基于策略型消费者的最优动态定价与库存决策①

刘晓峰[1], 黄 沛[2]
(1. 中南财经政法大学工商学院, 武汉 430073; 2 复旦大学管理学院, 上海 200433)

摘要: 随着互联网技术的发展,越来越多的厂商采用动态定价的策略,尤其是当厂商面临需求不确定性时. 然而, 随着这种策略的广泛应用, 消费者变得越来越"聪明". 他们会比较厂商在不同阶段实行的不同价格,愿意等待并选择最好的购买时机. 通过运用经典的 Stackelberg博弈模型和机制设计理论, 讨论面对消费者的这种策略行为,厂商如何在确定性和不确定性需求情形下,决定自己的库存和相应的价格. 结论表明, 厂商可以根据市场上高价值和低价值消费者的构成,通过适当的库存数量和价格设定,增大消费者买不到产品的风险,从而减少消费者的等待行为. 文中的理论方法值得相关行业的借鉴和应用.

关键词: 动态定价; 库存; 机制设计; Nash均衡
中图分类号: F270 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2009)05-0018-09

0 引 言

早期动态定价方法主要应用在短期供给能力基本不变的服务行业, 比如航空、宾馆、电力设备和医疗保健等. 但是, 对于那些短期供给更加灵活或者价格改变成本很高的行业, 动态定价则受到一定的限制. 随着互联网时代的到来, 厂商的价格变动也更加频繁, 动态定价策略越来越受到厂商们的普遍重视. 然而, 在此同时, 消费者越来具有理性, 即消费者会比较厂商实行不同价格阶段时所能获得的剩余, 从而决定自己的购买时机. 据华尔街时报[1]报道, 世界上最大的电子产品零售商之一 Best Buy的首席执行官 Anderson曾公开将策略型消费者视为"魔鬼"(devils), 将那些非策略型的高端消费者视为"天使"(angels). 他们通过客户关系管理有效的将这两类消费群体区分开来, 从而在最大限度上减少因为消费者的等待所造成的损失. 除了 Best Buy外, 还有一些大的零售商, 比如 Bloomingdale's, Ann Taylor, Gap和 Home Depot等为了应对消费者的等待策略也正在通过价格优化软件来处理销售期末的产品. 西班牙最大的衣服零售商 Zara, 利用较低的库存来迫使消费者及早购买. 因此, 在消费者策略性行为下, 厂商如何制定相应的价格或库存策略将成为目前一个值得研究的重要课题.

事实上, 当厂商面临需求不确定和市场变化时, 必须根据自己对市场的判断决定自己的库存和初始价格, 然后随着时间和库存的变化改变价格, 以获取最大收益, 一个典型的例子比如衣服等一些易逝品的零售. 近年来有关易逝产品动态定价问题在收入管理中得到广泛讨论. Gallego和 van Ryzin[2]最早提出这类问题, 他们用泊松过程将这类动态定价问题表述为一个强度控制问题, 并将这一模型扩展到多产品的定价问题. Feng和 Xiao[3]讨论了厂商在有限次改变价格情形下的多产品定价问题. Zhao和 Zheng[4]在非常一般的情形下, 考虑了消费者到达速率是非时齐的动态定价问题. 我国部分学者也在这方面做了大量地工作[5,6], 他们分别讨论了动态定价在酒店和高新

① 收稿日期: 2006-03-06; 修订日期: 2009-06-30.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70672071).
作者简介: 刘晓峰(1978—), 男, 湖北随州人, 博士. Email: liuxiaofeng2004@sjtu.edu.cn

技术行业中的应用; 罗利等[7]对动态定价在收益管理中应用的研究现状和发展前景进行了详细的综述. 最近, 杨慧等[8]基于 Gallega和 Van Ryzin的两极价格策略, 构建了两种竞争性易逝品降价时点的设定问题.

尽管动态定价在收入管理和零售行业中得到广泛的研究, 然而上述大多数模型都没有考虑到消费者面对厂商动态定价时所采取的策略行为. 有关这方面的研究最早始于 Ronald Coase[9], 他认为即使是一个垄断厂商, 在面临策略型消费者的等待行为时, 也不得不采用边际成本定价方式. 很多学者都试图对这一观点进行严格证明[10~12]. Besanko和 Winston[13]讨论了不同价格下的垄断厂商和愿意选择购买时机的策略型消费者之间的博弈关系, 他们通过引入一个折扣因子, 找到了一个完美子博弈均衡. 研究结果表明如果厂商将消费者的策略行为考虑到定价决策中, 将比忽视这种策略行为定价带来 20%左右的利润增加. Aviv和 Pazgal[14]考虑了消费者在随机到达情形下的厂商动态定价问题. 消费者效用是关于时间的确定性函数, 消费者根据厂商不同阶段的定价来比较自己的剩余, 从而确定自己的购买时机. Elmaghraby et al[15]建立了一个类似荷兰式拍卖的模型, 考虑了厂商在实行不同价格策略下的消费者愿意购买的数量. 但尽管如此, 上述研究的局限在于把价格作为厂商决策的唯一变量, 却没有考虑库存问题.

与本文相关的另一类文献是考虑厂商同时将价格和库存作为决策变量. 将价格与库存结合起来考虑的首先是 Whitin[16], 但他只考虑了单一价格和库存决策问题. 随后, Young[17]和 Polatoglu[18]将这一模型扩展到随机需求的情形下. Federgtuen和 Heching[19]考虑了在需求不确定下的定价和库存更新问题. Dana和 Petruzzi[20]讨论了厂商在面临不确定性需求时的价格和库存决策问题, 探讨了在需求是内生的情形下的经典报童问题. 但上述文献又都没有考虑消费者的策略行为.

基于上述的研究基础上, 本文研究的重点在于, 面对策略型消费者, 在需求分别为确定和不确定的情形下, 垄断性厂商是如何决定自己的价格和库存, 以实现经济利益的最大化. 本文从Stackelberg博弈模型出发, 首先建立确定性需求下厂商的最优价格和库存策略模型, 然后应用机制设计理论, 将模型扩展到需求不确定的情形, 并通过仿真模拟对模型进行实证分析, 最后给出管理实践方面的应用.

1　基本模型

首先, 考虑一个垄断厂商在销售开始时面临的需求是确定的, 即潜在消费者的个数为 N. 假定市场上消费者的人数充分大②. 厂商必须提前决定自己的库存数量 K, 其单位成本为 c. 根据 Lazear[21]的研究成果, 假定消费者愿意购买该商品的保留价格为 v, 是独立同分布的随机变量, 只有消费者自身知道自己的保留价格, 厂商和其他的消费者都无法知道, 分布函数 $G(v)$ 为厂商和消费者的共同知识, 并具有相同的密度函数 $g(v)$. 为方便起见, 假定 $G(v)$ 是 $[0, U]$ 上的均匀分布, 其中 U 表示消费者保留价格的最大值. 由此展开的博弈顺序如下:

1) 厂商在决定库存数量 K 后, 宣布一个两阶段的价格策略 (p, q), 其中 q 是厂商在第二阶段能满足消费者的需求水平, $q\in[0, 1]$. 假定 β 是第二阶段相对于第一阶段的折扣, $\beta\in(0, 1)$, 第二阶段的价格比厂商的成本大, 即 $\beta p > c$.

之所以选择将厂商在第二阶段能满足消费者的需求水平 q 作为决策变量, 是由于消费者在第二阶段很难看到厂商的实际库存量, 从而对同一初始库存 K, 消费者可能会产生多种不同的 q, 难以形成有效的决策. 另一方面, 由于市场上消费者人数众多, 可以忽略消费者之间策略的相互影响. 从而, 由第二阶段能满足消费者的需求水平 q 将决定唯一的库存数量 K, 为计算带来方便.

2) 当消费者看到这一策略后, 将比较自己在不同阶段的期望收益. 在第一阶段, 消费者肯定能获得该产品, 从而获得剩余 $v - p$; 在第二阶段, 消费者必须在风险 q 的情况下获得该产品, 从而获得期望收益为 $q(v - \beta p)$. 假定所有在第二阶段到

② 这样假设使得可以忽略消费者之间策略的相互影响, 见 Besanko和 Winston (1990).

达的消费者将以相等的概率获得该产品. 这样, 消费者必须权衡自己在不同阶段的收益水平, 从而决定自己的购买时机.

1.1 消费者的购买决策

这是一个两阶段的动态博弈, 用倒退归纳法分析消费者的选择. 首先消费者在给定厂商的定价策略 (p, q) 以及第二阶段相对第一阶段的价格水平 β 条件下, 会对自己在两阶段的期望收益进行权衡. 虽然在第二阶段消费者可以获得更多的剩余, 但却要承担可能买不到该产品的风险. 直觉上来看, 一个拥有较高保留价格的顾客可能更愿意在第一阶段购买以避免可能买不到产品的风险. 以下假设消费者是风险中性的, 即消费者的效用函数 $U(x) = x$. 由此, 有以下结论:

定理 1 给定 q 是消费者在第二阶段获得该产品的概率, 那么存在参考价值函数 $v(q) = \frac{1-q\beta}{1-q}p$, 当 $v > v(q)$ 时消费者在第一阶段购买, 当 $v < v(q)$ 时消费者在第二阶段购买, 当 $v = v(q)$ 时消费者在第一阶段和第二阶段购买将无任何区别. 而且, 函数 $v(q)$ 关于 q 严格递增.

证明 当消费者在第一阶段和第二阶段购买无区别时有

$$v - p = q(v - \beta p) \tag{1}$$

从而

$$v = \frac{1-q\beta}{1-q}p \tag{2}$$

令 $v = \frac{1-q\beta}{1-q}p$, 则当 $v > v(q)$ 时消费者在第一阶段购买, 当 $v < v(q)$ 时消费者在第二阶段购买.

又因为

$$\frac{\mathrm{d}v(q)}{\mathrm{d}q} = \frac{-\beta p(1-q) + (1-q\beta)p}{(1-q)^2} = \frac{1-\beta}{(1-q)^2}p > 0 \tag{3}$$

这样, 函数 $v(q)$ 关于 q 严格递增.

由以上定理可以看出, 如果第二阶段消费者获得该产品的可能性 q 较低的话, 将会有更多的消费者宁愿以较高的价格选择在第一阶段购买, 以避免可能买不到产品的风险. 因此, 厂商在制定库存和价格时, 如果以价格 p 在第一阶段获取更高利润, 那么就有可能在第二阶段失去一部分潜在消费者, 两者之间如何权衡?

1.2 厂商的定价和库存决策

给定消费者的最优选择, 厂商的利润函数可以写成

$$\begin{aligned}\pi(p, q) &= pN(1 - G(v)) + \beta pN(G(v) - G(\beta p))q - cK \\ &= p\frac{N}{U}\left(U - \frac{1-q\beta}{1-q}p\right) + \beta p\frac{N}{U}\left(\frac{1-\beta}{1-q}p\right)q - cK, \\ &\quad q \neq 1\end{aligned} \tag{4}$$

在给定消费者在第二阶段获得该产品的概率 q 下, 可以得出 q 与厂商的初始库存数量 K 之间的关系

$$K = \frac{N}{U}\left(U - \frac{1-q\beta}{1-q}p\right) + \frac{N}{U}\left(\frac{1-\beta}{1-q}p\right)q \tag{5}$$

将初始库存数量 K 代入厂商的利润函数, 可以得到

$$\begin{aligned}\pi(p, q) = {}&(p - c)\frac{N}{U}\left(U - \frac{1-q\beta}{1-q}p\right) + \\ &(\beta p - c)\frac{N}{U}\left(\frac{1-\beta}{1-q}\right)pq\end{aligned} \tag{6}$$

由一阶条件, 将上式对 q 求导

$$\frac{\mathrm{d}\pi(p, q)}{\mathrm{d}q} = -\frac{N}{U}\left(\frac{1-\beta}{1-q}p\right)^2 < 0 \tag{7}$$

从而, 厂商的利润是 q 的递减函数. 因此, 在 $q \neq 1$ 情形下

$$q = 0, \quad K = \frac{N}{U}(U - p) \tag{8}$$

而厂商的利润为

$$\pi(p, 0) = \frac{N}{U}(p - c)(U - p) \tag{9}$$

当 $q = 1$ 时, 所有的消费者在第二阶段购买, $K = N$

此时, 厂商的利润为

$$\pi(p, 1) = \frac{N}{U}(\beta p - c)(U - \beta p) \tag{10}$$

比较两种不同策略下的利润函数, 可以得到以下结论:

定理 2 当 $U \geqslant (1+\beta)p - c$ 时, 厂商选择 $q = 0, K = \frac{N}{U}(U - p)$; 当 $U < (1+\beta)p - c$ 时, 厂商选择 $q = 1, K = N$.

以上定理表明, 当市场上有较多高保留价值

的消费者时, 厂商应该只针对他们销售产品, 而放弃为那些效用较低的消费者提供服务; 当市场上有较少的高保留价值消费者时, 厂商应该为所有的消费者提供服务.

1.3 消费者是风险厌恶情形

以上在消费者是风险中性的情形下得到相应的结论, 而现实中消费者往往是风险厌恶的. 为方便起见下面假设消费者的效用函数为

$$U(x) = x^{\gamma},\ \gamma \in (0, 1).$$

与以上的方法相同, 厂商的利润函数可以写成

$$\pi(p, q) = pN\left(1 - \frac{v}{U}\right) + \beta pN\left(\frac{v}{U} - \frac{\beta p}{U}\right)q - cK$$

$$\text{s.t. } (v - p)^{\gamma} = q(v - \beta p)^{\gamma}$$

$$q = \frac{\frac{K}{N}U - (U - v)}{v - \beta p} \tag{11}$$

将 K 代入利润函数可以重新得到

$$\pi(p, \beta, q) = (p - c)\frac{N}{U}(U - v) + (\beta p - c) \times \frac{N}{U}(v - \beta p)q$$

$$\text{s.t. } (v - p)^{\gamma} = q(v - \beta p)^{\gamma}$$

$$\frac{\partial \pi(p, \beta, q)}{\partial q} = \frac{N}{U(1 - q^{1/\gamma})^2}(1 - \beta)p \times \left[(\beta p - c) - (p - c)q^{1/\gamma - 1}\right] \tag{12}$$

由一阶条件可以得到

$$q = \left(\frac{\beta p - c}{p - c}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \tag{13}$$

相应的最优库存为

$$K = \frac{N}{U}\left[U - \beta p - (1 - \beta)p\frac{1 - \left(\frac{\beta p - c}{p - c}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}{1 - \left(\frac{\beta p - c}{p - c}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}}\right] \tag{14}$$

定理 3 当策略型消费者是风险厌恶型时, 无论消费者的保留价值如何, 厂商都应该在第二阶段设置一个满足水平 $q = \left(\frac{\beta p - c}{p - c}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$, 该满足水平与消费者的风险厌恶程度有关, 相应的最优订购数量由以上式子给出.

从以上定理可以看出, 当消费者的风险厌恶程度越高, 即 γ越小时, 厂商所设定的第二阶段的满足水平 q应该越大, 同时选择的库存数量也较大. 此外, 在下面的图 2－1中还可以看出, 在消费者的风险厌恶程度以及其他条件不变的情况下, 厂商在选择第二阶段的折扣水平对其库存水平也有显著影响. 当厂商选择的折扣水平 β越高时, 厂商的初始订购量应该越低.

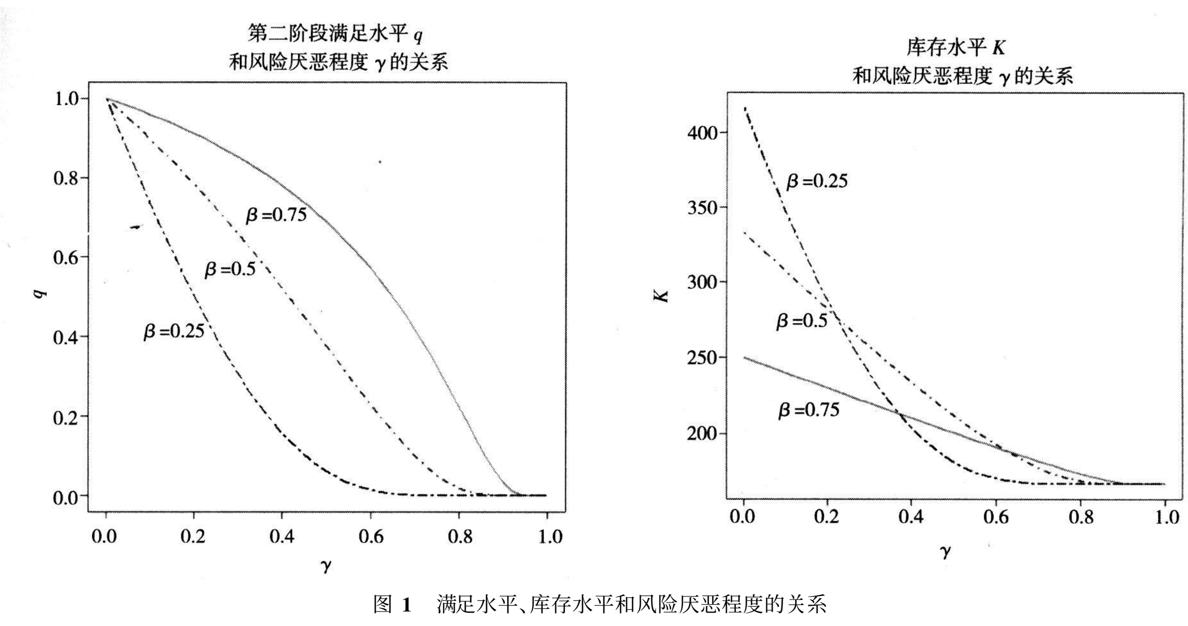

图 1　满足水平、库存水平和风险厌恶程度的关系

Fig. 1 The relation between risk profiles and filled rate and optimal ordering amounts

2　基本模型的扩展

以上考虑了需求为确定性的条件下厂商的最优库存和定价策略. 然而, 一个更为现实的情形是厂商所面临的需求往往是不确定性的. 为方便起见, 假定需求服从两点分布, 分别用 D_H, D_L 表示市场在高需求和低需求下的数量, 相应的概率记为 p 和 $1-p$. 同时, 消费者的保留价格分别为 V_H 和 V_L 两种类型, λ_1, λ_2 分别是高保留价值顾客在市场需求分别为 D_H, D_L 下所占的比例. 假定以下条件成立

$$D_H > D_L$$

$$\lambda_1 D_H > \lambda_2 D_L \tag{15}$$

即在高需求时具有高保留价值顾客的数量比低需求时高保留价值顾客数量多. 这里, V_H 和 V_L 是消费者的私人信息, λ_1, λ_2 为常数, 是双方的共同知识, p 是对市场需求的先验概率. 当消费者知道自己的类型后对市场有一个重新判断. 由 Bayes法则可知, 当消费者自己的保留价格为 V_H 时, 他判断市场为高需求的概率为

$$P(D = D_H / V_H) = \frac{p\lambda_1 D_H}{p\lambda_1 D_H + (1-p)\lambda_2 D_L} \tag{16}$$

方便起见, 记以上后验概率为 p_H.

假设厂商的库存数量为 K, 销售分为两个阶段, 相应的策略记为 (p_1, p_2, q), p_1, p_2 分别为第一阶段和第二阶段的价格, 满足 $p_1 > p_2$, q是厂商在第二阶段能满足消费者的需求水平, $q \in [0, 1]$. 这时, 由于厂商不知道消费者的个人信息, 因此, 厂商所面临的问题是在消费者的个人理性和激励相容情形下, 设计一个好的机制, 使得具有高保留价值的消费者不会等到第二阶段以较低的价格购买产品. 由于消费者只具有两种类型, 因此, 在产品销售的第二阶段有 $p_2 = V_L$. 不失一般性, 假设厂商的打捞价值为 0 如果消费者是风险中性的, 即消费者的效用函数 $U(x) = x$. 给定厂商的销售策略, 具有高保留价值的消费者的最优选择为

$$V_H - p_1 \geqslant q(V_H - V_L)$$

当厂商的库存数量为 K 时, q 满足以下式子

$$q = \rho_H \frac{(K - \lambda_1 D_H)^+}{(1-\lambda_1)D_H} + (1-\rho_H) \times \min\{1, \frac{K - \lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}\} \tag{17}$$

上式的第一部分为在高需求情形下的高保留价格消费者在第二阶段获得产品的概率, 第二部分为在低需求情形下的高保留价值消费者在第二阶段获得产品的概率. $(K - \lambda_1 D_H)^+$ 表示 $\max\{K - \lambda_1 D_H, 0\}$. 记 $p(K)$ 为厂商在第一阶段的价格, 使得具有高保留价值的消费者在第一阶段和第二阶段购买无区别. 这样

$$p(K) = V_H - q(V_H - V_L) \tag{18}$$

q 由式(17) 给出.

以下分两种情况分别讨论厂商的利润函数.

1) $\lambda_2 D_L \leqslant K \leqslant \lambda_1 D_H$

这时, 如果有 $K \leqslant \min\{\lambda_1 D_H, D_L\}$, 由于在第一阶段就有缺货的风险, 因此, 则当且仅当以下式子成立, 具有高保留价值的消费者在第一阶段和第二阶段购买无区别

$$(V_H - p(k))(\rho_H \frac{K}{\lambda_1 D_H} + 1 - \rho_H) = (V_H - V_L)(1-\rho_H)(\frac{K - \lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}) \tag{19}$$

此时

$$p(K) = V_H - \frac{(1-\rho_H)\frac{K - \lambda_2 D_1}{(1-\lambda_2)D_L}}{1 - \frac{\lambda_1 D_H - K}{\lambda_1 D_H}\rho_H}(V_H - V_L) \tag{20}$$

厂商的利润函数可以写成

$$\pi_1(p(K), K) = p(K)Kp + (1-p) \times [p(K)\lambda_2 D_L + V_L(K - \lambda_2 D_L)] \tag{21}$$

如果 $\min\{\lambda_1 D_H, D_L\} \leqslant K \leqslant \lambda_1 D_H$, 则当且仅当以下式子成立, 具有高保留价值的消费者在第一阶段和第二阶段购买无区别

$$(V_H - p(k))(\rho_H \frac{K}{\lambda_1 D_H} + 1 - \rho_H) = (V_H - V_L)(1-\rho_H) \tag{22}$$

此时

$$p(K) = V_H - \frac{(1-\rho_H)}{1 - \frac{\lambda_1 D_H - K}{\lambda_1 D_H}\rho_H}(V_H - V_L) \tag{23}$$

厂商的利润函数可以写成

$$\pi_2(p(K),K) = p(K)Kp + (1-p)\times [p(K)\lambda_2 D_L + V_L(1-\lambda_2)D_L] \tag{24}$$

如果厂商选择自己的库存水平 K, 使得所有高保留价值的消费者都能在第一阶段购买到产品, 则

当 $K \leqslant \min\{\lambda_1 D_H, D_L\}$, 则由式(17)

$$q = (1-\theta_H)\left(\frac{K-\lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}\right) \tag{25}$$

此时

$$\bar{p}(K) = V_H - (1-\theta_H)\frac{K-\lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}(V_H - V_L) \tag{26}$$

因此, 厂商的利润函数可以写成

$$\bar{\pi}_1(\bar{p}(K),K) = \bar{p}(K)Kp + (1-p)\times [\bar{p}(K)\lambda_2 D_L + V_L(K-\lambda_2 D_L)] \tag{27}$$

当 $\min\{\lambda_1 D_H, D_L\} \leqslant K \leqslant \lambda_1 D_H$, 则由式(17)

$$q = 1-\theta_H \tag{28}$$

此时

$$\bar{p}(K) = V_H - (1-\theta_H)(V_H - V_L) \tag{29}$$

这时, 厂商的利润函数可以写成

$$\bar{\pi}_2(\bar{p}(K),K) = \bar{p}(K)Kp + (1-p)\times [\bar{p}(K)\lambda_2 D_L + V_L(1-\lambda_2)D_L] \tag{30}$$

因此, 当 $\lambda_2 D_L \leqslant K \leqslant \lambda_1 D_H$ 时, 由式(20)和(26), (23)和(29)有 $\bar{p}(K) > p(K)$. 而且, 由(21)和(27), (24)和(30)有

$$\bar{\pi}_1(\bar{p}(K),K) > \pi_1(p(K),K),$$
$$\bar{\pi}_2(\bar{p}(K),K) > \pi_2(p(K),K) \tag{31}$$

从以上分析可以看出, 厂商的最优策略是至少要满足所有具有高保留价值的消费者, 即 $K \geqslant \lambda_1 D_H$ 时, 厂商不会故意在高需求时故意制造缺货的风险.

2) $\lambda_1 D_H \leqslant K \leqslant D_H$

此时, 厂商在高需求时满足所有高保留价值的消费者, 同时, 在市场需求较高时制造一定的缺货风险. 当且仅当 q满足以下式子

$$q = \theta_H\frac{(K-\lambda_1 D_H)}{(1-\lambda_1)D_H} + (1-\theta_H)\times \min\left\{1, \frac{K-\lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}\right\} \tag{32}$$

具有高保留价值的消费者在第一阶段和第二阶段购买无区别. 此时的价格为

$$\bar{p}(K) = V_H - q(V_H - V_L) \tag{33}$$

厂商的利润函数可以写成

$$\pi(\bar{p}(K),K) = p[\bar{p}(K)\lambda_1 D_H + V_L(K-\lambda_1 D_H)] + (1-p)[\bar{p}(K)\lambda_2 D_L + V_L(K-\lambda_2 D_L)] \tag{34}$$

如果 $\lambda_1 D_H \leqslant K \leqslant D_L$, 那么 $q = \theta_H\times\frac{(K-\lambda_1 D_H)}{(1-\lambda_1)D_H} + (1-\theta_H)\left(\frac{K-\lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}\right)$,

$$\bar{p}(K) = V_H - (V_H - V_L)\left(\theta_H\frac{K-\lambda_1 D_H}{(1-\lambda_1)D_H} + (1-\theta_H)\frac{K-\lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}\right) \tag{35}$$

这样, 厂商的利润函数 $\pi(\bar{p}(K),K)$是关于K的线性函数. 因此, 厂商的最优库存水平为 $K = \lambda_1 D_H$ 或者 $K = D_L$.

如果 $D_L \leqslant \lambda_1 D_H \leqslant K$, 那么 $q = \theta_H\times\frac{(K-\lambda_1 D_H)}{(1-\lambda_1)D_H} + (1-\theta_H)$

$$\bar{p}(K) = V_H - (V_H - V_L)\left(\theta_H\frac{K-\lambda_1 D_H}{(1-\lambda_1)D_H} + (1-\theta_H)\right) \tag{36}$$

同样, 可以看出厂商的利润函数 $\pi(\bar{p}(K),K)$ 是关于K的线性函数. 因此, 这时厂商的最优库存水平为 $K = \lambda_1 D_H$.

通过以上分析, 可以得到以下结论:

定理 4 厂商在面临需求不确定时, 如果 $\lambda_1 D_H \leqslant D_L$, 那么厂商的最优库存水平为 $K = \lambda_1 D_H$, 或者 $K = D_L$, 相应的价格为

$$\bar{p}(\lambda_1 D_H) = V_H - (V_H - V_L)(1-\theta_H)\frac{\lambda_1 D_H - \lambda_2 D_L}{(1-\lambda_2)D_L}$$

$$\bar{p}(D_L) = V_H - (V_H - V_L)\left(\theta_H\frac{D_L-\lambda_1 D_H}{(1-\lambda_1)D_H} + (1-\theta_H)\right)$$

如果 $\lambda_1 D_H \geqslant D_L$, 那么厂商的最优库存水平为$K = \lambda_1 D_H$ 相应的价格为

$$\bar{p}(\lambda_1 D_H) = V_H - (V_H - V_L)(1-\theta_H)$$

从以上定理可看出, 厂商在需求不确定时, 必须至少拥有恰当的库存使得那些具有高保留价值的消费者不管在何种需求情况下都能买到该产品. 如果在需求数量很高时, 厂商会制造一定的缺货风险, 使得高保留价格的消费者在第一阶段购买; 如果需求数量很低时, 厂商要兼顾两阶段的消费者需求.

3 数值分析

以下对市场上不同保留价值的消费者对厂商定价和库存决策的影响进行进一步的仿真分析. 不失一般性, 令

$p = 0.5, D_H = 100, D_L = 50, V_H = 5, V_L = 1$

由式(16)知 $\theta_H = 2\lambda_1/(2\lambda_1 + \lambda_2)$.

情形 1 当 $0 < \lambda_1 < 0.5$时. 厂商如果选择库存为$K = 100\lambda_1$则由定理 4, 厂商的价格和利润函数的图像分别表示如下. 从图 2中可以看出, 当 λ_2不变时, λ_1 随着厂商的价格的降低而增加, 这与一般的价格理论是一致的. 同时, λ_2 也对厂商的价格决策有着重大的影响. λ_2 代表低需求时高价值消费者所占的比例, 显然, 即使处于低需求情形, 高价值消费者的比例越高, 厂商的价格也可以定的越高. 相应的, 厂商的利润函数也随着高价值消费者所占比例的增大而增大.

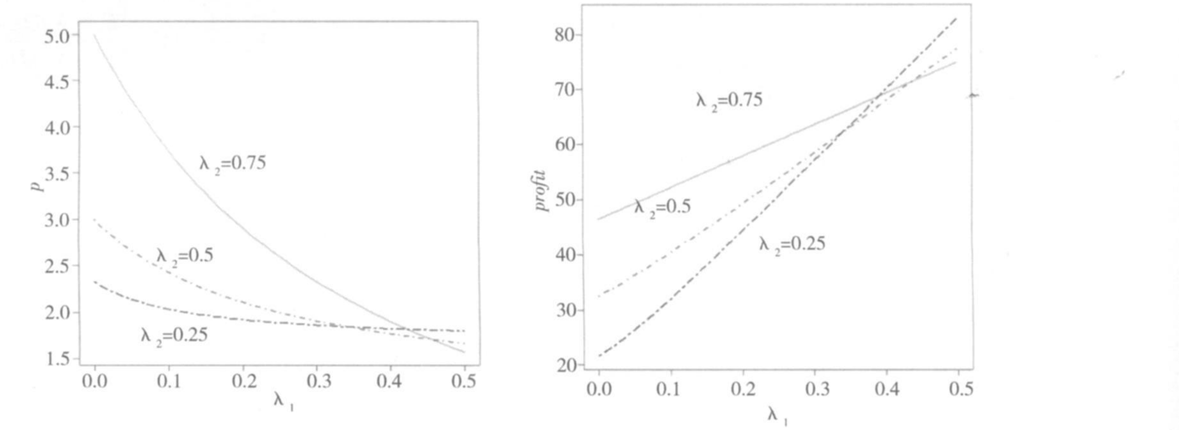

图 2 情形 1下的价格和利润曲线

Fig. 2 Price and profit curves in case 1

情形 2 厂商如果选择库存为$K = 50$则相应的价格和利润函数图像表示如下. 从图 3 中可以看出, 厂商的价格随着高价值消费者所占比例的增大而减少, 然而, 和以上不同的是, 此时的价格要比相同情形下的价格低, 价格下降的幅度也相对较小. 主要原因是当厂商选择库存为 $K = 100\lambda_1$ 其库存数量要比选择 $K = 50$低, 所以在需求一定的情形下, 制定的价格要相对较高. 在产品卖不完的情形下需要降价的幅度也相应较高. 同时, 此时的利润函数也有较大的不同, 虽然厂商的利润函数也随着高需求情形高价值消费者所占比例的增大而增大, 然而, 此时的 λ_2 几乎对厂商利润没有太大的影响. 主要原因是厂商选择 $K = 50$ 是为了满足低需求情形下的所有消费者, 因此, λ_2 几乎对厂商利润没有太大的影响. 而当厂商选择库存为$K = 100\lambda_1$ 旨在满足高需求情形下的高价值消费者时, 低需求情形下的高价值消费者的比例显然会影响厂商的利润.

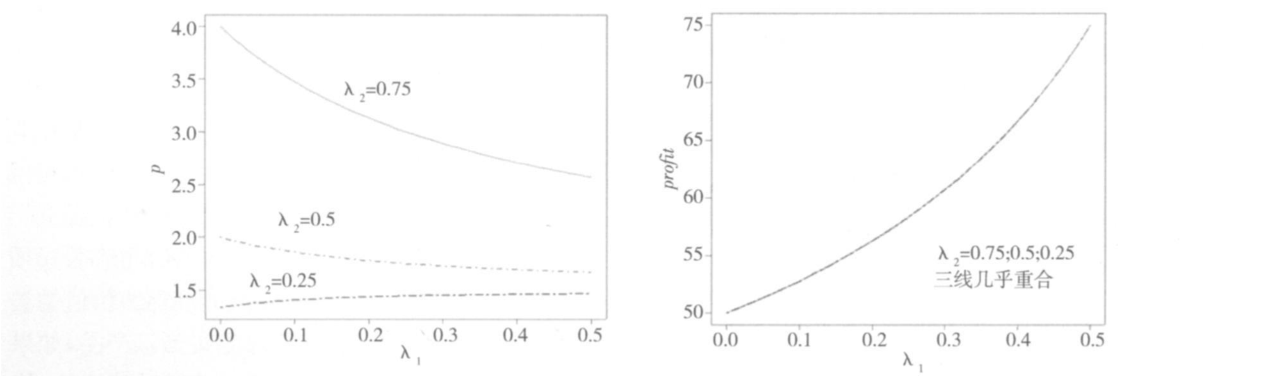

图 3 情形 2下的价格和利润曲线

Fig. 3 The price and profit curves in case 2

情形 3　当 $0.5 \leqslant \lambda_1 \leqslant 1$时. 厂商的最优库存水平为 $K = 100\lambda_1$, 相应的价格和利润函数表示如下. 从图 4中可以看出, 厂商的价格随着高价值消费者所占比例的增大而增大, 这是和以上两种情形最大的区别. 由于此时厂商的最优库存水平为 $K = 100\lambda_1$, 当市场处于高需求情形, 即供不应求状态, 价格会随着高价值消费者所占比例的增大而增大, 厂商可以增加价格. 厂商的利润函数也和以前一样, 随着高价值消费者比例的增大而增大.

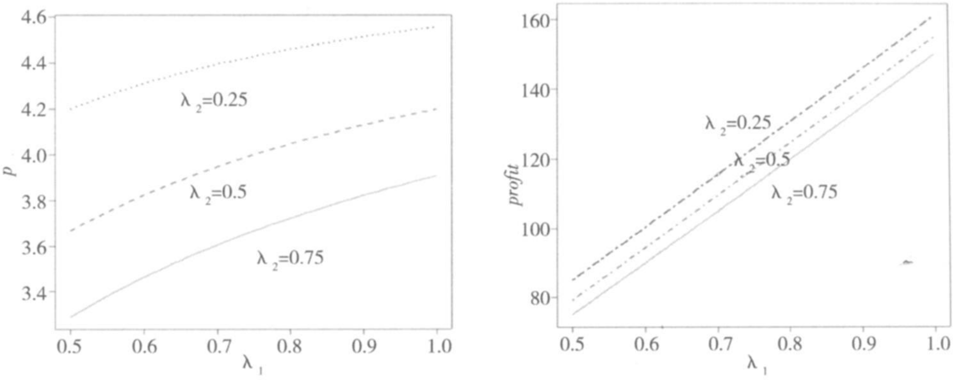

图 4　情形 3下的价格和利润曲线

Fig. 4 The price and profit curves in case 3

4 结　论

在经典的报童问题中, 通常没有考虑到消费者的策略行为, 而这种策略行为会随着厂商经常性的促销和消费者学习的能力的增强, 便得越来越普遍. 由于不同阶段的需求数量是状态相依, 消费者会根据市场状态以及厂商的库存和价格策略决定自己的购买时机, 使得这种不确定性需求很难用传统的分布刻画. 本文分别考虑了一个垄断性的厂商在面临确定性和不确定性市场需求时, 如何决定自己的库存和相应的价格. 在确定性需求的基本模型中, 考虑了消费者在风险中性和风险厌恶两种情形下厂商面临策略性消费者时的最优库存数量. 同时, 本文基于机制设计的理论, 将市场刻画为两种状态, 同时, 消费者具有两种类型, 消费者根据自己的类型判断当前的市场需求, 通过比较自己在不同阶段的消费者剩余, 决定自己的购买时机. 厂商的最优机制是选择恰当的库存和相应的价格使得具有较高的保留价值的消费者都在第一阶段以较高的价格购买, 从而避免厂商损失一部分潜在的利润. 本文的方法值得相关行业的借鉴和应用. 正如西班牙最大的衣服零售商 Zara, 故意利用较低的库存来促使消费者及早购买一样, 它是一种非常有效的实用方法.

本文虽然在建立需求不确定性模型中, 只是假定市场需求服从两点分布, 同时, 也只是将消费者的类型划分为两种状态, 但是, 按照机制设计的一般理论, 模型还需要扩展到不确定性需求是一个连续分布, 以及消费者类型也是一个连续分布, 由此所表达的数学计算将更为复杂. 此外, 未来的研究还必须考虑市场是否有新的消费者加入等等.

参 考 文 献:

[1] McWilliams G. Minding the store: Analyzing customers, Best Buy decides not all are welcome[J]. Wall Street Journal, 2004, (8): A1.

[2] Gallego G, van Ryzin G J. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons[J]. Management Science, 1994, 40: 999—1020.

[3] Feng Y, Gallego G. Optimal starting times for end-of-season sales and optimal stopping times for promotional fares[J]. Management Science, 1995, 41: 1371—1391.

[4] Zhao W, Zheng Y-S. Optimal dynamic pricing for perishable assets with non-homogeneous demand[J]. Management Science, 2000, 46(3): 375—388.

[5]陈 旭. 酒店收益管理的研究进展与前景[J]. 管理科学学报, 2003, (6): 72－78.
Chen Xu. Hotel revenue management: Research overview and prospects[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, (6): 72－78. (in Chinese)
[6]刘德文, 萧柏春, 鲁若愚. 易逝性高新技术产品在衰退期的收入管理问题[J]. 管理科学学报, 2003, (6): 66－71.
Liu Dewen, Xiao Baichun, Lu Ruoyu. Revenue management of perishable hi2tech product in declining period[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, (6): 66－71. (in Chinese)
[7]罗 利, 萧柏春. 收入管理理论研究现状及发展前景[J]. 管理科学学报, 2004, (5): 75－83.
Luo Li, Xiao Baichun. Revenue management: State-of-the2art and future prospects[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, (5): 75－83. (in Chinese)
[8]杨 慧, 周 晶. 易逝品降价时点设定问题的Cournot博弈模型[J]. 中国管理科学, 2006, (3): 45－50.
Yang Hui, Zhou Jing. A Cournot game of setting optimal markdown timing for perishable products[J]. Chinese Journal of Management Science, 2006, (3): 45－50. (in Chinese)
[9] Coase R H. Durability and monopoly[J]. Journal of Law and Economics, 1972, 15: 143－149.
[10] Stokey N L. Intertemporal price discrimination[J]. Quarterly Journal of Economics, 1979, 93(3): 355－371.
[11] Stokey N L. Rational expectations and durable goods pricing[J]. Bell Journal of Economics, 1981, 12(1): 112－128.
[12] Conlisk J, Gerstner E, Sobel J. Cyclic pricing by a durable goods monopolist[J]. Quarterly Journal of Economics, 1984, 99(3): 489－505.
[13] Bulow J I. Durable-goods monopolists[J]. Journal of Political Economy, 1982, 90: 314－332.
[14] Pazgal A A. Optimal Pricing of Seasonal Products in the Presence of Forward Looking Consumers[R]. Working Paper, Olin School of Business, Washington University, 2003.
[15] Keskinocak E W. Optimal Markdown Mechanisms in the Presence of Rational Customers with Multi-unit Demands[R]. Working Paper, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, 2004.
[16] Whitin T M. Inventory control and price theory[J]. Management Science, 1955, 2: 61－80.
[17] Young L. Price, inventory and the structure of uncertain demand[J]. New Zealand Operation Research, 1978, 6: 157－177.
[18] Polatoglu L H. Optimal order quantity and pricing decisions in single period inventory systems[J]. International Journal of Producton Economics, 1991, 23: 175－185.
[19] Federgruen A, Heching A. Combined pricing and inventory control under uncertainty[J]. Operations Research, 1999, 47: 454－475.
[20] Dana D, Petruzzi N C. The Newsvendor Model with Endogenous Demand[R]. Working Paper, Kellog Graduate School of Management, Northwestern University, 2001.
[21] Lazear E P. Retail pricing and clearance sales[J]. American Economic Review, 1986, 76(1): 14－32.

Optimal dynamic pricing and inventory policy under strategic customers

LIU Xiao-feng[1], *HUANG Pei*[2]

1. School of Business Management, Zhongnan University of Economics and Law, Wuhan 430074, China;
2. School of Management, Fudan University, Shanghai 200433, China

Abstract: With the development of Internet, more and more firms adopt dynamic pricing as a valid method to maximize their profit, especially, when the demand is uncertainty. But on the other hand, the consumers become cleverer than before. Customers behave strategically and weigh their payoff of immediate purchase against the expected payoff of delaying their purchases. In this paper, we use the Stackelberg model and the theory of mechanism design, consider how a monopoly firm should choose his inventory and optimal price under the strategetic customer in a monoply market, we see that via its capacity choice, the firm is able to control the fill rate and hence the rationing risk faced by customers to gain larger profit.

Key words: optimal pricing; inventory; mechanism design; Nash equilibrium