第 12卷第 3期 2009年 6月
管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA
Vol. 12 No. 3 Jun. 2009

短保质期变质产品的两次订货策略研究①

陈 军[1], 但 斌[1], 曹群辉[2], 邱晗光[1]
(1. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400044;
2. 西南交通大学经济管理学院, 成都 610031)

摘要: 一类短保质期变质产品,如生鲜蔬菜、水果等,增加其库存展示量能为顾客提供更多的拣选机会,从而刺激顾客增加购买量. 对此,在综合分析已有变质库存基本模型的基础上,建立了一个更能准确反映当前存货水平和需求率、变质率的关系的库存模型. 考虑到计划期可能不是最优订货周期的整数倍,从一般意义上研究了基于保质期约束和计划期可修正的变质产品最后两次订货策略. 结论表明,最优订货周期须超过一个保质期. 在计划期的一定变动范围内,订货周期越短越有利于增加利润和增强经营的社会外部性,并在计划期的上界达到最优;超过计划期的合理变动范围,则须将不完整订货周期控制在一个保质期内,且越接近保质期越好,否则随着计划期延长,变质量增加而利润却逐渐降低.

关键词: 保质期; 变质产品; 订货策略
中图分类号: F252.3; F274 文献标识码: A 文章编号: 1007 - 9807(2009)03 - 0083 - 09

0 引 言

早在 20世纪 70年代,市场营销的研究者就发现在货架或者柜台展示产品对过往的顾客购买产品具有刺激作用. 在超市,大量的货物摆放在货架上会促进顾客增加购买量[1]. 由此, Zhou等认为只有高需求率和高存货水平相对应,零售商才能获得高的市场潜在利润[2]. 在超市或者农贸市场,一类短保质期的变质产品,如时鲜蔬菜、水果等通常大量堆放在货架上供顾客选购. 顾客拣选时频繁翻动、挤压等人为因素造成产品的变质进程加快,变质成本上升. 对此,零售商在控制产品损耗的前提下合理地制定订货周期,对于提高自身利润水平和节约社会资源均有重要意义.

迄今为止,关于变质产品订货策略的相关研究主要以补充库存为出发点,系统地考虑计划期内的多次订货. 如 Lau等建立了两次订货机会下的决策模型,证实补充订货需要更多地考虑订单处理成本、价格变化以及资源限制等[3];罗兵等建立了短缺量拖后率、需求率和采购价均为时变的多周期库存模型[4]. 尽管已有文献分析了变质产品的诸多相关因素,但是以是否考虑保质期为划分标准,归纳起来有两大类. 第一类是不考虑产品的保质期. 假设需求率依赖于存货水平,早期文献的订货策略为零售商的订货决策提供了一定理论参考[5,6]. 随着供应链管理的兴起,更多学者致力于解决节点企业间的协调问题,而折扣是实现协调的有效手段之一. 如 Chung等研究了时间折扣下变质产品的库存补充模型[7];随后 Arcelus等研究了临时价格折扣下变质产品的库存模型[8];彭作和等在 Arcelus的研究基础上,进一步考虑了货币的时间价值,利用混合整数规划建立了一个考虑货币时间价值的变质产品临时价格折扣模型[9]. 同时,另有学者考虑了一些其他因素,

① 收稿日期: 2007 - 02 - 12; 修订日期: 2008 - 05 - 28.
基金项目: 国家 863计划资助项目 (2007AA040801); 国家社会科学基金资助项目 (06XJY020); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目 (NCET - 05 - 0769).
作者简介: 陈 军 (1979—), 男, 四川资阳人, 博士生. Email: chenjuna12345@126.com

如需求信息更新[10]、通货膨胀导致缺货[11]、延期付款[12]以及供应商信誉影响订货量[13],等等. 最近,徐贤浩又给出了变质产品分别在理想状态、允许缺货以及价格折扣导致需求率变化等 3种状态下的库存模型,并对其进行了比较[14]. 纵观文献[5~14],均绕过了保质期的正面约束,间接地通过仓库布局、折扣设计等策略赢得时间效应而达到减少变质量的目的. 第二类是考虑产品的保质期. Fries最早建立了动态规划模型求解最优的产品期望过期量[15];随后 Vaughan等研究了消费实现下的生产期望易逝库存[16]; Perry等研究了提前期固定下的 (S - 1, S)库存系统[17]. 但是,文献[15~17]都没有将需求率和存货水平相关的假设纳入到模型中. 为了弥补此缺陷, Hark和 Zhou等考虑了产品的保质期,在需求依赖于存货水平的假设下,相继研究了基于先进先出 (FIFO)和后进先出 (LIFO)的变质产品最优订货策略[18, 2].

剖析文献[18, 2],其订货策略仅适用于保质期较长,订货周期较短的变质产品,而不适用于短保质期的变质产品,如时鲜蔬菜、水果等. 对此,本文拟研究有保质期约束、计划期可修正的短保质期变质产品的两次订货策略,旨在为超市和农贸市场优化订货决策提供一定理论参考. 考虑到这类产品具有易腐性,并且库存展示量对需求具有刺激作用,首先构造了一个新的库存模型来刻画产品的存货水平与需求率、变质率的关系. 在此基础上,分别就订货周期比保质期短和订货周期比保质期长两种情形进行讨论,最后是算法设计和数值仿真.

1 问题描述

变质产品,尤其是短保质期变质产品,其易腐性和时鲜性造成产品订购入库后的保管难度大. 伴随时间的推移,部分产品发生变质不可避免. 变质的产品失去价值而退出销售市场. 假设零售商订货前已知所订购产品的保质期,并根据历史销售数据确定了销售计划期.

对于变质产品,大多数文献均假设需求率为常数,补充库存是应付产品变质和满足顾客需求,所以在一个订货周期内的存货水平用微分方程 (EI) $\mathrm{d}I(t) = -kI(t)\,\mathrm{d}t - D\,\mathrm{d}t$表示. 在该方程中,变质量依赖于存货水平,零售商可自主控制. 但是小规模经营的零售商只是市场的追随者,无力左右市场局面而使其需求率是外生变量. 需求率 D 为外生变量,零售商不可控制是其存在的最大缺陷. 为克服此缺陷,另有一种研究思路假定需求率依赖于当前的存货水平,将需求率由外生变量转化为内生变量, 以微分方程 (EII) $\mathrm{d}I(t) = -\alpha[I(t)]^{\beta}\mathrm{d}t$进行描述. 为此,零售商能够通过提高存货水平而提高需求率,但是没有考虑产品变质的情况.

EI适用于需求弹性非常小、外观上同质的变质产品,如袋装 /盒装牛奶、罐头、饮料、调料等. 对于同种产品,顾客没有择优的动因. 货架的展示量对顾客购买的刺激作用很小,所以需求率为常数;而 EII适用于需求弹性相对较大的非变质时尚产品,如女装、运动装[19]. 增加货架的展示量能为顾客提供更多的选择机会而刺激顾客购买. 但是,对于需求弹性相对较大、外观上异质的变质产品,如生鲜蔬菜、水果、禽肉等,既要变质,需求也要受到货架展示量的影响,而且产品差异比时装更大,顾客择优拣选的动因更强. 可是至今尚无合适的库存模型刻画这类产品的需求率和变质率、存货水平之间的相互关系. 鉴于此,本文将需求率和变质率都作为内生变量,提出如下库存模型

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = -\alpha[I(t)]^{\beta} - kI(t),\quad 0 < t < T \tag{1}$$

在式 (1)中,等号左边表示零售商在 t时刻的存货水平,等号右边 $\alpha[I(t)]^{\beta}$和 $kI(t)$分别表示依赖于存货水平的 t时刻的需求量和变质量. 该模型的优点体现在集成考虑了变质产品库存的消耗去向,即满足顾客需求和自身变质,并且需求率和变质率均和当前的存货水平相关.

另一方面,以往的研究大多考虑计划期是订货周期的整数倍. 虽有学者考虑不完整订货周期(即补货期),但是假定补充订货(回购产品)即时售出,没有深究补充订货的销售时间是否延续到了计划期外[18]. 在计划期和完整订货周期不是整数倍数的条件下,必然在计划期末遗留一段销售的衰退期. 据此,本文以计划期的最后两次订货(一个完整订货周期和一个不完整订货周期)为背景,构建两次订货的系统利润模型,希望探索出

零售商在计划期末的经营困境并提出相应的解决方案. 简称前一次订货为 T_1 期 (完整订货周期), 后一次订货为 T_2 期 (不完整订货周期), $T_2 = T - T_1$,. 进一步分析,计划期只是零售商在期初的初步估计. 当零售商实际处在期末时,可根据市场需求状况对计划期进行修正 (延长或缩短),使产品在过期前能够全部售出. 这段时期对零售商的利润实现可能是正面作用,也可能是负面作用.

根据研究的实际问题,作如下基本假设:

1) 不允许缺货; 订货的提前期为 0, 瞬时补货; 首次订货前零售商的存货为 0,订货发生在 T_1 期和 T_2 期的 0时刻;

2) 产品在入库上架前新鲜完好,之后才发生变质; 超市的温度、湿度等相对固定,产品变质过程比较平稳,变质率为常数;

3) 需求率依赖于当前的存货水平 I,表示为 $D(I) = \alpha I^{\beta}$, $\alpha > 0$且 $0 < \beta < 1$,其中 α和 β分别表示规模参数和形状参数 [2].

其他符号释义:

B——零售商每次订货的订单处理成本;

c——单位产品的购买费用;

k——产品的变质率;

d——产品超过保质期的单位处理残值;

h——单位时间单位产品的库存费用;

T——计划期;

T_1——零售商的订货周期 (决策变量);

T_3——产品的保质期;

p_i——零售商 T_i期的销售价格, $i = 1, 2$;

Q_i——T_i期的订货量, $i = 1, 2$;

S——最大存货水平 (决策变量);

S'——零售商仓库的最大容量;

K_i——T_i期的产品变质量, $i = 1, 2$;

$I_i(t)$——第 i期 t时刻的库存水平.

2 数学模型

根据假设 (1),零售商的初始存货为 0,所以模型 (1)的边界条件为 $I(0) = S$. 对其求解 (求解过程见附录),得

$$I(t) = \left[-\frac{\alpha}{k} + \left(S^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k} \right) e^{-k(1-\beta)t} \right]^{1/1-\beta}, \quad 0 < t < T \tag{2}$$

那么在 T_1期的存货水平和需求率、变质率的关系为

$$I_1(t) = \left[-\frac{\alpha}{k} + \left(S^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k} \right) e^{-k(1-\beta)t} \right]^{1/1-\beta}, \quad 0 < t < T_1 \tag{3}$$

对于保质期约束的变质产品,销售期对订货量的影响非常显著. 销售期长,顾客的需求相对大一些. 零售商势必增加订货量以满足市场需求,同时承担变质风险; 若销售期足够短,产品直到售完都不会超过保质期,那么问题简化为确定性的订货决策问题. 依照前文的假设, T_1 期初的订货量为 S,对应的销售时间为 T_1,根据比例 $T_1/(T - T_1) = S/\dot{S}$,得到 T_2期的订货量为 $\dot{S} = (T - T_1)S/T_1$. 根据式 (2),第二次订货的存货水平和顾客需求率、变质率的关系为

$$I_2(t) = \left[-\frac{\alpha}{k} + \left(\left(\frac{T - T_1}{T_1} S \right)^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k} \right) e^{-k(1-\beta)t} \right]^{1/1-\beta}, \quad 0 < t < T - T_1 \tag{4}$$

订货发生在没有完好产品满足需求的临界时刻,一种情况是订货量达到了完美状态,使得此刻存货恰好为零; 另外一种情况是产品达到了保质期,剩余产品悉数退出销售市场. 在产品销售过程中,变质量和持有库存密切相关,二者之间存在一个劣变系数 (变质率). 观察式 (3) 和式 (4),可看出形式是一致的. 计算持有库存和变质量,可先求出不定积分的表达式,然后加入积分上下限求积分值.

持有库存表示为

$$\int I(t)\,dt = \int \left[-\frac{\alpha}{k} + \left(S^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k} \right) \times e^{-k(1-\beta)t} \right]^{1/1-\beta} dt \tag{5}$$

T_1期 (时段 $(0, T_1)$) 和 T_2期 (时段 $(T_1, T - T_1)$) 的变质量分别表示为

$$K_1 = \int_0^{T_1} k I_1(t)\,dt, \quad K_2 = \int_0^{T-T_1} k I_2(t)\,dt \tag{6}$$

产品的剩余数量和每个销售时刻对应. 若在某一时刻 t',产品不能继续销售,那么此时的存货 $I(t')$将全部变为剩余产品. 零售商按照残值对其处理,如卖给养殖场、饲料加工厂等,获得处理收益 $dI(t')$. 以下分别讨论订货周期比保质期短 $(T_1 < T_3)$ 和订货周期比保质期长 $(T_1 \geq T_3)$ 这两种情形.

2.1 订货周期比保质期短的情形 ($T_1 < T_3$)

这种情形,见图 1. 零售商在 T_1 期进行订货,技术方法和传统的存货依赖于需求率的状况相同. 不难理解,零售商在 T_1 期等待至存货完全耗完的时刻进行第二次补充订货. 在 $T_1 < T_3$ 的限定下,这样的时刻必定存在. 但是,第二次补充订货可能在 T_2 期内不能完全售出而造成部分产品过剩. 过剩产品在本地已经没有销售市场,这些产品在保质期到来前可转向其他地域继续销售. 如果数量较小或者运输距离遥远,零售商将放弃这一举措,过剩产品最后也会超过保质期. 简单起见,将过剩产品和过期产品的单位残值视为相同,均为 d.

凭直觉分析,若产品在 T_2 期的 T 时刻之前的某个时刻 t' 售完,则零售商在时间段 (t', T) 发生缺货,浪费了销售机会;若在 T 时刻之后产品还有过剩,则过剩产品将变质而低价处理. 两种情况都不利于零售商销售增值,所以订购的产品在 T 时刻恰好售完是理想状况,即 $I_2(T - T_1) = 0$. 事实上,需求率依赖于存货水平,而存货随时间逐渐减小,则销量逐步下滑,使得单位时间的净利润 (元/天) 也逐渐降低. 由此,销售期初一段时间的收益在周期收益中占的比重更大,允许期末部分产品过剩变质而赢得高需求率是零售商的理性决策. 转换一下视角,T 时刻可以看作 T_2 期的 $(T - T_1)$ 时刻,当 $I_2(T - T_1) = 0$ 时,得到订货量的一个临界点

$$S_1 = \frac{T_1}{T - T_1}\left\{\frac{\alpha}{k}\left[e^{k(1-\beta)(T-T_1)} - 1\right]\right\}^{1/1-\beta} \tag{7}$$

要保证没有缺货发生,则订货量必须不低于 S_1,同时预示了产品在 T_2 期可能过剩.

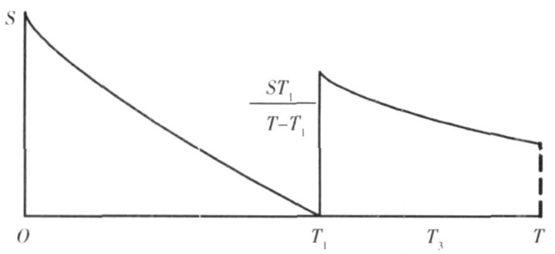

图 1 $T_1 < T_2$ 时的订货周期示意图

Fig. 1 The sketch map of ordering cycle under $T_1 < T_2$

为了使表达式的形式一致,将 T_2 期的持有库存、变质量的积分下限转换为 0. 分析可知,T_1 时刻是 T_1 期的末时刻,同时也是 T_2 期的初始时刻. 以持有库存为例,从 $(0, T)$ 这个时间跨度来看,在 T_2 期的积分区间是 (T_1, T). 而从局部时段来看,T_1 时刻就是 T_2 期的 0 时刻,时间跨度为 $T - T_1$,所以可将其积分区间转换为 $(0, T - T_1)$,积分结果不变. 依此类推,其他积分区间照此转换.

零售商在仓库容量限制下销售变质产品,利润表达式如下:

利润 = 销售价格 ×(订货量 - 变质量) + 剩余产品处理收益 - 库存持有成本 - 购买成本 - 订货成本

将参数代入,得到零售商的利润模型为

$$\mathrm{Max}\,\pi_1(S, T_1) = \begin{cases} p\left[S - \int_0^{T_1} I_1(t)k\,\mathrm{d}t\right] - h\int_0^{T_1} I_1(t)\,\mathrm{d}t - cS - B + & f \\ p\left[\frac{T - T_1}{T_1}S - \int_0^{T-T_1} I_2(t)k\,\mathrm{d}t - I_2(T - T_1)\right] + & g \\ dI_2(T - T_1) - h\int_0^{T-T_1} I_2(t)\,\mathrm{d}t - c\frac{T - T_1}{T_1}S - B & h \end{cases} \tag{8}$$

$$\mathrm{s.t.}\begin{cases} T_1 < T_3 < T & (a) \\ T - T_1 < T_1 & (b) \\ S_1 \le S \le S' & (c) \end{cases}$$

其中目标函数:f 表示零售商在 T_1 期的利润;$(g + h)$ 表示零售商在 T_2 期的利润. 约束条件 (a) 表示订货周期不超过保质期;(b) 表示计划期内包括一个完整订货周期和一个不完整订货周期;(c) 表示在库存容量限制下不允许缺货.

考察图 1 发现:当 $T_1 < T_3$ 时,订购的所有产品都不可能超过保质期,必然在 T_1 期的末时刻售完,所以有 $I_1(T_1) = 0$,计算得到

$$S_2 = \left\{\frac{\alpha}{k}\left[e^{k(1-\beta)T_1} - 1\right]\right\}^{1/1-\beta} \tag{9}$$

2.2 订货周期比保质期长的情形 ($T_1 \ge T_3$)

在商业运作中,商家为了挖掘市场的潜在商机,宁愿承担产品变质的风险而在库存容量许可下加大订货量,迅速占领市场. 由此,保质期 T_3 对完整订货周期 T_1 并没有严格的约束权. 这种情况下,部分产品将超过保质期,造成资源浪费和一定经济损失. 第二次补充订货提前到 T_3 时刻,推出 $T_2 = T - T_3$. 此时,T_2 期内是否还包含一个完整的保质期并不确定. 接下来,分两种情况讨论.

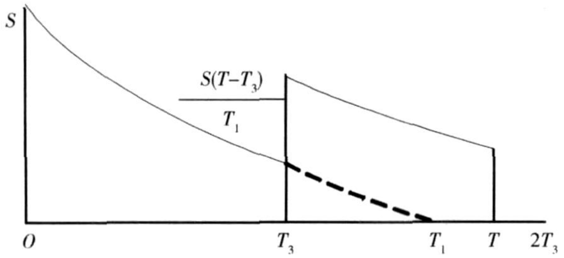

图 2　$T < 2T_3$时的订货周期示意图

Fig 2 The sketch map of ordering cycle under $T < 2T_3$

1) T_2期不足一个完整的保质期. 如图 2, 此时有 $T - T_3 < T_3$. 零售商首次订货量较大, 有部分产品超过保质期, 第二次补充订货提前到 T_3 时刻. 由于余下的销售时间比保质期短, 零售商只需保证在这段时间不缺货即可. 若计划期末库存刚好耗完, 则有 $I_2(T - T_3) = 0$. 由此, 得到订货量 S 的一个临界点

$$S_3 = \frac{T_1}{T - T_3}\left\{\frac{\alpha}{k}\left[e^{k(1-\beta)(T-T_3)} - 1\right]\right\}^{1/1-\beta} \tag{10}$$

施加约束 $S \geq S_3$, 则不会发生缺货. 另外, T_2期的时间跨度改变, 零售商订货赖以参照的基准随之改变. 现在补充订货发生在 T_3 时刻, T_2 期的销售时段则变为 (T_3, T). 根据比例 $S/T_1 = \ddot{S}/(T - T_3)$, 得到 T_2 期的补充订货量为 $\ddot{S} = (T - T_3)S/T_1$. 这样 T_2 期的存货水平和顾客需求率及变质率的关系转化为

$$I_2'(t) = \left[-\frac{\alpha}{k} + \left(\left(\frac{T - T_3}{T_1}S\right)^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k}\right)e^{-k(1-\beta)t}\right]^{1/1-\beta}, 0 < t < T - T_3 \tag{11}$$

和 $T_1 < T_3$的情形比较, 处理已经变质的产品和剩余产品需要周密分析. 首先, 如果在 T_1 期内有产品超过保质期, 那么 T_3 时刻对应的存货全部都是已变质产品. 零售商对其处理, 获得处理收益 $dI_1(T_3)$; 再考察 T_2期, 由于假设 T_2期比保质期 T_3短, 所以不存在变质的情况, 但是在 T时刻的存货状况并不确定. 在不发生缺货的条件下, T时刻的存货应大于等于零, 意味着可能有产品过剩. 若有, 则过剩量为 $I_2'(T - T_3)$, 这些产品一段时间后也将变质, 故在 T_2 期零售商也获得处理收益 $dI_2'(T - T_3)$.

综合以上分析, 零售商的利润模型构建如下.

$$\mathrm{Max}\,\pi_{21}(S, T_1) = \begin{cases} p\left[S - \int_0^{T_3} I_1(t)k\,dt\right] + dI_1(T_3) - h\int_0^{T_3} I_1(t)\,dt - cS - B & (f) \\ + p\dfrac{T - T_3}{T_1}S - \int_0^{T-T_3} I_2'(t)k\,dt - I_2'(T - T_3)\Big] + dI_2'(T - T_3) & (g) \\ - h\int_0^{T-T_3} I_2'(t)\,dt - c\dfrac{T - T_3}{T_1}S - B & (h) \end{cases} \tag{12}$$

$$\text{s t}\begin{cases} T_3 \leq T_1 < T & (a) \\ T - T_1 < T_1 & (b) \\ T - T_3 < T_3 & (c) \\ S_3 \leq S \leq S' & (d) \end{cases}$$

其中, 目标函数: f 表示零售商在 T_1期的利润; $(g + h)$表示零售商在 T_2 期的利润. 约束条件 (a)表示订货周期超过保质期; (b)表示计划期内包括一个完整订货周期和一个不完整订货周期; (c)表示不完整订货周期比保质期短; (d)表示在库存容量限制下不允许缺货.

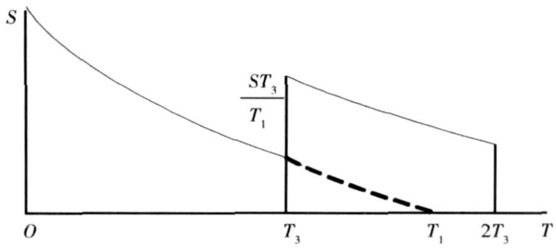

图 3　$T > 2T_3$时的订货周期示意图

Fig 3 The sketch map of ordering cycle under $T > 2T_3$

2) T_2期包含一个完整的保质期. 如图 3, 此时 $T - T_3 \geq T_3$. 显然, 超过 $2T_3$ 以后, 剩余库存都将变质. 根据前文假设, 时间段 $(2T_3, T)$ 足够短, 零售商再次订货只能入不敷出, 在此忽略, 所以补充订货量参照时间段 $(T_3, 2T_3)$. 补充订货量由比例关系 $S/T_1 = \dddot{S}/T_3$ 确定, 得 T_2 期的订货量为 $\dddot{S} = T_3S/T_1$. 这样, T_2 期的存货水平和顾客需求率、变质率的关系变为

$$I_2''(t) = \left[-\frac{\alpha}{k} + \left(\left(\frac{T_3}{T_1}S\right)^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k}\right)e^{-k(1-\beta)t}\right]^{1/1-\beta},$$
$$0 < t < T_3 \tag{13}$$

和模型 (12) 比较, T_2 期的 $2T_3$ 时刻是警戒线. 类似模型 (8) 在 T_2期对 T时刻的分析, 零售商

固然知道超过 $2T_3$ 时刻的产品发生变质,但是以小部分产品变质为代价换来充实库存,提高销量进而增加利润的结果,不失为理性决策. 令 $2T_3$ 时刻的存货为 0,即 $I_2''(T_3) = 0$,得到订货量的又一个临界点

$$S_4 = \frac{T_1}{T_3}\left\{\frac{\alpha}{k}\left[e^{k(1-\beta)T_3} - 1\right]\right\}^{1/1-\beta} \tag{14}$$

当订货量 $S \geq S_4$ 时,可保证 T_2 期不发生缺货. 根据利润表达式,零售商的利润模型构建为

$$\mathrm{Max}\,\pi_{22}(S, T_1) = \begin{cases} p\left[S - \int_0^{T_3} I_1(t)k\mathrm{d}t\right] + \mathrm{d}I_1(T_3) - h\int_0^{T_3} I_1(t)\mathrm{d}t - \\ cS - B & f'' \\ + p\left[\frac{T_3}{T_1}S - \int_0^{T_3} I_2''(t)k\mathrm{d}t - I_2''(T_3)\right] + \\ \mathrm{d}I_2''(T_3) & g'' \\ - h\int_0^{T_3} I_2''(t)\mathrm{d}t - c\frac{T_3}{T_1}S - B & h'' \end{cases} \tag{15}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} T_3 \leq T_1 < T & (a'') \\ T - T_1 < T_1 & (b'') \\ T - T_3 \geq T_3 & (c'') \\ S_4 \leq S \leq S' & (d'') \end{cases}$$

其中目标函数: f'' 表示零售商在 T_1 期的利润; $(g''+h'')$ 表示零售商在 T_2 期的利润. 约束条件 (a'') 表示订货周期超过保质期; (b'') 表示计划期内包括一个完整订货周期和一个不完整订货周期; (c'') 表示不完整订货周期比保质期长; (d'') 表示在库存容量限制下不允许缺货.

3 算法及数值算例

零售商追求利润最大化,从而选择促使利润最大的订货策略. 有可能该策略使得部分产品变质而造成资源浪费. 为了减小计算量,提高计算效率,零售商可按照如下方法寻找最优策略.

步骤 1 设 $T_1 < T_3$,将 S_2 代入式 (8),算出 $\pi_1(S, T_1)$;

步骤 2 按照式 (12) 计算 $\pi_{21}(S, T_1)$;若式 (12) 有解,停止. 得到最大利润为 $\pi^*(S, T_1) = \mathrm{Max}(\pi_1(S, T_1), \pi_{21}(S, T_1))$; 若式 (12) 无解,转下一步;

步骤 3 按照式 (15) 计算 $\pi_{22}(S, T_1)$;若式 (15) 有解,停止. 得到最大利润为

$\pi^*(S, T_1) = \mathrm{Max}(\pi_1(S, T_1), \pi_{22}(S, T_1))$,若式 (15) 无解,则得到最大利润为 $\pi^*(S, T_1) = \pi_1(S, T_1)$.

设零售商销售某种变质产品,在计划期末组织最后两次订货,拟对可实现的利润事先预测. 手中掌握的数据有: $\alpha = 5$, $\beta = 0.4$, $p = 20$, $h = 0.5$, $c = 10$, $B = 30$, $d = 4$, $T_3 = 15$, $k = 0.01$, $S' = 700$,. 零售商根据在计划期末观察到的真实情况,对计划期进行调节. 对应不同的计划期,得到最优订货周期、最优订货量和最大利润. 根据上述算法,将数据代入各式,运用 Matlab7.0软件求解非线性规划模型,结果见表 1 "-"表示无收敛解.

表 1 最优订货周期、最优订货量和最大利润表

Table 1 The optimal ordering cycle, ordering quantity and total maximal profit

计划期	$T_1 < T_3$			$T_1 \geq T_3$ 且 $T - T_3 < T_3$			$T_1 \geq T_3$ 且 $T - T_3 \geq T_3$		
T	T_1^*	S^*	$\pi_1(S, T_1)$	T_1^*	S^*	$\pi_{21}(S, T_1)$	T_1^*	S^*	$\pi_{22}(S, T_1)$
25	14.1	552.2	6 159.7	22.9	700.0	6 326.2	—	—	—
26	14.6	582.7	6 458.6	21.5	700.0	6 636.7	—	—	—
27	14.9	613.9	6 753.6	20.1	700.0	6 946.4	—	—	—
28	15.0	614.0	7 033.3	19.0	700.0	7 253.3	—	—	—
29	15.0	614.0	7 281.2	17.9	700.0	7 551.3	—	—	—
30	—	—	—	—	—	—	15.0	700.0	5 961.3
31	—	—	—	—	—	—	15.5	700.0	5 930.1
32	—	—	—	—	—	—	16.0	700.0	5 889.7
33	—	—	—	—	—	—	16.5	700.0	5 840.2

分析表 1,得出以下结论:

(1) 订货周期不超过保质期 ($T_1 < T_3$) 时的利润 π_1 总小于订货周期超过保质期 ($T_1 \geq T_3$) 的利润. 其原因是零售商只能瓜分部分市场份额,属于市场价格的追随者,提高利润的主要途径是提高销售量. 在需求率依赖于存货水平的条件下,允许订货周期超过保质期实际上延长了订货周期,所以订货量增大,直至到达库存的容量极限. 存货水平提高以后,需求率相应提高. 虽然在期末有部分产品变质,零售商发生亏损,但是在期初有大量产品销售出去,赚取的利润足以弥补期末的损失. 由此,允许订货周期超过保质期,零售商的利润更大,且在计划期的一定变动范围内,如 $T \in (25, 29)$,利润呈上升趋势.

2) 订货周期超过保质期且 T_2 期不足一个保质期 ($T_1 \geq T_3$ 且 $T < 2T_3$) 时,在库存容量限制下,最优订货量不变,均为 700,但是最优订货周期 T_1^* 逐步缩短. 这揭示了在计划期末的需求虽然旺盛,但是零售商受制于自身的销售能力,只能尽最大努力满足市场. 另外,最优订货量不变,最优订货周期缩短意味着产品在 T_1 期的变质量减小. 从节约能源的角度分析,当 $T \in (25, 29)$,随着 T 的增大,零售商经营的社会外部性增强. 当 $T = 29$ 时,零售商的最优订货周期 T_1^* 最小,利润 π_{21} 最大. 这不仅最大程度地节约了能源,还使得零售商获利最大,达到了共赢的状态. 若零售商制定的计划期不足 29天,必然进行修正,将其延长到 29天.

3) $T \in (25, 29)$ 不满足模型 (15) 的约束条件, $T \in (30, 33)$ 不满足模型 (8) 和模型 (12) 的约束条件,分别导致了模型无收敛解. 分析订货周期超过保质期且 T_2 期超过一个保质期 ($T_1 \geq T_3$ 且 $T \geq 2T_3$) 的情形. 从表 1看出,最优订货量均为最大库存容量;最优订货周期 T_1^* 逐渐延长;利润 π_{22} 逐渐降低. 最优订货周期 T_1^* 延长使得在 T_1 期的变质量增加. 在 T_2 期,受限于假设时间段 $(2T_3, T)$ 足够短而不予考虑,计划期延长只是使时间段 $(2T_3, T)$ 延长. 由此造成订货量增加,变质量进一步增加的恶性后果. T_1 期和 T_2 期的共同作用将加剧资源浪费,社会外部性减弱,同时造成零售商的利润下滑.

研究得出,在计划期末,零售商通过信息的及时、准确获取,能够对计划期进行修正的条件下,最优订货周期须超过一个保质期;不完整订货周期 (指最后一次订货) 须控制在一个保质期内,且越接近保质期越好. 如此零售商可形成社会外部性和自身利润的最优组合.

4　结束语

当前,相关部门对食品安全的治理力度逐渐加大. 查看保质期是消费者辨识产品安全与否的简易方法. 另外,保质期也是零售商订货、销售的重要制约因素. 超过保质期的产品失去价值,造成资源浪费. 零售商追求利润最大化的同时也在试图寻找节约资源的科学方法. 保质期约束了零售商的单次订货量,使其在计划期内组织多次订货,其中确定最优订货周期是关键. 根据实际情况,采用不完整订货周期描述零售商的最后一次订货,不完整订货周期可以通过修正计划期而适当延长,发现延长到保质期后反而使零售商的利润下降.

本文的局限在于只考虑了零售商独自订货的情形,受运输距离等因素的限制,将过剩但没有超过保质期的产品视作已变质产品. 进一步可考虑地处相邻区域的多个零售商开展联合订购的情形. 通过成员间相互调剂,过剩但没有超过保质期的产品可以转移给缺货商继续销售. 这样做不仅可以节约资源,而且对零售商的利润不一定存在不良影响.

参 考 文 献:

[1]Levin P T, McLaughlin C P, Lamone R P, *et al* Production/Operations Management: Contemporary Policy for Managing

Operating Systems[M]. New York: McGraw-Hill: 1972. 373.

[2]Zhou Y W, Yang S L. An optimal replenishment policy for items with inventory-level-dependent demand and fixed lifetime under the LIFO policy[J]. The Journal of the Operational Research Society, 2003, 54(6): 585—593.

[3]Lau A H, Lau H. Decision models for single-period products with two ordering opportunities[J]. International Journal of Production Economics, 1998, 55(1): 57—70.

[4]罗 兵, 杨 帅, 熊中楷. 短缺量托后率、需求和采购价均为时变的变质物品 EOQ模型[J]. 中国管理科学, 2005, 13(3): 44—49.

Luo Bing, Yang Shuai, Xiong Zhong-kai. An EOQ model for deteriorating items with time-varying demand purchase price and partial backlogging[J]. Chinese Journal of Management Science, 2005, 13(3): 44—49. (in Chinese)

[5]Su C T, Tong L I, Liao H C. An inventory model under inflation for stock dependent consumption rate and exponential decay [J]. Operational Research, 1996, 33: 71—82.

[6]Sarker B R, Mukherjee S, Balan C V. An order-level lot size inventory model with inventory-level dependent demand and deterioration[J]. International Journal of Production Economics, 1997, 48: 227—236.

[7]Chung K, Lin C. Optimal inventory replenishment models for deteriorating items taking account of time discounting[J]. Computers & Operations Research, 2001, 28(1): 67—83.

[8]Arcelus F J, Shah N H. Retailer's pricing, credit and inventory policies for deteriorating items in response to temporary price/credit incentives[J]. International Journal of Production Economics, 2003, 81—82: 153—162.

[9]彭作和, 田 澎. 考虑货币时间价值的变质商品临时价格折扣模型[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(9): 1—8.

Peng Zuo-he, Tian Peng. A temporary price discounts model considering time value of money for deteriorating goods[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2004, 24(9): 1—8. (in Chinese)

[10]陈 旭. 需求信息更新条件下易逝品的批量定货策略[J]. 管理科学学报, 2005, 8(5): 38—42.

Cheng Xu. Optimal batch-ordering policy for perishable products with demand information updating[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(5): 38—42. (in Chinese)

[11]Yang H. Two-warehouse inventory models for deteriorating items with shortages under inflation[J]. European Journal of Operations Research, 2004, 157(2): 344—356.

[12]Ouyang L Y, Wu K S, Yang C T. A study on an inventory model for non-instantaneous deteriorating items with permissible delay in payments[J]. Computers & Industrial Engineering, 2006, 51(4): 637—651.

[13]Liao J J. A note on an EOQ model for deteriorating items under supplier credit linked to ordering quantity[J]. Applied Mathematical Modelling, 2007, 31(8): 1690—1699.

[14]徐贤浩, 余双琪. 短生命周期产品的三种库存模型的比较[J]. 管理科学学报, 2007, 10(4): 9—15.

Xu Xian-hao, Yu Shuang-qi. Comparison of three inventory models of short life cycle products[J]. Journal of Management Sciences in China, 2007, 10(4): 9—15. (in Chinese)

[15]Fries B E. Optimal ordering policy for a perishable commodity with fixed lifetime[J]. Operational Research, 1975, 23: 46—61.

[16]Vaughan T S. A model of the perishable inventory system with reference to consumer-realized product expiration[J]. Journal of Operational Research, 1994, 45: 519—528.

[17]Perry D, Posner M J M. An (S-l, S) inventory system with fixed shelf life and constant lead times[J]. Operational Research, 1998, 46: 65—71.

[18]Hwang H, Hahn K H. An optimal procurement policy for items with an inventory level-dependent demand rate and fixed lifetime[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 127(3): 537—545.

[19]Wolfe, H B. A model for control of style merchandise[J]. Industrial Management Review, 1968, 9: 69—82.

Ordering policy with two ordering opportunities for deteriorating items with short shelf life

CHEN Jun[1], *DAN Bin*[1], *CAO Qun-hui*[2], *QIU Han-guang*[1]

1. College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

Abstract: It is usually observed in the supermarkets that display of deteriorating items, such as fresh vegetables and fruits in large quantities attracts more customers and generates higher demand. Based on analysis of deteriorating inventory model in exist, a deteriorating model is developed in this paper which can reflect more accurately the relation among inventory level, demand rate and deteriorating rate. The ordering policy taking into account the shelf life constraint is investigated with two last ordering opportunities on condition that the planning horizon can be modified. At last, the conclusion implies that the optimal ordering cycle must exceed the shelf life. The ordering cycle is shorter; the profit and social exterior effect for retailer are bigger, which are optimal when the planning horizon reaches its upper bound; but the non-integral ordering cycle should be kept within the shelf life, else the deteriorating quantity will increase, but the profit for the retailer may decrease with the planning horizon prolonging.

Key words: shelf life; deteriorating item; ordering policy

附录

$$\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = -\alpha[I(t)]^{\beta} - kI(t),\ 0 < t < T \tag{1}$$

式(1)是一个伯努力方程,满足 $y' + P(x)y = Q(x)y^{n}$ 的形式,解法是两端乘以 $(1-n)y^{-n}$,令 $z = y^{1-n}$ 并代入方程中,可转化为一次型,由此得到解的公式为

$$y^{1-n}\mathrm{e}^{(1-n)\int P\mathrm{d}x} = (1-n)\int Q\mathrm{e}^{(1-n)\int P\mathrm{d}x}\mathrm{d}x + C \tag{a}$$

对照公式,则有 $P(x) = k, Q(x) = -\alpha, n = \beta$,代入(a)中,有

$$y^{1-\beta}\mathrm{e}^{(1-\beta)\int k\mathrm{d}t} = (1-\beta)\int(-\alpha)\mathrm{e}^{(1-\beta)\int k\mathrm{d}t}\mathrm{d}t + C = -\alpha(1-\beta)\int\mathrm{e}^{(1-\beta)\int k\mathrm{d}t}\mathrm{d}t + C = \frac{-\alpha\mathrm{e}^{(1-\beta)kt}}{k} + C$$

所以有 $y^{1-\beta}\mathrm{e}^{(1-\beta)kt} = \frac{-\alpha\mathrm{e}^{(1-\beta)kt}}{k} + C$,进一步算出

$$y = \left[-\frac{\alpha}{k} + C\mathrm{e}^{-(1-\beta)kt}\right]^{1/1-\beta}, \tag{b}$$

又知微分方程的初始条件为 $I(0) = S$,代入(b),则得到 $C = S^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k}$,再将 C 代入(b),最后得到存货水平和需求率、变质率的关系为

$$y = I(t) = \left[-\frac{\alpha}{k} + \left(S^{1-\beta} + \frac{\alpha}{k}\right)\mathrm{e}^{-k(1-\beta)t}\right]^{1/1-\beta},\ 0 < t < T$$

解毕.