随机最高限价拍卖的报价策略①

杨忠直, 彭俊伟
(上海交通大学管理学院, 上海 200030)

摘要: 借助非合作博弈理论构造模型分析了随机限价拍卖的竞买者报价策略. 通过对模型的求解得到了以微分方程形式表示的竞买者 Nash均衡报价策略. 通过与普通的英式拍卖相比较, 发现两类拍卖的 Nash均衡报价策略具有相同的微分方程结构. 根据所得到的微分方程形式的 Nash均衡报价策略, 计算了一个经过简化的案例, 以说明文中结果具有一定的实用性, 可以为这类拍卖的报价决策提供一定的支持.

关键词: 随机最高限价; 拍卖; 报价策略; 土地拍卖
中图分类号: F016　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-9807(2009)06-0100-07

0 引　言

关于竞买者在拍卖中的均衡报价策略的研究始于 Vickrey[1]的那篇开创性论文, 在这篇论文中 Vickrey第 1次在对称独立私人价值条件下分析了简化的英式拍卖、荷兰式拍卖、第 1价格密封拍卖和第 2价格密封拍卖这 4种常见的拍卖, 并得出了竞买者的均衡报价策略. Riley等[2]推广了 Vickrey有关对称独立私有价值拍卖的结论, 在更为一般化的条件下推导出了竞买者的均衡报价策略. 差不多是在相同的时间里, Myerson[3]从机制设计的角度为独立私有价值拍卖推导出了一般条件下的均衡报价策略. Wilson[4]针对非合作拍卖建立了一套一般化的分析方法, 这个方法适合分析密封报价拍卖. 上述研究都提到了在密封报价拍卖中卖方设置最低限价的情况, 也都推导出了存在保留价格时的均衡报价策略. Vickrey、Riley等和 Myerson的研究都表明, 适当选取最低保留价格可以使密封报价拍卖的卖方的期望收入最大化. 所以, 一般来说卖方都会设置最低保留价格. 现实中很多密封报价拍卖都设有最低保留价格.

在西方国家, 设有最低保留价格的密封报价拍卖是很常见的, 因此受到学术界的普遍重视, 一直是学术界的重要研究对象. 但是, 由于我国特殊的经济体制最近两年出现了设有最高限价的拍卖. 由于我国实施的是土地国有政策, 商业土地开发项目所使用的土地现在都是通过拍卖来配置的. 传统的拍卖都是报价高者得之, 于是频繁拍出天价土地. 土地出让价格的提高直接推高了城市房价. 出于调控过高房价的目的, 就出现了随机最高限价拍卖. 2004年 12月 9日, 在上海举行的一场土地招投标交易 (3号公告)就是采用最高限价拍卖[5]. 在这次最高限价拍卖中, 上海市政府的拍卖规则是事先设定最低保留价格和最高限价, 从而形成有效报价区间, 这个有效报价区间是不公开的. 只有报价是有效报价区间中的最高报价的房地产开发商才能赢得土地开发权[5]. 拍卖结果是"44块土地公开招标, 有 2块异常终止, 11块流标, 流标土地接近 1/3; 有备而来的和记黄浦、凯德置地等地产巨头均颗粒无收. 这是自宏观调控以来上海首次举行土地招投标, 是今年以来的首次住宅用地公开招投标, 也是上海政府首次采

① 收稿日期: 2006-11-01; 修订日期: 2007-03-16.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70573070).
作者简介: 杨忠直 (1956—), 男, 陕西富平人, 博士, 教授. Email: clintonzzyang@hotmail.com

用“最高限价”的做法”. 由于报价不在限价范围而被迫出局的开发商, 共计 166家, 比例高达 65%, 在 11块流标土地中, 由于参与竞标的开发商的报价全都脱离限价范围而无人中标的土地, 在总共开标的 42幅土地中占有 6幅, 比例达 14.3%[6]. 对于最高限价拍卖这一新事物, 人们一时还是很不适应. 由于这种拍卖形式极为罕见, 因此有关最高限价拍卖的文献目前还是空白.

本文针对最高限价拍卖进行了分析. 第 1节对这一问题进行了模型化描述. 在第 1节构造的模型基础上, 第 2节分析了对称私有价值条件下竞买者的均衡报价策略的若干性质. 基于这些性质, 第 3节以 2004年上海土地拍卖 3号公告为例做了简化后的近似计算, 得出了具体的报价数值. 最后第 4节对本文的分析做了小结.

1　问题的描述

首先给出拍卖的规则: 卖方设定最高限价 b_m, 低于 b_m 的报价是有效报价, 报出最高有效报价的竞买者得到标的物, 并支付他所报出的价格.

其次给出拍卖模型的条件. 设有 n 个竞买者, 记为 $N = \{1, 2, \cdots, n\}$. 他们对于土地的估值 V 是分布在区间 $[\underline{v}, \bar{v}]$ 上的随机变量, 其概率分布函数是 $F(\cdot)$, 相应的概率密度函数是 $f(\cdot)$, 显然有 $F(\underline{v}) = 0$ 和 $F(\bar{v}) = 1$. 对于任一竞买者 $i \in N$, 他只知道 $V_i = v_i$. 在竞买者眼里, 卖方设定的最高限价是分布在区间 $[\underline{m}, \overline{m}] \subset [\underline{v}, \bar{v}]$ 上的随机变量 M, 其概率分布函数是 $G(\cdot)$, 相应的概率密度函数是 $g(\cdot)$, 显然有 $G(\underline{m}) = 0$ 和 $G(\overline{m}) = 1$, 并且竞买者的报价不可能大于 $\overline{m}$. 只有卖方知道 $M = m$. 假设 V_1、V_2、…、V_n 和 M 都是相互独立的. 这里 $F(\cdot)$、$f(\cdot)$、$G(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 都是各竞买者和卖方之间的共同知识. 设 $n-1$ 个竞买者的标的物估值 V 构成的顺序统计量记为 $Y_1 \geqslant Y_2 \geqslant \cdots \geqslant Y_{n-1}$, 它们的概率密度函数分别是 $h_1(\cdot)$、…、$h_{n-1}(\cdot)$, 顺序统计量 Y_i 和 $Y_j\ (i \neq j)$ 的联合概率密度函数记为 $h_{(ij)}(\cdot)$. 根据顺序统计量的分布函数公式[7] 有

$$h_1(y_1) = (n-1) f(y_1) [F(y_1)]^{n-2}$$

$$h_{(r,r+1)}(y_r, y_{r+1}) = C_{n-1}^{r-1} f(y_r) f(y_{r+1}) \times [1 - F(y_r)]^{r-1} [F(y_{r+1})]^{n-r-2}$$

$$h_{n-1}(y_{n-1}) = (n-1) [F(y_{n-1})]^{n-2} f(y_{n-1})$$

由于随机向量 $(V_1, \cdots, V_{n-1})$ 和 M 都是相互独立的, 所以 M 与随机向量 $(Y_1, \cdots, Y_{n-1})$ 也是相互独立的. 因此, (Y_1, M) 的联合概率密度函数在其支集 $[\underline{v}, \bar{v}] \times [\underline{m}, \overline{m}]$ 中的形式是

$$h_1(y_1) g(x) = (n-1) f(y_1) [F(y_1)]^{n-2} g(x)$$

(Y_r, Y_{r+1}, M) 的联合概率密度函数在其支集 $[\underline{v}, \bar{v}]^2 \times [\underline{m}, \overline{m}]$ 中的形式是

$$h_{(r,r+1)}(y_r, y_{r+1}) g(x) = C_{n-1}^{r-1} f(y_r) f(y_{r+1}) \times [1 - F(y_r)]^{r-1} [F(y_{r+1})]^{n-r-2} g(x)$$

(Y_{n-1}, M) 的联合概率密度函数在其支集 $[\underline{v}, \bar{v}] \times [\underline{m}, \overline{m}]$ 中的形式是

$$h_{n-1}(y_{n-1}) g(x) = (n-1) [F(y_{n-1})]^{n-2} f(y_{n-1}) g(x)$$

设均衡报价策略是 $b_*(v)$. 对于具有完美竞争性的拍卖②, 可以借助 Wilson[4] 建立的方法来求解其均衡策略. 必须对均衡报价策略 $b_*(v)$ 提出一些常规性假设, 即 $b_*(v)$ 是单调增的, 并且在区间 $[\underline{v}, \bar{v}]$ 中是几乎处处可微的. 最后假设竞买者是风险中性的, 因此竞买者在报价时追求期望收益的最大化.

2　均衡报价策略的求解

对于单调增且几乎处处可微的均衡报价策略 $b_*(v)$, 有如下边界性质.

引理 1　存在均衡报价策略 $b_*(v)$ 满足: ① $b_*(\underline{v}) = \underline{v}$; ② $b_*(\bar{v}) \leqslant \overline{m}$.

证明　假设除了竞买者 i 以外的其他所有竞买者的报价策略都满足: $b_*(\underline{v}) = \underline{v}$. 当竞买者 i 的估值是 $\underline{v}$ 时, 报价 $b_* = \underline{v}$ 给他带来的期望收入是 0, 报价 $b_* > \underline{v}$ 给他带来的期望收入是小于或等

② 具有完美竞争性的拍卖是指拍卖中的竞买人之间, 竞买人与卖方之间都不存在任何合谋行为, 所有拍卖参与人都是在非合作的基础上谋求自身受益最大化.

于 0, 报价 $b_* < \underline{v}$ 给他带来的期望收入是 0. 显然, 这时竞买者 i 的最优报价策略也是 $b_* = \underline{v}$. 所以, 存在均衡报价策略 $b_*(v)$ 满足: $v = \underline{v}$ 时 $b_*(\underline{v}) = \underline{v}$.

假设除了竞买者 i 以外的其他所有竞买者的报价策略都满足: $b_*(\bar{v}) \leqslant \bar{m}$. 当竞买者 i 的估值是 $\bar{v}$ 时, 如果报价 $b_* > \bar{m}$, 那么, 竞买者 i 的期望收益是小于或等于 0; 如果报价 $b_* \leqslant \bar{m}$, 那么, 竞买者 i 的期望收益是大于或等于 0. 所以, 均衡报价策略必满足 $b_*(\bar{v}) \leqslant \bar{m}$. 　　证毕.

对于任一竞买者 $i \in N$, 如果他对标的物的估值是 v, 那么, 当他以报价 b 赢得标的物时, 他的收益就是 $v - b$. 如果竞买者 i 以报价 b 赢得标的物的概率是 $P(b)$, 则他报价为 b 时的期望收益就是

$$\Pi(b) = (v - b)P(b)$$

由此可以看出, 计算期望收益 $\Pi(b)$ 的关键是写出拍卖胜出概率 $P(b)$. 对于拍卖胜出概率 $P(b)$ 有如下引理.

引理 2 　对于任一竞买者 $i \in N$, 当他的报价是 b, 同时其他 $n-1$ 个竞买者都采用报价策略 $b_*(\cdot)$ 时, 竞买者 i 赢得标的物的概率 $P_*(b)$ 是:

当 $b \in [\underline{v}, \underline{m}]$ 时

$$P_*(b) = [F(b_*^{-1}(b))]^{n-1} + \int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}} G(b_*(t))\,\mathrm{d}[F(t)]^{n-1} + \sum_{r=1}^{n-2}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{(-1)^{r-1}C_{n-1}^{r-1}}{r(n-r-1)}[F(b_*^{-1}(b))]^{n-r-1} \times \\ \displaystyle\int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}} G(b_*(t))\,\mathrm{d}[F(t)-1]^{r}\end{array}\right\}$$

当 $b \in [\underline{m}, \bar{m}]$ 时

$$P^*(b) = [F(b_*^{-1}(b))]^{n-1}[1 - G(b)] + \int_{b_*^{-1}(b)}^{\bar{v}} G(b_*(t)) - G(b)\,\mathrm{d}[F(t)]^{n-1} + \sum_{r=1}^{n-2}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{(-1)^{r-1}C_{n-1}^{r-1}}{r(n-r-1)}[F(b_*^{-1}(b))]^{n-r-1} \times \\ \displaystyle\int_{b_*^{-1}(b)}^{\bar{v}} G(b_*(t)) - G(b)\,\mathrm{d}[F(t)-1]^{r}\end{array}\right\}$$

证明　事件“竞买者 i 以报价 b 赢得标的物”显然等价于事件

$$\{M \geqslant b > b_*(Y_1)\} \cup \left[\bigcup_{r=1}^{n-2}\{b_*(Y_r) > M \geqslant b > b_*(Y_{r+1})\}\right] \cup \{b_*(Y_{n-1}) > M \geqslant b\}$$

因此有

$$P\{M \geqslant b > b_*(Y_1)\} = \begin{cases}\displaystyle\int_{\underline{m}}^{\bar{m}}\int_{\underline{v}}^{b_*^{-1}(b)} h_1(y_1)g(x)\,\mathrm{d}y_1\mathrm{d}x & b \in [\underline{v}, \underline{m}] \\ \displaystyle\int_{b}^{\bar{m}}\int_{\underline{v}}^{b_*^{-1}(b)} h_1(y_1)g(x)\,\mathrm{d}y_1\mathrm{d}x & b \in [\underline{m}, \bar{m}]\end{cases}$$

$$= \begin{cases}[F(b_*^{-1}(b))]^{n-1} & b \in [\underline{v}, \underline{m}] \\ [F(b_*^{-1}(b))]^{n-1}[1 - G(b)] & b \in [\underline{m}, \bar{m}]\end{cases}$$

$$P\{b_*(Y_r) > M \geqslant b > b_*(Y_{r+1})\} = \begin{cases}\displaystyle\int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}}\int_{\underline{m}}^{b_*(y_r)}\int_{\underline{v}}^{b_*^{-1}(b)} h_{(r,r+1)}(y_r, y_{r+1})g(x)\,\mathrm{d}y_{r+1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y_r \\ \qquad b \in [\underline{v}, \underline{m}] \\ \displaystyle\int_{b_*^{-1}(b)}^{\bar{v}}\int_{b}^{b_*(y_r)}\int_{\underline{v}}^{b_*^{-1}(b)} h_{(r,r+1)}(y_r, y_{r+1})g(x)\,\mathrm{d}y_{r+1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y_r \\ \qquad b \in [\underline{m}, \bar{m}]\end{cases}$$

$$= \begin{cases}\dfrac{(-1)^{r-1}C_{n-1}^{r-1}}{r(n-r-1)}[F(b_*^{-1}(b))]^{n-r-1}\displaystyle\int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}} G(b_*(y_r)) \times \\ \qquad \mathrm{d}[F(y_r) - 1]^{r} \qquad b \in [\underline{v}, \underline{m}) \\ \dfrac{(-1)^{r-1}C_{n-1}^{r-1}}{r(n-r-1)}[F(b_*^{-1}(b))]^{n-r-1}\displaystyle\int_{b_*^{-1}(b)}^{\bar{v}} G(b_*(y_r)) - \\ \qquad G(b)\,\mathrm{d}[F(y_r) - 1]^{r} \qquad b \in [\underline{m}, \bar{m}]\end{cases}$$

$$P\{b_*(Y_{n-1}) > M \geqslant b\} = \begin{cases}\displaystyle\int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}}\int_{\underline{m}}^{b_*(y_{n-1})} h_{n-1}(y_{n-1})g(x)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y_{n-1} & b \in [\underline{v}, \underline{m}] \\ \displaystyle\int_{b_*^{-1}(b)}^{\bar{v}}\int_{b}^{b_*(y_{n-1})} h_{n-1}(y_{n-1})g(x)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y_{n-1} & b \in [\underline{m}, \bar{m}]\end{cases}$$

$$= \begin{cases} \int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}} G(b_*(y_{n-1}))\,\mathrm{d}[F(y_{n-1})]^{n-1} & b \in [\underline{v}, \underline{m}] \\ \int_{b_*^{-1}(b)}^{\bar{v}} G(b_*(y_{n-1})) - G(b)\,\mathrm{d}[F(y_{n-1})]^{n-1} & b \in [\underline{m}, \overline{m}] \end{cases}$$

所以, 竞买者 i赢得标的物的概率 $P_*(b)$ 具有引理结论所述的形式.　　证毕.

如果竞买者 i对标的物的估值是 v, 并且他也采用报价策略 $b_*(\cdot)$时, 根据引理就有: 当 $b_*(v) \in [\underline{v}, \underline{m}]$, 即 $v \in [\underline{v}, b_*^{-1}(\underline{m})]$, 时

$$H(v) = P_*(b_*(v)) = [F(v)]^{n-1} + \int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}} G(b_*(t))\,\mathrm{d}[F(t)]^{n-1} + \sum_{r=1}^{n-2}\left\{\frac{(-1)^{r-1}C_{n-1}^{r-1}}{r(n-r-1)}[F(v)]^{n-r-1} \times \int_{b_*^{-1}(\underline{m})}^{\bar{v}} G(b_*(t))\,\mathrm{d}[F(t)-1]^{r}\right\} \quad (1.1)$$

当 $b_*(v) \in [\underline{m}, \overline{m}]$, 即 $v \in [b_*^{-1}(\underline{m}), \bar{v}]$ 时

$$\begin{aligned} H(v) &= P_*(b_*(v)) \\ &= [F(v)]^{n-1}[1-G(b_*(v))] + \int_{v}^{\bar{v}} G(b_*(t)) - G(b_*(v))\,\mathrm{d}[F(t)]^{n-1} + \\ &\quad \sum_{r=1}^{n-2}\left\{\frac{(-1)^{r-1}C_{n-1}^{r-1}}{r(n-r-1)}[F(v)]^{n-r-1} \times \int_{v}^{\bar{v}} G(b_*(t)) - G(b_*(v))\,\mathrm{d}[F(t)-1]^{r}\right\} \end{aligned} \quad (1.2)$$

接下来可以导出竞买者的均衡报价策略 $b_*(v)$必须满足的条件, 这就是下面的定理.

定理　对于任一竞买者 $i \in N$, 他的均衡报价策略 $b_*(v)$满足

$$[v - b_*(v)]H'(v) = b_*'(v)H(v) \quad (2)$$

证明　竞买者 i的报价策略是 $b(\cdot)$, 同时其他 $n-1$个竞买者的报价策略都是策略 $b_*(\cdot)$时, 竞买者 i的期望收益就是

$$\Pi_*(b) = (v - b)P_*(b)$$

如果 $b_*(\cdot)$是纳什均衡报价策略, 则 $\Pi_*(b)$的一阶变分 $\delta\Pi_*(b_*; v)$ 应该满足如下条件[8]

$$\delta\Pi_*(b_*; v) = \left.\frac{\mathrm{d}\Pi_*(b_* + tv)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = 0 \quad (3)$$

由于有

$$\left.\frac{\mathrm{d}P_*(b_*(v) + tv)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = \frac{vH'(v)}{b_*'(v)}$$

所以就可以从式 (3) 解出式 (2).　　证毕.

上面这个定理给出了最优报价策略必须满足的条件. 看上去似乎可以立即从式 (2) 这个微分方程中解出最优报价策略 $b_*(v)$. 但是实际上这是几乎不可能的. 因为式 (2) 中的 $Y(v)$ 本身又包含了 $b_*(v)$, 这一点可以从表达式式 (1) 看到. 当 $F(\cdot)$ 和 $G(\cdot)$ 是某种特殊的形式时才可能求出某种近似的数值解. 在第 3节里, 本文将给出一个计算的例子.

根据 Riley等[2] 的结论知道, 在没有随机最高限价的情况下, 竞买人的均衡报价策略 (记作 $b_{*0}(v)$) 是

$$b_{*0}(v) = v - \frac{\int_0^v [F(x)]^{n-1}\mathrm{d}x}{[F(v)]^{n-1}} \quad (4.1)$$

等价地可以写成

$$v - b_{*0}(v) = \frac{b_{*0}'(v)[F(v)]^{n-1}}{\frac{\mathrm{d}[F(v)]^{n-1}}{\mathrm{d}v}} = \frac{b_{*0}'(v)K(v)}{K'(v)} \quad (4.2)$$

其中, $K(v) = [F(v)]^{n-1}$, 其意义就是当竞买人对标的物的估值是 v, 且采用均衡报价策略 $b_{*0}(v)$ 时竞买人赢得标的物的概率. 而式 (2) 又可写成

$$v - b_*(v) = \frac{b_*'(v)H(v)}{H'(v)} \quad (5)$$

对比式 (4.2) 和式 (5) 可以看出这两个式子具有相同的结构, $H(v)$ 就是设有随机最高限价条件下的 $K(v)$. 由于从式 (4.2) 和式 (5) 确定均衡报价策略的过程是很复杂, 因此无法对两种条件下的均衡策略做一般性地分析. 只能在下一节的案例计算中就具体的报价值来对比两种条件下的报价策略.

3　案例计算

以 2004年 12月上海土地拍卖 3号公告中的

浦东唐镇地块[5]为例，利用上面得到的结论做简单的估算. 这里本文简化了开发商的人数，简化了开发商关于土地价值的信息. 假设各开发商对该地块的估值是区间[2亿，6亿]上的均匀分布，政府的最高限价估计是区间[4亿，5亿]上的均匀分布，共有 3个开发商参与投标.

第 1步，有

$$F(v)=\begin{cases}0.25v-0.5 & v\in[2,6]\\ 0 & \text{其他}\end{cases},$$

$$f(v)=\begin{cases}0.25 & v\in[2,6]\\ 0 & \text{其他}\end{cases},$$

$$G(x)=\begin{cases}x-4 & v\in[4,5]\\ 0 & \text{其他}\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases}1 & x\in[4,5]\\ 0 & \text{其他}\end{cases}.$$

第 2步，当 $v\in[2, b_*^{-1}(4)]$ 时求出 $H''(v)=1/8$; 当 $v\in[2, b_*^{-1}(4), 6]$ 时求出

$$H''(v)=\frac{5}{8}-b_*'(v)\left(\frac{5}{8}-\frac{v}{16}\right)-b_*''(v)\left(\frac{1}{4}+\frac{v}{2}-\frac{v^2}{16}\right) \quad (6)$$

第 3步，给定递增的步距 s, 令 $v_k=\underline{v}+ks$ 对于任一给定的估值 $v\in[\underline{v}, \bar{v}]$，借助导数的差分近似表达式

$$b_*'(v_k)=\frac{b_*(v_k)-b_*(v_{k-1})}{s}、$$

$$b_*''(v_k)=\frac{b_*'(v_k)-b_*'(v_{k-1})}{s}$$

$$H_*'(v_k)=\frac{H_*(v_k)-H_*(v_{k-1})}{s}、$$

$$H_*''(v_k)=\frac{H_*'(v_k)-H_*'(v_{k-1})}{s}$$

用附录中的算法可以求出 $b_*(v)$ 的数值解.

下面列出了用 Matlab编程计算出的结果中的几个值.

估值(亿元)	2.8	3.5	5.3	5.6	5.7	5.8
报价(亿元)	2.44	2.87	4.04	4.40	4.52	4.64

同样条件下，根据式(4.1)计算出来的没有随机最高限价时的均衡报价是

估值(亿元)	2.8	3.5	5.3	5.6	5.7	5.8
报价(亿元)	2.53	3	4.2	4.4	4.467	4.533

通过对比推断，在竞买人的估值达到某个数值之前，随机最高限价拍卖中的竞买人的均衡报价是低于无限价时的均衡报价，但是超过某一个数值时，随机最高限价拍卖中的竞买人的均衡报价则高于无限价拍卖中竞买人的均衡报价. 这说明在这个例子中，当竞买人的估值远离价格上限区域时，价格上限起到压低报价的作用. 但是当竞买人的估值接近价格上限区域时，价格上限的存在反而会抬高报价. 这反映出在自己的估值接近价格上限时，在因报价过高出局和因报价过低出局这两种得失的权衡中，对报价过低出局的担忧超过了对报价过高的担忧. 一种解释可能是这时降低报价并不能显著降低因报价过高出局的风险，但是却可以更显著地降低因报价过低出局的风险. 当然，在市场出现极端情况的时候，比如竞买人对土地的估值普遍奇高的时候，即普遍大大高于限价区域的时候，限价还是能起到压低土地成交价的作用. 因此，可以预期，如果要想让随机最高限价拍卖起到压低成交价的作用，随机上限区域应该大大低于竞买人对标的物估值的主流水平. 如果两者很接近，则随机最高限价拍卖可能并不能压低拍卖成交价.

4 结束语

本文仅仅分析了随机最高限价拍卖的最简单的形式——对称私有价值条件下的拍卖. 更为一般化的条件下的结果还有待于研究. 另外，要注意到本文第 3节的计算结果是近似的数值计算结果，实际拍卖的时候竞买人可以以上述计算结果为参考，再根据具体的信息来修正自己的报价. 计算例子中使用的均匀分布虽然很简单，但是在公

平的拍卖中这恰恰是竞买者应有的信息状况. 由于本文重点不是研究报价计算的算法实现, 所以本文在第 3节中只使用了很简单的数值算法, 如果更为关注报价函数的精确数值, 那么可以采取更为精细的数值算法. 另外, 由于有关土地拍卖的开发商信息是很难取得的, 都属于企业内部信息, 因此本文的案例计算很遗憾不能再进一步逼近企业的现实决策过程.

参 考 文 献:

[1] Vickrey W. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders[J]. The Journal of Finance, 1961, 16(1): 8—37.

[2] Riley G J, Samuelson W F. Optimal auctions[J]. The American Economic Review, 1981, 71(3): 381—392.

[3] Myerson R B. Optimal auction design[J]. Mathematics of Operations Research, 1981, 6(1): 58—73.

[4] Wilson R. A bidding model of perfect competition[J]. The Review of Economic Studies, 1977, 44(3): 511—518.

[5] 彭 朋, 林 凡, 毛 菲. 上海土地新政施行最高限价和记黄埔等颗粒无收[N]. 经济观察报, 2004/12/20.
Peng Peng, Lin Fan, Mao Fei. Shanghai's New Policy of Land Impose Upper Limit on Bidding, Hutchison Whampoa Got Nothing(N). Economic Observer Paper, 2004/12/20. (in Chinese)

[6] 卜凡中. 上海土地招投标欲施新规[N]. 中国房地产报, 2005/02/23.
Bu Fan-zhong. New Rules of Land's Tender and Bidding Will Be in Force[N]. China Real Estate Paper, 2005/02/23. (in Chinese)

[7] David H A, Nagaraja H N. Order Statistics[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc. (US), 2003.

[8] 柳重堪. 应用泛函分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986.
Liu Chong-kan. Applied Functional Analysis[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1986. (in Chinese)

[9] Milgrom P R, Weber R J. A theory of auctions and competitive bidding[J]. Econometrica, 1982, 50(5): 1089—1122.

Bidding strategy for auctions with stochastic upper limit

YANG Zhong-zhi, PENG Jun-wei

Management School, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China

Abstract In this article, the bidding strategy in the auction with stochastic upper limit is studied in the framework of the non-cooperative game. The Nash equilibrium bidding strategy is derived, and is found to have the same structure as the one of the common English auctions in the form of differential equation. According to the above result, a simplified case is calculated as an example to show that the above result can help to make bidding decisions.

Key words stochastic upper limit; auction; bidding strategy; ground auction