

无缝换乘的城市轨道交通运费清分模型及算法^①

四兵锋, 高亮, 毛保华

(北京交通大学交通运输学院, 北京 100044)

摘要: 结合国内城市轨道交通无缝换乘的运营特点, 充分考虑了影响城市轨道交通网络客流分配的主要因素(包括出行时间和换乘次数), 以及城市轨道交通网络的特有属性, 构造了城市轨道交通网络的广义费用函数, 并分析了乘客在城市轨道交通网络中的路径选择行为, 基于随机用户平衡原则提出了城市轨道交通网络客流分配问题的数学优化模型. 在此基础上, 充分考虑了影响城市轨道交通运费清分的主要因素, 采用多路径概率选择方法构造了城市轨道交通网络运费清分模型, 并设计了基于有效路径搜索的求解算法, 最后通过一个实际例子对模型和算法进行了说明.

关键词: 轨道交通; 运费清分; 流量分配; 模型

中图分类号: U491.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2009)05-0036-08

0 引言

随着我国各大城市如北京、上海、广州等轨道交通建设的不断推进, 城市轨道交通网络将逐步形成, 而管理方面必然由单线运营转变为网络运营. 同时, 国内的城市轨道交通系统基本上都是采用各线路间“一票换乘”形式的无缝换乘模式, 乘客的换乘路径无法确定. 在这种条件下, 轨道交通网络运营中出现的客流非线性增长以及所引起乘客出行选择行为的不确定性, 将对城市轨道交通运营管理提出更高的要求. 由于轨道交通造价高、投资大、工期长等特点, 在其建设及运营过程中通常无法由单一投资主体完成, 整个城市轨道交通路网的建设会以渐进的形式由不同的投资主体投资建设并进行运营. 因此, 研究对跨线换乘交易, 将交易款划分给各承运商的清分问题, 对城市轨道交通的市场化运作具有重要意义.

目前, 国内外专家学者对城市轨道交通网络方面的研究非常关注, 但主要集中在网络规划、运营组织和管理上^[1-4]. 相对而言, 国内外对于城市

轨道交通系统的运费清分问题的研究较少, 目前在实际中采用的方法基本上是基于统计的简单模型, 无法客观实际的反映各个运营商应得的收益, 在精确度、合理性上都存在明显缺陷. 虽然有些国内学者在研究该问题时考虑了乘客的路径选择行为^[5,6], 但在这些研究中, 一些关键问题还没有很好地解决, 如轨道交通网络中的路段阻抗函数形式、有效路径的选择以及换乘站点的处理等等, 这些问题直接影响城市轨道交通运费清分结果的公平和公正性. 尽管文献[7]对城市轨道交通网络的客流分配问题进行了深入的建模研究, 但并没有进一步考虑运费清分问题.

本文围绕城市轨道交通运营管理中的运费清分问题, 充分考虑了城市轨道交通网络的特有属性以及影响城市轨道交通运费清分的主要因素, 在此基础上, 采用多路径概率选择方法构造了城市轨道交通网络运费清分模型, 并设计了基于有效路径搜索的求解算法, 最后通过一个实际例子对模型和算法进行了说明.

① 收稿日期: 2007-07-23; 修订日期: 2008-07-20.

基金项目: 国家“973”资助项目(2006CB705500); 国家自然科学基金资助重点项目(70631001).

作者简介: 四兵锋(1972-), 男, 河北邢台人, 博士, 副教授. Email: sb@263.net

1 影响运费清分的主要因素分析

影响城市轨道交通运费清分的因素多且复杂, 其中最为重要的因素是客流在不同路径上的分配关系, 因此, 影响乘客路径选择行为的主要因素就构成了影响清分的主要因素. 这类因素主要包括乘客本身因素、乘客出行特征因素以及轨道交通网络方面的因素. 如图 1 所示:

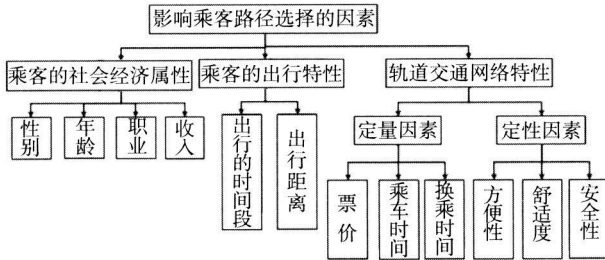


图 1 影响城市轨道交通系统运费清分的主要因素
Fig. 1 Factors that impact the toll allocation of the urban railway traffic system

通常, 出行时间是影响乘客路径选择的一个重要的因素, 城市轨道交通网络中的出行时间是指乘客从轨道交通起始点至轨道交通出行终点所需的全部时间, 包括乘车时间、换乘时间等. 其中乘车时间是指乘客从登上列车开始到下车时在上车站与下车站之间花费的时间, 包括车辆运行时间和在车站的停车时间; 换乘时间是指乘客从一条线路下车起, 经过换乘路线, 到达另一线路, 上列车离开时止的时间, 包括步行时间和等车时间. 通常, 当乘客从出发地至目的地有多条路径可供选择时, 出行时间越短的路线被选择的概率越大.

另外, 票价的高低也会对乘客的路径选择产生较大影响. 但在无缝换乘条件下, 一旦 O-D 确定, 则该 O-D 间的所有路径上的票价都是相同的, 故可以忽略票价对路径选择的影响. 方便、舒适、安全等定性因素通常与线路的拥挤程度相关, 对乘客的路径选择也会产生较大的影响, 这些定性因素可用流量和车辆承载能力进行表示.

2 无缝换乘条件下的乘客路径选择行为

乘客在城市轨道交通网络中的路径选择问题

从行为科学上解释, 就是一个决策制定问题, 即乘客在城市轨道出行过程中如何选择路径. 为了模拟乘客的选择行为, 可以为每条路径确定一个广义费用, 通常, 该费用是一个随机变量.

假定在轨道交通网络中, 共有 W 个 O-D 对, 在第 w ($w \in W$) 个 O-D 对之间存在 M 条乘客可能选择的路径, 令 C_m^w 为该 O-D 间路径 m ($m \in M$) 上的广义费用值, 可用下式表示:

$$C_m^w = c_m^w + \epsilon_m^w, \quad \forall m, w \tag{1}$$

式中 c_m^w 表示 O-D 对 w 间路径 m 上可确定的费用, 包括时间等定量因素以及方便舒适性等定性因素; ϵ_m^w 为随机误差项.

在城市轨道交通网络中, 乘客的出行路径是由一系列的车站节点和站间路段组成的, 显然, 乘客在 O-D 对 w 间路径 m 上的乘车时间, 用 T_m^w 表示, 就等于组成该路径的所有路段的乘车时间和所有站点的停车时间之和; 乘客在该路径上的换乘时间, 用 E_m^w 表示, 等于该路径上所有换乘的步行时间和等车时间之和, 即

$$T_m^w = \sum_i t_i + \sum_n p_n, \quad \forall m, w \tag{2}$$

$$E_m^w = \sum_h (e_h + w_h), \quad \forall m, w \tag{3}$$

式中 t_i 表示车辆在第 i 条区段上的行驶时间; p_n 表示列车在 O-D 对 w 间路径 m 上的非换乘车站 n 的平均停车时间; e_h 表示在 O-D 对 w 间路径 m 上的换乘站 h 进行换乘的步行时间; w_h 表示乘客在换乘车站 h 的平均等车时间.

在轨道交通网络中, 方便、舒适、安全等定性因素与拥挤程度直接相关, 而拥挤程度与区段上的客流量及列车承载能力相关. 当列车上乘客数小于座位数时, 由拥挤引起的额外费用为零; 当乘客数大于座位数时, 由于部分乘客必须站立甚至过度拥挤, 可用下式来表示因拥挤而产生的额外费用

$$Y_i(x_i) = \begin{cases} 0 & x_i \leq z_i \\ \frac{x_i - z_i}{z_i} A, & z_i < x_i \leq C_i \\ \frac{x_i - z_i}{z_i} A + \frac{x_i - C_i}{C_i} B, & x_i > C_i \end{cases} \tag{4}$$

式中 Y_i , x_i , z_i 和 C_i 分别表示轨道交通网络中路段 i 上的拥挤系数、客流量、列车的座位数以及列车

能容纳的最大乘客数; A 和 B 为校正参数.

另外, 在城市轨道交通网络中, 对于乘客来说, 同样的乘车时间和换乘时间, 其理解费用是不同的, 这是因为换乘不仅要消耗时间, 还要消耗体力. 因此, 在路径的广义费用中, 应对换乘时间加以惩罚.

根据上面的分析, 可计算的路径广义费用 c_m^w 可表示为如下形式

$$c_m^w = \alpha \left(\sum_h (e_h + w_h) \right) + \sum_i t_i (1 + Y_i(x_i)) + \sum_n p_n, \forall m, w \quad (5)$$

其中 α 表示换乘系数, 且 $\alpha \geq 1$, 该参数与乘客的社会经济属性和出行特性密切相关, 也就是说, 对于不同的乘客, 在不同的出行条件下, 对于换乘费用的理解或选择偏好是不同的, 对应不同的 α 值.

如果在式 (1) 中, 路径费用随机误差项 ε_m^w 的分布已知, 则乘客选择该路径的概率 p_m^w 就可计算出来. 此概率可以理解为在 O-D 对 w 之间所有乘客中, 选择第 m 条路径的乘客比例, 换句话说, 第 m 条路径被选择的概率就是此路径上的广义费用在所有可选择路径中最小的概率, 即

$$p_m^w = \text{Pr}(C_m^w \leq C_l^w, w \neq l), \forall m, w \quad (6)$$

显然, 选择概率具有如下性质:

$$\sum_{m=1}^M p_m^w = 1, 0 \leq p_m^w \leq 1, \forall m, w \quad (7)$$

3 城市轨道交通客流分配模型

城市轨道交通网络流是由乘客路径选择的聚集结果. 通常, 乘客总希望选择广义费用最小的路径, 然而随着选择某路径的乘客数量的增加, 其拥挤程度就会增加, 导致其广义费用上升, 从而使乘客重新进行选择. 因此, 城市轨道交通网络的客流分布是一种相互反馈的动态平衡机制. 如果考虑乘客在选择路径中的随机因素, 则城市轨道交通网络客流分布的平衡状态可描述为: 在 O-D 之间所有可供选择的各条路径中, 乘客所选择的各条路径上的广义费用期望值全都相等, 且不大于未被选择路径的广义费用期望值.

由上述平衡的定义可知, 在平衡状态下, 某个 O-D 对之间所有已被选用的路径上, 并不一定有

相同的实际费用值, 而是满足以下条件:

$$f_m^w = q^w p_m^w, \forall w, m \quad (8)$$

式中 f_m^w 为 O-D 对 w 之间的第 m 条路径上的客流量, q^w 为 O-D 对 w 之间总的出行量.

基于 SUE 模型^[8] 提出如下的城市轨道交通网络客流分配模型

$$\min Z(f) = \frac{1}{\theta} \sum_w \sum_m f_m^w \ln f_m^w + \sum_i \int_0^{x_i} c_i(w) dw \quad (9a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_m f_m^w = q^w, \forall w \quad (9b)$$

$$f_m^w \geq 0, \forall m, w \quad (9c)$$

$$x_i = \sum_w \sum_i f_m^w \xi_m^w, \forall i \quad (9d)$$

式中 θ 为非负参数, 它描述了整个模型的随机特性, θ 越大, 说明乘客对路径费用的理解就越准确; ξ_m^w 表示路径与路段之间的关系, 若路段 i 在 O-D 对 w 之间的第 m 条路径上, 取值为 1 否则为 0. 需要指出的是, 在这里所谓的路段不仅仅代表列车运行的区段, 而且也表示网络中站点扩展的虚拟路段, 对城市轨道交通网络中的站点进行扩展完全是出于建模的需要. 关于网络虚拟路段的扩展问题可参见文献[9], 在此不再赘述. 路段费用 $c_i(x_i)$ 表示扩展后的城市轨道交通网络中路段 i 上的广义费用.

可以证明模型 (9a) - (9d) 的最优解满足如下 Logit 形式的客流分布条件^[8]

$$f_m^w = q^w \frac{\exp(-\theta G_m^w)}{\sum_l \exp(-\theta G_l^w)}, \forall w, m \quad (10)$$

4 基于多路径选择概率的城市轨道交通系统运费清分模型

用 T^w 表示 O-D 对 w 间的轨道交通票价, 则该 O-D 间总的运费收入可表示为

$$R^w = q^w \cdot T^w, \forall w \quad (11)$$

其中 R^w 表示 O-D 对 w 间总的运费收入.

假定城市轨道交通网络中共有 N 条线路, 且由不同的运营商进行运营和管理, 用 A^w 表示 O-D 对 w 间不同路径上的各线路所占里程的比例矩阵, 即

$$A^w = \begin{bmatrix} a_{11}^w & a_{12}^w & \cdots & a_{1n}^w \\ a_{21}^w & a_{22}^w & \cdots & a_{2N}^w \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{M1}^w & a_{M2}^w & \cdots & a_{MN}^w \end{bmatrix}, \forall w \quad (12)$$

其中 a_{mn}^w 表示 O-D 对 w 间路径 m 上轨道交通线路 n 所占的里程比例, 显然

$$\sum_{n=1}^N a_{mn}^w = 1 \text{ 且 } 0 \leq a_{mn}^w \leq 1 \quad (13)$$

对于 O-D 对 w 而言, 运费在不同运营商之间的清分比例可表示为

$$TA^w = p^w \cdot A^w, \forall w \quad (14)$$

其中 $TA^w = [TA_1^w, TA_2^w, \dots, TA_N^w]$, TA_n^w 表示 O-D 对 w 之间运营商 n 的清分比例; $p^w = [p_1^w, p_2^w, \dots, p_M^w]$.

显然, 不同运营商的清分收入为

$$r_n^w = R^w \cdot TA_n^w, \forall w, n \quad (15)$$

其中 r_n^w 表示运营商 n 在 O-D 对 w 之间的运费收入.

5 求解算法

在城市轨道交通网络运营清分算法中, 最为困难、同时也最为关键的部分在于客流分配的计算, 即求解模型 (9a) — (9d). 采用 MSA 算法^[10]求解城市轨道交通网络客流分配问题. 具体步骤如下:

步骤 1 确定有效路径的集合.

步骤 2 初始化. 令 $x_i^{(1)} = 0 \forall i$ 置迭代次数 $a = 1$

步骤 3 根据 (14) 计算路段广义费用 $c_i^{(a)} > (x_i^{(a)})$, $\forall i$ 然后用 Logit 随机配流算法计算路段流量 $y_i^{(a)}$, $\forall i$

步骤 4 迭代. 计算

$$x_i^{(a+1)} = x_i^{(a)} + \frac{1}{a} (y_i^{(a)} - x_i^{(a)}), \forall i \quad (16)$$

步骤 5 收敛性检查. 若满足收敛条件, 则停止迭代; 否则, 令 $a = a + 1$, 转步骤 3

可以看出, 上述算法首先需要确定有效路径, 因此, 该算法的难点在于如何寻找任意 O-D 之间的有效路径. 目前用于搜索有效路径的算法有 Dial 算法^[11]和 K 短路算法^[10]. 但这两种算法都存在明显的缺陷, 如 K 短路算法的计算量大, 通常 $K \leq 3$ 这样会遗漏某些有效路径; Dial 算法较易

实现, 但如果网络中存在环形通路, 则该算法也同样会遗漏有效路径. 为了弥补上述两种算法的缺陷, 本文将图论中基于深度优先的遍历算法应用在有效路径的搜索中, 提出了基于回溯遍历的有效路径搜索算法, 具体步骤如下:

步骤 1 初始化, 给相关变量赋初值;

步骤 2 采用最短路算法计算 O-D 间的最小费用并设定阈值, 设根节点 r 为当前节点;

步骤 3 从当前节点 n 出发, 遍历与节点 n 相邻的节点, 例如节点 j . 如果从根节点 r 出发沿着该遍历路径的费用小于或等于设定阈值, 则令节点 j 为当前点, 转下一步; 否则转到步骤 6

步骤 4 判断节点 j 是否为终节点, 如果不是则转入步骤 3 否则进行下步;

步骤 5 记录该有效路径;

步骤 6 退回上一层 (回溯), 若未退到根节点则转入步骤 3

6 算例分析

选取北京市现有轨道交通 1 号线、2 号线、13 号线以及已开通的 5 号线所组成的轨道交通网络为例, 对模型及算法进行验算, 为便于描述, 在网络图中只列出了换乘站和一些主要站. 算例所用的基础数据来源于北京地铁公司的网上公布数据或相关调查, 有关参数均通过统计回归方法估计得出^[11].

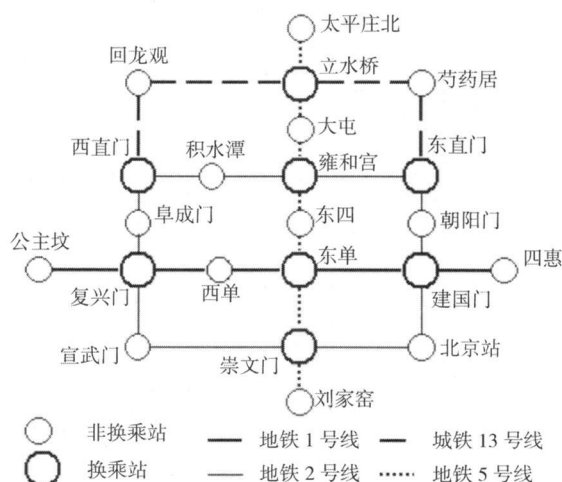


图 2 北京市现有轨道交通网络

Fig. 2 Existing urban railway traffic network of Beijing city

为了便于标记,对 4 条线路进行了编号,即 1 号线(1)、2号线(2)、13号线(3)和 5号线(4)。在本算例中,轨道交通网络基础数据包括票价、换乘步行时间、列车运行时间、发车间隔以及 O-D量三个方面;参数包括路径广义费用模型中的 α, A, B, C, z 等,配流模型中的 θ 及有效路径算法中的阈值。

①北京市轨道交通现行票价分为 5元和 3元两种,为便于计算,在本算例中假定任意 O-D间的票价均为 5元。

②发车间隔,北京市现有轨道交通系统的平

均发车间隔为 4m in

③乘客换乘步行时间,本算例中共有 8个换乘站,其中东直门和西直门的换乘步行时间均为 10m in,其他换乘站的换乘步行时间均为 3m in

④站间车辆运行时间,根据北京市地铁公司公布的站间运行时间统计出算例网络中 1号线、2号线及 13号线的站间运行时间,由于 5号线尚未投入运营,故 5号线的站间运行时间采用站间距离除以平均速度的方法进行定义,平均速度取

0.58km /m in

表 1 站间车辆运行时间 (m in)

Table 1 Vehicle running times between the different stations (m in)

区段	运行时间	区段	运行时间	区段	运行时间
公主坟 - 复兴门	8.0	雍和宫 - 东直门	3.5	立水桥 - 芍药居	13.0
复兴门 - 西单	2.5	东直门 - 朝阳门	3.5	芍药居 - 东直门	8.0
西单 - 东单	7.5	朝阳门 - 建国门	2.5	太平庄北 - 立水桥	6.0
东单 - 建国门	2.5	建国门 - 北京站	2.0	立水桥 - 大屯	6.5
建国门 - 四惠	9.5	北京站 - 崇文门	2.0	大屯 - 雍和宫	14.5
复兴门 - 阜成门	2.5	崇文门 - 宣武门	6.5	雍和宫 - 东四	5.0
阜成门 - 西直门	3.0	宣武门 - 复兴门	3.5	东四 - 东单	3.5
西直门 - 积水潭	3.5	西直门 - 回龙观	27.0	东单 - 崇文门	1.5
积水潭 - 雍和宫	6.0	回龙观 - 立水桥	8.0	崇文门 - 刘家窑	5.5

⑤参数值,各参数的取值如表 2 所示:

表 2 相关参数取值

Table 2 Values of the parameters

参数	α	θ	阈值	A	B	C(人/辆)	Z(人/辆)
取值	1.86	19.60	10m in	1	1	410 × 6	310 × 6

⑥在本算例中,选取了一些典型 O-D对进行计算,并对各 O-D对进行了编号,假定 O-D阵为对称矩阵,相关的 O-D量以及各 O-D间总收入如表 3 所示:

表 3 O-D数据 (O-D量单位:万人/h;收入单位:万元/h)

Table 3 O-D data (the unit of O-D demand is 10 000 persons per hour; the unit of the revenue is 10 000 ¥ per hour)

	西单			四惠			西直门			东直门			北京站			立水桥		
	编号	O-D量	收入	编号	O-D量	收入	编号	O-D量	收入	编号	O-D量	收入	编号	O-D量	收入	编号	O-D量	收入
公主坟	1	0.5	2.5	2	1	5	3	0.5	2.5	4	0.5	2.5	5	1	5	6	0.5	2.5
西单				7	0.8	4	8	0.5	2.5	9	0.5	2.5	10	0.8	4	11	0.5	2.5
四惠							12	0.4	2	13	0.4	2	14	0.8	4	15	0.2	1
西直门										16	0.2	1	17	0.8	4	18	0.4	2
东直门													19	0.6	3	20	0.4	2
北京站																21	0.6	3

首先确定所有 O-D 之间的有效路径集合, 并计算每条线路在 O-D 间的各条有效路径上所占的里程比例, 计算结果如下:

$$A^1 = | 1 \ 0 \ 0 \ 0 |, A^2 = | 1 \ 0 \ 0 \ 0 |,$$

$$A^3 = | 0.57 \ 0.43 \ 0 \ 0 |, A^7 = | 1 \ 0 \ 0 \ 0 |,$$

$$A^8 = | 0.25 \ 0.75 \ 0 \ 0 |, A^{11} = | 0.25 \ 0 \ 0 \ 0.75 |,$$

$$A^{13} = | 0.57 \ 0.43 \ 0 \ 0 |, A^{14} = | 0.8 \ 0.2 \ 0 \ 0 |,$$

$$A^{16} = | 0 \ 1 \ 0 \ 0 |, A^{19} = | 0 \ 1 \ 0 \ 0 |;$$

$$A^{18} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.36 & 0 & 0.64 \end{vmatrix},$$

$$A^{20} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.13 & 0 & 0.87 \end{vmatrix},$$

$$A^5 = \begin{vmatrix} 0.4 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0.91 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0.82 & 0.09 & 0 & 0.09 \end{vmatrix},$$

$$A^9 = \begin{vmatrix} 0.11 & 0.89 & 0 & 0 \\ 0.63 & 0.37 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0 & 0.5 \end{vmatrix},$$

$$A^{10} = \begin{vmatrix} 0.83 & 0.17 & 0 & 0 \\ 0.14 & 0.86 & 0 & 0 \\ 0.66 & 0.17 & 0 & 0.17 \end{vmatrix},$$

$$A^{17} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$A^4 = \begin{vmatrix} 0.33 & 0.67 & 0 & 0 \\ 0.77 & 0.23 & 0 & 0 \\ 0.60 & 0.07 & 0 & 0.33 \\ 0.29 & 0.71 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$A^6 = \begin{vmatrix} 0.23 & 0.18 & 0.59 & 0 \\ 0.43 & 0 & 0 & 0.57 \\ 0.22 & 0.39 & 0 & 0.39 \\ 0.18 & 0.23 & 0 & 0.59 \end{vmatrix},$$

$$A^{12} = \begin{vmatrix} 0.33 & 0.67 & 0 & 0 \\ 0.77 & 0.23 & 0 & 0 \\ 0.36 & 0.28 & 0 & 0.36 \\ 0.29 & 0.71 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$A^{15} = \begin{vmatrix} 0.29 & 0 & 0 & 0.71 \\ 0.29 & 0.21 & 0 & 0.5 \\ 0.21 & 0.11 & 0 & 0.68 \\ 0.27 & 0.27 & 0 & 0.46 \end{vmatrix},$$

$$A^{21} = \begin{vmatrix} 0 & 0.36 & 0.64 & 0 \\ 0 & 0.07 & 0 & 0.93 \\ 0.07 & 0.07 & 0 & 0.86 \\ 0 & 0.42 & 0 & 0.58 \end{vmatrix}$$

根据 MSA 算法求解模型 (9a) - (9d), 得出满足随机平衡条件的路段流量如表 4 所示:

表 4 各路段平衡配流结果 (单位: 万人/h)

Table 4 Equilibrium results of the link flows (10 000 persons per hour)

区段	流量	区段	流量	区段	流量
公主坟 - 复兴门	4.00	雍和宫 - 东直门	1.30	立水桥 - 芍药居	0.40
复兴门 - 西单	3.08	东直门 - 朝阳门	2.25	芍药居 - 东直门	0.40
西单 - 东单	3.67	朝阳门 - 建国门	2.25	太平庄北 - 立水桥	0
东单 - 建国门	3.04	建国门 - 北京站	2.50	立水桥 - 大屯	1.84
建国门 - 四惠	3.60	北京站 - 崇文门	2.45	大屯 - 雍和宫	1.84
复兴门 - 阜成门	2.68	崇文门 - 宣武门	2.12	雍和宫 - 东四	1.2
阜成门 - 西直门	2.68	宣武门 - 复兴门	2.12	东四 - 东单	1.2
西直门 - 积水潭	1.24	西直门 - 回龙观	0.36	东单 - 崇文门	0.39
积水潭 - 雍和宫	1.24	回龙观 - 立水桥	0.36	崇文门 - 刘家窑	0

根据 Logit 模型计算 O-D 间各有效路径的流量分配比例, 计算结果如下:

$$p^1 = p^2 = p^3 = p^7 = p^8 = p^{11} = p^{13} = p^{14} =$$

$$p^{16} = p^{19} = [1]; p^{18} = [0.84 \ 0.16]; p^{20} =$$

$$[0.98 \ 0.02]; p^5 = [0.93 \ 0.06 \ 0.01]; p^9 =$$

$$[0.05 \ 0.93 \ 0.02]; p^{10} = [0.53 \ 0.34 \ 0.13];$$

$$p^{17} = [0.86 \ 0.14 \ 0];$$

$$p^4 = [0.64 \ 0.15 \ 0.01 \ 0.2];$$

$$p^6 = [0.05 \ 0.33 \ 0.57 \ 0.05];$$

$$p^{12} = [0.54 \ 0.19 \ 0.04 \ 0.23];$$

$$p^{15} = [0.75 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.23];$$

$$p^{21} = [0.02 \ 0.42 \ 0.05 \ 0.51].$$

最终根据公式 (14) 和 (15) 计算出各 O-D 间不同线路的运费清分比例及收入如表 5

表5 计算最终结果

Table 5 Results of the toll allocation

O-D对	各线路的清分比例				各线路的清分收入 (万元 /h)			
	1号线	2号线	13号线	5号线	1号线	2号线	13号线	5号线
公主坟 - 西单	1	0	0	0	2.5	0	0	0
公主坟 - 四惠	1	0	0	0	5	0	0	0
公主坟 - 西直门	0.57	0.43	0	0	1.425	1.075	0	0
公主坟 - 东直门	0.3907	0.606	0	0.0033	0.9767	1.515	0	0.0083
公主坟 - 北京站	0.4348	0.5643	0	0.0009	2.174	2.8215	0	0.0045
公主坟 - 立水桥	0.2878	0.2428	0.0295	0.4399	0.7195	0.607	0.0738	1.0997
西单 - 四惠	1	0	0	0	4	0	0	0
西单 - 西直门	0.25	0.75	0	0	0.625	1.875	0	0
西单 - 东直门	0.5994	0.3906	0	0.01	1.4985	0.9765	0	0.025
西单 - 北京站	0.5733	0.4046	0	0.0221	2.2932	1.6184	0	0.0884
西单 - 立水桥	0.25	0	0	0.75	0.625	0	0	1.875
四惠 - 西直门	0.4056	0.58	0	0.0144	0.8112	1.16	0	0.0288
四惠 - 东直门	0.57	0.43	0	0	1.14	0.86	0	0
四惠 - 北京站	0.8	0.2	0	0	3.2	0.8	0	0
四惠 - 立水桥	0.2846	0.0653	0	0.6501	0.2846	0.0653	0	0.6501
西直门 - 东直门	0	1	0	0	0	1	0	0
西直门 - 北京站	0	1	0	0	0	4	0	0
西直门 - 立水桥	0	0.0576	0.84	0.1024	0	0.1152	1.68	0.2048
东直门 - 北京站	0	1	0	0	0	3	0	0
东直门 - 立水桥	0	0.0026	0.98	0.0174	0	0.0052	1.96	0.0348
北京站 - 立水桥	0.0035	0.2543	0.0128	0.7294	0.0105	0.7629	0.0384	2.1882

7 结 论

随着城市轨道交通的不断发展,轨道交通系统将由目前单线运营转变为网络运营,而且国内城市轨道交通基本都采用“一票换乘”的无缝换乘模式,乘客的换乘路径无法确定.在这种条件下,城市轨道交通网络运营中出现的客流非线性增长以及所引起的乘客出行选择行为的变化,将对城市轨道交通的运营管理提出更高的要求.其中,从理论上研究城市轨道交通的客

流分布规律以及在此基础上的运费清分问题,对于城市轨道交通的市场化运作和引导城市轨道交通有序发展具有重要意义.本文在充分考虑城市轨道交通网络的特有属性以及影响城市轨道交通运费清分的主要因素的基础上,采用多路径概率选择方法构造了城市轨道交通网络运费清分模型,并设计了基于有效路径搜索的求解算法.最后通过一个实际例子对模型和算法进行了说明.计算结果表明,本文所提出的城市轨道交通网络的运费清分模型及算法是可行有效的.

参 考 文 献:

- [1] 王忠强, 高世廉, 降金琦. 轨道交通路网规划若干问题探讨[J]. 西南交通大学学报, 1999, 34(3): 369-373
Wang Zhong-qiang, Gao Shi-lian, Jiang Jin-qi. Discussions on network planning of urban rail transit[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1999, 34(3): 369-373. (in Chinese)
- [2] 马鹤龄, 郭志勇. 轨道交通客流预测非集聚模型应用初探[J]. 华中科技大学学报, 2002, 19(1): 65-72
Ma He-ling, Guo Zhi-yong. Discussion on the disaggregate model of the flux forecasting of urban rail transportation[J]. Journal of Wuhan Urban Construction Institute, 2002, 19(1): 65-72. (in Chinese)

- [3] 四兵锋, 高自友. 合理制定铁路客票价格的优化模型及算法 [J]. 管理科学学报, 2001, 4(2): 45—51.
Si Bing-feng, Gao Zi-you. Optimal model and solution algorithm for railway passenger ticket pricing [J]. Journal of Management Sciences in China, 2001, 4(2): 45—51. (in Chinese)
- [4] Rodriguez J. A constraint programming model for real time train scheduling at junctions [J]. Transportation Research Part B, 2007, 41: 231—245
- [5] 杜海宁, 张毅, 宋靖雁. 基于树状结构的高速公路路网扩展及收费清分实现 [J]. 公路交通科技, 2002, 19(3): 102—105.
Du Haining, Zhang Yi, Song Jing-yan. Extension of freeway network and toll allocating algorithm [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2002, 19(3): 102—105. (in Chinese)
- [6] 刘伟铭, 黄亚飞. 多车型多准则 SUE 模型及在通行费清分中的应用 [J]. 华南理工大学学报 (自然科学版), 2005, 33(12): 70—74.
Liu Weiming, Huang Ya-fei. SUE model based on multi type vehicles & multi criteria and its application to toll allocation [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2005, 33(12): 70—74. (in Chinese)
- [7] 四兵锋, 毛保华, 刘智丽. 无缝换乘条件下城市轨道交通网络客流分配模型及算法 [J]. 铁道学报, 2007, 29(6), 12—18.
Si Bing-feng, Mao Baohua, Liu Zhili. Passenger flow assignment model for urban railway traffic network under the condition of seamless exchange [J]. Journal of China Railway Society, 2007, 29(6): 12—18. (in Chinese)
- [8] 四兵锋, 林兴强. 交通信息条件下道路和停车选择 SUE 模型及算法 [J]. 管理科学学报, 2007, 10(2): 19—25.
Si Bing-feng, Lin Xing-qiang. Stochastic user equilibrium model for parking and route choice under advanced travel information system [J]. Journal of Management Sciences in China, 2007, 10(2): 19—25. (in Chinese)
- [9] 毛保华, 四兵锋, 刘智丽. 城市轨道交通网络管理与运费清分理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2007 年.
Mao Baohua, Si Bing-feng, Liu Zhili. Urban Railway Traffic Network Management and Toll Allocation Theory and Application [M]. Beijing: Science Publishing House, 2007. (in Chinese)
- [10] Christopher C. S. B. Race L. G. Solving K-shortest and constrained shortest path problems efficiently [J]. Annals of Operations Research, 1989, 20(2): 249—282
- [11] Sheffi Y. Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985.

Toll allocation model for urban railway traffic system under condition of seamless exchange

SI Bing-feng, GAO Liang, MAO Bao-hua

School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract In this paper, the major factors (including travel time and exchange) that impact the passenger flow assignment pattern in urban railway traffic network and characteristics of urban railway traffic network are fully considered, meanwhile, the operation management of seamless exchange is also taken into account. The general cost function for urban railway traffic network is presented and the route choice behaviour of travellers is analysed in urban railway network. A mathematical model based on stochastic user equilibrium principle is presented for urban railway traffic network flow assignment problem. Based on these, the major factors that impact the toll allocation pattern for urban railway traffic system are fully considered, meanwhile, the operation management of seamless exchange is also taken into account. Based on these, a mathematical model for toll allocation problem is presented by using multi-path choice probit method. An algorithm for available path searching is also proposed based on depth-first method in graph theory. Finally, the application of the model and its algorithm is illustrated with a numerical example.

Key words railway traffic; toll allocation; flow assignment model