第 12卷第 5期
2009年 10月
管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA
Vol 12 No 5
Oct 2009

自回归条件方差 – 偏度 – 峰度: 一个新的模型[①]

王 鹏, 王建琼, 魏 宇
(西南交通大学经济管理学院, 成都 610031)

摘要: 提出一个新的自回归条件方差 – 偏度 – 峰度模型: GJRSK-M 模型, 讨论了模型的识别、定阶、估计等技术, 运用该模型实证研究了中国股市的高阶矩波动特征, 利用样本外预测方法研究了 GJRSK-M 模型与现有高阶矩波动模型在预测能力方面的差异. 研究结果表明: 中国股市的条件方差、条件偏度和条件峰度都具有波动持续性和杠杆效应, GJRSK-M 模型具有比现有高阶矩波动模型更强的预测能力. 最后提出了将高阶矩波动模型运用于金融风险管理研究的思路.

关键词: 自回归条件方差 – 偏度 – 峰度; GJRSK-M 模型; 波动预测; 风险管理
中图分类号: F830.9　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-9807(2009)05-0121-09

0 引 言

以往的研究中, 金融资产收益的二阶矩 (方差)由于其在资产定价、风险管理等领域的重要性而得到了特别的重视. 持续性 (persistence)和杠杆效应 (leverage effect)是条件方差所具有的两个重要特征, 持续性表示一个大的条件方差后面会紧跟另一个大的条件方差, 杠杆效应意味着资产收益负的冲击会比相同强度的正的冲击引起更大的波动. 很多学者提出了理论模型来刻画条件方差的这两个特征, 如 GARCH 模型[1]、GJR 模型[2]等. 在这些模型中, 收益的偏度和峰度是静态的. 但有许多研究表明[3~8], 除了方差外, 收益的偏度和峰度也具有时变性 (time varying), 并且这种时变性对资产定价、最优资产组合选择、期权定价等有显著的影响. 所以近年来一些学者开始通过将 GARCH 模型向高阶矩(包括三阶矩和四阶矩)推广, 研究高阶矩序列的时变性. 如 Harvey[9]通过将 GARCH 模型向三阶矩扩展, 提出了一个自回归条件方差 – 偏度模型 (GARCHS), 用于描述时间序列二阶矩和三阶矩的时变特征; Jondeau and Rockinger[10]、Leon 等[11]提出自回归条件方差 – 偏度 – 峰度模型 (GARCHSK)用于同时描述时间序列二阶矩、三阶矩、四阶矩的时变特征. 他们都得出了高阶矩与二阶矩一样具有波动持续性的结论. 但上述模型都没有考虑高阶矩的杠杆效应及高阶矩风险 (负偏度会导致收益负值出现的概率大于正值出现的概率, 称为偏度风险; 较大峰度会导致收益极端值出现的概率较大, 称为峰度风险)对预期收益的影响, 为了解决这个问题, 许启发[12]通过将能刻画波动杠杆效应的 NAGARCH 模型向三阶矩和四阶矩扩展, 并考虑高阶矩风险对金融资产预期收益的影响, 提出了 NAGARCHSK-M 模型, 并实证研究了中国股市条件高阶矩的时变特征, 得出了样本期内中国股市收益的高阶矩序列具有波动持续性, 但不具有杠杆效应的结论.

需要指出的是, 在考虑波动杠杆效应的模型中, Glosten等[2]提出的 GJR模型不仅具有经济含义直观、明确等优点, 而且可以很方便地将一些可能的波动解释变量纳入其分析框架, 从而检验金

① 收稿日期: 2007-08-14; 修订日期: 2009-06-30.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70501025, 70771097); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目 (NCET-08-0826).
作者简介: 王 鹏(1981—), 男, 山东宁阳人, 博士生. Email: wangpenging@gmail.com

融市场的许多波动异象，如名义利率效应（nominal interest rate effect）、季节效应（season effect）等等. 因此，GJR模型自提出以来，就在金融研究中得到了广泛的应用. 如 Engle and Ng[13]基于日本股票市场日收益数据的研究表明，与其它很多GARCH类模型相比，GJR模型所具有的结构优势可以为波动率的信息冲击曲线（news impact curve）提供最优拟合②；Franses and Dijk[14]对五个欧洲股票市场、Braisford and Faff[15]对澳大利亚股票市场的实证研究也表明，GJR模型具有比其它GARCH类模型更为优异的波动率预测能力. 国内方面，刘金泉、刘兆波[16]选用 GJR模型开展了我国货币政策作用非对称性和波动性的研究；王春峰、蒋祥林、李刚[17]使用 GJR模型考察了中国股票市场的波动性；郑梅、苗佳、王升[18]的实证研究发现，GJR模型对于沪深股市波动率的预测精度显著优于普通 GARCH模型和指数 GARCH模型；林宇、魏宇、黄登仕[19]则建议使用 GJR模型刻画上海股票市场的极端波动风险. 上述研究都为深入探索 GJR模型结构在刻画金融波动特征中的特殊优势奠定了坚实的理论和实证基础. 但是，已有研究都是针对金融收益二阶矩的时变特征展开的，目前还没有见到能将这一极具优势的模型结构运用于对收益高阶矩时变特征的研究.

基于以上认识，本文尝试将 GJR模型结构向三阶矩和四阶矩推广，以分析负收益对条件偏度和条件峰度的影响，并在均值方程中引入方差项、偏度项和峰度项，以考察高阶矩的风险溢酬（premium）效应，据此提出 GJRSK-M模型；讨论了模型识别、模型定阶和基于 Gram-Charlier展开密度的模型估计方法；然后运用该模型考察了中国股市两种金融数据高阶矩序列的时变特征.

本文还通过三种中位数（median）误差度量指标，比较了 GJRSK-M模型和现有的 GARCHSK-M模型、NAGARCHSK-M模型的预测能力，得出 GJRSK-M模型的预测能力要强于现有高阶矩波动模型的结论. 由于国际上已经有学者开始将条件高阶矩引入到期权定价等领域[7,20]，而这些领域需要较为精准的波动预测，因此具有较强预测能力的 GJRSK-M模型无疑提供了一个更好的选择. 论文最后探讨了将高阶矩波动模型运用于金融风险管理研究的可能性.

1 基本模型

提出 GJRSK-M模型如下：

$$\begin{cases} r_t = E_{t-1}(r_t) + \alpha_1 h_t + \alpha_2 s_t + \alpha_3 k_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = h_t^{1/2}\eta_t,\ \ \varepsilon_t \mid I_{t-1} \sim D(0, h_t, s_t, k_t) \\ h_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p_1}(\beta_{1,i}\varepsilon_{t-i}^2 + \beta_{3,i}\varepsilon_{t-i}^2\phi_{t-1,i}) + \sum_{j=1}^{q_1}\beta_{2,j}h_{t-j} \\ s_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{p_2}(\gamma_{1,i}\eta_{t-i}^3 + \gamma_{3,i}\eta_{t-i}^3\phi_{t-1,i}) + \sum_{j=1}^{q_2}\gamma_{2,j}s_{t-j} \\ k_t = \delta_0 + \sum_{i=1}^{p_3}(\delta_{1,i}\eta_{t-i}^4 + \delta_{3,i}\eta_{t-i}^4\phi_{t-1,i}) + \sum_{j=1}^{q_3}\delta_{2,j}h_{t-j} \\ \phi_{t-1,i} = \begin{cases} 1 & \text{if } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{elae} \end{cases} \end{cases} \tag{1}$$

式中，$E_{t-1}(r_t)$为基于 $t-1$时刻的条件期望收益；$D(0, h_t, s_t, k_t)$为包含均值、方差、偏度、峰度的任一分布；$\{\eta_t\}$为经过条件标准差调整的残差序列，它是一个独立同分布（i.i.d）的随机变量序列；I_{t-1}为 $t-1$时刻的信息集；α_1、α_2、α_3分别为方差、偏度、峰度的风险溢酬，$\beta_{3,i}$、$\gamma_{3,i}$、$\delta_{3,i}$分别为条件方差方程、条件偏度方程、条件峰度方程中的杠杆效应系数，当三个杠杆效应系数全部为 0时，GJRSK-M模型便退化为 GARCHSK-M模型；$\phi_{t-1,i}$为引入的哑变量（dummy variable）；p_1、q_1、p_2、q_2、p_3、q_3分别为滞后的阶.

为保证条件方差、条件峰度始终为正和条件方差、条件偏度、条件峰度不是发散的，对模型中的系数应做如下限制 $\beta_0 > 0$，$\beta_{1,i} \geqslant 0(i = 1, 2, \cdots, p_1)$，$\beta_{2,j} \geqslant 0(j = 1, 2, \cdots, q_1)$，$\sum_{i=1}^{p_1}(\beta_{1,i} + \beta_{3,i}) \geqslant 0$，$\sum_{i=1}^{\max(p_1,q_1)}(\beta_{1,i} + \beta_{2,i}) < 1$；$-1 < \gamma_{1,i} < 1(i = 1, 2, \cdots, p_2)$，$-1 < \gamma_{2,j} < 1(j = 1, 2, \cdots, q_2)$，$-1 < \sum_{i=1}^{p_2}(\gamma_{1,i} +$

② Engle and Ng[13]提出的信息冲击曲线是一种判断波动模型结构质量高低的有力工具. 它通过考察波动模型结构所蕴含的信息－波动关系，能够很好地辨别各模型结构对金融市场信息的反应差异.

$\gamma_{3i}) < 1, -1 < \sum_{i=1}^{\max(p_2, q_2)} (\gamma_{1i} + \gamma_{2i}) < 1; \delta_0 > 0, \delta_{1i} \geqslant 0 (i = 1, 2, \cdots, p_3), \delta_{2j} \geqslant 0 (j = 1, 2, \cdots, q_3), \sum_{i=1}^{p_3} (\delta_{1i} + \delta_{3i}) \geqslant 0, \sum_{i=1}^{\max(p_3, q_3)} (\delta_{1i} + \delta_{2i}) \geqslant 0$

可以看出, GJRSK-M 模型中的四个方程均为线性形式, 而条件方差、条件偏度和条件峰度的杠杆效应是通过在其各自的方程中增加符号哑变量进行刻画的. 如前所述, 还可以在条件方差方程、条件偏度方程和条件峰度方程中以线性形式增加其它可能的解释变量, 从而更加全面地考察收益率高阶矩序列的时变特征.

GJRSK-M 模型具有明确的经济含义: 1) 当方差和峰度增加时, 收益波动和极端值出现的概率增大, 投资者应该为承担的这部分风险而要求获得更高的收益, 因此应该有 $\alpha_1 \geqslant 0$ 和 $\alpha_3 \geqslant 0$; 2) 根据 Arrow-Pratt命题中的思想可知, 在其它条件相同的情况下, 投资者喜欢收益偏度为正 (具有长的右拖尾) 的投资组合, 而讨厌收益偏度为负 (具有长的左拖尾) 的投资组合, 因此应该有 $\alpha_2 \leqslant 0$; 3) 方差的杠杆效应作为金融市场波动典型事实之一, 可以通过方差方程中的杠杆效应系数 β_{3i} 来刻画, 若 $\beta_{3i} > 0$, 则存在方差杠杆效应; 4) 金融负收益出现的频次和幅度往往大于正收益, 从而使收益负偏度的绝对值增大 (即偏度杠杆效应)[21], 这一效应可以通过偏度方程中的系数 γ_{3i} 刻画. 考虑到当 $\varepsilon_t < 0$ 时 $\eta_t < 0$, 从而偏度方程中的 $\eta_t^3 < 0$, 因此若有偏度杠杆效应存在, 则 $\gamma_{3i} > 0$; 5) 绝对值较大的负收益经常出现, 会造成收益极端值出现的概率大于正态分布下极端值出现的概率, 从而使收益分布的峰度增加 (即峰度杠杆效应)[22]. 因此, 若存在峰度杠杆效应, 则系数 $\delta_{3i} > 0$

2　模型参数估计

运用正态分布 (normal distribution) 的 Gram-Charlier展开并在四阶矩处截断, 可以得到 η_t 的条件密度函数 (conditional density function):

$$g(\eta_t \mid I_{t-1}) = \phi(\eta_t) \left[1 + \frac{s_t}{3!}(\eta_t^3 - 3\eta_t) + \frac{k_t - 3}{4!}(\eta_t^4 - 6\eta_t^2 + 3) \right] = \phi(\eta_t)\theta(\eta_t) \tag{2}$$

其中, $\phi(\cdot)$ 为标准正态分布的密度函数, $\theta(\cdot)$ 为式 (2) 中的多项式部分. 该条件密度函数将条件偏度和条件峰度内化为密度函数中的两个参数, 故可以对残差分布的偏度和峰度进行估计. 值得注意的是, 由于多项式 $\theta(\cdot)$ 可能取负值, 从而 $g(\eta_t \mid I_{t-1})$ 可能取负值; 另外, $g(\cdot)$ 在其定义域上的积分 (integral) 可能不等于 1. 因此, 式 (2) 所定义的 $g(\eta_t \mid I_{t-1})$ 可能并不能满足密度函数的定义. Leon等[11] 对 $g(\eta_t \mid I_{t-1})$ 进行了修正, 得到条件密度函数

$$f(\eta_t \mid I_{t-1}) = \frac{\phi(\eta_t)\theta^2(\eta_t)}{\Gamma_t} \tag{3}$$

其中, $\Gamma_t = 1 + \frac{s_t^2}{3!} + \frac{(k_t - 3)^2}{4!}$. 可以证明[23], 当 $s_t = 0, k_t = 3$ 时, 该密度函数即为正态密度函数, 并且当 $s_t = 0$ 时, 修正后的 Gram-Charlier展开密度仍为对称分布 (symmetry distribution). 当 $s_t > 0 (s_t < 0)$ 时, 修正后的 Gram-Charlier展开密度为右偏 (左偏) 分布; 当 $k_t > 3$ 时, 修正后的 Gram-Charlier展开密度比标准正态密度具有更厚的尾部和更高的峰度.

由式 (3) 可得, 残差 $\varepsilon_t = h^{1/2}\eta_t$ 的条件密度函数为 $h^{-1/2} f(\eta_t \mid I_{t-1})$. 去除不必要的常数项后, 可以得到 ε_t 的对数似然函数 (logarithm likelihood function)

$$l_t = -\frac{1}{2}\ln h_t - \frac{1}{2}\eta_t^2 + \ln(\theta^2(\eta_t)) - \ln(\Gamma_t) \tag{4}$$

由于模型 (1) 和似然函数 (4) 都存在较高的非线性 (non-linearity), 因此在对似然函数进行极大化求解时, 初始值 (initial value) 的选取尤为重要, 它决定了似然函数能否达到全局最大值. 为解决这个问题, 文献 [11] 提出, 在进行模型估计时, 可以采取“由简单模型到复杂模型”的估计步骤, 即先估计模型 (1) 中的均值方程, 然后将得到的参数估计值作为均值方程参数的初始值, 再联合估计均值方程和方差方程; 然后再将联合估计得到的参数估计值作为均值方程和方差方程的初始值, 联合估计均值方程、方差方程和偏度方程; 最后将联合估计得到的均值方程、方差方程、偏度方

程的参数估计值作为初始值,实现均值方程、方差方程、偏度方程、峰度方程的联合估计.

3 假设检验

3.1 条件高阶矩波动效应检验

在高阶矩波动性建模中,需要对高阶矩波动效应是否存在进行检验.

令 $\hat{\varepsilon}_t = r_t - E_{t-1}(r_t)$ 为模型(1)中均值方程的残差,可以用残差序列 $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ 的二次方序列 $\{\hat{\varepsilon}_t^2\}$、三次方序列 $\{\hat{\varepsilon}_t^3\}$ 和四次方序列 $\{\hat{\varepsilon}_t^4\}$ 来分别检验条件异方差效应、条件异偏度效应和条件异峰度效应.

有两种检验方法可以使用[12]. 第一种检验方法为验证 $\{\hat{\varepsilon}_t^2\}$、$\{\hat{\varepsilon}_t^3\}$ 和 $\{\hat{\varepsilon}_t^4\}$ 的序列相关性,可以通过 Ljung-Box 统计量来实现,若在特定滞后阶数下的该统计量通过显著性检验,则可以认为序列存在高阶矩波动效应;第二种方法是拉格朗日乘子(LM)法,首先估计如下辅助回归方程

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \varphi_0^{(h)} + \varphi_1^{(h)}\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \cdots + \varphi_{q(h)}^{(h)}\hat{\varepsilon}_{t-q(h)}^2 + u_t^{(h)} \tag{5}$$

$$\hat{\varepsilon}_t^3 = \varphi_0^{(s)} + \varphi_1^{(s)}\hat{\varepsilon}_{t-1}^3 + \cdots + \varphi_{q(s)}^{(s)}\hat{\varepsilon}_{t-q(s)}^3 + u_t^{(s)} \tag{6}$$

$$\hat{\varepsilon}_t^4 = \varphi_0^{(k)} + \varphi_1^{(k)}\hat{\varepsilon}_{t-1}^4 + \cdots + \varphi_{q(k)}^{(k)}\hat{\varepsilon}_{t-q(k)}^4 + u_t^{(k)} \tag{7}$$

其中,$q^{(h)}$、$q^{(s)}$ 和 $q^{(k)}$ 分别为 $\hat{\varepsilon}_t^2$、$\hat{\varepsilon}_t^3$ 和 $\hat{\varepsilon}_t^4$ 的滞后阶数;$u_t^{(h)}$、$u_t^{(s)}$ 和 $u_t^{(k)}$ 分别为三个回归方程中的扰动项. 令 T 为样本容量,可以构造 LM 统计量

$$LM^{(h)} = T(R^{(h)})^2 \sim x^2(q^{(h)}) \tag{8}$$

$$LM^{(s)} = T(R^{(s)})^2 \sim x^2(q^{(s)}) \tag{9}$$

$$LM^{(k)} = T(R^{(k)})^2 \sim x^2(q^{(k)}) \tag{10}$$

以上三个 LM 统计量可以分别用于检验是否存在异方差、异偏度和异峰度效应. 其中,T 为样本容量;$(R^{(h)})^2$、$(R^{(s)})^2$ 和 $(R^{(k)})^2$ 分别为辅助回归方程(5)、(6)和(7)的拟合优度. 检验的原假设和备择假设分别为 $H_0^{(h)}: \varphi_1^{(h)} = \cdots = \varphi_{q(h)}^{(h)} = 0$(不存在异方差效应),$H_0^{(s)}: \varphi_1^{(s)} = \cdots = \varphi_{q(s)}^{(s)} = 0$(不存在异偏度效应),$H_0^{(k)}: \varphi_1^{(k)} = \cdots = \varphi_{q(k)}^{(k)} = 0$(不存在异峰度效应). $H_1^{(h)}: \varphi_1^{(h)} = \cdots = \varphi_{q(h)}^{(h)}$ 不同时为 0(存在异方差效应),$H_1^{(s)}: \varphi_1^{(s)} \cdots \varphi_{q(s)}^{(s)}$ 不同时为 0(存在异偏度效应),$H_1^{(k)}: \varphi_1^{(k)} \cdots \varphi_{q(k)}^{(k)}$ 不同时为 0(存在异峰度效应).

3.2 模型定阶

在决定 GJRSK-M 模型的阶数时,可以采用图示法和准则函数法. 其中图示法定阶方式类似于 ARMA 模型的定阶,首先计算残差序列 $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ 的二次方序列 $\{\hat{\varepsilon}_t^2\}$、三次方序列 $\{\hat{\varepsilon}_t^3\}$ 和四次方序列 $\{\hat{\varepsilon}_t^4\}$ 的自相关函数和偏自相关函数,通过自相关函数和偏自相关函数的拖尾性和截尾性来判定条件方差过程、条件偏度过程和条件峰度过程的阶. 另外,还可以运用 SIC 信息准则判定模型的阶数. SIC 准则值取为

$$SIC(p_1, q_1, p_2, q_2, p_3, q_3) = \ln\left(\frac{\sum_{t=1}^{T}\hat{\varepsilon}_t^2}{T}\right) + \frac{(p_1 + q_1 + p_2 + q_2 + p_3 + q_3)\ln(T)}{T} \tag{11}$$

其中,T 为样本容量. 使得 SIC 达到最小的 $(p_1, q_1, p_2, q_2, p_3, q_3)$ 即为所求的模型阶数.

4 基于预测误差的模型评价

预测精度的高低是评价金融时间序列模型好坏的一个重要标准,本文根据在样本内建的模型在样本外进行预测,并与现有的 GARCHSK-M 模型、NAGARCHSK-M 模型进行预测精度的比较,预测值和真实值最为接近即预测误差最小的模型即为最佳模型.

文献[12]提出的 NAGARCHSK-M 模型形式为

$$\begin{cases} r_t = E_{t-1}(r_t) + \alpha_1 h_t + \alpha_2 s_t + \alpha_3 k_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = h_t^{1/2}\eta_t \\ h_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{q_1}\beta_{1,i}(\varepsilon_{t-i} + \beta_{3,i}h_{t-i}^{1/2})^2 + \sum_{j=1}^{p_1}\beta_2 h_{t-j} \\ s_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{q_2}\gamma_{1,i}(\eta_{t-i} + \gamma_{3,i}s_{t-i}^{1/3})^3 + \sum_{j=1}^{p_2}\gamma_{2,j}s_{t-j} \\ k_t = \delta_0 + \sum_{i=1}^{q_3}\delta_{1,i}(\eta_{t-i} + \delta_{3,i}k_{t-i}^{1/4})^4 + \sum_{j=1}^{p_3}\beta_{2,j}k_{t-j} \end{cases} \tag{12}$$

式中各符号的含义与 GJRSK-M 模型一致,不再赘述.

在选择误差度量指标时, 考虑到误差序列往往具有较大的分散性, 因此均值很容易受到极端值的影响, 而中位数更为稳健 (robust)[11]. 因此, 选择三种中位数误差度量指标: 1) 绝对误差中位数 (MAE); 2) 平方误差中位数 (MSE); 3) 绝对误差百分比中位数 (MAPE). 用于方差预测的三种误差度量指标的计算公式如下:

$$MAE = \mathrm{med}(|\hat{h}_t - h_t|) \tag{13}$$

$$MSE = \mathrm{med}\left((|\hat{h}_t - h_t|)^2\right) \tag{14}$$

$$MAPE = \mathrm{med}\left(\left|\frac{\hat{h}_t - h_t}{h_t}\right|\right) \tag{15}$$

其中, med表示求中位数, h_t 为收益率在时刻 t时的方差"真值"; $\hat{h}_t$ 为时刻 t时相应的预测值. 用于偏度预测和峰度预测的各指标与此类似.

5　实证研究

本文采用的实证数据为中国股市的两种代表性股价指数: 上海证券交易所综合股价指数 (以下简称 SHSE) 和深圳证券交易所成分股价指数 (以下简称 SZSE) 的日收盘数据. 由于中国股市自 1996年 12月 16日起开始实行涨跌停板限价交易制度, 这在很大程度上限制了股市的暴涨暴跌现象, 使得中国股市的波动特征与未实行该制度之前有很大差异. 因此, 数据时间区间都选择为 1997年 1月 2日至 2007年 7月 17日, 共 2 539个交易日. 为了进行基于预测误差的模型评价, 将时间区间分为两个部分: 第 1部分为 1997年 1月 2日至 2006年 12月 29日计 2 410个数据用于样本内建模; 第 2部分为 2007年 1月 4日至 2007年 7月 17日计 129个数据用于样本外预测. 样本数据取自 Wind 资讯金融终端, 所用分析软件为 Matlab7.0和 Winrats6.0.

5.1　收益率序列的基本统计特性

用 $\{p_t\}$ 表示每日收盘指数, 定义每日收益率 $\{r_t\}$ 为

$$r_t = \ln(p_t) - \ln(p_{t-1}) \tag{16}$$

上证综指和深证成指收益率的描述性统计结果如表 1所示

表 1　两种指数日收益率描述性统计结果

Table 1 Descriptive statistics for daily returns of two stock indices

	均值	标准差	偏度	峰度	J-B
SHSE	0.000 443 4	0.015 087	- 0.002 15	5.671 65***	3 228.82***
SZSE	0.000 293 4	0.016 503	0.066 01	4.957 57***	2 468.72***

注: "***" 代表在 1% 水平上显著, 峰度系数为超额峰度; J-B为 Jarque-Bera统计量.

从表 1可以看出, 两个样本的峰度系数显著高于正态 (正态分布的超额峰度系数为 0), 且 J-B统计量非常显著, 说明了样本期间内上证综指和深证成指收益率分布具有非正态性和尖峰胖尾性 (leptokurtic and fat tailed).

5.2　模型的建立

1) 条件高阶矩波动效应检验

这里使用 Ljung-Box统计量来判定是否存在条件高阶矩波动效应. 这里, 对两个收益序列考虑如下形式的均值方程

$$r_t = \lambda_0 + \lambda_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \tag{17}$$

其中, λ_1 为一阶自回归系数, ε_t 为残差项. 表 2列出了 $\{\varepsilon_t^2\}$、$\{\varepsilon_t^3\}$、$\{\varepsilon_t^4\}$ 的 Ljung-Box统计量, 滞后阶数取 30.

表 2　两种指数的条件高阶矩波动效应检验结果

Table 2 Volatility effect tests for conditional higher moments of two stock indices

	Ljung-Box (30)-ε_t^2	Ljung-Box (30)-ε_t^3	Ljung-Box (30)-ε_t^4
SHSE	360.884 0 (0.000 0)	59.477 2 (0.001 1)	48.449 9 (0.017 9)
SZSE	679.187 5 (0.000 0)	66.807 8 (0.000 1)	114.664 1 (0.000 0)

注: "( )" 中数字为 p 值.

由表 2可以看出, $\{\varepsilon_t^2\}$、$\{\varepsilon_t^3\}$、$\{\varepsilon_t^4\}$ 的 Ljung-Box(30)统计量的值均非常显著, 说明三个序列具有显著的序列相关, 这意味着收益率序列具有异方差、异偏度、异峰度效应.

2) 模型定阶

这里采用图示法来确定 GJRSK-M 模型的阶数. $\{\varepsilon_t^2\}$、$\{\varepsilon_t^3\}$、$\{\varepsilon_t^4\}$ 三个序列的 ACF函数和 PACF函数图省略, 可以初步将模型阶数确定为: $p_1 = q_1 = p_2 = q_2 = p_3 = q_3 = 1$.

5.3 模型估计

这里设定均值方程的形式为

$$r_t = \lambda_0 + \lambda_1 r_{t-1} + \alpha_1 h_t + \alpha_2 s_t + \alpha_3 k_t + \varepsilon_t \tag{18}$$

运用第 2节中介绍的方法对 GJRSK-M(1, 1; 1, 1; 1, 1)模型参数进行估计, 得到估计结果如下表 3所示.

表 3 GJRSK-M 模型估计结果

Table 3 Estimation results for GJRSK-M model

	参数	SHSE	SZSE
均值方程	λ_0	−0.001 2 (−7.40)	−0.001 6 (−11.36)
	λ_1	0.037 3 (6.68)	0.107 7 (17.69)
	α_1	4.551 0 (6.63)	7.136 2 (8.14)
	α_2	−0.000 101 (−0.56)	−0.001 1 (−8.47)
	α_3	0.000 089 (6.13)	0.000 025 (0.73)
方差方程	β_0	0.000 007 (36.19)	0.000 007 (30.44)
	β_1	0.076 9 (33.31)	0.061 5 (29.44)
	β_2	0.829 1 (35.17)	0.864 0 (37.86)
	β_3	0.069 1 (14.70)	0.029 2 (7.57)
偏度方程	γ_0	0.046 7 (9.55)	0.040 7 (4.43)
	γ_1	0.011 1 (5.17)	0.026 5 (5.33)
	γ_2	0.602 9 (35.01)	0.228 9 (10.86)
	γ_3	0.050 2 (12.03)	0.058 8 (7.93)
峰度方程	δ_0	1.095 4 (33.68)	0.895 5 (22.79)
	δ_1	0.035 6 (24.77)	0.028 6 (13.83)
	δ_2	0.463 5 (40.57)	0.574 8 (35.58)
	δ_3	0.062 6 (19.40)	0.011 6 (4.16)

注: “( )”中数字为 t值.

由表 3可见: 1) SHSE和 SZSE的 α_2系数符号均为负, 这与预期结果保持一致. 但 SHSE的 α_2系数统计不显著, 说明在上海股票市场中, 并不存在非常明显的偏度风险溢酬现象; 而 SZSE的 α_2系数统计显著, 说明在深圳股票市场中, 投资者对收益率的负偏度要求一定的风险补偿; 2) 由均值方程的估计结果可知, 方差的风险溢酬大于偏度和峰度的风险溢酬, 说明方差风险对于投资者的投资策略的影响是最大的, 但偏度风险溢酬和峰度风险溢酬的显著性也说明偏度风险和峰度风险是不能被忽视的(SHSE的偏度风险溢酬除外); 3) 与方差方程中的结果一样, 条件偏度和条件峰度也都具有波动持续性; 4) 偏度方程和峰度方程中杠杆效应系数 r_3和 δ_3为正且显著, 说明中国股市中负的冲击将比相同程度正的冲击导致收益分布更大程度的偏斜和更多极端值的出现, 这印证了中国股市中坏消息对资产价格的负面影响往往大于好消息带来的正面影响、投资者缺乏价值投资理念的普遍认识.

5.4 运用预测误差评价模型

运用同样的样本和方法估计 GARCHSK-M模型和 NAGARCHSK-M 模型 (篇幅所限, 估计结果

省略), 利用样本外预测方法可以得到三个模型条件方差、条件偏度和条件峰度的预测值 ($\hat{h}_t$、$\hat{s}_t$、$\hat{k}_t$), 真值 h_t、s_t、k_t 由以下三个公式计算得出

$$h_t = (r_t - \bar{r})^2 \tag{19}$$

$$s_t = \frac{(r_t - \bar{r})^3}{\sigma^3} \tag{20}$$

$$k_t = \frac{(r_t - \bar{r})^4}{\sigma^4} \tag{21}$$

其中, r_t为样本外 t时刻的收益率, $\bar{r}$、σ分别为样本内收益率的均值和标准差. 由预测值和真值可以计算出前述 3个预测误差度量指标值. 指标值列于表 4和表 5

表 4　样本外对上证综指条件高阶矩预测比较

Table 4 Comparison between out-of-sample forecast for conditional higher moments of SHSE

	模　型	MAE	MSE	MAPE
条件方差预测	GARCHSK-M	0.000 349	0.000 000 122	0.966 501
	GJRSK-M	0.000 267	0.000 000 071	0.831 861
	NAGARCHSK-M	0.000 273	0.000 000 075	0.896 984
条件偏度预测	GARCHSK-M	1.122 378	1.259 733	1.007 854
	GJRSK-M	0.907 850	0.824 191	1.002 413
	NAGARCHSK-M	0.964 651	0.930 552	1.005 985
条件峰度预测	GARCHSK-M	2.466 096	6.081 630	2.575 870
	GJRSK-M	2.303 968	5.308 269	0.983 957
	NAGARCHSK-M	2.379 966	5.664 237	1.690 589

注: 有下划线的模型代表预测同一对象 (条件方差或条件偏度或条件峰度) 的最佳模型; 有下划线的数字代表同一标准下对同一对象预测的最小误差.

表 5　样本外对深证成指条件高阶矩预测比较

Table 5 Comparison between out-of-sample forecast for conditional higher moments of SZSE

	模　型	MAE	MSE	MAPE
条件方差预测	GARCHSK-M	0.000 381	0.000 000 145	0.815 814
	GJRSK-M	0.000 325	0.000 000 106	0.800 005
	NAGARCHSK-M	0.000 352	0.000 000 124	0.808 944
条件偏度预测	GARCHSK-M	1.017 619	1.035 548	1.010 904
	GJRSK-M	1.016 002	1.032 260	0.996 501
	NAGARCHSK-M	1.028 291	1.057 382	1.005 667
条件峰度预测	GARCHSK-M	2.643 091	6.344 475	1.607 755
	GJRSK-M	2.483 606	6.168 297	1.476 078
	NAGARCHSK-M	2.518 824	6.985 929	1.487 671

注: 有下划线的模型代表预测同一对象 (条件方差或条件偏度或条件峰度) 的最佳模型; 有下划线的数字代表同一标准下对同一对象预测的最小误差.

从表 4和表 5来看, GJRSK-M模型预测误差的各个指标值都是最小的, 这表明使用该模型预测结果最佳; 另外还可以看出, 在绝大多数情况下, NAGARCHSK-M模型预测误差的指标值小于 GARCHSK-M模型. 因此可以认为, 考虑杠杆效应的高阶矩波动模型具有更强的预测能力.

6　结束语

本文提出了一个新的高阶矩波动模型: GJRSK-M模型, 讨论了该模型的识别、定阶以及估计等技术, 并运用该模型实证研究了中国股市的高阶矩波动特征, 发现我国股市收益的偏度、峰

度与方差一样,具有较强的持续性和杠杆效应,并且方差风险对于收益的影响大于偏度风险和峰度风险. 另外, 本文通过样本外预测方法证明了GJRSK-M模型比现有其他高阶矩波动模型具有更强的预测能力.

目前对条件高阶矩的研究集中在讨论收益高阶矩的性质对投资组合、资产定价、期权定价等的影响方面[5~8,20,24], 但对于其是否具有风险管理方面的指导意义尚无文献进行讨论. 有研究表明[25], 在对金融风险主流测度指标 VaR (Value-at-Risk) 估计的方法中, 相对比较好的是条件参数方法 (GARCH 类模型), 但条件参数方法具有的两个不足之处, 一是该方法一般假设误差服从某种分布, 如正态分布、t分布、广义误差分布等, 这些分布都是对称的, 而绝大多数金融数据的实际分布都具有显著的非对称性 (asymmetry)[26]; 二是相对实际数据, 这些分布仍不够厚尾[27]; 同时本研究也表明, 收益分布的偏度和峰度也具有显著的时变特征. 因此, 本研究认为, 如果运用能刻画条件偏度和条件峰度时变特征的高阶矩波动模型来进行金融风险管理活动, 则可以提供更多的市场价格波动信息, 这对科学的风险管理活动无疑会有很大的帮助, 这也是将来研究的一个重要方向.

参 考 文 献:

[1] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31(3): 307—328.

[2] Glosten L R, Jagannathan R, Runkle D E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return of stocks[J]. Journal of Finance, 1993, 48(5): 1779—1801.

[3] Gordon Y N. Day-of-the-week effect on skewness and kurtosis: A direct test and portfolio effect[J]. The European Journal of Finance, 1996, 2(4): 333—351.

[4] Sengupta J K, Zheng Y J. Estimating skewness persistence in market returns[J]. Applied Financial Economics, 1997, 7(5): 549—558.

[5] Hwang S, Satchell S. Modeling emerging market risk premia using higher moments[J]. International Journal of Finance and Economics, 1999, 4(4): 271—296.

[6] Harvey C R, Siddique A. Conditional skewness in asset pricing tests[J]. Journal of Finance, 2000, 55(3): 1263—1295.

[7] Christine A B, David M R. Skewness and kurtosis implied by option prices: A correction[J]. Journal of Financial Research, 2002, 25(2): 279—282.

[8] Sun Q, Yan Y X. Skewness Persistence with optimal portfolio selection[J]. Journal of Banking and Finance, 2003, 27(6): 1111—1121.

[9] Harvey C R. Autoregressive conditional skewness[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1999, 34(4): 465—487.

[10] Jondeau E, Rockinger M. Conditional volatility, skewness, and kurtosis: Existence, persistence, and comovements[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2003, 27(10): 1699—1737.

[11] Leon A, Rubio G, Serna G. Autoregressive conditional volatility, skewness and kurtosis[J]. The Quarterly Review of Economics and Finance, 2005, 45(4—5): 599—618.

[12] 许启发. 高阶矩波动性建模与应用[J]. 数量经济技术经济研究, 2006, 23(12): 135—145.
Xu Qifa. Modeling and application of higher moments volatility[J]. The Journal Quantitative & Technical Economics, 2006, 23(12): 135—145. (in Chinese)

[13] Engle R F, Ng V K. Measuring and testing the impact of news on volatility[J]. Journal of Finance, 1993, 48(5): 1749—1778.

[14] Franses P H, Dijk V R. Forecasting stock market volatility using (non-linear) GARCH models[J]. Journal of Forecasting, 1996, 15(3): 229—235.

[15] Braisford T J, Faff R W. An evaluation of volatility forecasting technique[J]. Journal of Banking and Finance, 1996, 20(3): 419—438.

[16]刘金泉，刘兆波．我国货币政策作用非对称性和波动性的实证检验[J]．管理科学学报，2003，6(3)：35—40.
Liu Jin-quan, Liu Zhao-bo. Empirical study of asymmetry and volatility in effectiveness of monetary policy[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(3): 35—40. (in Chinese)

[17]王春峰，蒋祥林，李　刚．基于随机波动模型的中国股市波动性估计[J]．管理科学学报，2003，6(4)：63—72.
Wang Chun-feng, Jiang Xiang-lin, Li Gang. Estimating volatility of Chinese stock market by stochastic volatility model[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(4): 63—72. (in Chinese)

[18]郑　梅，苗　佳，王　升．预测沪深股市市场波动性[J]．系统工程理论与实践，2005，25(11)：41—45.
Zheng Mei, Miao Jia, Wang Sheng. Forecasting the volatility of the Shanghai and the Shenzhen stock markets[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2005, 25(11): 41—45. (in Chinese)

[19]林　宇，魏　宇，黄登仕．基于 GJR 模型的 EVT动态风险测度研究[J]．系统工程学报，2008，23(1)：45—51.
Lin Yu, Wei Yu, Huang Deng-shi. Study on dynamic risk measurement based on GJR and EVT[J]. Journal of Systems Engineering, 2008, 23(1): 45—51. (in Chinese)

[20] Christoffersen P, Heston S, Jacobs K. Option valuation with conditional skewness[J]. Journal of Econometrics, 2006, 131(1—2): 253—284.

[21] Richard D F, Coskun C, Fatih Y. Skewness in the conditional distribution of daily equity returns[J]. Applied Financial Economics, 2004, 14(3): 195—202.

[22] Bai X, Russell J R, Tiao G C. Kurtosis of GARCH and stochastic volatility models with non-normal innovations[J]. Journal of Econometrics, 2003, 114(2): 349—360.

[23] Gallant A R, Tauchen G. Semi-nonparametric estimation of conditionally constrained heterogeneous processes: Asset pricing applications[J]. Econometrica, 1989, 57(5): 1091—1120.

[24] Jondeau E, Rockinger M. Optimal portfolio allocation under higher moments[J]. European Financial Management, 2006, 12(1): 29—55.

[25]龚　锐，陈仲常，杨栋锐．GARCH 族模型计算中国股市在险价值 (VaR)风险的比较研究与评述[J]．数量经济技术经济研究，2005，22(7)：67—82.
Gong Rui, Chen Zhong-chang, Yang Dong-rui. To evaluate VaR of China stock marketing comparatively by using GARCH family model and comment[J]. The Journal Quantitative & Technical Economics, 2005, 22(7): 67—82. (in Chinese)

[26] Peiro A. Skewness in financial returns[J]. Journal of Banking and Finance, 1999, 23(6): 847—862.

[27] Duffie D, Pan J. An overview of Value-at-Risk[J]. Journal of Derivatives, 1997, 4(1): 7—49.

Autoregressive conditional volatility-skewness-kurtosis: A new model

WANG Peng, WANG Jian-qiong, WEI Yu

School of Economics & Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

Abstract: This paper proposes a new autoregressive conditional volatility-skewness-kurtosis model: GJRSK-M model. Setting techniques about GJRSK-M model are discussed, such as model identification, confirming model' step, model estimation. We use this model to study the higher-moments volatility characteristics of China stock market and use out-sample-forecast technique to compare the forecast ability between GJRSK-M model and the other existing models. Research results show that just like conditional volatility, conditional skewness and conditional kurtosis also have volatility persistence and leverage effect; GJRSK-M model performs the best in terms of all forecast ability metrics. Finally, we propose the idea of using higher-moments volatility models to manage financial risk.

Key words: conditional volatility-skewness-kurtosis; GJRSK-M model; volatility forecast; risk management