,提高模糊测度和积分理论解决实际决策问题的可行性,Grabisch 提出了 k- 可加模糊测度的概念.

定义 1　对任意 $S \in P(A)$, $\mu(S)$ 的 MÖbius(默比乌斯)变换定义为[12]

$$m(S) := \sum_{B \subset S} (-1)^{|S \setminus B|} \mu(B). \tag{1}$$

$\mu(S)$ 与其 MÖbius 表达式存在一一对应关系.

定义 2　若对任意 $S \in P(A)$, $|S| > k$, 则 $m(S) = 0$ 成立[12]. 称这类模糊测度为 k- 可加模糊测度,其中 $|S|$ 为集合 S 的势,下同.

若用 k- 可加模糊测度对 A 中属性和属性集的权重建模,对任意属性集 $S \in P(A)$ 而言, $\mu(S)$ 可以解释为 S 的权重或者重要程度. 对任意 $M, N \in P(A)$, $M \cap N = \varnothing$, 若 $\mu(M) + \mu(N) < \mu(M \cup N)$, 则说明属性集 M 和 N 间存在补充关联; 若 $\mu(M) + \mu(N) > \mu(M \cup N)$, 则说明属性集 M 和 N 间存在冗余关联; 若 $\mu(M) + \mu(N) = \mu(M \cup N)$, 则说明属性集 M 和 N 相互独立.

由定义 4 易知,若用 k- 可加模糊测度对 A 中属性和属性集的权重建模,决策者需要确定 $n + C_n^2 + \cdots + C_n^k$ 个参数.

与概率测度不同,用模糊测度对属性和属性集的权重建模,属性 $a_i (a_i \in A)$ 在决策过程中所起的作用不能仅用 $\mu(a_i)$ 进行描述,需综合考察所有属性集 $S(\{S \mid a_i \in S, S \in P(A)\})$ 的权重.

参考多人博弈中 Shapley 值的定义,Grabisch 定义了基于一般有限离散集模糊测度的属性 Shapley 值[12]. 若 μ 为定义在 $P(A)$ 上的模糊测度,对任意 $a_i \in A$, 其 Shapley 值为

$$I(a_i) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!k!}{n!} \times \sum_{\substack{T \subseteq A \setminus a_i, \\ |T| = k}} [\mu(T \cup a_i) - \mu(T)] \tag{2}$$

$I(a_i)$ 表示属性 a_i 在决策中的贡献, 有 $\sum_{i=1}^{n} I(a_i) = 1$. 若集合 A 中所有属性相互独立,易证: $\mu(a_i) = I(a_i)$.

基于模糊测度,常用 Choquet 积分[22] 代替 WA 方法作为 MADM 问题的集结算子. 与 WA 方法类似,Choquet 积分满足单调性、幂等性、有界性等性质[5,23,24].

2　基于 k- 可加模糊测度的多属性决策分析

针对基于 k- 可加模糊测度的 MADM 问题而言, k 取值越大,需要决策者确定的参数越多,模型准确性越高; k 取值越小,需要决策者确定的参数越少,模型准确性越低. 因此, k 值的设定影响到决策者的工作量和模型的准确性.

2.1　属性间关联矩阵的确定

设某 MADM 问题的决策属性集为 $A = \{a_1, \cdots, a_n\}$.

根据实际问题,选择相应的决策者和专家对决策属性间的直接关联度用 0 ~ 1 间的数据进行打分:其中 0 表示对应的两属性间没有直接关联; 而 1 表示对应的两属性为一一对应关联,即其中一个属性可以完全确定另外一个属性. 假设上述 MADM 问题经决策者和专家打分得到的属性间的直接关联矩阵为

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix}$$

其中, $d_{ij} \in [0,1]$, $i, j = 1, \cdots, n$.

矩阵 $\boldsymbol{D}$ 和属性间的布尔直接关联矩阵 $\boldsymbol{R}$(=

$[r_{ij}]_{n\times n}$）间存在着单映射：依据矩阵 $\boldsymbol{D}$ 可得到矩阵 $\boldsymbol{R}$. 对于包含决策属性较多的系统，为了能抓住问题的本质，简化计算，可设定阈值 λ 并依据下式和矩阵 $\boldsymbol{D}$ 确定矩阵 $\boldsymbol{R}$ 中元素取值

$$r_{ij} = \{1 \mid d_{ij} \geqslant \lambda\},\quad i = 1,\cdots,n;\ j = 1,\cdots,n \tag{3}$$

$$r_{ij} = \{0 \mid d_{ij} < \lambda\},\quad i = 1,\cdots,n;\ j = 1,\cdots,n \tag{4}$$

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

易知矩阵 $\boldsymbol{R}$ 中取值为“1”的元素表示对应的两属性间存在直接关联；取值为“0”的元素表示对应的属性间不存在直接关联.

设定科学、合理的阈值 λ 是式(3)和(4)应用的关键. 阈值 λ 的设定可由专家或者决策者根据实际问题而定. 对于 n 值较小的系统，通常无需对属性间的关联进行简化，可设置 $\lambda = 0$.

2.2　k- 可加模糊测度中 k 值的确定

根据图论和矩阵论的相关知识，若两属性间的直接关联矩阵为 $\boldsymbol{R}$，则通过一个中间结点使得两属性相互关联的关联矩阵为 $\boldsymbol{R}^2$，通过两个中间结点使得两属性相互关联的关联矩阵为 $\boldsymbol{R}^3$，…. 故可用下式反应属性间的布尔综合关联矩阵 $\boldsymbol{H}(=[h_{ij}]_{n\times n})$，

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{R}^2 + \cdots + \boldsymbol{R}^n \tag{5}$$

若忽略中间结点大于 k-1 的属性间的相互关联（即对任意 $x > k$，有 $\boldsymbol{R}^x = 0$ 成立），则 MADM 中属性间的布尔 k- 可加综合关联矩阵为，

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{R}^2 + \cdots + \boldsymbol{R}^k \tag{6}$$

需要注意的是，由于 $\boldsymbol{R}$ 是布尔矩阵，所以上述矩阵乘法和矩阵加法均是布尔代数的乘法和加法.

用 Minkowski（闵可夫斯基）贴近度[25] 来度量矩阵 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{G}$ 间的一致性

$$\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G}) = 1 - \frac{1}{n^2}\Big[\sum_{j=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \left| h_{ij} - g_{ij} \right|\Big] \tag{7}$$

$\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G})$ 取值越小说明 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{G}$ 之间的一致性越差，二者的相互替代性也越弱；$\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G})$ 取值越大说明 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{G}$ 之间的一致性越好，二者的相互替代性越强，此时采用 k- 可加模糊测度代替一般模糊测度对属性和属性集的权重建模不仅可大大减轻决策者的工作量，而且可得到较为准确的决策结果.

2.3　k- 可加模糊测度的确定

离散模糊测度是概率测度的一般形式[26]，Marichal 在文献[26]中定义了模糊测度熵以度量模糊测度的不确定性，并证明了 Marichal 熵具有类似于 Shannon 熵的特性，例如完备性、介质性和单调性等. 集合 A 中属性和属性集模糊测度的 Marichal 熵可定义为[26]

$$H_M(\mu) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{S\subseteq A\backslash a_i} \gamma_S[n] h[\mu(S \cup a_i) - \mu(S)] \tag{8}$$

其中：$h(x) = \begin{cases} -x\ln x & 若\ x > 0 \\ 0 & 若\ x = 0 \end{cases}$

$$\gamma_s[n] = \frac{(n - |S| - 1)!\,|S|!}{n!}$$

依据 Marichal 熵的定义和性质，可通过以下优化模型计算集合 A 中属性和属性集的 k- 可加模糊测度

$$\max_{\mu} H_M(\mu)$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} \mu(A) = 1 \\ \mu(a_i) \in (0,1) \\ \mu(S) \leqslant \mu(T),\ S \subseteq T, T \subseteq A \\ m(T) = 0,\ \forall T \subseteq A, |T| > k \\ \mu(a_i) + \mu(a_j) = \mu(a_i, a_j),\ g_{ij} = 0 \\ m(a_i, a_j) = d_{ij},\ a_i,\ a_j \in A, d_{ij} \neq 0 \\ i, j = 1,\cdots,n \end{cases} \tag{9}$$

其中，g_{ij}，d_{ij} 分别为矩阵 $\boldsymbol{G}$ 和矩阵 $\boldsymbol{D}$ 中的元素.

与最小二乘法[15, 16]、专家访谈法[17, 18] 确定属性和属性集权重相比较，模型(9)的优点在于它仅需属性间直接关联矩阵信息，模型结构清晰，便于计算机求解，大大减轻了决策者的负担. 其缺点在于形式复杂，很难确定属性和属性集权重的解析解，通常仅能确定其数值解. 本文利用 MATLAB 编程计算属性和属性集权重的数值解. 在此基础上，利用 Choquet 积分自下而上计算方

案的评价值，依据方案的评价值对方案进行排序和选优.

综上所述，可将应用k-可加模糊测度和Choquet积分理论求解MADM问题的步骤归纳如下：

1）确定系统的决策属性；

2）构建备选方案并确定方案在各决策属性下的取值；

3）对备选方案在决策属性下的取值进行规范化处理；

4）确定属性间的直接关联矩阵；

5）计算属性间的布尔直接关联矩阵；

6）确定k值；

7）计算属性和属性集的权重；

8）利用Choquet积分计算方案综合评价值；

9）对方案排序.

下面以电子商务网站的服务质量评价为例，说明上述模型和方法的可行性.

3　算　例

为了促进电子商务网站的发展，政府部门试图对同一行业的4家公司（u_1、u_2、u_3和u_4）电子商务网站的服务质量进行评价，选择最优者进行鼓励. 下面应用基于k-可加模糊测度的MADM方法分析u_1—u_4电子商务网站的服务质量.

1）构建电子商务网站的服务质量评价指标体系. 依据科学性和合理性等原则，构建电子商务网站服务质量的评价指标体系. 设其具体指标包含易用性（a_1）、定制服务（a_2）、信息量（a_3）和情感因素（a_4）. 其中：a_1是指使用网站对用户的能力上的要求，站点对用户能力的要求越低，则该站点越易使用；a_2是指网站能满足特定用户需求的能力；a_3是指评估站点所包含的信息以及将这些信息传递给用户的能力；a_4是用户对网站的情感反应. a_1和a_2、a_2和a_4间均存在偏好补充关联.

2）确定u_1—u_4在各指标下的取值并对其进行规范化处理. 设经规范化处理后u_1—u_4在上述评价指标下的取值见表1.

表1　u_1—u_4在各指标下的取值

Table 1 Decision-making matrix for u_1-u_4

公司	指标			
	a_1	a_2	a_3	a_4
u_1	0.700	1.000	1.000	0.600
u_2	0.750	1.000	0.600	0.700
u_3	1.000	0.654	0.729	1.000
u_4	1.000	0.800	0.700	0.800

3）确定k值. 设经专家打分得指标间的直接关联矩阵为$\boldsymbol{D}(=[d_{ij}]_{4\times4})$. 依据矩阵$\boldsymbol{D}$可得属性间的布尔直接关联矩阵$\boldsymbol{R}(=[r_{ij}]_{4\times4})$；由矩阵$\boldsymbol{R}$计算布尔综合关联矩阵$\boldsymbol{H}$.

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}1.000 & 0.100 & 0 & 0\\ 0.100 & 1.000 & 0 & 0.200\\ 0 & 0 & 1.000 & 0\\ 0 & 0.200 & 0 & 1.000\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}1&1&0&1\\1&1&0&1\\0&0&1&0\\1&1&0&1\end{bmatrix}$$

由MATLAB7.0计算不同k值所对应的$\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G})$的值，见表2.

表2　不同k值时所对应的$\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G})$

Table 2 Values of k and $\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G})$

k	1	2	3	4	5
$\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G})$	0.875	1.000	1.000	1.000	1.000

$\delta(\boldsymbol{H},\boldsymbol{G})$随着$k$值的增加而增大，并且$k\geqslant2$时，矩阵$\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{G}$的贴近度为1，故针对本MADM问题可选择2-可加测度对属性和属性集的权重建模. 当$k=2$时，有

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}1&1&0&1\\1&1&0&1\\0&0&1&0\\1&1&0&1\end{bmatrix}$$

4）确定属性和属性集的权重. 依据式(9)和MATLAB7.0求解属性和属性集的权重，见表3.

表3验证了属性间关联的存在性，属性的权重不再满足可加性.

5）计算方案评价值，并据此对方案排序. 依

据决策矩阵(表 1) 以及属性和属性集的权重(表 3),利用 Choquet 积分(Choquet 积分的计算公式见文献[22]) 计算方案 u_1—u_4 的综合评价值,它们分别为 0.770、0.714、0.792 和 0.807. 故 $u_2 < u_1 < u_3 < u_4$. 可见,网站 u_4 的服务质量最好,u_3 次之,u_2 的服务质量最差.

表 3 属性和属性集的权重

Table 3 Weights of attributes and their combines

属性(集)	权重	属性(集)	权重	属性(集)	权重	属性(集)	权重
a_1	0.167	a_1,a_2	0.359	a_2,a_4	0.407	a_1,a_3,a_4	0.608
a_2	0.092	a_1,a_3	0.434	a_3,a_4	0.382	a_2,a_3,a_4	0.674
a_3	0.267	a_1,a_4	0.342	a_1,a_2,a_3	0.626	a_1,a_2,a_3,a_4	1
a_4	0.116	a_2,a_3	0.359	a_1,a_2,a_4	0.733	—	—

若该问题中各属性间相互独立,则属性的权重等于属性的 Shapley 值. 此时应用 Choquet 积分计算得各方案的评价值分别为 0.828、0.758、0.844 和 0.823. 该结果和利用加权算术平均方法的计算结果完全一致. 这说明基于关联的 MADM 方法较不考虑关联的 MADM 方法更具有一般性,而不考虑关联的 MADM 方法是基于关联的 MADM 方法的特例.

4 结束语

工程、经济和管理领域中诸多问题都可以抽象为 MADM 问题,系统论强调事物之间是相互联系的,所以对基于关联的 MADM 进行探讨具有普遍的理论和现实意义. 考虑到决策属性间可能存在关联,本文依据直接关联矩阵确定 k 值,通过 Marichal 熵理论确定属性和属性集的权重,通过 Choquet 积分计算方案的综合评价值. 与不考虑关联的 MADM 相比较,基于 k- 可加模糊测度的 MADM 方法具有以下优点:1) 利用 k- 可加模糊测度代替可加集函数度量决策属性和属性集的权重,该方法无需决策问题满足属性间相互独立的苛刻要求. 2) 是不考虑关联的 MADM 方法的发扬和推广,不考虑关联的 MADM 方法是基于 k- 可加模糊测度的 MADM 方法在决策属性间相互独立情形下的特例. 当属性间相互独立,也即属性集的权重等于其所包含属性的权重之和时,基于 k- 可加模糊测度的 MADM 方法退化为不考虑关联的 MADM 方法. 3) 更具有合理性、现实性与通用性. 现实中的决策问题中常存在关联,应用该方法进行决策分析更贴近决策问题的实际情况,得到的决策结果更具有合理性. 另外,由于不考虑关联的 MADM 方法是基于 k- 可加模糊测度的 MADM 方法的特殊形式,所以后者较前者更具有通用性. 4) 本文所提出的基于 k- 可加模糊测度的 MADM 方法计算 k 值以及属性和属性集的权重时仅需专家和决策者提供决策属性间直接关联矩阵信息,大大降低了决策者的压力,提高了模糊测度和积分理论解决实际决策问题的可行性. 该方法的应用有利于促进决策理论和实际决策问题的融合.

参 考 文 献:

[1] Zanakis S H, Solomon A, Wishart N, *et al.* Multi-attribute decision making: A simulation comparison of select methods [J]. European Journal of Operational Research, 1998, 107(3): 507—529.

[2] 姜艳萍, 樊治平. 基于不同粒度语言判断矩阵的群决策方法[J]. 系统工程学报, 2006, 21(3): 249—253.

Jiang Yan-ping, Fan Zhi-ping. Approach to group decision making with multi-granularity linguistic comparison matrices[J]. Journal of Systems Engineering, 2006, 21(3): 249—253. (in Chinese)

[3]王欣荣，樊治平．一种基于语言评价信息的多指标群决策方法[J]．系统工程学报，2003，18(2)：173—176.
Wang Xin-rong, Fan Zhi-ping. Approach to multiple attribute group decision maldng with linguistic assessment information [J]. Journal of Systems Engineering, 2003, 18(2): 173—176. (in Chinese)

[4]徐泽水．语言多属性决策的目标规划模型[J]．管理科学学报，2006，9(2)：9—17.
Xu Zhe-shui. Goal programming models for multiple attribute decision making under linguistic setting[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(2): 9—17. (in Chinese)

[5]Marichal J L. An axiomatic approach of the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000, 8(6): 800—807.

[6]Angilella S, Greco S, Lamantia F, *et al.* Assessing non-additive utility for multicriteria decision aid[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 158(3): 734—744.

[7]Combarro E F, Miranda P. Identification of fuzzy measures from sample data with genetic algorithms[J]. Computers & Operations Research, 2006, 33(10): 3046—3066.

[8]Bell A M. Locally interdependent preferences in a general equilibrium environment[J]. Journal of Economic Behavior and Organization, 2002, 47(3): 309—333.

[9]Tsai H -H, Lu I -Y. The evaluation of service quality using generalized Choquet integral[J]. Information Sciences, 2006, 176(6): 640—663.

[10]Onisawa T, Sugeno M, Nishiwaki Y, *et al.* Fuzzy measure analysis of public attitude towards the use of nuclear energy[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(3): 259—289.

[11]张德国，胡海虹，梁继民．基于模糊积分的图像分割算法融合[J]．系统工程与电子技术，2006，28(10)：1480—1483.
Zhang De-guo, Hu Hai-hong, Liang Ji-min. Multiple image partition algorithm fusion based on fuzzy integral[J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(10): 1480—1483. (in Chinese)

[12]Grabidch M. *k*-order addtive discrete fuzzy measures and their representation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 92(2): 167—189.

[13]Mikenina L, Zimmermann H J. Improved feature selection and classification by the 2-additive fuzzy measure[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1999, 107(2): 197—218.

[14]Wang X -Z, Shen J, Wang X -G. Using 2-Additive Fuzzy Measure to Represent the Interaction Among if-then Rules[C]. Proceedings of 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Piscataway: IEEE, 2005. 2797—2801.

[15]Chiou H -K, Tzeng G -H, Cheng D -C. Evaluating sustainable fishing development strategies using fuzzy MCDM approach [J]. Omega, 2005, 33(3): 223—234.

[16]Tseng F -M, Chiu Y -J. Hierarchical fuzzy integral stated preference method for Taiwan's broadband service market[J]. Omega, 2005, 33(1): 55—64.

[17]Tzeng G -H, Ou Yang Y -P, Lin C -T, *et al.* Hierarchical MADM with fuzzy integral for evaluating enterprise intranet web sites[J]. Information Sciences, 2005, 169(3—4): 409—426.

[18]Chen M -F, Tzeng G -H. Combining grey relation and TOPSIS concepts for selecting an expatriate host country[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2004, 40(13): 1473—1490.

[19]Marichal J L, Roubens M. Determination of weights of interacting criteria from a reference set[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 124(3): 641—650.

[20]Chen T -Y, Wang J -C. Identification of [lambda]-fuzzy measures using sampling design and genetic algorithms[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 123(3): 321—341.

[21]Wang Z, Leung K-S, Wang J. Determining nonnegative monotone set functions based on Sugeno's integral: An application of genetic algorithms[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 112(1): 155—164.

[22]Wang Z, Leung K -S, Klir G J. Applying fuzzy measures and nonlinear integrals in data mining[J]. Fuzzy Sets and Sys-

tems, 2005, 156(3): 371—380.

[23] Mesiar R. Fuzzy measures and integrals[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 156(3): 365—370.

[24] Marichal J L. On Sugeno integral as an aggregation function[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(3): 347—365.

[25] 朱剑英. 现代高等工程应用数学——(一)智能系统非经典数学方法[M]. 南京: 南京航空航天大学出版社, 1999.
Zhu Jian-ying. Modern Advanced Engineering Application Mathematics—Nonclassical Mathematic Methods for Intelligence Systems[M]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics press, 1999. (in Chinese)

[26] Marichal J L. Entropy of discrete Choquet capacities[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 137(3): 612—624.

Multiple attributes decision making based on *k*-additive fuzzy measures

ZHANG Ling, *ZHOU De-qun*

College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

Abstract: In this paper the model and solution of multi-attribute decision making (MADM) with interaction among attributes are analyzed based on k-additive fuzzy measure and Choquet integral. The optimal value of k is identified on the basis of direct-relationship matrix of attribute; the weights of attribute and their combines are determined through Marichal entropy; the synthetical values of the alternatives are computed by Choquet integral; and the alternatives are ranked. Finally, an example is given to verify our theories and methods.

Key words: multi-attribute decision making; interaction; k-additive fuzzy measure; Choquet integral; Marichal entropy