

基于出行时间可靠性的交通配流问题^①

邵 虎^{1, 2}, 林兴强², 孟 强³, 谭美琳²

(1 中国矿业大学理学院数学系, 徐州 221116 2 香港理工大学土木及结构工程学系, 中国 香港;
3 新加坡国立大学土木工程系, 新加坡 117576)

摘要: 提出一类由需求随机性所导致的基于出行时间可靠性的交通配流问题. 由于每一天交通需求的随机变化, 出行者的出行时间不是确定的, 而是随机变量. 假设出行者在过去经验的基础上能够得知出行时间的随机分布, 提出一类新准则去刻画出行者在出行时间不确定情况下的路径选择行为. 这种准则可以表示为一种以路径流量为变量的变分不等式模型. 对于这类新的模型, 给出了解的存在性证明, 并且引入一个启发式的算法去求解该问题. 数值算例展示了模型在应用上的特性和算法的有效性.

关键词: 需求不确定性; 出行时间可靠性; 交通配流问题; 变分不等式

中图分类号: U491 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2009)05-0027-09

0 引言

传统的交通配流模型通常都是以平均出行时间作为路径选择的标准. 实际上, 受到交通网络供需随机性因素的影响, 出行者每一天的出行时间是随机变化的(可以被认为是随机变量)^[1-11]. 在这种情况下, 如果以平均出行时间作为选择路径的标准, 出行者不一定能准时到达目的地. 鉴于此, Asakura 和 Kawashani^[4] 定义了出行时间可靠性的概念来描述出行者能够准时到达目的地的概率. 国内一些调查数据表明, 不确定环境下, 出行者在城市交通中的择路行为需要考虑出行时间的不确定性因素^[12]. 国外的调查分析也表明了出行时间可靠性已经被出行者当作成一个重要的路径选择的依据^[13, 14]. 也就是说, 出行者在选择路径的时候, 不仅要考虑较短的出行时间, 而且还要考虑较高的出行时间可靠性. 在此基础上, 本文研究了基于出行时间可靠性的交通配流问题.

1 国内外研究进展及分析

导致出行时间随机性的根本原因是交通网络的不确定性, 具体由两个方面的因素构成: 一方面是供给的不确定性, 主要表现为一些不确定性因素对路段通行能力的干扰^[1-3, 7-9], 比如交通事故、道路施工、信号灯出错、恶劣天气, 等等; 另一方面是出行需求的不确定性, 主要表现为每一天 OD (origin-destination) 出行需求的随机波动^[5, 6, 10, 11]. 由于供给和需求不确定性因素所导致的交通网络可靠性问题, 在国内外交通学研究领域受到了越来越多的关注.

在供给不确定性方面, Chen 等^[3] 分析了不确定性因素对路段通行能力的干扰, 并提出了路段通行能力可靠性的概念. Cheng 等^[7] 运用交通网络保留容量的概念, 引入交通网络容量可靠性, 分析比较了基于路段容量的网络可靠性和基于结点容量的网络可靠性. Lo 和 Tung^[11] 从随机交通事

① 收稿日期: 2007-12-03; 修订日期: 2009-07-02

基金项目: Research Committee of Hong Kong Polytechnic University (87PV); 中国矿业大学青年科研基金项目 (2007A028); 徐州市科技项目 (XM08C095).

作者简介: 邵 虎 (1979—), 男, 江苏徐州人, 博士, 讲师. Email: h.shao@163.com

件的角度,研究了退化的路段通行能力对出行时间随机性的影响,由此给出了一种概率用户平衡 (probabilistic user equilibrium (PUE)) 的准则去刻画出行者的路径选择行为. 此后, Lo 等^[2]又引入了出行时间预算值 (travel time budget TTB) 的概念将 PUE 模型推广为更具有实际意义的 TTB 模型. 许良和高自友^[9]发展了 PUE 模型的基本思想和内容,在此基础上,建立了基于可靠性条件的城市交通网络设计双层规划模型.

从需求不确定性的角度出发, Asakura 和 Kashwadani^[4]指出每一天 OD 需求的随机波动会导致出行者出行时间的随机性变化,然后用模拟的方法研究了基于需求随机性的交通配流问题,受到模拟方法自身特点的限制,这类方法很难应用到大型网络上. 为了克服模拟方法的缺点,熊志华和邵春福^[10]考虑日常 OD 需求变化,提出了随机需求条件下获取道路网路径行程时间概率分布的新方法,用行程时间可靠性描述道路网运行的质量的指标,针对其偏态分布特点,利用 Johnson-Gauss 曲线拟合行程时间的分布. 最近,况爱武和黄中祥^[11]提出了另一种分析的方法来研究另 OD 需求变化所导致的出行时间可靠性问题,他们通过将交通需求简化为离散随机变量,研究了基于路网最可能状态生成算法,构造了路段及路网服务水平可靠性计算的近似算法. 上述种种国内外的研究方法都表明,OD 需求的不确定性会导致出行时间的随机性. 但是如何在需求变化的情况下,刻画出行者的路径选择行为,还需要进一步的研究的探讨.

面对随机的出行时间,出行者通常会设立一个安全边际值来确保准时到达目的地^[15]. 因此,出行者路径选择的依据会考虑两个方面的因素: (a) 平均出行时间; (b) 安全边际值. 这两者的和被定义为有效出行时间^[15]. 安全边际值的大小可以由一个概率约束条件来确定. 这个概率约束条件定义为,出行者想准时到达目的地的概率不低于出行者给定的置信水平. 为了描绘有效出行时间,本文推导了路段和路径出行时间的概率特征,量化了出行者的路径选择标准,定义了一类由需求随机性导致的基于出行时间可靠性的用户平衡 (travel time reliability-based user equilibrium, TRUE) 交通配流模型. 本文将该模型归结为一个

变分不等式问题,并证明了解的存在性. 最后,一个启发式的算法被引入求解该模型,并且给出了一些数值算例用于展示模型在应用上的特性和算法的有效性.

2 模型的建立

2.1 交通流量的概率分布

定义 $G = (N, A)$ 为一个交通网络,其中 N 和 A 代表顶点和路段的集合. C 代表 OD 对的集合. r 代表起始节点, s 代表终止节点,那么 C 是 $N \times N$ 的子集. $R_{(r,s)}$ 代表 OD 对 (r, s) 之间的非空路径集.

假设每天 OD 对 (r, s) 之间的交通需求 Q_{rs} 是一个随机变量

$$Q_{rs} = q_{rs} + \varepsilon_{rs} \quad \forall (r, s) \in C \quad (1)$$

其中 $E[Q_{rs}] = q_{rs}$, $E[\varepsilon_{rs}] = 0$, Q_{rs} 的标准差是交通需求期望的增函数

$$\sigma_q^{rs} = \sqrt{\text{Var}[Q_{rs}]} = w(q_{rs}) \quad \forall (r, s) \in C \quad (2)$$

OD 需求的变差系数是

$$cv_{rs} = \frac{\sigma_q^{rs}}{q_{rs}} \quad \forall (r, s) \in C \quad (3)$$

根据流量守恒条件,容易得到如下关系式:

$$Q_{rs} = \sum_{k \in R_{(r,s)}} F_k^{rs} \quad \forall (r, s) \in C \quad (4)$$

$$F_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r, s) \in C \quad (5)$$

$$V_a = \sum_{(r,s) \in C} \sum_{k \in R_{(r,s)}} \xi_{k,a}^{rs} F_k^{rs} \quad \forall a \in A \quad (6)$$

其中 F_k^{rs} 和 V_a 都是随机变量, F_k^{rs} 代表路径 $k \in R_{(r,s)}$ 上的交通流量, V_a 代表路段 $a \in A$ 上的流量. 如果 a 在连接 OD 对 (r, s) 的路径 k 上, 则 $\xi_{k,a}^{rs} = 1$; 否则 $\xi_{k,a}^{rs} = 0$. 假设 $E[F_k^{rs}] = f_k^{rs}$, $E[V_a] = v_a$, 根据式 (4)–(6) 有如下的关系式

$$q_{rs} = \sum_{k \in R_{(r,s)}} f_k^{rs} \quad \forall (r, s) \in C \quad (7)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r, s) \in C \quad (8)$$

$$v_a = \sum_{(r,s) \in C} \sum_{k \in R_{(r,s)}} \xi_{k,a}^{rs} f_k^{rs} \quad \forall a \in A \quad (9)$$

假设 (a) 路径流量与 OD 需求服从相同的概率分布; (b) 路径流量的变差系数与 OD 需求的变差系数相同; (c) 路径流量之间的概率分布相互独立. 那么,可以推出路径流量的标准差 $\sigma_f^{rs,k}$ 和路段流量的标准差 σ_v^a 的计算公式如下

$$\sigma_f^{rs k} = \sqrt{\text{var}[F_k^{rs}]} = f_k^{rs} \text{cv}_{rs} = f_k^{rs} \left(\frac{\sigma_q^{rs}}{q_{rs}}\right)$$

$$\forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_v^a &= \sqrt{\text{var}[V_a]} \\ &= \sqrt{\sum_{N_{(r,s)} \in C} \sum_{k \in R_{(r,s)}} \xi_{k,a}^s (f_k^{rs})^2 \left(\frac{\sigma_q^{rs}}{q_{rs}}\right)^2} \\ &\quad \forall a \in A \end{aligned} \quad (11)$$

根据文献 [4 16], 假设 OD 需求服从正态分布, 那么可以得到如下交通流量的概率分布

$$Q_{rs} \sim N(q_{rs}, (\sigma_q^{rs})^2) \quad \forall (r,s) \in C \quad (12)$$

$$V_a \sim N(v_a, (\sigma_v^a)^2) \quad \forall a \in A \quad (13)$$

$$F_k^{rs} \sim N(f_k^{rs}, (\sigma_f^{rs k})^2)$$

$$\forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (14)$$

2.2 路段出行时间的概率分布

假设路段 a 上的出行时间是关于 V_a 的函数, 采用如下的 BPR (bureau of public roads) 函数

$$T_a = t_a(V_a) = t_a^0 \left(1 + \beta \left(\frac{V_a}{c_a}\right)^n\right) \quad \forall a \in A \quad (15)$$

其中 t_a^0 为路段 a 上的自由出行时间, c_a 为路段 a 的容量 (通行能力); β, n 为给定的参数; 经过计算, 可以得到路段出行时间的期望和方差分别为

$$\begin{aligned} E[T_a] &= t_a = t_a^0 + \\ &\quad t_a^0 \frac{\beta}{(c_a)^n} \sum_{i=0}^n \sum_{i=\text{偶数}} \binom{n}{i} (\sigma_v^a)^i (v_a)^{n-i} (i-1)!! \\ &\quad \forall a \in A \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[T_a] &= (\sigma_t^a)^2 = \left(t_a^0 + \frac{\beta}{(c_a)^n}\right)^2 \times \\ &\quad \left(\sum_{i=0}^{2n} \sum_{i=\text{偶数}} \binom{2n}{i} (\sigma_v^a)^i (v_a)^{2n-i} (i-1)!! - \right. \\ &\quad \left. \left(\sum_{i=0}^n \sum_{i=\text{偶数}} \binom{n}{i} (\sigma_v^a)^i (v_a)^{n-i} (i-1)!!\right)^2\right) \\ &\quad \forall a \in A \end{aligned} \quad (17)$$

2.3 路径出行时间的分布

路径上的出行时间可以表示为该路径所经过的所有路段出行时间的和

$$T_k^{rs} = \sum_{a \in A} \xi_{k,a}^{rs} T_a \quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (18)$$

假设路段出行时间相互独立, 可以得到如下路径出行时间的期望和方差

$$t_k^{rs} = \sum_{a \in A} \xi_{k,a}^{rs} t_a \quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (19)$$

$$(\sigma_t^{rs k})^2 = \sum_{a \in A} \xi_{k,a}^{rs} \text{var}[T_a] = \sum_{a \in A} \xi_{k,a}^{rs} (\sigma_t^a)^2$$

$$\forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (20)$$

如果网络中的路径是由许多路段所组成的, 由中心极限定理可以推出, 路径出行时间服从正态分布

$$\begin{aligned} T_k^{rs} &\sim N(t_k^{rs}, (\sigma_t^{rs k})^2) \\ &\quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \end{aligned} \quad (21)$$

相关的累积分布函数为

$$\begin{aligned} \Phi_k^{rs}(x) &= \text{Pr}[T_k^{rs} \leq x] \\ &= \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_t^{rs k}} \exp\left(-\frac{(x - t_k^{rs})^2}{2(\sigma_t^{rs k})^2}\right) dx \\ &\quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \end{aligned} \quad (22)$$

2.4 路径的有效出行时间

前面讨论过, 因为出行时间不确定性的影响, 出行者在选择路径的时候会使用有效出行时间作为路径选择的依据, 这个有效出行时间是平均出行时间 t_k^{rs} 以及安全边际值 s_k^{rs} 的和

$$\hat{t}_k^{rs} = t_k^{rs} + s_k^{rs} \quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (23)$$

安全边际 s_k^{rs} 的值由以下概率约束模型所确定

$$\begin{aligned} \min_{s_k^{rs}} \hat{t}_k^{rs} &= t_k^{rs} + s_k^{rs} \\ \text{s.t. } \text{Pr}[T_k^{rs} \leq \hat{t}_k^{rs}] &\geq \rho \\ &\quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \end{aligned} \quad (24)$$

其中 ρ 是出行者给定置信水平, 如果出行者希望到达目的地的概率不低于 95%, 则 $\rho = 95\%$. 由于路径的出行时间服从正态分布, 根据式 (24) 很容易得到有效出行时间的具体表达式如下

$$\begin{aligned} \hat{t}_k^{rs} &= t_k^{rs} + \sigma_t^{rs k} \Phi^{-1}(\rho) \\ &\quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $\Phi^{-1}(\rho)$ 是标准正态分布累积概率函数的逆函数. 理论上说, 不同出行者对可靠性的置信水平是不同的, 为了方便表达, 本文假定所有出行者的置信水平相同, 即 ρ 的值相同. 并且假设 $\rho \geq 50\%$, 则安全边际值为非负值. 关于置信水平的详细讨论, 可参见文献 [6].

2.5 TRUE 条件和相关的变分不等式模型

根据前面的讨论, 出行者将会选择最短的有效出行时间路径. 于是当 TRUE 平衡时, 连接每一个 OD 对的所有被使用的路径有相同的有效出行时间, 且小于或等于任何未被使用路径的有效出行时间. 这个 TRUE 平衡条件可以表示为

$$\begin{cases} f_k^{rs} > 0 & \hat{t}_k^{rs} = \hat{t}_{rs} \\ f_k^{rs} = 0 & \hat{t}_k^{rs} \geq \hat{t}_{rs} \end{cases} \quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (26)$$

TRUE 交通配流模型可以被归结为如下的变分不等式问题

求 $f_k^{rs} \in \Omega$ 使得

$$\sum_{rs \in C} \sum_{k \in R_{(r,s)}} (\hat{t}_k^{rs}) (f_k^{rs} - f_k^{rs*}) \geq 0 \quad \forall f_k^{rs}, q_{rs} \in \Omega \quad (27a)$$

Ω 是约束集合, 可由如下关系式确定

$$\sum_{k \in R_{(r,s)}} f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall (r,s) \in C \quad (27b)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k \in R_{(r,s)}, (r,s) \in C \quad (27c)$$

定理 1 变分不等式问题 (27) 至少存在一个解.

证明 为方便证明, 定义 $f, q, \hat{t}(f, q)$ 和 $d^{-1}(q)$ 分别表示向量 $\{f_k^{rs}\}, \{q_{rs}\}, \{\hat{t}_k^{rs}\}$ 和 $\{d_{rs}^{-1}(q_{rs})\}$. 容易证明向量 (a) $\hat{t}(f, q), d^{-1}(q)$ 关于 f 和 q 是连续的; (b) 约束集 Ω 是紧的凸集. 根据文献 [17], 可以知道变分不等式问题 (27) 至少存在一个解.

需要指出的是, 变分不等式的单调性不能确定, 所以解的唯一性不能保证.

定理 2 变分不等式问题 (27) 的解和 TRUE 条件 (26) 等价.

证明 由于假设 $\rho \geq 50\%$, 所以有效出行时间的值是正的, 这样相关等价性的经典证明 [18] 也可以用在 TRUE 模型中.

3 算 法

由于模型的特殊性, 一些传统的求解交通配流的方法不能直接用来求解 TRUE 模型. 这主要是因为, 在模型中路径的有效出行时间是不可加的, 具体的说路径的有效出行时间不能由路段的有效出行时间简单相加. 所以传统的最短路径算法不适用. 在这种情况下, 只能用基于路径的算法来求解 TRUE 模型 [19]. 在本文中, 当对 TRUE 进行求解时候, 总是假设路径集是提前给定的. 由于变分不等式的单调性不能保证, 所以下降的寻查方向很难确定. 在上述情况下, 采用 MSA (Method of

Successive Average) [20] 方法对 TRUE 模型求解. 如下的收敛标准用来验证 TRUE 平衡条件.

$$E = \left\| (\hat{t}(f^{(l)}) - \hat{t}_{\min}^0)^T f^{(l+1)} \right\| \leq \tau \quad (28)$$

其中

$$\hat{t}_{\min}^0 = \{t_i\}, t_i = \begin{cases} \hat{t}_{rs}^{(l)} & \text{如果 } \hat{t}_k^{(l)} > \hat{t}_{rs}^{(l)} \\ \hat{t}_{rs}^{(l)} & \text{否则 } (\hat{t}_{rs}^{(l)} = \hat{t}_{rs}^{(l)}) \end{cases};$$

$\hat{t}_{rs}^{(l)} = \{\hat{t}_{rs}^{(l)}\}$; τ 是停机准则的下限. 如果式 (28) 的左侧小于 τ 则 $\left\| (\hat{t}(f^{(l)}) - \hat{t}_{\min}^0)^T f^{(l+1)} \right\|$ 充分小, TRUE 平衡条件近似成立.

4 数值算例

先用一个简单的网络 (如图 1) 来说明 TRUE 模型在应用的一些性质. 这个网络包含: 六个节点、七个路段以及两个 OD 对 $1 \rightarrow 3$ 和 $2 \rightarrow 4$. 在这个例子中, BPR 函数的参数取 $n = 4$ 和 $\beta = 0.15$. 假设 $\rho = 95\%$, 计算的精度设定为 $\tau = 10^{-4}$. 网络中每个路段的自由出行时间设置为 $t_1^0 = 8.0, t_2^0 = 9.0, t_3^0 = 2.0, t_4^0 = 6.0, t_5^0 = 3.0, t_6^0 = 3.0, t_7^0 = 4.0$ (min). 每个路段的容量设定为: $c_1 = 20, c_2 = 20, c_3 = 20, c_4 = 40, c_5 = 20, c_6 = 25$ (标准车 / min). OD 需求的标准差假设为

$$\sigma_q^{rs} = w_{rs}(q_{rs}) = 2 \sqrt{q_{rs}} \quad rs = 13, 24 \quad (29)$$

为了检验不同需求水平下模型的结果, OD 需求量假设为如下关系式:

$$\begin{aligned} q_{13} &= 50z & 0 \leq z \leq 1 \\ q_{24} &= 50z \end{aligned} \quad (30)$$

其中 z 是 OD 需求乘子. 由图 1 可以看出, 路径 1 和路径 4 是对称的, 路径 2 和路径 3 是对称的. 所以在以下的讨论中, 仅给出路径 1 和路径 2 的结果.

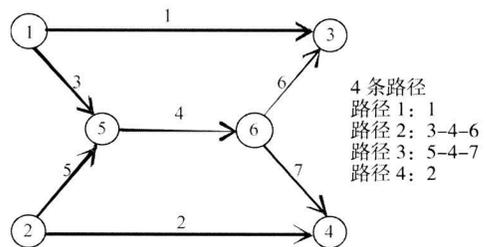


图 1 一个简单的交通网络

Fig. 1 A simple transportation network

4 1 交通流量的不确定性分析

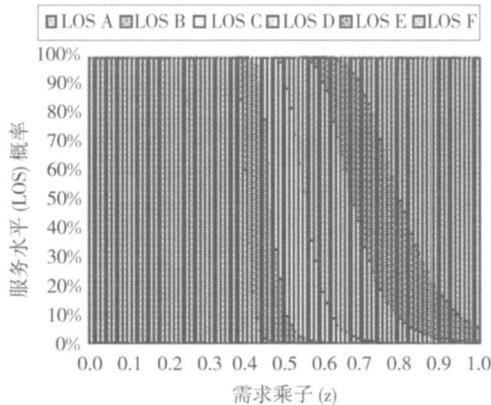


图 2 路段 4 在不同需求水平下的各级 LOS 概率

Fig 2 LOS probabilities on link 4 for different demand levels

为了方便说明, 本文采用路段的服务水平 (level of service, LOS) 的概念来说明交通流量的不确定性, 根据 highway capacity manual^[21], LOS 可以被划分为六个等级, 其中一种划分标准是根据饱和度 (路段流量和路段容量的比值 (v/c) 来确定的. 等级 A 到 F 具体 v/c 的值设置如下: (v/c)_A: 0 ~ 0.26 (v/c)_B: 0.26 ~ 0.41; (v/c)_C: 0.41 ~ 0.59 (v/c)_D: 0.59 ~ 0.81; (v/c)_E: 0.81 ~ 1.00 (v/c)_F: 1.00 ~ +∞. 等级 A 到 F 代表路段的拥挤状况越来越严重. 如果路段流量 v 是确定的, 那么 v/c 应该是一个确定的值, 由于需求的随机性导致了交通流量的不确定性, 因而 v/c 是一个随机变量, 从而 LOS 在每一个需求水平下也是不确定的值 (即随机变量). 如此, 可以求出每个路段为不同服务水平的概率, 比如路段 4 为 A 级服务水平的概率为

$$Pr\{0 \leq \frac{V_4}{c_4} \leq 0.26\} = \int_{-\infty}^{0.26c_4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_4} \times \exp\left(-\frac{(x - t_4)^2}{2(\sigma_4^v)^2}\right) dx \quad (31)$$

图 2 展示了在不同的需求水平下路段 4 的各级 LOS 的概率. 从图上可以看到, 当需求较低的时候, 路段 4 为 A 级 LOS 的概率基本上为 100%. 因为当需求较低的时候, 需求的随机性也较小, 这个时候 V/C 的值比较小, 当然此时的 V/C 的不确定性也就较小, 所以路段 4 为 A 级服务水平的概

率很大. 当需求增加的时候, 需求的不确定性也就随之增加, 这就导致了交通流量的随机性的增加, 从图中可以看到, 当 $z = 0.65$ 的时候, 路段 4 的 LOS 为 A、B、C、D、E 和 F 的概率分别为 0%, 0.05%, 5.22%, 60.76%, 32.46% 和 1.51%. 这个例子展示了由于需求的不确定性而导致的交通流量的不确定性. 与传统模型不同的是, 该模型可以预测路段各级服务水平的概率, 而不是一个确定的值.

4 2 有效出行时间分析

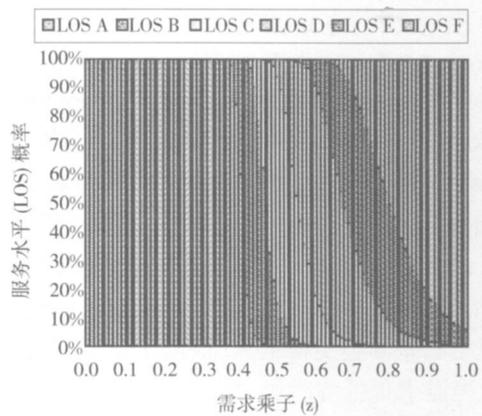


图 3 路径 2 在不同需求水平下的有效出行时间

Fig 3 Effective travel times on path 2 for different demand levels

图 3 展示了路径 2 的有效出行时间在不同需求水平下的变化规律. 由于有效出行时间是平均出行时间与安全边际值的和, 当需求很低的时候, 有效出行时间几乎与平均出行时间相等. 此时, 决定出行者路径选择的主要因素是平均出行时间. 当需求变高的时候, 有效出行时间增加得比较快. 可以看到, 安全边际值增加的速度要比平均出行时间快. 正像在 3.1 中看到的, 较高的 OD 需求会导致较大的交通流量的随机性. 因此, 出行时间随机性在需求水平较高的时候也就变得较大. 在这种情况下, 出行者要准备较大的安全边际值去保证出行时间的可靠性. 因此, 有效出行时间增加较快. 此时, 安全边际值在有效出行时间中的比率变大. 这就反映了, 当需求很大时, 出行者在选择路径的时候, 安全边际值会变成一个相当重要参考依据.

4.3 TRUE和UE的比较

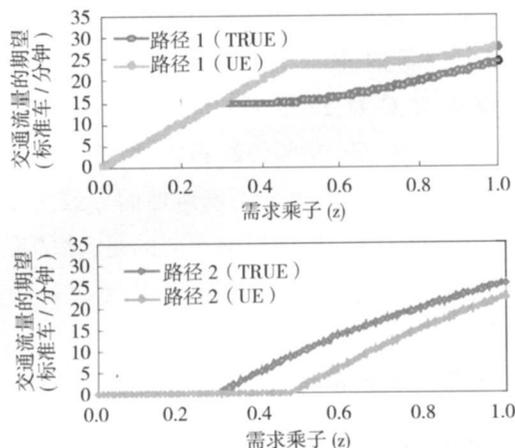


图4 不同需求水平下 TRUE和UE路径流量的比较
Fig. 4 Comparisons on path flows for different demand levels

图4展示了在不同的需求水平下 TRUE和UE (user equilibrium, 用户平衡) 路径流量 (路径1和路径2) 的期望值。可以看到, 当需求较低的时候 ($z \leq 0.3$), TRUE和UE路径流量的期望值几乎相等。但是当需求增加的时候, TRUE模型和UE模型的差异会变得很大。根据3.2节中的讨论结果, 当需求很低的时候, 决定出行者路径选择的主要因素是平均出行时间, 而当需求较高的时候, 出行者就会考虑安全边际值来保障出行时间的可靠性。因此, 从图4可以看到, 当OD需求较低的时候, TRUE和UE模型没有太大的区别, 而当需求较高的时候, 两者的区别就相当明显了。这说明, 本文提出的 TRUE模型可能更加适合 OD需求水平较高的网络。

4.4 算法的有效性

在本节中, 一个中等规模的网络 (Sioux Falls 交通网络, 见图5) 被用来来检验算法的有效性。该网络由24个节点和76个路段组成。假设网络中有96个OD对 (见表1), 并给定162条路径。有关BPR函数的参数设定见文献[22]。所有OD对需求量的期望都假设为300标准车/h。在此算例中, 有关OD需求的标准差设定为

$$\sigma_q^{rs} = w_{rs} (q_{rs}) = 5 \sqrt{q_{rs}} \quad \forall (r, s) \in C \quad (32)$$

其他的参数与前面的例子相同。

在1125次迭代之后, 得到了TRUE的解。从图6中不难发现, 虽然算法总体上是收敛的, 但是由于采用了MSA的算法, 收敛的误差 E (见式(28)) 并不是单调下降的。这是因为 TRUE 变分

不等式模型的单调性暂时还很难说明, 从而无法确定迭代求解的下降方向和合适的步长。为了说明平衡条件, 本文给出了其中一个OD对6→23的结果 (见表1)。可以看到, 在平衡的时候, 两条使用的路径上的有效出行时间是相同的, 这与TRUE的定义是一致的。从这个例子可以看出, 对于中等规模的网络, MSA算法仍然能找出TRUE的解。

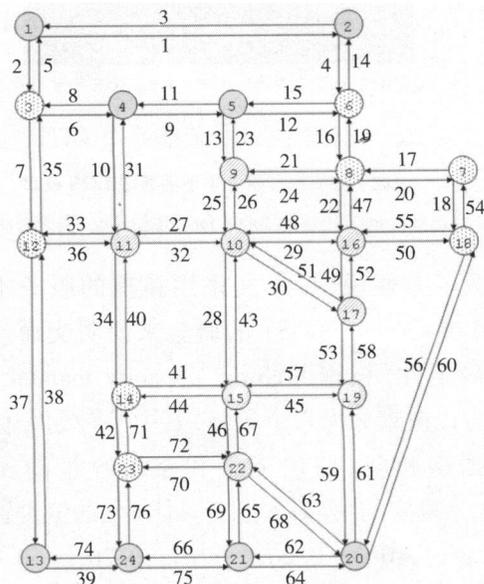


图5 Sioux Falls交通网络

Fig. 5 Sioux Falls transportation network

表1 Sioux Falls交通网络数值结果

Table 1 Numerical result for sioux falls transportation network

起始点	终点	OD对的数量
1, 2, 4, 5	13, 20, 21, 24	16
13, 20, 21, 24	1, 2, 4, 5	16
3, 12, 14, 23	6, 7, 8, 18	16
6, 7, 8, 18	3, 12, 14, 23	16
9, 10, 11, 16	15, 17, 19, 22	16
15, 17, 19, 22	9, 10, 11, 16	16

OD	路径	路径流量期望 (标准车/h)	路径流量标准差 (标准车/h)	路径出行时间期望/h	路径出行时间标准差/h	有效路径出行时间/h
6 ↓ 23	16-20-1	216.6	62.5	0.226	0.036	0.285
	18-56-63-70					
	16-21-2	83.4	24.1	0.238	0.029	0.285
	5-28-46-70					

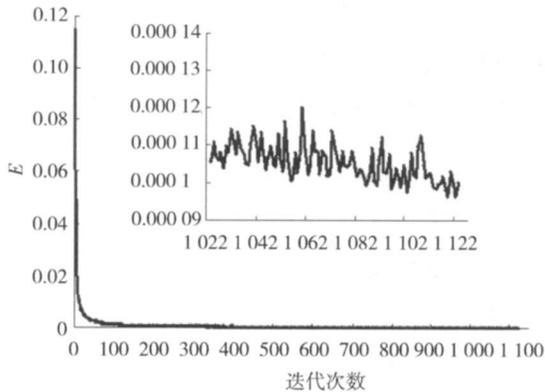


图 6 算法收敛情况

Fig. 6 Convergence characteristics for the proposed solution algorithm

5 结 论

本文讨论了交通系统中需求的随机性对出行时间不确定性的影响, 给出了一类基于出行时间可靠性的交通配流模型 (TRUE 模型). 由于出行时间的不确定性, 出行者不一定能准时到达目的地. 所以出行者在选择路径的时候, 会考虑一个安全边际值来增加出行时间的可靠性. 鉴于此, 有效出行时间的概念被引入. 有效出行

时间定义为平均出行时间与安全边际值的和. 当有效出行时间作为出行者选择路径的依据时, 相关的交通配流模型被归结为一个变分不等式问题, 并证明了解的存在性. 该模型可以被看作是已有的基于可靠性的交通配流模型的一个推广. 同时, 从数值算例的结果, 可以得出, TRUE 模型更加适用于需求较高的交通网络. 在 TRUE 模型的基础上, 进一步的工作可以在以下几个方面开展:

- * OD 需求标准差函数的校正.
- * 设计一个有效的算法去求解 TRUE 模型, 该算法需要考虑两个方面的改进: (a) 应用 Chen 和 Ji^[23] 的方法寻找最短有效出行时间路径, 从而生成路径集合; (b) 进一步研究 TRUE 模型的单调性, 推导出下降的寻查方向和合适的步长.
- * 将 TRUE 模型应用到网络设计中, 以便于从需求不确定性和出行可靠性的角度来优化交通网络.
- * 将本文提出的静态 TRUE 交通配流模型推广为动态交通配流模型^[24].
- * 将 TRUE 模型中的可靠性概念, 推广到其他更加复杂交通行为分析网络模型中, 例如停车换乘问题的可靠性^[25] 等.

参 考 文 献:

- [1] Lo H K, Tung Y K. Network with degradable links: Capacity analysis and design [J]. *Transportation Research Part B*, 2003, 37(4): 345—363
- [2] Lo H K, Luo X W, Siu B W Y. Degradable transport network: Travel time budget of travelers with heterogeneous risk aversion [J]. *Transportation Research Part B*, 2006, 40(9): 792—806
- [3] Chen A, Yang H, Lo H K, et al. Capacity reliability of a road network: An assessment methodology and numerical results [J]. *Transportation Research Part B*, 2002, 36(3): 225—252
- [4] Asakura Y, Kashiwadani M. Road network reliability caused by daily fluctuation of traffic flow [J]. *European Transport Highways & Planning*, 1991, 19: 73—84
- [5] Clark S, Watling D. Modeling network travel time reliability under stochastic demand [J]. *Transportation Research Part B*, 2005, 39(2): 119—140
- [6] Shao H, Lan W H K, Tam M L. A reliability-based stochastic traffic assignment model for network with multiple user classes under uncertainty in demand [J]. *Networks and Spatial Economics*, 2006, 6(3—4): 173—204
- [7] Cheng L, Li Q, Wang J, et al. Urban street network capacity reliability [J]. *Journal of Southeast University (English Edition)*, 2004, 20(2): 235—239
- [8] 陈艳艳, 梁颖, 杜华兵. 可靠度在路网运营状态评价中的应用 [J]. *土木工程学报*, 2003, 36(1): 36—40

- Chen Yanyan, Liang Ying, Du Huarbing. The application of reliability in the road network performance evaluation [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2003, 36(1): 36—40 (in Chinese)
- [9] 许良, 高自友. 基于路段能力可靠性的城市交通网络设计 [J]. *中国公路学报*, 2006, 19(2): 86—90
Xu Liang, Gao Ziyu. Urban transport network design based on link capacity reliability [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2006, 19(2): 86—90 (in Chinese)
- [10] 熊志华, 邵春福. 随机需求条件下道路网行程质量评估——行程时间可靠性 [J]. *交通运输工程与信息学报*, 2006, 4(2): 40—44
Xiong Zhihua, Shao Chunfu. Evaluation on the travel trait of road network under day-to-day stochastic demand—travel time reliability [J]. *Journal of Transportation Engineering and Information*, 2006, 4(2): 40—44 (in Chinese)
- [11] 况爱武, 黄中祥. 随机供求下的道路服务水平可靠性 [J]. *系统工程*, 2007, 25(6): 25—30
Kuang Aiwu, Huang Zhongxiang. On the service reliability in stochastic supply and demand [J]. *Systems Engineering*, 2007, 25(6): 25—30 (in Chinese)
- [12] 张杨, 贾建民, 黄庆. 城市交通中车辆择路行为实证研究 [J]. *管理科学学报*, 2007, 22(5): 78—85
Zhang Yang, Jia Jianmin, Huang Qing. Vehicle routing choice in urban traffic [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2007, 22(5): 78—85 (in Chinese)
- [13] Abdel-Aty M, Kitamura R, Jovanis P. Investigating effect of travel time variability on path choice using repeated measurement stated preference data [J]. *Transportation Research Record*, 1995, (1493): 39—45
- [14] Lam T, Small K A. The value of time and reliability: Measurement from a value pricing experiment [J]. *Transportation Research Part E*, 2001, 37(2—3): 231—251
- [15] Hall R W. Travel outcome and performance: The effect of uncertainty on accessibility [J]. *Transportation Research Part B*, 1983, 17(4): 275—290
- [16] Chen A, Subprasom K, Ji Z W. Mean variance model for the build-operate-transfer scheme under demand uncertainty [J]. *Transportation Research Record*, 2003, (1857): 93—101
- [17] Facchinei F, Pang J S. *Finite-Dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems* [M]. New York: Springer, 2003
- [18] Dafemos S. The general multimodal network equilibrium problem with elastic demand [J]. *Networks*, 1982, 12(1): 57—72
- [19] Bernstein D, Gabriel G. Solving the Non-additive Traffic Equilibrium Problem [C]. *Proceedings of the Network Optimization Conference*. Berlin: Springer, 1997. 72—102
- [20] Sheffi Y. *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods* [M]. Englewood Cliffs, N J: Prentice-Hall, 1985
- [21] National Research Council. *Highway Capacity Manual* [M]. Washington D C: Highway Research Board, 2000
- [22] Tam M L, Lam W H K. Analysis of demand for road-based transport facilities: Hierarchical programming approach [J]. *Transportation Research Record*, 1999, (1685): 73—80
- [23] Chen A, Ji Z W. Path finding under uncertainty [J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2005, 39(1): 19—37
- [24] 黄海军. 城市交通网络动态建模与交通行为研究 [J]. *管理学报*, 2005, 2(1): 18—22
Huang Haijun. Dynamic modeling of urban transportation networks and analysis of its travel behaviors [J]. *Chinese Journal of Management*, 2005, 2(1): 18—22 (in Chinese)
- [25] 田琼, 黄海军, 杨海. 瓶颈处停车换乘 logit 随机均衡选择模型 [J]. *管理科学学报*, 2005, 8(1): 1—6
Tian Qiong, Huang Haijun, Yang Hai. Mode choice models based on logit stochastic equilibrium in transportation systems with park-and-ride option [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2005, 8(1): 1—6 (in Chinese)

Travel time reliability-based traffic assignment problem

SHAO Hu^{1, 2}, LAM William H. K.², MENG Qiang³, TAM Mei-lam²

1. Department of Mathematics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China

2. Department of Civil and Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Kowloon, Hong Kong, China

3. Department of Civil Engineering, National University of Singapore, BLK E1, 07-10, 1 Engineering Drive 2, Kent Ridge Crescent, Singapore 117576

Abstract This paper presents a travel time reliability-based traffic assignment model in view of the daily demand variation. Due to the stochastic travel demand, path travel times are not constant, which can be viewed as random variables. Assuming that the travelers are able to learn the variation of the path travel time based on past experiences, this paper proposes a travel time reliability-based user equilibrium (TRUE) principle to characterize travelers' path choice behavior under uncertainty in travel times raised from demand variation. This principle can be formulated as an equivalent path-based variational inequality (VI) problem. It is rigorously proved that there is at least one solution for the VI problem. A heuristic solution algorithm is employed for solving the VI problem. Numerical examples are used to illustrate the applications of the proposed model and the solution algorithm.

Key words demand uncertainty, travel time reliability, traffic assignment problem, variational inequality

(上接第 9 页)

$$\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} \frac{(a-c-x)^{1/2}}{\sqrt{3b}} (x-s) f_{(2)}(x) g(c) dx dc \quad (A-3)$$

将式 (A-3) 减去式 (8), 得

$$E(\pi_{SA3}(S, c)) - E(\pi_{SA1}(S, c)) \geq \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} \frac{(a-c-x)^{1/2} - (a-c-E(s_2))^{1/2}}{\sqrt{3b}} (x-s) \times f_{(2)}(x) g(c) dx dc$$

只需考虑该二重积分是否非负即可。

定义

$$H(s) = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \frac{\sqrt{a-c-x} - \sqrt{a-c-E(s_2)}}{\sqrt{3b}} \times (x-s) f_{(2)}(x) dx$$

由于

$$H'(s) = \frac{1}{\sqrt{3b}} \times \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} (\sqrt{a-c-E(s_2)} - \sqrt{a-c-x}) f_{(2)}(x) dx$$

又因为显然有 $H(\bar{s}) = 0$ 所以只要 $H(s)$ 单调递减, 即只要 $H'(s) \leq 0$ 即可证明该二重积分非负。为求得使 $H'(s) \leq 0$ 的条件, 考虑因为 $H'(\bar{s}) = 0$ 故只要能找到使 $H'(s)$ 递增的条件, 即 $H''(s) \geq 0$ 的 s 即可。因

$$H''(s) = \frac{(\sqrt{a-c-s} - \sqrt{a-c-E(s_2)})}{\sqrt{3b}}$$

显然, 当 $s \leq E(s_2)$ 时, $H''(s) \geq 0$ 即函数 $H'(s)$ 递增, 而且在上述论证过程中, 只要 $s < E(s_2)$, 则 $H(s)$ 严格单调递减, 故结论得证。