

偏正态随机波动模型及其实证检验^①

黄波^{1,2}, 顾孟迪², 李湛²

(1 上海立信会计学院金融学院, 上海 201620 2 上海交通大学管理学院, 上海 200052)

摘要: 首先构建了有杠杆效应的随机波动模型 (SV-L), 证明了其波动随机项的条件分布为两个偏正态分布, 由此称该模型为偏正态随机波动模型 (SV-SN). 接下来讨论了 SV-SN 模型的经济含义以及对应随机波动项的统计特征. 最后利用沪深两市的指数收益数据对模型进行了实证研究, 其结论为: 相对于一般的 SV 模型, SV-SN 模型的拟合效果更好; 新息具有减弱后期波动之效应; 与理论预期一致, 单位负新息比单位正新息引致的波动要大.

关键词: 有杠杆效应的随机波动模型; 偏正态随机波动模型; 股市指数

中图分类号: F224.9 F830.91 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2010)02-0077-09

0 引言

单期内风险资产收益具有“尖峰、肥尾”的分布特性是由于其间波动集聚造成的, 与 ARCH 系列不同, Tauchen 和 Pitts^[1]以及 Taylor^[2]提出的随机波动模型 (SV 模型) 被认为能更好地描述金融市场的波动特性. SV 模型认为波动过程本身也是随机过程, 即随机项为一噪声过程, 这是一般 SV 模型能更好拟合金融市场波动的内在原因.

本文通过考察具有非对称新息冲击影响 (即杠杆效应: leverage effect) 的 SV 模型 (称为 SV-L 模型), 证明了与 SV 模型之波动过程对应的随机过程是条件相依的——依据正负新息冲击的不同而不同, 上述随机过程由此演变成一个服从偏正态分布的随机过程, 本文称该 SV-L 模型为 SV-SN 模型 (skew normal distribution SN).

1 含偏正态分布的随机波动性模型 (SV-SN)

1.1 多元偏正态分布 (SN) 的生成方法

Azzalini^[3]给出的多元偏正态分布的生成方法为: 若 U_0 和 U 分别为一维和 d 维正态随机变量, 而且同时满足^②

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ U \end{pmatrix} \sim N_{d+1}(\mathbf{0}, \Omega^*), \quad \Omega^* = \begin{pmatrix} 1 & \delta^T \\ \delta & \Omega \end{pmatrix}$$

再定义

$$Z = \begin{cases} U, & U_0 > 0 \\ -U, & U_0 < 0 \end{cases}$$

则 $Z \sim SN_d(\mathbf{0}, \Omega, \alpha)$ 即服从 d 维偏正态分布.

对应的密度函数为

$$f(z) = 2\phi_d(z; \Omega)\Phi(\alpha^T, z)$$

其中 $\alpha = \frac{\Omega^{-1}\delta}{(1-\delta^T\Omega^{-1}\delta)^{1/2}}$, $\phi_d(\cdot)$ 为 d 维标准正

① 收稿日期: 2005-12-12 修订日期: 2009-10-19

基金项目: 上海市教委高水平特色发展资助项目 (JRXY0903); 上海市教委科研创新重点资助项目 (09ZS203).

作者简介: 黄波 (1974-), 男, 湖南澧县人, 博士, 副教授. Email: huang3p@yahoo.com.cn

② 本文写作过程中, 曾就偏态分布的若干问题求教于 University of Padua 的 Azzalini 教授, University of Southampton 的 Sahu 博士, 和 University of North Carolina 的蔡宗武博士, 在此一并致谢, 但作者文责自负.

态分布密度函数、 $\Phi(\cdot)$ 为一维标准正态分布的累积函数。

Azzalini^[4] 进一步指出, 对一维标准偏正态分布 $Z \sim SN(\alpha)$, 有 $-Z \sim SN(-\alpha)$ 。

1.2 SV-SN 的提出

现在考虑王春峰等^[5] 提出的 SV-L 模型

$$r_t = \sigma_t u_t, \quad t = 1, \dots, T$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \zeta_0 + \zeta_1 \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \zeta_2 \left| \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \zeta_3 \ln(\sigma_{t-1}^2) + v\varepsilon_t \quad (1)$$

其中, 股指相对收益 $r_t = R_t - \bar{R}$, 对于多数股指有 $\bar{R} \approx 0$, 故 $r_t \approx R_t$; $\{\varepsilon_t\}$ 与 $\{u_t\}$ 于 $N(0, 1)$ 上独立同分布, 且各自独立, 各参数满足平稳性约束。

上述波动性模型参照 EGARCH 模型构建, 考察了相对新息 $\frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$ 对于后期波动的影响。

另外, Glosten 等^[6] 以及 Harvey 和 Shephard^[7] 提出了另外一种形式的 SV 模型

$$r_t = \exp(\tau_t/2) u_t, \quad t = 1, \dots, T$$

$$\tau_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 \tau_t + v\varepsilon_{t+1}, \quad t = 1, \dots, T-1 \quad (2)$$

其中

$$\tau_t = \ln \sigma_t^2$$

$$\begin{pmatrix} u_t \\ \varepsilon_{t+1} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \right)$$

且联合分布系列独立同分布。若 $\rho = 0$, 则该模型退化为一般的 SV 模型。

Jacquier 等^[8] 也提出了一种考虑杠杆效应的 SV 模型, 该模型与模型(2) 有少许区别, 他们考虑 $\text{corr}(u_t, \varepsilon_t) = \rho$ 。Meyer 和 Yu^[9] 对模型(2) 做过实证研究, Yu^[10] 还将模型(2) 与 Jacquier 等^[8] 提出的模型做过比较, 用 S&P500 和 CRSP 数据实证的结果表明, 二者的差别并不大。

本文借鉴上述思想, 考察绝对新息冲击的影响, 提出如下 SV-L 模型

$$r_t = \exp(\tau_t/2) u_t, \quad t = 1, \dots, T$$

$$\tau_{t+1} = \gamma_0 + \gamma_1 \tau_t + \gamma_2 u_t + \gamma_3 |u_t| + v\varepsilon_{t+1}, \quad t = 1, \dots, T-1 \quad (3)$$

其中, 各参数满足式(1) 的平稳性约束且在此并不考虑 (u_t, ε_{t+1}) 的相关性, 杠杆效应由增加项

$\gamma_2 u_t + \gamma_3 |u_t|$ 引入, 从后面的分析可以看出, 在考

虑 (u_t, ε_{t+1}) 相关性的条件下, 只是形式上复杂一点, 模型的实质和估计方法并不会发生改变。

通过定义一个新的随机项 η_t , 将含绝对新息冲击的波动性模型(3) 写为

$$r_t = \exp(\tau_t/2) u_t, \quad t = 1, \dots, T$$

$$\tau_{t+1} = \gamma_0 + \gamma_1 \tau_t + \eta_{t+1}$$

$$\eta_{t+1} = \gamma_2 u_t + \gamma_3 |u_t| + v\varepsilon_{t+1}, \quad t = 1, \dots, T-1 \quad (4)$$

各参数满足模型(3) 的条件约束; 模型(4) 在形式上与模型(2) 相似, 接下来验证其随机项 η_t 的条件分布服从一维偏正态分布(SN)。

1) 利好新息(正新息) 冲击情形

由 $u_t > 0$ 有

$$\eta_{t+1} = (\gamma_2 + \gamma_3) u_t + v\varepsilon_{t+1}$$

再由 $\{\varepsilon_t\}$ 与 $\{u_t\}$ 于 $N(0, 1)$ 上独立同分布, 且各自独立, 有

$$\begin{pmatrix} u_t \\ \eta_{t+1} \end{pmatrix} \sim N_2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \delta_+ \\ \delta_+ & \omega_+ \end{pmatrix} \right)$$

其中: $\delta_+ = \gamma_2 + \gamma_3$; $\omega_+ = \delta_+^2 + v^2$ 。

由上述多元偏正态分布的生成方法可知

$$\eta_{t+1} | u_t > 0 \sim SN(0, \omega_+, \alpha_+)$$

$$\alpha_+ = \frac{\delta_+}{(\omega_+ - \omega_+ \delta_+^2)^{1/2}} \quad (5)$$

需要指出的是如果考虑模型(2) 所提出的条件, 即考虑 $\text{corr}(u_t, \varepsilon_{t+1}) = \rho$, 则

$$\eta_{t+1} \sim N(0, (\gamma_2 + \gamma_3)^2 + v^2 + 2v\rho(\gamma_2 + \gamma_3))$$

此时也有

$$\begin{pmatrix} u_t \\ \eta_{t+1} \end{pmatrix} \sim N_2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \delta'_+ \\ \delta'_+ & \omega'_+ \end{pmatrix} \right)$$

其中

$$\omega'_+ = (\gamma_2 + \gamma_3)^2 + v^2 + 2v\rho(\gamma_2 + \gamma_3)$$

$$\delta'_+ = (\gamma_2 + \gamma_3) + v\rho; \quad \eta_{t+1} | u_t > 0$$

同样服从上述形式的偏正态分布。考虑利坏新息冲击的情形可作类比分析, 在此不再赘述。

2) 利坏新息(负新息) 冲击情形

$u_t < 0$ 时, 有

$$\eta_{t+1} = (\gamma_2 - \gamma_3) u_t + v\varepsilon_{t+1}$$

$$\begin{pmatrix} u_t \\ \eta_{t+1} \end{pmatrix} \sim N_2 \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \delta \\ \delta & \omega_- \end{pmatrix} \right]$$

其中: $\delta = \gamma_2 - \gamma_3$, $\omega_- = \delta^2 + v^2$. 同理有

$$- \eta_{t+1} | u_t < 0 \sim SN(Q \omega_-, \alpha_-)$$

$$\alpha_- = \frac{\delta}{(\omega_- - \omega_- \delta^2)^{1/2}} \quad (6')$$

由 $\eta_{t+1} | u_t < 0$ 和 $- \eta_{t+1} | u_t < 0$ 的关系有

$$\eta_{t+1} | u_t < 0 \sim SN(Q \omega_+, -\alpha_-) \quad (6)$$

至此, 基于非对称新息冲击原理, 本文推导出了随机项 η_t 的条件分布服从一维偏正态分布的随机波动性模型, 可称之为偏正态随机波动模型 (SV-SN).

1.3 SV-SN 模型之随机项的前 4 阶矩

Genton^[11] 对多维偏正态分布的前 4 阶矩给出过计算公式. 对上述具有一维偏正态分布的式 (5) 和式 (6), 经计算, 其对应的前 4 阶矩如下表 1 所示.

表 1 SV-SN 模型之随机项的前 4 阶矩

Table 1 The first second third and fourth moments of volatility item for SV-SN models

分布	$Z \sim SN(\xi, \omega, \alpha)$	$Z \sim SN(Q \omega_+, \alpha_+)$	$Z \sim SN(Q \omega_-, -\alpha_-)$
期望	$\xi + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta_+$	$-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta_-$
方差	$\omega - \frac{2}{\pi} \delta^2$	$\omega_+ - \frac{2}{\pi} \delta_+^2$	$\omega_- - \frac{2}{\pi} \delta_-^2$
偏度	$\sqrt{2}(4 - \pi) \left(\frac{\delta}{\sqrt{\pi\omega - 2\delta^2}} \right)^3$	$\sqrt{2}(4 - \pi) \left(\frac{\delta_+}{\sqrt{\pi\omega_+ - 2\delta_+^2}} \right)^3$	$\sqrt{2}(4 - \pi) \left(\frac{-\delta_-}{\sqrt{\pi\omega_- - 2\delta_-^2}} \right)^3$
峰度	$8(\pi - 3) \left(\frac{\delta^2}{\pi\omega - 2\delta^2} \right)^2 + 3$	$8(\pi - 3) \left(\frac{\delta_+^2}{\pi\omega_+ - 2\delta_+^2} \right)^2 + 3$	$8(\pi - 3) \left(\frac{\delta_-^2}{\pi\omega_- - 2\delta_-^2} \right)^2 + 3$

1.4 SV-SN 模型的经济含义

含绝对新息冲击的波动模型 (4) 形式上与模型 (2) 类同, 但由上述 SV-SN 模型的推导过程可知, 该模型具有更直接的经济含义. 特别是:

1) 当 $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ 时

$\eta_{t+1} | u_t > 0$ 和 $\eta_{t+1} | u_t < 0$ 都服从正态分布 $N(Q v^2)$, 正负新息的冲击没有区别, 没有杠杆效应, SV-SN 模型退化为一般的 SV 模型.

2) $\gamma_2 = 0, \gamma_3 \neq 0$ 时

$\eta_{t+1} | u_t > 0$ 和 $\eta_{t+1} | u_t < 0$ 都服从 $SN(Q \omega_1, \alpha_1)$; 其中

$$\omega_1 = \delta_1^2 + v^2, \quad \delta_1 = \gamma_3,$$

$$\alpha_1 = \frac{\delta_1}{(\omega_1^2 - \omega_1 \delta_1^2)^{1/2}}$$

此时, 正负新息冲击对收益波动影响没有区别, 但与一般的 SV 模型相比, 新息冲击导致了收益波动项分布的偏斜.

3) $\gamma_2 \neq 0, \gamma_3 = 0$ 时

$$\eta_{t+1} | u_t > 0 \sim SN(Q \omega_2, \alpha_2),$$

$$\eta_{t+1} | u_t < 0 \sim SN(Q \omega_2, -\alpha_2)$$

其中

$$\omega_2 = \delta_2^2 + v^2, \quad \delta_2 = \gamma_2,$$

$$\alpha_2 = \frac{\delta_2}{(\omega_2^2 - \omega_2 \delta_2^2)^{1/2}}$$

此时, 正负新息表现为对收益波动具有作用相反的有偏冲击 (波动模型的随机项分布分别为左、右偏, 互为镜像).

4) $\gamma_2 \neq 0, \gamma_3 \neq 0$ 时

正负新息冲击引致的波动有偏、作用相反并且效果不一致; 由 SV-SN 的表达式可知非一致性冲击表现为: $\gamma_2 > 0, \gamma_3 \neq 0$ 时, 正新息引致的波动大; $\gamma_2 < 0, \gamma_3 \neq 0$ 时负新息引致的波动大.

另外, 由于负新息使 t 期的资产价格下降, 从而减少了投资于新企业的资本, 使“债务—资本比”上升, 导致公司预期回报的方差 (风险) 增加, 即相同单位的负新息冲击对波动的影响常常比正新息冲击来得大. 所以, 从理论上讲, 假设 $\gamma_2 < 0$ 可能更可取.

2 SV-SN模型的估计方法与比较准则

2.1 模型估计方法

由于随机波动模型中含有两个噪声过程, 其中一个潜在不可观测, 原有的极大似然估计难以凑效. 常用模型估计方法包括伪极大似然估计(QML)和广义矩估计(GMM); 如, 余素红等^[12]就用QML估计过国内股市波动性. Jacquier^[13]、Shephard^[14]及Kim^[15]等对于SV模型进行的研究表明: 在所有的的方法当中, 基于MCMC(Markov Chain Monte Carlo)的贝叶斯估计是最好的估计工具之一. 王春峰等^[5]就用基于Gibbs抽样(一种MCMC抽样方法)的贝叶斯估计方法(BUGS: Bayesian inference Using Gibbs Sampling)估计了一般SV模型并与GARCH(1, 1)模型作了比较, 得出结论为SV模型比GARCH(1, 1)更能拟合国内股市波动性.

用BUGS进行参数(或参数之函数)估计的一般过程为: ①确定参数向量 θ 之先验分布 $f(\theta)$ 并由贝叶斯准则得到其后验分布 $f(\theta | y)$; ②运用Gibbs取样方法从该后验分布中抽取大样本; ③利用该大样本, 运用(朴素)Monte Carlo模拟计算估计函数的后验均值即可(损失函数取估计值和真值之差的平方, 估计函数的后验均值满足贝叶斯风险最小准则). 本文将用在Windows操作系统上运行的BUGS软件包(WinBUGS)来估计SV-SN模型, 即模型(3)(与模型4一致), 并与一般SV模型进行比较; 最后运用表1中的公式来计算SV-SN模型中随机项条件分布的前4阶矩, 以期对收益波动性的统计特征有更深入的了解. 作为对照, 用于对比的模型为一般SV模型.

由上述用BUGS进行参数(函数)估计的原理可知, 确定各参数的先验分布并由贝叶斯准则得到对应的后验分布是Gibbs抽样的先决条件. 下面简单介绍SV-SN模型估计之后验分布的决定方法, 对一般SV模型可类似处理.

设定

$$\Gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, v)'$$

$$\Sigma'_T = \{\sigma_{ij}\}_{i,j=1}^T$$

$$\mathbf{R}'_T = \{r_{it}\}_{i=1}^T$$

由模型(3)可得后验分布抽样的阶层模型(hierarchical model)如下

$$f(\Gamma) = f(v) \prod_{i=0}^3 f(\gamma_i);$$

$$f(\Sigma'_T | \Gamma) = f(\Gamma) f(\Sigma'_T | \Gamma);$$

$$f(\mathbf{R}'_T | \Sigma'_T, \Gamma) = f(\Sigma'_T, \Gamma) \times$$

$$f(\mathbf{R}'_T | \Sigma'_T, \Gamma);$$

$$f(\Sigma'_T, \Gamma | \mathbf{R}'_T) = f(\mathbf{R}'_T | \Sigma'_T, \Gamma) f(\mathbf{R}'_T)$$

$$\propto f(\mathbf{R}'_T | \Sigma'_T, \Gamma)$$

上述阶层模型分布的选取原则为

$$f(\Gamma) = f(v) \prod_{i=0}^3 f(\gamma_i)$$

选取既定的先验分布; $f(\Sigma'_T | \Gamma)$ 和 $f(\mathbf{R}'_T | \Sigma'_T, \Gamma)$ 分别由模型(3)的两个表达式决定.

参照Meyer和Yu^[9]和Yu^[16]的方法设定两个SV模型对应参数的先验分布

$$\mu \sim N(0.25); \quad \gamma_2 \sim N(0.75);$$

$$\gamma_3 \sim N(0.50); \quad \gamma_1 = 2\gamma_1^* - 1$$

其中, $\gamma_1^* \sim Beta(20, 1.5)$, 对应均值和标准差分别为0.93和0.055; $\gamma_0 = \mu(1 - \gamma_1)$; $v^2 \sim IG(2.5, 0.025)$, 对应均值与标准差分别为0.167和0.024. 初始值的选择为: $\mu = \gamma_3 = 0, \gamma_2 = -0.1, \gamma_2 = 0.98, v^2 = 0.025$

2.2 模型估计效果的比较准则

2.2.1 似然函数与DIC准则

运用贝叶斯方法来估计各种SV模型时, 用于模型比较的贝叶斯因子计算相当困难, Spiegelhalter等^[17]提出了运用DIC(deviance information criterion)准则来进行模型拟合效果的判别. 基于S&P100指数的收益数据, Berg等^[18]运用BUGS估计了各种不同的SV模型并依据DIC准则比较了各种模型的拟合效果.

与AIC和BIC比较, DIC准则的最大优点在于该准则可以很好地比较复杂的统计模型, 这点对SV模型比较适合, 因为SV模型的特点是未知量太多(超过观察值), 而且未知量之间不是独立的, 无法事先确定独立的参数个数. DIC准则可视传统AIC准则和BIC准则的贝叶斯推断版本, WinBUGS可以直接估计模型的似然函数和DIC值.

2 2 2 残差分析

证券收益序列具有明显的波动集聚性, 对应于单期分布则表现为“有偏、尖峰、肥尾”特性. 通过分析不同拟合模型的残差, 特别是其分布特征, 也可以评判模型的估计效果. 根据 SV 模型定义, 残差序列可由 $u_i = r_i / \sigma_i$ 获得.

2 2 3 预测类指标

与王春峰^[5]所选预测类指标相同, 本文选取以下 3 个指标来衡量模型拟合效果

$$MSE = T^{-1} \sum_{i=1}^T (r_i^2 - \hat{\sigma}_i^2)^2;$$

$$MAE = T^{-1} \sum_{i=1}^T | (r_i^2 - \hat{\sigma}_i^2) |;$$

$$|LE| = T^{-1} \sum_{i=1}^T | \ln(r_i^2) - \ln(\hat{\sigma}_i^2) |$$

3 模型估计

选取 CSMAR 中上证综合指数和深证成分股指数的回报数据, 回报率转化为百分数; 选取时段为 1995 年 1 月 3 日到 2004 年 6 月 30 日, 共得到上证指数回报率数据 2 299 个, 深成指回报率数据 2 294 个.

3 1 描述性统计

两个市场收益率的描述性统计见表 2

表 2 指数收益的描述性统计

Table 2 Descriptive statistics of indexes returns

	均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量	Q (5)	Q (10)	Q (15)
上证	0.051 78	1.929 14	1.723 42	37.787 26	117.060 7 (0.000 00)	208.25 (0.000)	210.49 (0.000)	214.19 (0.000)
深证	0.060 68	1.976 37	0.673 82	17.905 94	21.410 98 (0.000 00)	320.60 (0.000)	335.05 (0.000)	345.51 (0.000)

* 括号内为对应 p 值, Q 统计量为收益率平方序列的 Ljung-Box Q 统计量.

从上述描述性统计量可以看出: 两个市场的指数收益“有偏、尖峰、肥尾”的特征都非常突出, 特别是尖峰特性, 远大于正态分布对应值 3. 对偏度数据而言, 上证指数比较明显, 而深证指数不是十分突出; JB 统计量及其 p 值表明了两市场收益分布均非正态; 相较而言, 上证综合指数收益的偏

度和峰度数值更大, 非正态分布特性也更加明显.

3 2 MCMC 估计结果

用 WinBUGS 编程估计模型参数与边际似然函数: 先模拟 10 000 次“退火”, 待取样平稳后再模拟 10 000 次作为 Monte Carlo 估计的样本, 估计结果如表 3 和表 4 所示:

表 3 SV 模型和 SV-SN 模型的参数估计结果

Table 3 Parameters estimation for SV model and SV-SN model

估计参数		后验均值	标准差	MC 误差	2.5% 分位数	中位数	97.5% 分位数		
上证综合指数	SV 模型	γ_0	0.041 02	0.012 37	7.911E-4	0.019 01	0.040 28	0.067 8	
		γ_1	0.931 5	0.017 32	0.001 492	0.893	0.932 9	0.962 5	
		ν	0.385 5	0.050 19	0.004 817	0.295 6	0.381 7	0.493	
	SV-SN 模型	γ_0	0.186 1	0.038 74	0.003 095	0.115 4	0.183 4	0.269 6	
		γ_1	0.931 4	0.010 38	7.533 E-4	0.91	0.932	0.950 2	
		γ_2	-0.070 31	0.021 23	0.001 471	-0.111 1	-0.070 23	-0.027 79	
γ_3		-0.191	0.047 78	0.003 949	-0.293 2	-0.187 4	-0.103 1		
	ν	0.373 9	0.032 6	0.003 034	0.312 9	0.374 4	0.435 8		
深证成分股指数	SV 模型	γ_0	0.044 42	0.012 04	7.121E-4	0.022 66	0.043 78	0.069 83	
		γ_1	0.936 8	0.014 02	0.001 11	0.907 9	0.937 5	0.962 7	
		ν	0.365 2	0.038 52	0.003 598	0.286 9	0.366 3	0.442 7	
	SV-SN 模型	γ_0	0.134 2	0.042 29	0.003 634	0.052 09	0.132 8	0.219 4	
		γ_1	0.939 3	0.009 661	6.596 E-4	0.918 8	0.939 7	0.956 7	
		γ_2	-0.014 17	0.020 53	0.001 389	-0.054 21	-0.014 26	0.026 13	
		γ_3	-0.120 2	0.053 36	0.004 718	-0.224	-0.119 6	-0.013 67	
			ν	0.356 3	0.026 86	0.002 407	0.306 6	0.355 6	0.414 8

如上图所示,各参数估计效果不错.从 v_2 的符号来看,实证结论与先前的假设一致,即负新息的冲击引致的波动更大;但 v_3 也是负值且绝对值较 v_2 偏大,这表明新息的冲击总的来说有减弱后期波动的效果.

3.3 模型估计效果的比较

3.3.1 残差分布特征

首先利用两个模型估计所得残差作图,并与两个市场指数收益图比较如下.

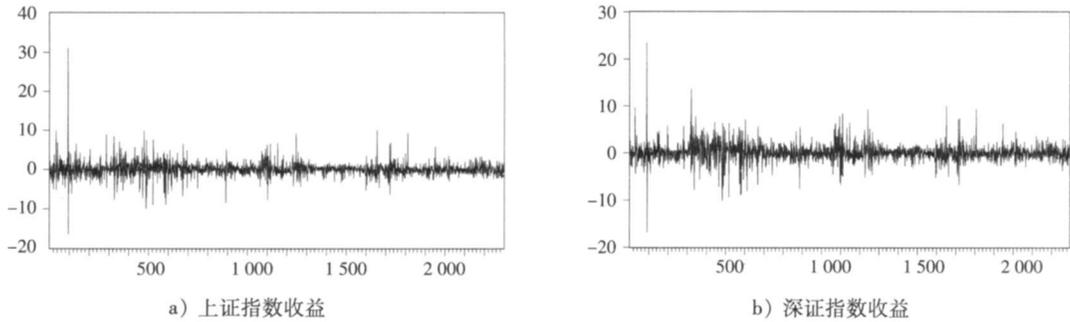


图 1 上证与深证指数收益序列

Fig. 1 Return series of Shanghai stock market and Shenzhen stock market indexes

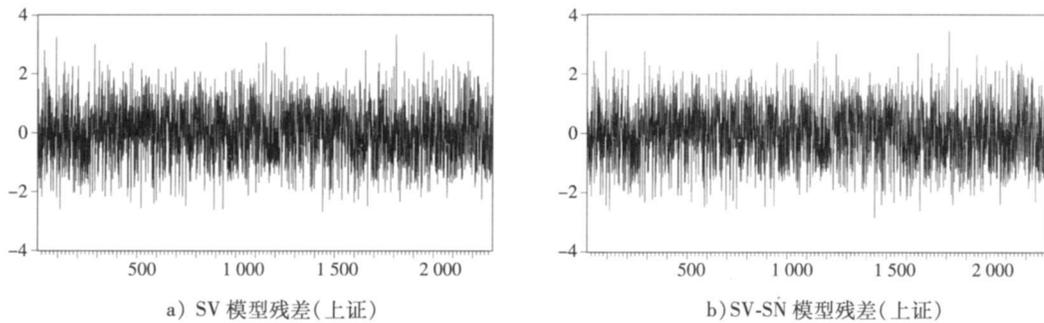


图 2 SV 和 SV-SN 模型的残差(上证)

Fig. 2 Residual of SV model and SV-SN model (Shanghai Stock Market)

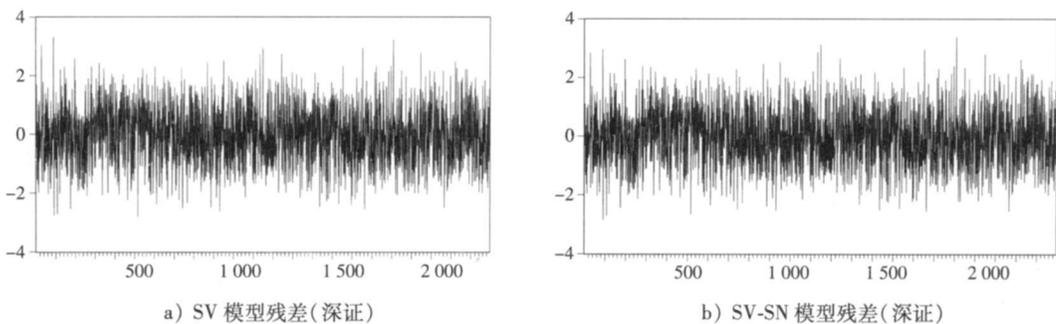


图 3 SV 和 SV-SN 模型的残差(深证)

Fig. 3 Residual of SV model and SV-SN model (Shenzhen Stock Market)

进一步讨论残差序列的统计特征如下.

从上述残差的时间序列图和残差的分布特征可以看出,无论是 SV 模型还是本文所提出的 SV-SN 模型,均能较好地拟合两个证券市场的指数收益波动.但单期内收益分布的“有偏、尖峰、肥尾”特征以及残差平方序列的自相关在一定程度上仍然存在,表明两个模型还存在进一步

改进的可能.另外,从上述残差图(表)比较可以看出,原有一般 SV 模型和本文所提出的 SV-SN 模型差别不大,尚需其他准则来做进一步判别.

3.3.2 似然函数、DIC 准则与预测类指标

进一步运用似然函数、DIC 准则和预测类指标来比较两个模型估计效果,列表如下.

表 4 模型估计的残差分布特征

Table 4 Residual distribution of model estimations

模型	均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量	Q(5)	Q(10)	Q(15)	
上证	SV	0.017 082	0.996 978	0.018 507	2.672 295	10.418 33 (0.005 466)	71.293 (0.000)	80.237 (0.000)	89.274 (0.000)
	SV-SN	0.010 236	0.997 910	-0.012 78	2.583 143	16.708 28 (0.000 235)	67.204 (0.000)	79.077 (0.000)	89.696 (0.000)
深证	SV	0.002 190	0.997 881	0.031 258	2.654 633	11.774 60 (0.002 774)	67.587 (0.000)	79.767 (0.000)	91.812 (0.000)
	SV-SN	0.000 971	0.999 852	0.031 565	2.608 145	15.057 79 (0.000 537)	67.077 (0.000)	79.725 (0.000)	93.423 (0.000)

* 括号内为对应 P 值, Q 统计量为残差平方序列的 Ljung-Box Q 统计量.

表 5 似然函数、DIC 准则与预测类指标比较

Table 5 Comparison of likelihood function, DIC criterion and forecasting indexes

比较指标	上证综合指数		深证成分股指数	
	SV 模型	SV-SN 模型	SV 模型	SV-SN 模型
$-\ln L$	3 873.0	3 937.0	4 020.0	4 057.0
DIC	7 999.990	8 137.810	8 287.300	8 366.250
MSE	404.464 7	379.369	200.070 8	193.137 3
MAE	3.238 26	3.154 185	3.304 389	3.230 072
LE	1.702 414	1.645 378	1.645 64	1.610 685

从表 5 可以看出,无论是运用似然函数准则和 DIC 准则,还是利用预测类指标,对于两个证券市场的指数收益序列,SV-SN 模型的估计效果都略强于一般 SV 模型.

3.4 SV-SN 模型之随机项的偏态分布特性

进一步讨论 SV-SN 模型之随机项的偏态分布

特性:由 1.2 小节和 1.3 小节的内容,利用表 3 中 SV-SN 估计所得参数,可计算偏态分布的前 4 阶矩^③,列表如下:

结合 1.4 小节对 SV-SN 经济意义的分析,表 3 中 SV-SN 模型估计所得参数值和上表 6 所得结论可知:1) 由于, $\gamma_2 < 0$, $\gamma_3 < 0$ 且 $|\gamma_2| < |\gamma_3|$, 故

表 6 SV-SN 模型之随机波动项的偏态分布特征

Table 6 Skew characteristics of volatility item for SV-SN models

$\eta_{t+1} u_t > 0$	δ^+	ω^+	α^+	均值	方差	偏度	峰度
上证指数	-0.261 31	0.208 08	-1.532 12	-0.208 49	0.164 61	-0.058 25	3.119 73
深证指数	-0.134 37	0.157 86	-0.904 49	-0.107 21	0.146 36	-0.009 45	3.010 59
$\eta_{t+1} u_t < 0$	δ^-	ω^-	α^-	均值	方差	偏度	峰度
上证指数	0.120 69	0.141 516	0.900 43	-0.096 30	0.132 24	-0.007 97	3.008 44
深证指数	0.106 03	0.138 192	0.800 52	-0.084 60	0.131 03	-0.005 48	3.005 12

不论 $u_t > 0$ 还是 $u_t < 0$ 新息均导致后期波动减弱,表现为 $\eta_{t+1} | u_t > 0$ 和 $\eta_{t+1} | u_t < 0$ 的均值为负. 2) 由于 $\gamma_2 < 0$, $\gamma_3 \neq 0$, 故负新息引致的波动相对较大:平均而言,对上证综合指数,单位负新

息比单位正新息引致的波动要大 0.112 19(即: $-0.096 30 - (-0.208 49)$);对深证成分指数,对应值为 0.022 61(即: $-0.084 60 - (-0.107 21)$). 3) 无论 $\eta_{t+1} | u_t > 0$ 还是 $\eta_{t+1} | u_t < 0$ 上证综合指数

③ 也可以用 WinBUGS 直接估计.

对应随机波动项的非正态分布特征相对于深证成分股指数更为明显。

4 结 论

借鉴其他的 SV-L 模型, 本文提出了新的 SV-L 波动模型来拟合金融市场的收益回报: 主要讨论了正负新息非对称冲击影响下, 收益波动随机项的偏态分布特征及其经济含义, 由此称此 SV-L 模型为 SV-SN 波动模型。

以一般 SV 模型为比照, 本文运用沪深股市指数回报率的数据对 SV-SN 模型进行了实证研究, 得到了一系列有意义的结论: 1) 就残差分析而言, 一般的 SV 模型和 SV-SN 模型拟合效果差别不大, 但似然函数准则、DIC 准则和预测类指标均表明 SV-SN 模型对沪深两市收益波动拟合效果更好; 2) 正负新息均有减弱后期波动之效应; 3) 负新息对于收益波动具有更大的冲击, 这与理论预期一致; 4) 进一步计算了 SV-SN 模型之随机波动项的前 4 阶矩, 对于波动随机项的统计特征有了更深入的认识。

参 考 文 献:

- [1] Tauchen G, Pitts M. The price variability-volume relationship on speculative markets[J]. *Econometrica*, 1983, 51: 485-505.
- [2] Taylor S J. Financial Return Meddled By the Product of Two Stochastic Processes—A Study of the Daily Sugar Prices 1961-75[M] // Anderson O D. (ed.), *Time Series Analysis: Theory and Practice*. Amsterdam: NorthHolland, 1982, 203-226.
- [3] Azzalini A, Capitanio A. Statistical applications of the multivariate skew-normal distribution[J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1999, 61: 579-602.
- [4] Azzalini A, Capitanio A. Distributions generated by perturbation of symmetry with emphasis on a multivariate skew t distribution[J]. *J Roy Statist Soc*, 2003, 65: 367-389.
- [5] 王春峰, 蒋祥林, 李刚. 基于随机波动性模型的中国股市波动性估计[J]. *管理科学学报*, 2003, 6(4): 63-72.
Wang Chun-feng, Jiang Xiang-lin, Li Gang. Estimating volatility of Chinese stock market by stochastic volatility model[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2003, 6(4): 63-72 (in Chinese).
- [6] Gbsten L, Jagannathan R, Runkle D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks[J]. *Journal of Finance*, 1993, 48: 1779-1801.
- [7] Harvey A C, Shephard N. The estimation of an asymmetric stochastic volatility model for asset returns[J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 1996, 14: 429-434.
- [8] Jacquier E, Polson N G, Rossi P E. Bayesian analysis of stochastic volatility models with fat tails and correlated errors[J]. *Journal of Econometrics*, 2004, 122: 185-212.
- [9] Meyer R, Yu J. BUGS for a Bayesian analysis of stochastic volatility models[J]. *Econometrics Journal*, 2000, 3: 198-215.
- [10] Yu J. On leverage in a stochastic volatility model[J]. *Journal of Econometrics*, 2005a, 127: 165-178.
- [11] Genton M G, He L, Liu X. Moments of skew normal random vectors and their quadratic forms[J]. *Statist & Probab Lett*, 2001, 51: 319-325.
- [12] 余素红, 张世英, 宋军. 基于 GARCH 模型和 SV 模型的 VaR 比较[J]. *管理科学学报*, 2004, 7(5): 61-65.
Yu Su-hong, Zhang Shi-ying, Song Jun. Comparison of VaR based on GARCH and SV models[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2004, 7(5): 61-65 (in Chinese).
- [13] Jacquier E, Polson N G, Rossi P E. Bayesian analysis of stochastic volatility models[J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 1994, 12: 371-389.
- [14] Shephard N, Pitt M K. Likelihood analysis of non-Gaussian measurement time series[J]. *Biometrika*, 1997, 84: 653-667.
- [15] Kim S, Shephard N, Chib S. Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models[J]. *Review of Economic Studies*, 1998, 65: 361-393.
- [16] Yu J. Is no news good news? Reconciling evidence from ARCH and stochastic volatility models[EB/OL]. 2005b. <http://www.cma.ac.cn/>

www.mysnu.edu/faculty/yujun/research.html

- [17] Spiegelhalter D J, Best N G, Carlin B P, *et al.* Bayesian measures of model complexity and fit[J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 2002, 64: 583–639.
- [18] Berg A, Meyer R, Yu J. Deviance information criterion for comparing stochastic volatility models[J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2004, 22: 107–120.

Stochastic volatility model with skew normal distribution and its empirical test

HUANG Bo^{1,2}, GUM eng-di², LI Zhan²

1. School of Finance, Shanghai Lixin University of Commerce, Shanghai 201620, China

2. College of Economics & Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China

Abstract First of all, a stochastic volatility model with leverage effect (SV-L for abbreviation) is constructed. The conditional distributions of its volatility item are proved to be two skew normal distributions, and this model is so called stochastic volatility model with skew normal distribution (SV-SN for abbreviation). Then the economic meaning of this model and the statistical characteristics of its volatility item are discussed. Lastly, using data from Shanghai and Shenzhen stock markets, this model is tested and the outcomes are as follows: SV-SN model fits data better by contrast with the common SV model; news can weaken the subsequential volatility; negative news can bring about stronger strike than positive news.

Key words SV-L model; SV-SN model; indices of stock markets