第 13卷第 7期
2010年 7月
管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA
Vol 13 No. 7
Jul 2010

存在老鼠仓时的投资、消费与风险溢价①

周仁才[1, 2], 吴冲锋[2]
(1. 东方证券股份有限公司, 上海 200010;
2. 上海交通大学安泰经济与管理学院金融工程研究中心, 上海 200052)

摘要: 首先, 对存在老鼠仓情况下市场各方投资、消费策略进行建模. 做仓机构投资者偏好向老鼠仓消费的转移将导致其增加投资并减少消费; 同时老鼠仓引发的资产价格变动将影响投资者对于资产未来收益的预期, 导致投资者之间对于资产收益率的信念产生不一致. 这两个方面的共同作用将提高均衡时市场的风险溢价. 最后, 利用我国证券市场相关数据对模型进行实证分析, 结果较好地规避了"股权溢价之迷".

关键词: 投资; 消费; 老鼠仓; 风险溢价
中图分类号: F830. 91　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-9807(2010)07-0060-08

0 引 言

证券交易过程中的"老鼠仓"一直是监管机构和广大投资者所深恶痛绝的行为. 关于老鼠仓, 通常的解释为庄家 (做仓机构投资者) 在利用公有资金拉升股价前, 先打压股价, 使自己个人或亲友团的资金在低位建仓, 再利用公有资金拉升股价后, 个人仓位率先卖出获利, 最后亏损的则是公有和其他散户的资金. 从本质上说, 老鼠仓是一种特殊的基于交易操纵的内幕交易行为, 集中反映了代理投资过程中的道德风险问题[1-2]. 庄正欣等[3]利用 DSSW 模型讨论了老鼠仓条件下噪声交易者的收益变动; 周仁才等[4]构建了老鼠仓市场交易模型, 利用理性预期均衡分析方法求得均衡解, 并分析了老鼠仓交易对于价格、交易量、波动性等市场特征的影响. 老鼠仓从短期局部看使得做仓标的证券实现了超额收益, 但长期看老鼠仓行为对于市场整体有何影响呢? 为了全面认识老鼠仓现象, 还应该研究其对于跨期投资、消费决策及风险溢价的影响.

通常, 研究市场长期均衡的一般方法为: 首先对投资者类型及偏好进行抽象, 然后考察其跨期投资消费策略, 最后在此基础上获得市场均衡. 有关投资者跨期投资、消费决策的研究经历了从简单到复杂的过程. Merton[5]首先在一个马可夫环境下解决了这个问题; Cox和 Huang[6]、Karatzas等[7]引入鞅方法求解最优投资消费问题, 得到更为一般过程的最优解; Detemple和 Murthy[8]研究了不完全信息情况下对数效用函数的最优解. 但这类基于消费的跨期均衡模型在实证中受到了挑战, 其中最著名的就是所谓的"股权溢价之迷". Mehra和 Prescott[9]发现, 利用合理的常风险规避系数无法得到与真实情况匹配的股权溢价. 为了提高基于消费的跨期均衡模型的解释能力, 经济学家从效用函数和投资者异质性等角度对模型进行了扩展. Bakshi和 Chen[10]将投资者财富引入其效用函数, 考察了投资者的财富偏好; Constantinides[11]研究了具有习惯形成的效用函数, 投资者的效用受到当期消费和历史消费的共同影响; Zapatero[12]研究了投资者异质性对于市场波动性的影响, 模型中两个对数效用的投资者同时观察到累积消费

① 收稿日期: 2009-03-09; 修订日期: 2010-03-23.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70331001).
作者简介: 周仁才 (1974—), 男, 四川蓬溪人, 博士. Email: Zrc@orientsec.com.cn

但是对于消费变动率的期望不一致, 发现异质性带来了利率的波动性; Chan和 Kogan[13]研究了具有不用偏好的投资者追求时髦消费时的市场均衡, 并利用相关参数进行了模拟分析; 徐绪松等[14]提出了基于相对财富和习惯形成的效用函数, 投资者的偏好不仅依赖于当前的消费水平, 还依赖于过去的消费以及在社会中的相对财富; Basak[15]研究了投资者存在不用信念时证券价格的动态行为, 重点分析了投资者不用信念影响证券价格的机制, 引入具有随机权重的代表性投资者求得风险市场价格和利率的封闭解; 张维等[16]在考察投资者信念形成影响因素的基础上, 推导出基于异质信念的风险资产价格均衡模型, 证明了投资者意见分歧程度将影响股票价格.

笔者认为, 投资者的效用感受不仅受到自身消费、习惯、财富等因素的影响, 还可能受到其他投资者消费的影响. 老鼠仓现象就是其中的典型, 在做仓过程中, 庄家显然更多地关注老鼠仓效用的实现. 本文正是从做仓机构投资者效用取向的变更以及老鼠仓交易导致的投资者之间对于收益率过程信念不一致等角度进行分析, 研究老鼠仓交易对于投资者之间跨期投资、消费策略的影响, 并在此基础上考察均衡时市场整体收益特征. 这种分析方法为解决“股权溢价之迷”等市场价格行为迷题提供了新的视野.

1　模型

假设市场上存在两种资产. 一是无风险资产 B_t, 其瞬时无风险收益率为 r_t; 二是风险资产, 价格为 S_t, 其红利 D_t满足如下 Ito过程

$$\mathrm{d}D_t = D_t(\mu\mathrm{d}t + \rho\mathrm{d}w) \tag{1}$$

其中, w 为概率密度空间 P上的 Brown运动.

风险证券的收益来源于两个方面: 一是其自身价格变化产生的资本利得; 二是拥有该证券获取的红利收益. 收益率过程为

$$\frac{\mathrm{d}G_t}{G_t} = \frac{\mathrm{d}S_t}{S_t} + \frac{D_t}{S_t}\mathrm{d}t = a_t\mathrm{d}t + \sigma_t\mathrm{d}w \tag{2}$$

无风险资产价格过程为

$$\mathrm{d}B_t = r_t B_t\mathrm{d}t \tag{3}$$

老鼠仓总是依附于机构投资者而存在, 故将市场投资者分为三类: 一是做仓机构投资者(Trader), 二是老鼠仓(Rat), 三是其他的普通投资者(Investor). 在后面的分析中, 分别用上标 T、R和 I表示这三类投资者. 机构投资者为了老鼠仓获取收益而不惜牺牲自身利益; 老鼠仓和普通投资者则根据自身对于资产未来收益预期的判断进行投资决策. 由于本文的研究重点是做仓过程中效用取向的偏离及信息不对称对于市场的影响, 而不是关注不同的价格行为对于投资者消费的影响, 故简化起见, 假设三类投资者的效用函数均为常相对风险规避效用, 时间贴现因子均为 δ. 但机构投资者的效用除了受其自身的消费大小影响外, 还受老鼠仓消费的影响, 即机构投资者的效用函数为

$$u_t^{\mathrm{T}}(c_t, t) = \mathrm{e}^{-\delta t}\frac{(\alpha c_t + (1-\alpha)c_t^{\mathrm{R}})^{1-\gamma}}{1-\gamma} \tag{4}$$

其中, α 表示做仓机构投资者效用取向的偏离程度. 考察时间长度为 T, 相应的目标函数可以表示为

$$U_T = \sup\int_0^T \mathrm{e}^{-\delta t}\frac{(\alpha c_t + (1-\alpha)c_t^{\mathrm{R}})^{1-\gamma}}{1-\gamma}\mathrm{d}t \tag{5}$$

老鼠仓的效用函数为 $u_t^{\mathrm{R}}(c_t, t) = \mathrm{e}^{-\delta t}\frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$, 其目标函数为 $U_R = \sup\int_0^T \mathrm{e}^{-\delta t}\frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}\mathrm{d}t$. 同样, 普通投资者的效用函数为 $u_t^{\mathrm{I}}(c_t, t) = \mathrm{e}^{-\delta t}\frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$, 其目标函数为 $U_I = \sup\int_0^T \mathrm{e}^{-\delta t}\frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}\mathrm{d}t$.

2　最优消费与投资决策

由机构投资者的效用函数式(4)可知, 其边际效用函数为 $u_t^{\mathrm{T}'}(c_t, t) = \mathrm{e}^{-\delta t}\frac{\alpha}{(\alpha c_t + (1-\alpha)c_t^{\mathrm{R}})^{\gamma}}$. 令 $f(x, t)$表示其边际效用函数的反函数, 则 $f(\mathrm{e}^{-x}, t) = \alpha^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\mathrm{e}^{\frac{-\delta t+x}{\gamma}} - \frac{1-\alpha}{\alpha}c_t^{\mathrm{R}}$.

首先, 定义状态价格密度过程

$$\begin{aligned}\eta_t^{\mathrm{T}} &= E[\mathrm{d}Q/\mathrm{d}P \mid f_t] \\ &= \exp\left(-\int_0^t \theta_s^{\mathrm{T}}\mathrm{d}w_s - \frac{1}{2}\int_0^t(\theta_s^{\mathrm{T}})^2\mathrm{d}s\right)\end{aligned} \tag{6}$$

其中, $\theta_t^{\mathrm{T}} = \sigma_t^{-1}(a_t - r_t)$ 为风险市场价格.

其次,定义过程 $Z(t)=Z(0)B_t/\eta_t^{\mathrm{T}}$. 根据 Cox 和 Huang[6], $(\log Z(T)-\log Z(0))/T$ 为 $0\sim T$ 区间最优增长组合的复合增长率. $s>t$ 时,在概率测度 P 下, $\ln Z(s)$ 的条件分布满足均值为 $\ln Z(t)+(r_t+\frac{1}{2}\ell^2)(s-t)$, 方差为 $\ell^2(s-t)$ 的正态分布; 概率测度 Q 下, $\ln Z(s)$ 的条件均值与方差分别为 $\ln Z(t)+(r_t-\frac{1}{2}\ell^2)(s-t)$ 和 $\ell^2)(s-t)$. 机构投资者财富过程为

$$W^{\mathrm{T}}(t)=F(Z(t),t)=\int_0^{T-t}\mathrm{e}^{-r_t s}\frac{1}{\ell\sqrt{s}}\int_{-\infty}^{+\infty}f(\mathrm{e}^{-x},t+s)\times n\Big(\frac{x-\ln Z(t)-(r_t-\frac{1}{2}\ell^2)s}{\ell\sqrt{s}}\Big)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}s$$

其中, $n(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{y^2}{2})$, $\ell^2=\frac{(a_t-r_t)^2}{\sigma_t^2}$

通过整理计算可得

$$W^{\mathrm{T}}(t)=F(Z(t),t)=\alpha^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\mathrm{e}^{-\frac{\delta t}{\gamma}}\frac{\mathrm{e}^{H(T-t)}-1}{H}Z(t)^{\frac{1}{\gamma}}-\frac{1-\alpha}{\alpha r_t}c_t^{\mathrm{R}}(1-\mathrm{e}^{-r_t(T-t)}) \tag{7}$$

其中, $H=\frac{1}{\gamma}((1-\gamma)r_t+\frac{1-\gamma}{2\gamma}\ell^2-\delta)$ (8)

根据式(7),求其反函数为

$$Z(t)=F^{-1}(W^{\mathrm{T}}(t),t)=\frac{H^{\gamma}\Big[W^{\mathrm{T}}(t)+\frac{1-\alpha}{\alpha r_t}c_t^{\mathrm{R}}(1-\mathrm{e}^{-r_t(T-t)})\Big]^{\gamma}}{\alpha^{(1-\gamma)}\mathrm{e}^{-\delta t}(\mathrm{e}^{H(T-t)}-1)^{\gamma}} \tag{9}$$

于是,机构投资者的最优消费为

$$c_t^{\mathrm{T}}=f(\mathrm{e}^{-\ln F^{-1}(W^{T}(t),t)},t)=\alpha^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\mathrm{e}^{\frac{-\delta t+\ln Z(t)}{\gamma}}-\frac{1-\alpha}{\alpha}c_t^{\mathrm{R}}=\frac{H\Big[W^{\mathrm{T}}(t)+\frac{1-\alpha}{\alpha r_t}c_t^{\mathrm{R}}(1-\mathrm{e}^{-r_t(T-t)})\Big]}{\mathrm{e}^{H(T-t)}-1}-\frac{1-\alpha}{\alpha}c_t^{\mathrm{R}} \tag{10}$$

机构投资者的最优投资为

$$\pi_t^{\mathrm{T}}(W^{\mathrm{T}}(t),t)=\sigma_t^{-2}(a_t-r_t)\int_0^{T-t}\mathrm{e}^{-r_t s}\frac{1}{(\ell^2 s)^{\frac{3}{2}}}\times\int_{-\infty}^{+\infty}f(\mathrm{e}^{-x},t+s)(x-\ln F^{-1}(W^{\mathrm{T}}(t),t)-(r_t-\frac{1}{2}\ell^2)s)\cdot n\Big(\frac{x-\ln F^{-1}(W^{\mathrm{T}}(t),t)-(r_t-\frac{1}{2}\ell^2)s}{\ell\sqrt{s}}\Big)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}s$$

由 $x\sim N(\mu,\sigma^2)$, 则 $E\,\mathrm{e}^x=\mathrm{e}^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$, $Ex\,\mathrm{e}^x=(\mu+\sigma^2)\mathrm{e}^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$, 上式整理得

$$\pi_t^{\mathrm{T}}(W^{\mathrm{T}}(t),t)=\sigma_t^{-2}(a_t-r_t)\frac{1}{\gamma}(W^{\mathrm{T}}(t)+\frac{1-\alpha}{\alpha r_t}c_t^{\mathrm{R}}(1-\mathrm{e}^{-r_t(T-t)})) \tag{11}$$

在不存在老鼠仓的情况下,机构投资者的效用函数与其他两类投资者没有区别, $u_t^{\mathrm{T}^*}(c_t,t)=\mathrm{e}^{-\delta t}\frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$, 利用与上述类似的方法可以求出其最优消费与投资决策分别为

$$c_t^{\mathrm{T}^*}=\frac{HW^{\mathrm{T}}(t)}{\mathrm{e}^{H(T-t)}-1} \tag{12}$$

$$\pi_t^{\mathrm{T}^*}(W^{\mathrm{T}}(t),t)=\sigma_t^{-2}(a_t-r_t)\frac{1}{\gamma}W^{\mathrm{T}}(t) \tag{13}$$

比较式(10)、(11)与(12)、(13)可以发现,由于老鼠仓的存在,机构投资者的投资与消费策略不仅与自身财富相关,还受到老鼠仓消费的影响. 在计算最优投资准则时,机构投资者总是将做仓期内的老鼠仓消费流通过折扣系数加权后按市场利率资本化,并将资本化值看作财富增量,以此作为自身的投资决策. 由于 $r_t>0$ 及 $c_t^{\mathrm{R}}>0$, 可以推出,机构投资者在老鼠仓存在时总是倾向于增加投资,同时减少消费. 当瞬间无风险利率 r_t 越大,相同的老鼠仓消费按市场利率资本化后的虚拟财富增量越小,老鼠仓对市场的影响越小.

利用同样的方法,可以求出老鼠仓的最优消费及投资选择为

$$c_t^{\mathrm{R}}=\frac{HW^{\mathrm{R}}(t)}{\mathrm{e}^{H(T-t)}-1} \tag{14}$$

$$\pi_t^{\mathrm{R}}(W^{\mathrm{R}}(t),t)=\sigma_t^{-2}(a_t-r_t)\frac{1}{\gamma}W^{\mathrm{R}}(t) \tag{15}$$

其中, $W^{\mathrm{R}}(t)$ 为老鼠仓的拥有的财富.

由于老鼠仓与机构投资者对于资产收益率过程具有相同的信念,故其认定的风险市场价格及状态价格密度过程与机构投资者相同. 即

$$\theta_t^{\mathrm{R}}=\sigma_t^{-1}(a_t-r_t) \tag{16}$$

$$\eta_t^{\mathrm{R}}=\exp(-\int_0^t\theta_s^{\mathrm{R}}\mathrm{d}w_s-\frac{1}{2}\int_0^t(\theta_s^{\mathrm{R}})^2\mathrm{d}s) \tag{17}$$

由于老鼠仓的存在, 市场价格异常波动, 普通投资者将感受到市场存在更大的不确定性. 普通投资者不能准确区分市场价格的异动是源于风险资产基础价值的变动还是老鼠仓等人为因素所致, 从而将表现出更大的风险规避. 与 Zapatero[12] 相同, 本文假定投资者对于风险证券收益率波动的信念一致, 而对于收益率均值的信念不一致. 假设普通投资者认定风险证券收益率均值为 a'_t, 则其最优消费投资选择为

$$c_t^{\mathrm{I}} = \frac{H'W^{\mathrm{I}}(t)}{e^{H(T-t)} - 1} \tag{18}$$

$$\pi_t^{\mathrm{I}}(W^{\mathrm{I}}(t), t) = \sigma_t^{-2}(a'_t - r_t)\frac{1}{\gamma}W^{\mathrm{I}}(t) \tag{19}$$

其中, H' 由 a'_t参照式 (8) 定义, $W^{\mathrm{I}}(t)$为老鼠仓的拥有的财富. 对应普通投资者的风险市场价格及状态价格密度过程分别为

$$\theta_t^{\mathrm{I}} = \sigma_t^{-1}(a'_t - r_t) \tag{20}$$

$$\eta_t^{\mathrm{I}} = \exp\left(-\int_0^t \theta_s^{\mathrm{I}} \mathrm{d}w_s - \frac{1}{2}\int_0^t (\theta_s^{\mathrm{I}})^2 \mathrm{d}s\right) \tag{21}$$

3　市场均衡

3.1　消费市场均衡

由 Cox和 Huang[6] 和 Karatzas et al[7] 知, 投资者最优消费可以表示为

$$C_t^i = I_i\left(y^i \eta_t^i \exp\left(\int_0^t (\delta - r_s)\mathrm{d}s\right)\right) \tag{22}$$

其中, I_i为 i类投资者边际效用函数的反函数, y^i为常数, i = T, R, I 将各自的效用函数代入并整理得

$$c_t^{\mathrm{T}} = \frac{1}{\left(y^{\mathrm{T}}\eta_t^{\mathrm{T}}\exp\left(\int_0^t(\delta - r_s)\mathrm{d}s\right)\right)^{\frac{1}{\gamma}}} - \frac{1-\alpha}{\alpha}c_t^{\mathrm{R}} \tag{23}$$

$$c_t^{\mathrm{R}} = \frac{1}{\left(y^{\mathrm{R}}\eta_t^{\mathrm{R}}\exp\left(\int_0^t(\delta - r_s)\mathrm{d}s\right)\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \tag{24}$$

$$c_t^{\mathrm{I}} = \frac{1}{\left(y^{\mathrm{I}}\eta_t^{\mathrm{I}}\exp\left(\int_0^t(\delta - r_s)\mathrm{d}s\right)\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \tag{25}$$

均衡时, 各类投资者将消费全部红利, 即 $D_t = c_t^{\mathrm{T}} + c_t^{\mathrm{R}} + c_t^{\mathrm{I}}$. 两边微分, 由 Ito引理可得

$$D_t(\mu\mathrm{d}t + \rho\mathrm{d}w_t) = \frac{1}{\gamma}\left(c_t^{\mathrm{T}} + \frac{1-\alpha}{\alpha}c_t^{\mathrm{R}}\right)\left((r_t - \delta)\mathrm{d}t + \frac{\gamma+1}{2\gamma}\theta_t^{\mathrm{T}2}\mathrm{d}t + \theta_t^{\mathrm{T}}\mathrm{d}w_t\right) + \frac{1}{\gamma}\frac{2\alpha-1}{\alpha}c_t^{\mathrm{R}}\left((r_t - \delta)\mathrm{d}t + \frac{\gamma+1}{2\gamma}\theta_t^{\mathrm{R}2}\mathrm{d}t + \theta_t^{\mathrm{T}}\mathrm{d}w_t\right) + \frac{1}{\gamma}c_t^{\mathrm{I}}\left((r_t - \delta)\mathrm{d}t + \frac{\gamma+1}{2\gamma}\theta_t^{\mathrm{I}2}\mathrm{d}t + \theta_t^{\mathrm{I}}\mathrm{d}w_t^{\mathrm{I}}\right) \tag{26}$$

其中, $\mathrm{d}w_t^{\mathrm{I}} = \mathrm{d}w_t + \lambda_t^{\mathrm{I}}\mathrm{d}t$, $\theta_t^{\mathrm{T}} = \theta_t^{\mathrm{R}} = \theta_t$, $\theta_t^{\mathrm{I}} = \theta_t - \lambda_t^{\mathrm{I}}$. 由于普通投资者与其他投资者观察到的风险证券的红利和价格的实现值相同, 但认为有不同的均值, 故其对于随机项赋予了不用的概率空间, w_t^{I}就是普通投资者过滤的概率测度上的 Brown 运动[12].

对式 (26) $\mathrm{d}w_t$ 项移项整理得

$$\theta_t = \gamma\rho + \frac{\lambda_t^{\mathrm{I}}c_t^{\mathrm{I}}}{D_t} \tag{27}$$

考察式 (26) $\mathrm{d}t$项

$$D_t\mu = \frac{1}{\gamma}\left(\left(c_t^{\mathrm{T}} + \frac{1-\alpha}{\alpha}c^r\right)(r_t - \delta) + \left(c_t^{\mathrm{T}} + \frac{1-\alpha}{\alpha}c_t^{\mathrm{R}}\right)\frac{\gamma+1}{2\gamma}\theta_t^{\mathrm{T}2}\right) + \frac{1}{\gamma}\frac{2\alpha-1}{\alpha}\left(c_t^{\mathrm{R}}(r_t - \delta) + c_t^{\mathrm{R}}\frac{\gamma+1}{2\gamma}\theta_t^{\mathrm{R}2}\right) + \frac{1}{\gamma}\left(c_t^{\mathrm{I}}(r_t - \delta) + c_t^{\mathrm{I}}\frac{\gamma+1}{2\gamma}\theta_t^{\mathrm{I}2} + c_t^{\mathrm{I}}\theta_t^{\mathrm{I}}\lambda_t^{\mathrm{I}}\right) \tag{28}$$

注意到 $\theta_t^{\mathrm{T}} = \theta_t^{\mathrm{R}} = \theta$, $\theta_t^{\mathrm{I}} = \theta_t - \lambda_t^{\mathrm{I}}$, 式 (28) 移项整理得

$$r_t = \delta + \gamma\mu - \frac{\gamma+1}{2\gamma}\theta_t^2 + \frac{1}{\gamma}\frac{c_t^{\mathrm{I}}}{D_t}\theta_t\lambda_t^{\mathrm{I}} - \frac{1-\gamma}{2\gamma}\frac{c_t^{\mathrm{I}}\lambda_t^{\mathrm{I}2}}{D_t} \tag{29}$$

特别地, 当不存在信息不对称时, $\theta_t = \gamma\rho$, $r_t = \delta + \gamma\mu - \frac{\gamma(\gamma+1)}{2}\rho^2$, 与经典定价理论相同.

3.2　产品市场均衡

均衡时, 各类投资者的财富及最优投资总额应该等于风险证券市场价格. 即 $S_t = W_t^{\mathrm{T}} + W_t^{\mathrm{R}} + W_t^{\mathrm{I}} = \pi_t^{\mathrm{T}} + \pi_t^{\mathrm{R}} + \pi_t^{\mathrm{I}}$, 将各个投资者的投资代入并注意到老鼠仓财富与其投资之间的关系可得

$$S_t = \sigma_t^{-1}\theta_t\frac{1}{\gamma}\left(W_t^{\mathrm{T}} + \frac{1-\alpha}{\alpha r_t}\frac{1-e^{-r_t(T-t)}}{e^{H(T-t)} - 1}HW_t^{\mathrm{R}}\right) + \sigma_t^{-1}\theta_t\frac{1}{\gamma}W_t^{\mathrm{R}} + \sigma_t^{-1}(\theta_t - \lambda_t^{\mathrm{I}})\frac{1}{\gamma}W_t^{\mathrm{I}}$$

两边同乘以 σ_t/S_t 得

$$\sigma_t = \frac{1}{\gamma}\left(\theta_t + \frac{1-\alpha}{\alpha r_t}\frac{1-e^{-r_t(T-t)}}{e^{H(T-t)}-1}\theta_t H\frac{W_t^{\mathrm{R}}}{S_t} - \lambda_t^{\mathrm{I}} \times \frac{W_t^{\mathrm{I}}}{S_t}\right)$$, 移项整理得

$$\theta_t = \frac{\gamma\sigma_t + \lambda_t^{\mathrm{I}}\frac{W_t^{\mathrm{I}}}{S_t}}{1 + \frac{1-\alpha}{\alpha r_t}\frac{1-e^{-r_t(T-t)}}{e^{H(T-t)}-1}H\frac{W_t^{\mathrm{R}}}{S_t}} \tag{30}$$

令 $K = 1 + \frac{1-\alpha}{\alpha r_t}\frac{1-e^{-r_t(T-t)}}{e^{H(T-t)}-1}H\frac{W_t^{\mathrm{R}}}{S_t}$, 显然 $K > 1$ 对照式(27), 注意到 λ_t^{I} 与 K 不完全相关, 普通投资者的消费和财富水平成正比, 可以得出 $\sigma_t = K\rho$. 又由 $a_t - r_t = \sigma_t\theta_t$, 于是风险证券的风险溢价为

$$a_t - r_t = K\rho\theta_t = K\gamma\rho^2 + \frac{c_t^{\mathrm{I}}(\mu - \mu_t)}{D_t} \tag{31}$$

不存在老鼠仓时, 市场的风险溢价为 $\gamma\rho^2$, 从式(31)可以看出, 老鼠仓交易导致市场风险溢价增加, 这主要是两个方面产生的结果, 一是做仓机构投资者的效用偏离对于市场整体均衡的影响; 二是老鼠仓交易引起的信息不对称导致的风险溢价. 其中, 做仓机构投资者效用偏离导致的市场风险溢价增加的幅度与机构投资者的效用偏离系数 α 以及老鼠仓占有市场财富的比率相关; 信息不对称导致的风险溢价增加幅度与信念不一致程度 $\mu - \mu_t$ 及普通投资者消费比例相关. 老鼠仓市场份额越大, 机构投资者效用偏离系数越低, 投资者之间信念不一致越严重, 整个市场风险溢价越大.

特别地, 考察时间期限 $T = +\infty$ 及不存在不对称信息的情况. 令 $\beta = \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{W_t^{\mathrm{R}}}{S_t}$, 表示机构投资者效用偏离系数对于老鼠仓市场分额的加权, 故 β 可以理解为老鼠仓市场影响因子. $K = 1 - \frac{H\beta}{r_t}$, 将 H 的表达式带入, 并注意到 $\ell^2 = \frac{(a - r_t)^2}{\sigma_t^2}$, $\sigma_t = K\rho$, 可以得到有关 K 的方程

$$\gamma r_t K^3\rho^2 = \gamma r_t K^2\rho^2 - \beta\left[(1-\gamma)r_t K^2\rho^2 + \frac{1-\gamma}{2\gamma}(a_t - r_t)^2 - \delta K^2\rho^2\right]$$

将 $K = (a_t - r_t)/\gamma\rho^2$ 代入上式, 并移项处理得

$$a_t - r_t = \gamma\rho^2 + \beta\left[(\gamma-1) + \frac{\gamma(\gamma-1)}{2r_t}\rho^2 + \frac{\delta}{r_t}\right]\rho^2$$

$$= \gamma\rho^2 + \beta(\gamma-1)\rho^2 + \frac{\beta}{r_t}\left[\frac{\gamma(\gamma-1)}{2}\rho^2 + \delta\right]\rho^2 \tag{32}$$

式(32)就是不考虑信息不对称情况老鼠仓交易导致的风险溢价表达式.

上述分析中, 做仓机构投资者效用偏离系数 α 为既定. 实际上, 机构投资者的做仓行为需要承担一定的成本, 其中最主要的就是惩罚成本, 这将决定其效用偏离程度的大小. 做仓交易能够带来超额收益, 监管部门可以通过度量超额收益来进行处罚. 令做仓交易导致的超额收益为 Y, 机构投资者面临的惩罚成本 $c = mY^n$. 做仓交易实施时, 所产生的超额收益应该不低于惩罚成本. 同样考虑不存在信息不对称的情况, 注意到 $Y = a_t - r_t - \gamma\rho^2$, 将式(32)代入并整理得

$$\beta \leqslant m^{-\frac{1}{n-1}} \Big\backslash \left((\gamma-1)\rho^2 + \left[\frac{\gamma(\gamma-1)}{2}\rho^2 + \delta\right]\frac{\rho^2}{r_t}\right) \tag{33}$$

结合 β 的定义, 可以得出一些有效防范老鼠仓的建议. 首先, m 越大且 $n > 1$ 时, β 越小, 即对于做仓行为惩罚的力度越大, 老鼠仓做仓空间越小; 其次, 在加强机构投资者职业操守的同时, 改变目前基金等机构投资者按照规模收取固定管理费的模式, 将其收益与管理资产业绩切实挂钩, 以及增加基金管理者在自身所管理基金中的认购份额等方法, 防止机构投资者效用的偏离; 然后, 应该在机构投资者内部建立完善的投资决策程序及隔离措施, 保持对于基金管理者亲友账户的监管, 从而有效降低老鼠仓的市场份额; 最后, 加强市场信息流动和投资者教育, 避免普通投资者因为做仓交易引起的信息不对称从而蒙受损失.

4 数值分析

从式(31)可知, 即使不考虑老鼠仓交易导致的信息不对称对于市场价格行为的影响, 老鼠仓行为仍然会导致市场风险溢价的增加. 这为我们从老鼠仓角度解释市场高溢价现象提供了思路. 为此, 本节利用本文模型针对现实市场中的数据进行模拟, 并期望该模型能够较好地解决"股权溢价之迷".

利用两组不同的数据进行模拟. 首先, 利用

Mehra和 Prescott[9] 对于美国 1889—1978资本市场数据的统计结果, 短期国库券的年收益率为 0.8%, 平均股票年收益率为 6.98%, 标准差为 16.54%; 同期年平均消费增长率为 1.83%, 标准差为 3.57%. 其次, 利用中国证券市场数据进行模拟, 研究期选择为 1993年 7月 —2007年 12月共 174个月, 以上证综合指数月对数收益率 R_t 作为市场收益率数据, 将三个月定期存款利率按照几何平均法折算为月复利利率作为相对无风险利率 r_t, 从国家统计局网站获取社会商品零售总额数据, 经 CPI调整后按人口平均, 取对数求得消费增长过程的均值和方差. 这些数据的描述性统计量见表 1.

表 1　描述性统计量

Table 1 Descriptive statistic

	均值	标准差	最大值	最小值	偏度	峰度	J–B统计量	ADF检验
股票指数收益率	0.009 5	0.109 6	0.855 2	–0.340 3	2.568 3	22.405 1	2921.3 2*** (0.000 0)	–14.195 7*** (0.000 0)
利率	0.002 6	0.001 5	0.005 4	0.001 4	1.197 2	2.759 8	41.98*** (0.000 0)	–1.624 4* (0.098 3)
消费增长率	0.006 2	0.029 7	0.044 8	–0.013 5	0.742 4	3.809 8	757.83*** (0.000 0)	–4.464 1*** (0.000 1)

注: ( )内的数据表示 p统计值; 所有 ADF检验都采用了无截距与时间趋势项, 临界值取相应的 Mackinnon值; 上标“*”、“**”、“***”分别表示在 10%、5% 和 1% 水平下显著.

美国市场年平均风险溢价约为 6.1%, 我国股市月平均风险溢价为 0.7%. 利用式(32), 通过选择不用的风险规避系数及老鼠仓影响因子以产生期望的风险溢价. 表 2列举了年贴现率分别为 $\delta=-\ln(0.99)=0.010\,1$及 $\delta=-\ln(0.965)=0.037$的拟合结果.

表 2　平均风险溢价模拟结果

Table 2 Result of simulation for average risk premium

美国数据							
风险规避系数		0.5	1	2	4	6	48
老鼠仓影响因子	δ = 0.010 1	95.230 8	45.846 9	21.138 6	9.031 5	5.188 6	––
	δ = 0.037	8.854 6	11.717 5	9.337 8	5.770 8	3.870 9	––
经典模型							
风险溢价		0.06%	0.13%	0.25%	0.51%	0.76%	6.1%
中国数据							
风险规避系数		0.5	1	2	4	6	8
老鼠仓影响因子	δ= 0.010 1/12	–33.239 1	21.179 7	3.504 5	0.713 4	0.175 0	––
	δ = 0.037/12	11.379 1	5.752 8	2.305 7	0.614 3	0.161 6	––
经典模型							
风险溢价		0.04%	0.09%	0.18%	0.35%	0.53%	0.7%

注: “––”表示相应的老鼠仓影响因子为负, 在本文的研究框架下无意义.

从表 2可以看出, 对于美国市场, 传统模型要产生 6.1% 的风险溢价水平, 需要相应的风险规避系数约为 48, 引入老鼠仓模型后, 产生相应溢价水平所需的风险规避系数大大减小, 比如, 贴现率为 0.037时, 引入 9.337 8单位的老鼠仓影响因子, 仅需要风险规避系数为 2就能产生与实际相符合的风险溢价水平. 对于中国市场, 传统模型中, 风险规避系数为 8左右才能产生 0.7% 的风险溢价水平; 同样, 贴现率为 0.003 083时, 在引入 2.305 7单位的老鼠仓影响因子后, 产生相应的风险溢价需要的风险规避系数仅为 2.

在利用市场整体平均溢价对模型进行模拟的基础上, 进一步利用中国市场月度数据进行拟合. 根据股票收益率过程

$\frac{dG_t}{G_t} = a_t dt + \sigma_t dw$, 令 $X_t = Ln(G_t)$, 则由 Ito引理可得其对数收益率过程满足 $dX_t = (a_t - \frac{\sigma_t^2}{2})dt + \sigma_t dw = R_t dt + \sigma_t dw$. 根据式 (32), 可以确定最终检验方程为

$$R_t - r_t + \frac{\sigma_t^2}{2} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{r_t} \tag{34}$$

$$\alpha_0 = (\gamma + \beta(\gamma - 1))\rho^2 \tag{35}$$

$$\alpha_1 = \beta(\frac{\gamma(\gamma - 1)}{2}\rho^2 + \delta)\rho^2 \tag{36}$$

其中, 月收益率标准差 σ_t 计算方法如下: 首先, 求得股票指数日对数收益率; 然后, 分月份求得日收益率标准差, 作为该月每日收益率波动的估计值; 最后, 根据当月交易天数将日收益率标准差换算为月收益率标准差.

利用相关样本序列对式 (34) 回归, 结果为 $\alpha_0 = 0.005\,075$, P 值为 0.212 8; $\alpha_1 = 0.000\,013$, P 值为 0.299 7. 回归系数不显著, 可能的原因: 首先, 做仓交易并非随时都存在, 并且老鼠仓所占市场份额也时大时小, 同时未考虑信息不对称因素; 其次, 模型的简化设置并非反应了真实市场的一切要素. 但这并不妨碍研究, 因为我们的目的是利用市场数据对老鼠仓模型进行模拟, 以说明老鼠仓因素能够导致资本市场的高溢价现象, 老鼠仓的存在是个前提, 这种思路与 Constantinides[11] 利用习惯因素及 Chan和 Kogan[13] 利用追求时髦因素模型解释市场高溢价现象相同. 与 Constantinides[11] 的研究一致, 取年时间贴现率为 0.037, 注意到研究区间为月份, 故 $\delta = 0.037/12 = 0.003\,083$. 取 $\gamma \in [0, 5]$, 根据式 (35)、(36), 可以得到风险规避系数、老鼠仓影响因子关系图, 见图 1. 其中, "●"线由式 (35) 得到, "■"线由式 (36) 得到. $\gamma = 2.1$ 时, 两线相交, 此时 $\beta = 3.620\,1$. 实验经济学家使用调查问卷方法估计出来的相对风险规避系数一般在 2 ~ 3之间, 可见模拟的结果很好地满足了这个要求. Constantinides[11] 在利用基于习惯形成的效用函数对于股权溢价的研究中, 将相对风险规避系数设置为 2.2, 本文的结果与其基本一致. 不同的是, Constantinides是为了对模型进行模拟而就相对风险规避系数进行的外生设置, 而本文的研究则是利用模型对于现实数据的拟合结果, 因此进一步验证了本文模型的解释能力. 需要再次说明的是, 本文的研究并非意味着高股权溢价现象完全由老鼠仓交易导致, 而是从老鼠仓角度可以较好地解释高股权溢价现象, 从而为加深对于金融市场的认识提供了新思路.

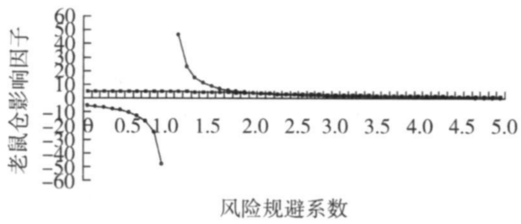

图 1 风险规避系数、老鼠仓影响因子关系图

Fig. 1 Relationship between risk aversion and rat trade effect

5 结束语

本文研究了老鼠仓存在时市场各方的跨期投资消费策略. 由于老鼠仓的存在, 加剧了投资者之间信息不对称, 使得投资者对于资产价值收益率过程的信念不一致; 另一方面, 做仓机构投资者价值取向的变更, 使得其效用函数形式也区别于其他投资者. 从投资者投资消费决策时关注其他投资者效用的角度进行研究的方法为分析现实市场中的价格行为提供了新的视野.

通过建模对机构投资者、老鼠仓和普通投资者消费及投资策略进行了刻画, 分析了市场均衡的特点. 研究发现, 由于老鼠仓的存在, 机构投资者投资与消费策略不仅与自身财富相关, 还受到老鼠仓消费的影响. 做仓期间, 机构投资者总是倾向于加大投资并减少消费. 均衡情况下, 做仓机构投资者的效用偏离及老鼠仓交易引发的投资者之间信念的不一致均会导致市场风险溢价增加. 老鼠仓市场份额越大, 机构投资者效用偏离系数越低, 无风险利率越低, 市场不对称信息越严重, 风险溢价越大.

最后, 利用中国证券市场交易数据对于本文的模型进行了实证研究. 结果得到了合理的相对风险规避系数, 很好地规避了"股权溢价之迷", 说明本文的模型在研究市场价格行为方面具有一定的解释能力.

参 考 文 献:

[1] Allen F. Do financial institutions matter? [J]. The Journal of Finance, 2001, 56(4): 1165-1175.
[2] Cornell B, Roll R. A delegated agent asset-pricing model[J]. Financial Analysts Journal, 2005, 61(1): 57-69.
[3]庄正欣, 朱琴华. 我国证券市场噪声交易问题分析[J]. 财贸研究, 2006, 17(3): 84-88.
Zhuang Zheng-xin, Zhu Qin-hua. Analyses of the noise trading model in Chinese security market[J]. Finance and Trade Research, 2006, 17(3): 84-88. (in Chinese)
[4]周仁才, 吴冲锋. 存在老鼠仓时证券市场多方博弈分析[J]. 系统管理学报, 2009, 18(5): 487-491.
Zhou Ren-cai, Wu Chong-feng. Research of game among securities market investors under rat trade condition[J]. Journal of Systems & Management, 2009, 18(5): 487-491. (in Chinese)
[5] Merton R. Optimum consumption and portfolio rules in a continuous time model[J]. Journal of Economic Theory, 1971, 3(4): 373-413.
[6] Cox J C, Huang C F. Optimal consumption and portfolio policies when asset prices follow a diffusion process[J]. Journal of Economic Theory, 1989, 49(1): 33-83.
[7] Karatzas I, Lehoczky J P, Shreve S E. Optimal portfolio and consumption decisions for a 'small investor' on a finite horizon[J]. SIAM Journal of Control and Optimization, 1987, 25: 1557-1586.
[8] Detemple J, Murthy S. Intertemporal asset pricing with heterogeneous beliefs[J]. Journal of Economic Theory, 1994, 62(2): 294-320.
[9] Mehra R, Prescott E C. The equity premium: A puzzle[J]. Journal of Monetary Economics, 1985, 15: 145-161.
[10] Bakshi G S, Chen Z. The spirit of capitalism and stock-market prices[J]. American Economic Review, 1996, 86(1): 133-157.
[11] Constantinides G M. Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle[J]. Journal of Political Economy, 1990, 98(3): 519-543.
[12] Zapatero F. Effects of financial innovation on market volatility when beliefs are heterogeneous[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 1998, 22(4): 597-626.
[13] Chan Y L, Kogan L. Catching up with the joneses: Heterogeneous preferences and the dynamics of asset prices[J]. Journal of Political Economy, 2002, 110(6): 1255-1285.
[14]徐绪松, 陈彦斌. 基于相对财富和习惯形成的资本资产定价模型[J]. 管理科学学报, 2004, 7(3): 1-6.
Xu Xu-song, Chen Yan-bin. CAPM based on relative wealth and habit formation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(3): 1-6. (in Chinese)
[15] Basak S. Asset pricing with heterogeneous beliefs[J]. Journal of Banking & Finance, 2005, 29(11): 2849-2881.
[16]张 维, 张永杰. 异质信念、卖空限制与风险资产价格[J]. 管理科学学报, 2006, 9(4): 58-64.
Zhang Wei, Zhang Yong-jie. Heterogeneous beliefs, short-selling constraints and the asset prices[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(4): 58-64. (in Chinese)

Study on investment, consumption and risk premium under rat trade condition

ZHOU Ren-cai[1,2], *WU Chong-feng*[2]
1. Orient Securities Co. Ltd., Shanghai 200010, China;
2. Antai College of Economics and Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China

Abstract: Firstly, this article constructs a model about the investors' strategy on consumption and investment under rat trade condition. As a result of diverting its preference to the rat's consumption, the institutional investor will increases the investment and reduces the consumption. Furthermore, the price volatility caused by rat trade produces different beliefs on asset return among the investors. These two factors jointly heighten the market risk premium. Finally, the author uses the data from Chinese security market to make an empirical study, and resolves the equity premium puzzle.

Key words: investment; consumption; rat trade; risk premium