一种求解时变条件下有宵禁限制最短路的算法①

魏 航[1,2]
(1. 上海财经大学国际工商管理学院, 上海 200433;
2. 上海财经大学 500强企业研究中心, 上海 200433)

摘要: 在组合优化过程中, 往往需要获得从起点到终点之间的最短路. 由于道路、天气、交通条件等因素的影响, 使得网络具有很强的时变特性. 同时, 对于网络中的节点往往有宵禁的限制. 对时变条件下有宵禁限制并有到达时间限制的最短路进行了研究, 建立了软、硬宵禁限制下的数学模型, 给出并证明了时变条件下获得有宵禁限制最短路的最优条件, 并设计了求解的多项式算法, 通过此算法可以获得时变条件下有宵禁限制的最短路. 同时, 算法和模型还考虑了不同的起点出发时间, 使路径决策者可以根据自身的情况, 选择合适的出发时间和路径. 最后给出了一个应用算例, 分析了宵禁对于获得的最短路的影响.

关键词: 最短路; 时变; 宵禁; 算法
中图分类号: U116. 2 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2009)01-0009-09

0 引 言

在运输过程中, 往往需要获得从起点到终点之间的最短问题, 对于该问题目前已经有了很多经典的算法, 如 20世纪 50年代的 Dijkstra算法[1], 60年代的 Floyd算法. 但是, 这些算法均假设网络中的所赋的值是静态的、确定的, 而这样的假设在许多应用领域并不适用或是与实际情况有着一定的差距. 比如, 在实际的车辆行驶过程中, 由于交通管理、交通流量、交通事故、天气变化等因素的影响, 导致了路网中各个路段上的运行成本、时间、安全性等也相应地发生变化[2], 而这些变化往往与车辆行驶时所处的时间密切相关. 对于这样与时间因素密切相关的网络称为时变网络, 而在这样的网络条件下的最短路问题称为时变条件下的最短路问题.

对于时变条件下的最短路问题, 目前主要集中在获得最短运输时间的最短路问题的研究上. Dreyfus S E[3]给出的改进 Dijkstra算法求解时变条件下最小时间路径问题的方法, 并认为该方法会像静态最短路径问题一样有效. Kaufman D E和 Smith R L[4]给出的 Dreyfus S E算法在时变网络中是不正确的反例, 建立了严格的一致性条件来限制"病态"实例的出现. Orda A和 Rom R[5]给出的三种类型的网络模型: 提出了不受限制的等待模型; 禁止等待模型和源等待模型. Miller-Hooks E, Mahmassani H[6]对在随机时变网络的最短时间的最短路进行了研究, 提出了两种不同的算法, 并对这两种算法进行了比较. Miller-Hooks E, Mahmassani H[7]提出了一些在随机时变网络下的不同路径之间进行比较的原则. Athanasiso Z, Dimitrios K和 Mahmassani H[8]对在时变条件下考虑最短时间的最短路在智能交通系统中的应用进行了分析.

谭国真, 高文[9]对时间依赖网络下的最小时间问题进行了研究, 给出了时变网络与一般网络

① 收稿日期: 2007-03-26; 修订日期: 2008-10-10.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70471039); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目 (NCET-04-0886); 国家教育部"十一五"211工程资助项目.
作者简介: 魏 航 (1976—), 男, 浙江绍兴人, 博士, 讲师. Email: odeywe@yahoo.com.cn

进行求解最短路的差别,并给出了算法.谭国真,柳亚玲,高文[10]研究了随机时间依赖网络下的K期望最短路径问题,给出了求解的算法.魏航,李军,蒲云[11]对时变条件下有害物品运输的最短路问题进行了研究,在折衷条件下给出了求解的算法.魏航,李军,刘凝子[12]对时变条件下多式联运的最短路问题进行了研究,将网络进行了扩展,并给出了求解的算法.杨烜会,刘震宇[13]研究了结点等待费用、弧费用和弧通过时间均为离散时变函数的最短路径问题,并基于动态规划原理,给出了一种标号更新算法.

但是,这些目前已有的研究均没有考虑宵禁限制或时间窗限制的情况.而在现实情况中,对于车辆的运输往往是有宵禁(curfews)限制,就是说在某一个时段内车辆不能通过某些节点.比如,在夜间 12点到早上 6点,在中心城市区域车辆不能通过.显然,从某种意义上来说,有宵禁限制的问题是一个“逆”时间窗问题(anti-time-windows).一般地,有时间窗的最短路问题需要满足的是到达各个节点的时间必须在所规定的时间范围内,而宵禁限制为到达各个节点的时间必须不在所规定的时间范围内.

对于有时间窗的最短路问题,目前在静态条件下也已经进行了一定的研究.Desrochers M, Soumis F[14]给出了一种求解有时间窗的最短路问题的算法.Desrochers M, Soumis F[15]对原有算法进行了改进,通过重复优化的方法,给出了新的算法.Dror M[16]对有时间窗最短路问题计算复杂性进行了研究,并证明了其为 NP-困难问题.另外,对于有宵禁限制的最短路问题,Cox R G和 Turquist M A[17]在静态网络条件下进行了研究,给出了在宵禁限制对运输网络中的可行路径到达时间延误的分析.

本文结合了宵禁限制和时变网络两个方面,并同时考虑了车辆到达时间的限制.建立了时变网络条件下有(软、硬)宵禁限制并有到达时间限制的最短路的数学模型,给出了获得最短路的最优条件并进行了证明,然后设计了求解时变网络条件下有(软、硬)宵禁限制的最短路算法,并讨论了算法的复杂性.最后给出了一个应用算例.

1 问题描述

对于在时变网络条件下有宵禁限制并有到达时间限制的最短路问题,一般地,可以描述为:对于网络$G=(N, E)$,E为节点间的有向边的集合,N为节点集,$|N|=n$,$|E|=m$.在此,令$c(i, j, t_i^D)$为在节点i到节点j之间,在时间t_i^D出发时的成本,$c(i, j, t_i^D)$为一个非负的实数,$(i, j)\in E$.$t(i, j, t_i^D)$为在节点i到节点j之间,在时间t_i^D出发时所需的时间,$t(i, j, t_i^D)$为一个整数,$(i, j)\in E$.在此,令Z表示宵禁时间区域的数量,并令$Cur(z)$表示在宵禁时间区域z的节点的集合,$z=1, 2, \cdots, Z$,$Cur(z)\in N$.同时,分别令$SCur(z)$和$ECur(z)$表示宵禁时间区域z的起始时间和终止时间.并令Z_i表示属于节点i的宵禁时间区域的集合.$S(O)$为车辆从起点O允许出发的离散时间的集合,$|S(O)|=S$.求在时间T之前到达终点D的(T为整数),满足宵禁限制的从起点O到终点D之间的最短路.

2 数学模型

类似于有时间窗限制的路径问题,一般地,对于时变网络下有宵禁限制的最短路问题主要分为两类:一类是软宵禁限制的最短路问题;另一类是硬宵禁限制的最短路问题.软宵禁限制的最短路问题与硬宵禁限制的最短路问题的区别在于软宵禁限制的最短路问题的宵禁限制是柔性的,而对于硬宵禁限制的最短路问题,宵禁限制是刚性的.对于有软宵禁限制的最短路,车辆到达某个节点的时间可能会处于此节点的某个宵禁时间区域内,此时就给予一定的惩罚,但是,需要注意的是,此时其出发时间为此宵禁时间区域的终止时间.而对于硬宵禁限制的最短路问题,如果实际到达节点的时间处于该节点的某个宵禁时间区域内即为不可行解.显然,有时在有硬宵禁限制的条件下不一定存在可行解.

为了得到时变网络下有宵禁限制并有到达时间限制的最短路模型,首先,定义如下变量和运算符号

$$y_{ij}=\begin{cases}1, & \text{从节点 } i \text{ 到节点 } j \text{ 之间存在运输任务}\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

$$x_{iz}=\begin{cases}1, & \text{车辆到达节点 } i \text{ 时处于节点 } i \text{ 的某个宵禁限制区域 } z \text{ 内}\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

其中, 当 $x_{iz} = 1$时, 表示车辆违反了宵禁限制, 即当车辆到达节点 i的时间 t_i^A 处于节点 i的某个宵禁限制 z内, 其中 t_i^A 为车辆到达节点 i的时间. 其条件为: $\sum_j y_{ij} = 1$, 且有 $SCur(z) \leqslant t_i^A < ECur(z)$, $i \in Cur(z)$, $z = 1, 2, \cdots, Z$. 对于软宵禁限制, 此时仍然为可行解, 但需要进行惩罚; 而当限制条件为硬宵禁限制时, 必须保证车辆不违反宵禁限制, 即不能产生 $x_{iz} = 1$这样的情况.

定义 **1**　$\| \cdot \|$为一运算符号, 其表示的意义为: 当变量 $\delta < 0$时, 则 $\| \delta \| = 1$; 当变量 $\delta \geqslant 0$时, 则 $\| \delta \| = 0$

对于有软宵禁限制的最短路问题, 一般地, 若达到节点 i的时间 t_i^A 不在节点 i的任意一个宵禁时间区域 z内, $z = 1, 2, \cdots, Z$, 则到达时间和出发时间相同, 即有 $t_i^A = t_i^D$. 但是, 若到达节点 i的时间 t_i^A 处于节点 i的某个宵禁时间区域 z内, 即 $SCur(z) \leqslant t_i^A < ECur(z)$, $i \in Cur(z)$, $z = 1, 2, \cdots, Z$, 则出发时间为此宵禁时间区域的终止时间, 即有 $t_i^D = ECur(z)$.

这样, 时变网络下有软宵禁限制并有到达时间限制的最短路模型可以描述为

$$\min C = \left[\sum_{(i,j)} y_{ij} c(i, j, t_i^D)\right] + \sum_i \sum_{z=1}^{Z} [\alpha x_{iz} (t_i^A - SCur(z)) + \beta x_{iz} (ECur(z) - t_i^A)] \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \sum_j y_{ij} - \sum_j y_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{若 } i = O \\ -1 & \text{若 } i = D \quad \forall\ i \in N \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{2}$$

$$\sum_j y_{ij} \leqslant 1 \quad \forall\ i \in N \tag{3}$$

$$\sum_z x_{iz} \leqslant 1 \quad \forall\ i \in N \tag{4}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall\ (i, j) \in E \tag{5}$$

$$x_{iz} \in \{0, 1\} \quad \forall\ i \in N,\ z = 1, 2, \cdots, Z \tag{6}$$

$$x_{iz} = \left(\sum_j y_{ij}\right) \left\| \prod_{z \in Z_i} [t_i^A - SCur(z)] \cdot [t_i^A - ECur(z)] \right\| \forall\ i \in N,\ z = 1, 2, \cdots, Z,\ (i, j) \in E \tag{7}$$

$$t_i^D = (1 - x_{iz}) t_i^A + x_{iz} ECur(z) \quad \forall\ i \in N,\ z = 1, 2, \cdots, Z,\ i \in N \tag{8}$$

$$s(O) + \sum_{(i,j)} y_{ij} t(i, j, t_i^D) \leqslant T \quad \forall\ (i, j) \in E,\ s(O) \in S(O),\ z = 1, 2, \cdots, Z \tag{9}$$

其中, 目标函数的第 1部分表示车辆在行驶过程中的成本; 第 2部分前面部分表示车辆超过某个宵禁限制区域所给予的惩罚; 第 2部分后面部分表示车辆等待到某个宵禁限制区域结束所需的等待成本; α为超过某个宵禁时间区域的起点时间到达节点 i所给予单位时间的惩罚值; β为车辆因为超过某个宵禁时间区域的起点时间到达, 而需要在节点 i进行等待到此宵禁时间区域结束的单位时间的等待成本; t_i^A 表示车辆到达节点 i的时间. 约束 (2)、(3) 和 (5) 保证了所选择的路径必定为从起点到终点之间的可行路径. 约束 (7) 给出了 x_{iz} 计算方法, 首先需要判断车辆是否经过节点 i, 可以利用 $\sum_j y_{ij}$的值来判断; 然后再判断是否违反宵禁限制, 当到达节点 i的时间 t_i^A 处于节点 i的某个宵禁时间区域 z 内时, 则必然有 $t_i^A - SCur(z) > 0$且 $t_i^A - ECur(z) < 0$, 而对于其它属于节点 i的宵禁区域均有 $t_i^A - SCur(z) > 0$且 $t_i^A - ECur(z) > 0$, 或 $t_i^A - SCur(z) < 0$且 $t_i^A - ECur(z) < 0$, $z \in Z_i$. 这样, 车辆当违反宵禁限制时, 有 $\prod_{z \in Z_i} [t_i^A - SCur(z)] \cdot [t_i^A - ECur(z)] < 0$, 相应的, 有 $x_{iz} = 1$; 其次, 当到达节点 i的时间 t_i^A 满足宵禁限制时, 则可以得到 $x_{iz} = 0$. 特别的, 当 $Z_i = \phi$时, 令 $SCur(z) = 0$, $ECur(z) = 0$, $i \in N$. 约束 (9) 保证了车辆到达终点的时间不能超过时间 T.

由于在有硬宵禁限制条件下, 任何到达某个节点的时间处于此节点的某个宵禁限制区域均为不可行解. 此时, 若有 $\alpha = \beta = M$ $(M \to \infty)$, 则意味着宵禁限制必须被满足. 这样, 时变网络下有硬宵禁限制的最短路模型可以描述为

$$\min C = \left[\sum_{(i,j)} y_{ij} c(i, j, t_i^D)\right] + \sum_i \sum_{z=1}^{Z} [M x_{iz} (t_i^A - SCur(z)) + M x_{iz} (ECur(z) - t_i^A)] \tag{10}$$

$$\text{s.t. 式}(2)—(9) \tag{11}$$

3　算法

为了获得时变网络下有宵禁限制并有到达时间限制的最短路算法, 本文在 Cai X等[18] 算法的基础上, 给出了时变网络下有宵禁限制并有到达时间限制的最短路算法.

3.1　定义和定理

首先给出下面的定义.

定义 2　若 $\varphi = (O = 1, 2, \cdots, l = D)$ 为从起点 O 到终点 D 之间的一条路径, 令 $t_1^A = s(O)$, 并令 t_i^A 为到达节点 i 的时间, 则 $t_i^A = t_{i-1}^D + t(i-1, i, t_{i-1}^D)$, $t_{i-1}^D = w(i-1) + t_{i-1}^A$, t_{i-1}^A 为到达节点 $i-1$ 的时间, t_{i-1}^D 为从节点 $i-1$ 出发的时间, $w(i-1)$ 为在节点 i 可能需要等待的时间, 当到达节点 i 的时间违反属于节点 i 的某个宵禁限制 z 时, 则 $w(i-1) = ECur(z) - t_{i-1}^A$; 否则, 当满足宵禁限制时, 则 $w(i-1) = 0$, $2 \leqslant i \leqslant l$, $s(O) \in S(O)$, $z = 1, 2, \cdots, Z$.

定义 3　若 $\varphi = (O = 1, 2, \cdots, l = D)$ 为从起点 O 到终点 D 之间的一条路径, 令 $c_1^A = 0$, 并令 c_i^A 为到达节点 i 的成本, $c_i^A = c_{i-1}^D + c(i-1, i, t_{i-1}^D)$, $c_{i-1}^D = c(i-1) + c_{i-1}^A$, c_{i-1}^A 为到达节点 $i-1$ 的成本, c_{i-1}^D 为从节点 $i-1$ 出发的成本, $c(i-1)$ 为由于在节点 i 可能产生的惩罚, 当到达节点 i 的时间违反属于节点 i 的某个宵禁限制 z 时, 则 $c(i-1) = \alpha(t_i^A - SCur(z)) + \beta(ECur(z) - t_i^A)$; 否则, 当满足宵禁限制时, 则 $c(i-1) = 0$, c_{i-1}^A 到达节点 $i-1$ 的成本, $2 \leqslant i \leqslant l$ (当宵禁限制为硬宵禁限制时, 当违反宵禁限制时, 则 $c(i-1) = M(t_{i-1}^A - SCur(z)) + M(ECur(z) - t_{i-1}^A)$; 否则, 当满足宵禁限制时, $c(i-1) = 0$).

定义 4　$d(j, t_j^A)$ 为在时间 t_j^A 到达节点 j, 从起点 O 到节点 j 考虑成本最小化的最短路, $j \in N$; 否则, 若在时间 t_j^A 不存在这样的路径, 则 $d(j, t_j^A) = \infty$.

定义 5　$L(i, j, t_j^A)$ 为在时间 t_j^A 到达节点 j 并且 j 的前一个节点为 i 的, 从起点 O 到节点 j 考虑成本最小化的路径长度.

基于这些定义, 可以给出下面的定理.

定理 1　对网络 $G = (N, E)$, 令 $d(O, 0) = 0$, $d(j, 0) = \infty$, 当 $j \neq O$, $j \in N$. 这样, 当 $t_j^A > 0$, $j \neq O$ 时, 有 $d(j, t_j^A) = \min\limits_{\{i \mid (i,j) \in E\}} \min\limits_{\{(t_i^A, t_i^D) \in T(i,j,t_j^A)\}} \{c(i) + d(i, t_i^A) + c(i, j, t_i^D)\}$, 其中 $T(i, j, t_j^A) = \{(t_i^A, t_i^D) \mid t_i^D + t(i, j, t_i^D) = t_j^A \wedge t_i^D - t_i^A = x_{iz}[ECur(z) - t_i^A]\}$.

证明　对于此命题, 可以应用数学归纳法进行证明.

首先, 当 $t_j^A = 1$ 时, 这些节点为起点 O 以及与起点 O 相连的节点. 对于所有的节点 $j \neq O$, $j \in N$, 考虑 $(O, j) \in E$, 且 $t(O, j, 0) = 1$. 此时, $d(j, t_j^A) = c(O) + d(O, 0) + c(O, j, 0)$.

其次, 假设当 $(t_j^A)' < t_j^A$ 时, 命题成立.

当 $d(j, t_j^A) = \infty$ 时, 则没什么可以证明的. 这样, 设 $d(j, t_j^A)$ 为一个有限的实数, $j \neq O$, $j \in N$, 则必然存在某一个 i 使得 $L(i, j, t_j^A) = c(i) + d(i, t_i^A) + c(i, j, t_i^D)$, 其中, $t_i^D + t(i, j, t_i^D) = t_j^A$, 且 $(t_i^A, t_i^D) \in T(i, j, t_j^A)$, $(i, j) \in E$. 否则, 若不存在这样的 i 使得 $L(i, j, t_j^A) = c(i) + d(i, t_i^A) + c(i, j, t_i^D)$, 则 $d(j, t_j^A) = \infty$, 与假设矛盾.

由于 $t(i, j, t_i^D) > 0$, 这样就有 $t_i^A < t_j^A$, 根据假设, 从起点 O 到节点 i 之间存在一条可行路径, 设为 $\varphi' = (O = 1, 2, \cdots, i)$, 且在时间 t_i^A 到达的最短路为 $d(i, t_i^A)$. 此时, 若车辆不违反宵禁限制, 则有 $t_i^A = t_i^D$; 否则, 若车辆违反宵禁限制, 则有 $t_i^D = ECur(z)$, $z = 1, 2, \cdots, Z$. 由于 $d(i, t_i^A)$ 为在时间 t_i^A 到达节点 i 的最短路, 不管是否违反宵禁限制, 路径 φ' 还是一条在时间 t_i^D 从节点 i 出发的从起点 O 到节点 i 之间的可行路径. 这样, 可以将路径 φ' 扩展到节点 j, 得到路径 $\varphi = (O = 1, 2, \cdots, i, i+1 = j)$, 由于 $t_i^D + t(i, j, t_i^D) = t_j^A$, 这样 t_j^A 即为到达节点 j 的时间. 由此可以得到, 通过扩展获得的路径 φ 为从起点 O 到节点 j 之间, 在时间 t_j^A 到达的一条可行路径.

由于通向节点 j 的节点 i 的数量有限, 且其出发时间 t_i^D 也为有限个, 这样, 通过扩展获得的路径也为有限条. 对于任何通过扩展获得的路径的长度有: $L(i, j, t_j^A) \geqslant c(i) + d(i, t_i^A) + c(i, j, t_i^D) \geqslant d(j, t_j^A)$, 这样就必然存在某一个 $L^*(i, j, t_j^A) = d(j, t_j^A)$, 即存在 $\varphi = (O = 1, 2, \cdots, i, i+1 = j)$ 为从起点 O 到节点 j 之间且在时间 t_j^A 到达节点 j 的最短路, 且 $t_i^D + t(i, j, t_i^D) = t_j^A$.　　证毕.

3.2　算法步骤

在给出定理 1 的证明之后, 就可以给出在时变条件下, 获得有宵禁限制并有到达时间限制的最短路的 $d^*(D)$ 算法, 算法的具体步骤如下:

步骤 1　令 $d(O, 0) = 0$, 且 $\forall_{j \neq O}\, d(j, t_j^A) = \infty$, 对 $t_j^A = 0, 1, \cdots, T$

步骤 2　根据给出的宵禁限制的时间区域, 计算出所有的 $t_i^D = t_i^A + w(i)$, 并同时获得 $c(i)$, $t_i^A = 1, \cdots, T$

步骤 3　利用获得的 t_i^D, 计算出所有的 $t_i^D + t(i,j,t_i^D) = t_j^A$

步骤 4　$s = \min\{s(O)\}$

步骤 5　$t_j^A = s$

步骤 6　对所有的有向边 $(i,j) \in E$、$j \in N$, 且对所有的 t_i^D 满足 $t_i^D + t(i,j,t_i^D) = t_j^A$, 令

$$d_s(j,t_j^A) := \min_{\{i|(i,j)\in E\}} \min_{\{(t_i^A,t_i^D)\in T(i,j,t_j^A)\}} \{c(i) + d_s(i,t_i^A) + c(i,j,t_i^D)\}$$

步骤 7　$t_j^A = t_j^A + 1$

步骤 8　若 $t_j^A \leqslant T$, 则转步骤 6, 否则转步骤 9

步骤 9　从 $S(O)$ 删去 s, 若 $S(O) \neq \Phi$, 则令 $s = \min\{s(O)\}$ 令, 转步骤 4, 否则转步骤 10

步骤 10　$d^*(D) = \min_{s\in S(O)} \min_{0\leqslant t_D^A\leqslant T} d_s(D,t_D^A)$. 当约束为软宵禁时, 此时获得的 $d^*(D)$ 即为所获得的最优解; 当约束为硬宵禁时, 若获得的 $d^*(D)$ 为一个相当大的数 (M 为量纲), 则表明此时无可行路径

3.3　算法复杂性分析

定理 2　时变网络条件下, 有宵禁限制并有到达时间限制的最短路问题算法的计算复杂性为 $O(ST(Zn+m+n))$.

证明　对于每一个 $s(O) \in S(O)$, 都有

首先, 对于成本进行初始赋值需要的时间为 $O(Tn)$. 然后, 对于每一个时间 $t_i^A = 1, \cdots, T$, 需要计算 $t_i^D = t_i^A + w(i)$ 并获得 $c(i)$, 由于对于每一个到达时间 t_i^A 均需考虑是否满足宵禁限制, 而宵禁限制的个数为 Z 个, 需要时间 $O(ZTn)$; 然后, 需要对每一条有向边的进行计算 $t_i^D + t(i,j,t_i^D) = t_j^A$, 需要时间 $O(Tm)$. 这样对于所有的 $1 \leqslant t_j^A \leqslant T$, 计算各个成本, 需要的时间为 $O(T(Zn+m))$.

这样, 将两部分进行合并, 其计算复杂性为 $O(T(Zn+m+n))$.

因此, 对于整个问题, 其计算复杂性为 $O(ST(Zn+m+n))$.　　证毕.

4　算　例

下面给出一个算例, 运输网络如图 1所示 (包含 20个节点和 45条有向边). 各个节点的宵禁时间区域分别如表 1所示, 其中 Y表示在此时间区域有宵禁限制, 而 N表示无宵禁限制. 表 2给出了在运输过程中, 各个节点之间在不同时间条件下, 运输过程中的运输成本和运输时间. 假设车辆可以在时间 0从起点 O 出发, 并每隔 2个小时整点出发一次. 在此, 假设在软宵禁限制条件下, 超过宵禁时间区域到达的单位惩罚成本为 5, 而需要等待到宵禁时间区域结束的单位时间的等待成本为 2. 现希望获得在时间 35之前到达终点 D 的最短路.

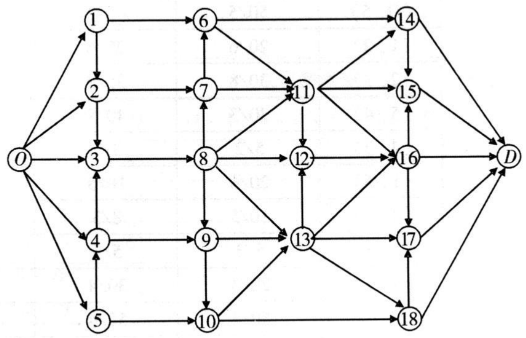

图 1　运输网络

Fig. 1 The transportation network

表 1　各节点的宵禁时间区域

Table 1 The curfew for each node

节点	宵禁时间区域			
	[6, 8]	[12, 14]	[17, 19]	[22, 24]
O	Y	N	N	Y
1	N	Y	Y	N
2	Y	N	N	N
3	N	Y	Y	Y
4	N	N	Y	N
5	Y	Y	N	N
6	Y	N	N	N
7	N	Y	N	N
8	N	N	N	Y
9	N	N	Y	Y
10	Y	Y	N	N
11	Y	Y	N	N
12	N	N	N	Y
13	Y	N	Y	N
14	Y	N	Y	N
15	N	N	N	Y
16	N	Y	N	N
17	N	N	Y	Y
18	N	Y	Y	N
D	Y	N	N	N

表 2 各条有向边在不同时间条件下的运输成本和运输时间

Table 2 The cost and time of each link with different time period

有向边	时段					
	[0, 4)	[4, 8)	[8, 12)	[12, 16)	[16, 20)	[20, 24)
(O, 1)	10/2	12/2	15/3	15/3	10/2	10/2
(O, 2)	20/4	20/4	15/3	15/3	10/3	20/4
(O, 3)	40/3	45/4	45/4	40/4	40/3	40/3
(O, 4)	20/3	10/2	15/2	15/3	25/4	25/3
(O, 5)	50/5	45/5	60/6	60/6	55/5	55/5
(1, 2)	20/6	25/6	30/7	30/7	20/6	30/6
(2, 3)	30/8	35/9	40/10	30/8	20/6	40/8
(5, 4)	30/3	40/5	40/5	35/4	35/3	30/3
(4, 3)	5/2	3/2	3/1	8/2	8/2	5/1
(1, 6)	20/6	10/3	10/3	15/4	15/4	20/3
(2, 7)	10/5	8/3	8/3	15/5	15/5	20/6
(3, 8)	5/3	5/3	6/2	6/2	6/2	5/3
(4, 9)	20/3	30/4	30/4	15/3	10/2	10/2
(5, 10)	50/4	55/4	55/6	60/6	50/3	55/5
(8, 7)	30/3	35/3	35/4	40/4	40/4	30/2
(7, 6)	40/5	45/6	45/6	50/6	40/5	45/5
(8, 9)	70/4	75/4	80/5	80/5	75/4	70/4
(9, 10)	30/6	35/6	40/7	40/7	30/6	35/6
(6, 14)	60/5	70/6	70/6	65/5	65/5	60/5
(6, 11)	15/5	10/4	10/4	5/3	5/3	10/4
(7, 11)	10/3	5/2	5/2	5/2	15/3	15/3
(8, 11)	30/4	35/4	40/5	40/5	40/5	35/4
(8, 12)	10/2	10/2	15/3	15/3	5/2	5/2
(8, 13)	35/5	45/6	45/6	40/5	40/5	35/5
(9, 13)	10/4	5/2	5/2	4/2	15/4	15/4
(10, 13)	45/3	45/3	50/4	50/4	50/4	45/2
(10, 18)	65/5	60/5	75/6	75/6	60/5	60/5
(11, 12)	65/8	55/6	55/6	55/6	75/8	65/8
(11, 14)	50/8	55/8	50/8	45/7	40/6	40/6
(11, 15)	50/2	40/2	40/2	55/3	55/3	55/3
(11, 16)	20/3	25/3	25/3	15/3	10/2	10/2
(12, 16)	20/4	10/2	10/2	25/3	25/3	30/5
(13, 12)	40/2	50/3	50/3	50/3	45/3	45/2
(13, 16)	40/5	45/5	50/6	50/6	45/5	40/5
(13, 17)	5/2	15/3	15/3	10/2	10/2	5/2
(13, 18)	50/4	55/5	55/5	60/6	50/5	50/5
(14, 15)	70/3	60/4	60/4	65/3	65/3	60/2
(14, D)	55/2	65/3	65/3	60/2	60/2	50/2
(15, D)	45/6	55/7	55/7	50/6	50/7	45/6
(16, 15)	25/2	35/3	35/3	30/3	30/2	30/2
(16, 17)	35/4	45/5	45/5	40/5	40/5	35/5
(16, D)	5/2	10/3	10/3	15/3	15/3	5/2
(17, D)	10/3	15/3	15/2	15/2	10/2	15/3
(18, 17)	55/5	65/7	65/7	60/5	60/5	55/5
(18, D)	25/2	30/4	30/4	30/4	35/5	35/3

分别选取不同的出发时间, 并应用给出的算法, 可以获得在不同出发时间条件下, 有软、硬宵禁限制和无宵禁限制条件下的最短路分别如表 3所示.

从表 3中可以看出, 不同出发时间条件下, 不管在有软宵禁、硬宵禁还是在无宵禁条件下, 最短路会有所不同, 且成本也会有所不同. 从总体上看, 在有软、硬宵禁时间限制时, 起点出发时间选择为 12时, 路径选择为 $O-1-6-11-16-D$时, 成本最小; 当出发时间为 18时, 在硬宵禁限制条件下, 此时无可行路径; 当出发时间超过 18时, 由于到达时间超过 35, 无可行路径.

表 3　不同出发时间条件下最短路

Table 3 The shortest path with different departure time

出发时间	最短路					
	软宵禁限制	成本	硬宵禁限制	成本	无宵禁限制	成本
0	$O-2-7-11-16-D$	73	$O-2-7-11-16-D$	73	$O-4-3-8-12-16-D$	70
2	$O-1-6-11-16-D$	71	$O-4-9-13-17-D$	85	$O-1-6-11-16-D$	70
4	$O-1-6-11-16-D$	79	$O-4-9-13-17-D$	80	$O-1-6-11-16-D$	62
6	$O-1-6-11-16-D$	62	$O-1-6-11-16-D$	62	$O-1-6-11-16-D$	62
8	$O-1-6-11-16-D$ / $O-2-7-11-16-D$	55	$O-1-6-11-16-D$ / $O-2-7-11-16-D$	55	$O-1-6-11-16-D$ / $O-2-7-11-16-D$	55
10	$O-1-6-11-16-D$	57	$O-2-7-11-16-D$	60	$O-1-6-11-16-D$	50
12	$O-1-6-11-16-D$	50	$O-1-6-11-16-D$	50	$O-1-6-11-16-D$	50
14	$O-4-9-13-17-D$	59	$O-2-7-11-16-D$	75	$O-4-9-13-17-D$	55
16	$O-2-7-11-16-D$	69	$O-4-3-8-12-16-D$	74	$O-2-7-11-16-D$	65
18	$O-4-3-8-12-16-D$	69	—	—	$O-4-9-13-17-D$	70

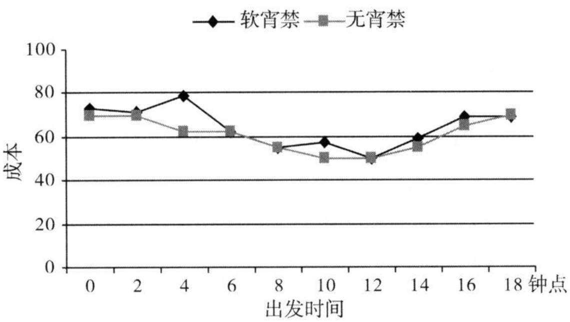

图 2　不同出发时间下有软宵禁和无宵禁情况的成本增加变化

Fig. 2 The cost for soft curfews and non-curfews in different departure time

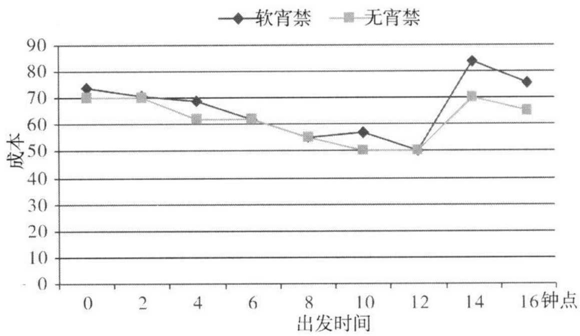

图 3　不同出发时间路径 $O-1-6-11-16-D$ 有软宵禁和无宵禁情况的成本变化

Fig. 3 The cost for path $O-1-6-11-16-D$ with soft curfews and non-curfews in different departure time

对于宵禁限制对于成本的影响, 图 2给出了有软宵禁限制情况和无宵禁限制时所获得的最短路的成本对比, 图 3给出了其中一条可行路径 $O-1-6-11-16-D$ 在有软宵禁限制和无宵禁限制条件下的成本对比. 从给出的图形可以明显地看到有宵禁限制对成本的影响.

5　结　论

在组合优化过程中, 往往需要获得从起点到终点之间的最短路. 由于道路、天气、交通条件等因素的影响, 使得网络具有很强的时变特性. 对于时变条件下有宵禁限制并有到达时间限制的最短路问题, 目前基本上还没有进行研究. 由于时间因素会影响目标值, 使得时变网络下最短路的求解过程相对比较困难. 同时, 对于网络中的一些节点往往有宵禁限制并且对于到达终点的时间可能会有一定的限制.

本文对时变条件下有宵禁限制并有到达时间限制的最短路进行了研究, 建立了软、硬宵禁限制

下的数学模型,给出并证明了时变条件下获得有宵禁限制最短路的最优条件,并设计了求解的多项式算法,通过此算法可以获得时变条件下有宵禁限制的最短路.同时,算法和模型还考虑了不同的起点出发时间,使路径决策者可以根据自身的情况,选择合适的出发时间和路径.从给出的实例来看,宵禁限制对于最短路的选择和所获得最短路的成本是有一定影响的.该算法的提出和设计,为时变条件下的路径选择问题的理论和算法进行了补充和加强,同时,该算法还可以进行变形,用以求解时变条件下有时间窗限制情况下的最短路问题.

参 考 文 献:

[1] Dijkstra E W. A note on two problems in connection with graphs[J]. Numer. Math, 1959, 1: 269—271.

[2]郭耀煌, 钟小鹏. 动态车辆路径问题排队模型分析[J]. 管理科学学报, 2006, 9(1): 33—37.
Guo Yaohuang, Zhong Xiaopeng. Analysis of the queuing model of dynamic vehicle routing problem[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(1): 33—37. (in Chinese)

[3] Dreyfus S E. An appraisal of some shortest path algorithms[J]. Operations Research, 1969, 17: 395—412.

[4] Kaufman D E. Minimum travel time path in dynamic networks with application to intelligent vehicle/highway systems[J]. IVHS Journal, 1993, 1(1): 1—19.

[5] Orda A, Rom R. Shortest path and minimum-delay algorithms in networks with time-dependent edge-length[J]. J ACM, 1990, 37(3): 607—625.

[6] Miller-Hooks E, Mahmassani H. Least possible time paths in stochastic, time-varying networks[J]. Computers and Operations Research, 1998, 25(12): 1107—1125.

[7] Miller-Hooks E, Mahmassani H. Path comparisons for a priori and time-adaptive decisions in stochastic, time-varying networks[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 146: 67—82.

[8] Athanasiso Z, Dimitrios K, Mahmassani H. Design and implementation of parallel time-dependent least time path algorithm for intelligent transportation systems applications[J]. Transportation Research, Part C, 1997, 5(2): 95—107.

[9]谭国真, 高 文. 时间依赖的网络中最小时间路径算法[J]. 计算机学报, 2002, 25(2): 165—172.
Tan Guozhen, Gao Wen. Shortest path algorithm in time-dependent networks[J]. Chinese Journal of Computers, 2002, 25(2): 165—172. (in Chinese)

[10]谭国真, 柳亚玲, 高 文. 随机时间依赖网络的K期望最短路径[J]. 计算机学报, 2003, 26(3): 323—331.
Tan Guozhen, Liu Yaling, Gao Wen. K Expected shortest path in stochastic and time-dependent network[J]. Chinese Journal of Computers, 2003, 26(3): 323—331. (in Chinese)

[11]魏 航, 李 军, 蒲 云. 时变条件下有害物品运输的路径问题研究[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 10: 107—112.
Wei Hang, Li Jun, Pu Yun. Route planning for hazardous materials transportation in time-varying network[J]. System Engineering Theory and Practice, 2006, 10: 107—112. (in Chinese)

[12]魏 航, 李 军, 刘凝子. 一种求解时变网络下多式联运最短路的算法[J]. 中国管理科学, 2006, 14(4): 56—63.
Wei Hang, Li Jun, Liu Ningzi. An algorithm for shortest path with multimodal in time-varying network[J]. Chinese Journal of Management Science, 2006, 14(4): 56—63. (in Chinese)

[13]杨炬会, 刘震宇. 含结点等待费用的离散时变最短路径[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 1: 113—117.
Yang Xuanhui, Liu Zhenyu. Discrete time dependent shortest paths considering node-waiting cost[J]. System Engineering Theory and Practice, 2007, 1: 113—117. (in Chinese)

[14] Desrochers M, Soumis F. A generalized permanent labeling algorithm for the shortest path problem with time windows[J]. INFOR, 1988, 26: 191—212.

[15] Desrochers M, Soumis F. A reoptimization algorithm for the shortest path problem with time windows[J]. European Journal of Operational Research, 1988, 35: 242—254.

[16] Dror M. Note on the complexity of the shortest path models for column generation in VRPTW[J]. Operations Research

1994, 42: 977—978.

[17] Cox R G, Turquist M A. Scheduling truck shipment of Hazardous Materials in the present of curfews[J]. Transportation Research Record, 1986, 1063: 21—26.

[18] Cai X, Kloks T, Wong C K. Time varying shortest path problems algorithm for problems with constraints[J]. Networks, 1998, 31: 193—204.

An approach for time-varying shortest path problem with curfews

WEI Hang[1,2]

1. School of International Business Administration, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China;
2. The Fortune 500 Company Research Center in Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China

Abstract Shortest path problem is a basic problem in the combinatorial optimization. In dynamic transportation networks, the arc travel times and costs are time-varying depending on road condition, weather and traffic condition. Moreover, there will be curfews in some nodes in the network because of resting, congestion and so on. The paper developed models for time-varying shortest path problems with both soft and hard curfews. Then, the optimal condition for getting the shortest path with curfews was proved. Based on this condition, the algorithm was proposed. In order to decrease the objective value, the algorithm also considered the multi-departure-time and compared with the value in different departure times. The paper also discussed the complexity of the algorithm. At the end, a case was studied.

Key words shortest path; time-varying; curfews; algorithm