

中国短期利率的随机波动与区制转移性^①

郑挺国¹, 宋涛²

(1. 厦门大学王亚南经济研究院, 厦门 361005;

2. 厦门大学经济学院经济研究所, 厦门 361005)

摘要: 短期利率动态一直是金融领域研究的热点和难点, 是对利率衍生产品定价和风险管理不可缺少的工具. 本文从利率波动随机行为和区制转移特征两个视角对短期利率动态进行扩展, 利用粒子滤波方法给出利率区制转移随机波动模型的参数估计和状态估计, 并运用该模型对我国短期拆借利率展开实证分析. 研究结果表明我国短期利率除具有典型的波动随机行为外, 还存在显著的区制转移特征, BS-MSSV模型对短期利率动态的拟合效果最优, 而且证实忽视波动均值的区制转移特征会导致利率波动持续性高估, 并使得利率动态拟合变差.

关键词: 短期利率; 随机波动; 区制转移; 粒子滤波

中图分类号: F830.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2011)01-0038-12

0 引言

在金融经济学中, 短期利率动态对固定收益证券和利率衍生品定价起着十分重要的作用, 了解短期利率的动态行为有助于金融产品价格风险管理. 从20世纪70年代以来, 金融经济学家相继提出许多模型用以描述短期利率动态行为, 如 Merton、Vasicek、Cox 等及 Brennan 和 Schwartz 等人^[1-4]. 在 Chan 等^[5]的研究中, 他们进一步指出利率波动是利率水平的一个函数, 波动与利率水平之间的关系强度由一个水平效应(或弹性)参数决定, 从而将传统单因素模型纳入到这个包含水平效应的 CKLS 模型中. 随后, 许多研究在这些理论模型基础上进行了大量的经验分析, 如 Ait-Sahalia、Stanton 及 Ang 和 Bekaert^[5-8].

短期利率模型主要以标准维纳扩散模型为基础, 但这些模型在用于捕捉短期利率偏度和超峰特征时仍显乏力. 为此, 学术界主要沿两个方面对短期利率模拟问题进行探讨和发展. 一是 Ait-

Sahalia^[5]等提出的, 他们认为可以利用非线性漂移函数对短期利率过程施加更强的均值回复. 但这种非线性漂移的证据仍是有争议的, Chapman 和 Pearson^[9]发现 Ait-Sahalia^[5]和 Stanton^[6]的非参数方法有严重的小样本问题, 特别是在近极端观测值时. 这种偏倚可能引起人们在漂移中找到非线性, 而真实漂移实际上却是线性的. 二是认为可以施加利率波动的随机性来改善对利率扩散过程的描述, 提高其超峰尾部的拟合. 与非线性漂移问题相比, 短期利率波动中的随机行为显得更为重要. Longstaff 和 Schwartz^[10]在理论上给出了一种双因素一般均衡模型, 分别以短期利率水平和波动作为因素. 其后, 大量经验研究表明引入时变波动后可以更好地描述短期利率行为, 主要考虑利率的条件异方差(GARCH)类模型和随机波动(SV)类模型, 例如 Brenner 等、Koedijk 等、Andersen 和 Lund、Ball 和 Torous、Sun 及 Durham 等^[11-16]. 从经验研究来看, 采用随机波动方法来描述短期利率波动是现阶段研究的主要方向.

① 收稿日期: 2009-07-21; 修订日期: 2010-03-31.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71001087; 70971055); 福建省自然科学基金资助项目(2010J01361); 厦门大学引进人才科研启动基金项目.

作者简介: 郑挺国(1979—), 男, 浙江温岭人, 博士, 助理教授. Email: zhengt@ gmail.com

虽然 GARCH 类模型和 SV 类模型描述了金融数据中普遍存在的波动高持续性,但一些研究认为由于波动中可能存在结构突变,这种看似波动高持续性可能被高估。Lamoureux 和 Lastrapes^[17]考察了 GARCH 模型受确定性结构突变干扰下持续性被高估的可能性。由于无法了解这种结构转移何时发生,所以 Hamilton^[18]的区制转移模型可视作解释随机结构转移的一种有效工具。一些研究已经尝试将区制转移引入到 GARCH 类模型中,例如 Hamilton 和 Susmel、Cai、Gray 及 Klaassen 等^[19-22]。Cai^[20]对美国 3 个月国库券利用采用区制转移 ARCH 模型,识别了两个发生转移区制分别与石油危机和 1979—1982 年的联邦储备货币政策实验有关。Gray^[21]设计了一种引入区制转移的 GARCH 模型,结果表明单区制 GARCH 结构可能是误设的。

区制转移随机波动(MSSV)模型既是随机波动模型的一种重要推广,也是用于处理波动持续性与结构突变性问题的另一种重要方法。这类模型最早由 So 等^[23]提出,通过在随机波动过程中将马尔科夫跳跃因子引入到波动截距项而得。Kalimipalli 和 Susmel^[24]估计了具有波动均值转移的 MSSV 模型,并对美国短期利率波动进行了实证研究。还有一些研究分别运用 MSSV 模型来解释短期利率动态行为,他们发现区制转移随机波动模型要比 GARCH 类模型和随机波动模型更好,如 Smith^[25]和 Sun^[26]。

随着我国利率市场化的不断加深、债券市场规模的不断发展,近年来关于我国短期利率动态方面的研究越来越广。例如,陈晖和谢赤^[27]就上交所国债回购日利率数据对比分析了 Jump-Arch 扩散模型、跳跃扩散模型、Arch 扩散模型和扩散模型,发现 Jump-Arch 扩散模型是研究中的最优模型;谢赤和吴雄伟^[28]通过广义矩方法,使用同业拆借利率数据,对 Vasicek 模型和 CIR 模型进行了实证检验;林海和郑振龙^[29]通过一个可变波动率的纯跳跃模型对中国政府利率变动行为进行了模拟和分析;洪永淼和林海^[30]利用各种短期利率模型对我国上海证券交易所国债回购利率进行了实证分析和检验;范龙振^[31]利用 SNP-EMM 法对中国上海证券交易所国债交易表现出的短期利率进行了实证分析,分析了多种不同的利率模型

能否描述短期利率的变化;董乐^[32]以银行间和交易所的回购利率为研究对象,利用 Vasicek、CIR、CKLS 利率模型检验了它们的均值回复特征;吴吉林和陶旺升^[33]运用 Smith^[25]采用的 MSSV 估计方法对我国银行间 7 天同业拆月度利率进行了实证分析;郑挺国^[34]在其博士论文中对利率波动建模进行了详细的综述,提出了一种针对 MSSV 模型的近似估计方法,并利用该方法对我国银行间短期拆借利率进行了实证研究。

这些研究对我国市场利率变动的建模问题进行了非常有益的尝试和探讨,但据笔者所知,除吴吉林和陶旺升^[33]与郑挺国^[34]之外,国内很少研究对我国短期利率波动中的区制转移特征进行探讨和分析。而在实际经济运行中,我国银行间拆借利率确实发生了显著的结构变化^[35],利率波动性发生了明显的分界。因此,将这种结构性变化考虑到短期利率变动模式中就显得十分必要。

本文主要采用 SV 模型和 MSSV 模型分析我国短期利率波动及其区制转移特征。首先,将 SV 模型和 MSSV 模型引入到 Chan 等^[5]的 CKLS 单因素模型中,分别可以捕捉短期利率波动的随机行为和结构转移性。然后,为估计利率水平、利率随机波动和马尔科夫转移的联合动态模型,采用 Liu 和 West^[36]序贯更新参数的思想和 Pitt 和 Shephard^[37]的辅助粒子滤波给出相应的估计策略,同时实现状态和参数的估计,这区别于吴吉林和陶旺升^[33]与郑挺国^[34]所采用的估计方法。最后,运用短期利率的 SV 模型和 MSSV 模型对我国银行间短期拆借利率进行实证分析,考察不同参数约束下短期利率模型选择,考察利率波动区制转移特征,以及考察波动区制转移与波动高持续性之间的内在关系。

1 短期利率模型

这部分先介绍具有随机波动过程的短期利率单因素 CKLS 模型及其离散化表示,然后在此模型上引入具有一阶马氏转移的非线性过程。

1.1 含随机波动的短期利率模型

为更好地模拟短期利率动态,这里选择在 Chan 等^[5]的短期利率模型中引入随机波动行为。于是,短期利率动态假设为以下 CKLS-SV 模型

表示

$$dr_t = \kappa_M(\mu_M - r_t) dt + r_t^\gamma \sqrt{V_t} dW_t^1 \quad (1)$$

$$d \log V_t = \kappa_v(\mu_v - \log V_t) dt + \sigma_v dW_t^2 \quad (2)$$

其中 $\gamma \geq 0$, W_t^1 和 W_t^2 为互不相关即 $\text{corr}(dW_t^1, dW_t^2) = 0$ 的标准维纳过程, 分别表示对短期利率和利率波动的随机冲击. 根据这种表示, 利率 r_t 在长期上将会回复到均值水平 μ_M , 并且均值回复速度由 κ_M 度量. 利率对数波动在长期上将会回复到均值水平 μ_v , 其均值回复速度由参数 κ_v 度量.

在此模型中, 漂移函数为 $\kappa_M(\mu_M - r_t)$, 扩散函数为 $r_t^\gamma \sqrt{V_t}$, 由此决定了短期利率的动态. 在方程(2)中, 假设 V_t 服从一阶滞后自回归过程, 由于引入了新的随机过程, 它可以捕捉利率过程尾部的尖峰厚尾性. 因此, 方程(1)和(2)构成的模型也称为 CKLS-SV 模型.

在方程(1)和(2)中, 可以通过约束得到一些著名的特殊情形. 如果假设波动为常数, 即 $\sqrt{V_t} = \sigma$, 那么就可以得到单因素 CKLS 模型

$$dr_t = \kappa_M(\mu_M - r_t) dt + r_t^\gamma \sigma dW_t^1 \quad (3)$$

在合适的参数约束条件下, 扩散系数中存在 r_t^γ 项避免了负利率, 同时引入了条件异方差. 这是因为利率扩散依赖于短期利率水平, 这称为水平效应 (level effect), 也称参数 γ 为弹性系数. 进一步若施加 $\gamma = 0.5$, 将得到仿射单因素 CIR 模型^[31]; 若 $\gamma = 1$, 则得到 BS 模型^[43]; 而若 $\gamma = 0$, 则产生 Vasicek 模型^[2]. Chan 等^[5] 发现在其模型中 γ 的未约束估计值近似为 1.5, 这与大多数理论模型的设定相矛盾. 事实上, CKLS 会拒绝所有 γ 小于 1 的模型. 除与大多数理论模型不一致之外, γ 大于 1 还意味着短期利率在高利率水平处可能是非平稳的.

对前述利率随机波动模型, 方程(1) - (2) 确定了不可观测状态与短期利率之间的关系. 这允许人们利用数据来推断随机波动的动态路径. 为实现模型估计, 首先将它离散化, 采用 Euler-Maruyama 时间离散化的近似表示. 令 $\Delta r_t = r_t - r_{t-1}$, $V_t = e^{h_t}$, $\varepsilon_t = W_t^1 - W_{t-1}^1$ 和 $v_t = W_t^2 - W_{t-1}^2$, 可以得到

$$\Delta r_t = \kappa_M(\mu_M - r_{t-1}) + r_{t-1}^\gamma e^{0.5h_t} \varepsilon_t \quad (4)$$

$$h_t = \kappa_v \mu_v + (1 - \kappa_v) h_{t-1} + \sigma_v v_t \quad (5)$$

这里扰动项 ε_t 和 v_t 为独立同分布 (i. i. d.) 的标准高斯新息, 并假设两者相互独立. 注意, 从方程

(5) 容易看出, 利率波动的持续性可以用参数 $1 - \kappa_v$ 度量, 如果波动均值回复速度越低, 那么波动持续性越强, 反之越弱.

对方程(4)和方程(5)构成的 CKLS-SV 模型, 一些常见的估计方法都可以应用于模型参数的估计, 例如这些估计方法有: Jacquier 等^[38] 和 Kim 等^[39] 分别提出的贝叶斯 MCMC 估计、Harvey 等^[40] 的 QML 估计、Andersen 和 Lund^[41] 的 EMM 估计, 以及 Koopman 和 Uspensky^[42] 的 MCL 估计, 等等.

1.2 含区制转移和随机波动的短期利率模型

区制转移主要用来捕捉短期利率随机波动中可能存在的结构性变化. 这里进一步假设方程式(5)中波动均值是状态相依的, 也即考虑如下的对数随机波动过程

$$h_t = \kappa_v(\mu_v + \lambda s_t) + (1 - \kappa_v) h_{t-1} + \sigma_v v_t \quad (6)$$

在此方程中, 对数波动长期均值不再是常数 μ_v , 而是加入一个状态相依部分的和 $\mu_v + \lambda s_t$, 其中假设参数 $\lambda \geq 0$. 对离散变量 s_t , 一般假设它服从于一个与 ε_t 和 v_t 不相关的一阶马尔科夫过程, 取值为 0 或 1, 状态之间的转移概率假设为常数

$$\begin{aligned} \Pr(s_t = 0 \mid s_{t-1} = 0) &= p, \\ \Pr(s_t = 1 \mid s_{t-1} = 0) &= 1 - p \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Pr(s_t = 1 \mid s_{t-1} = 1) &= q, \\ \Pr(s_t = 0 \mid s_{t-1} = 1) &= 1 - q \end{aligned} \quad (8)$$

于是, 当离散状态变量 $s_t = 0$ 发生时, 短期利率波动处于低波动状态, 其波动均值为 μ_v , 而当离散状态变量 $s_t = 1$ 发生时, 短期利率波动处于高波动状态, 其波动均值为 $\mu_v + \lambda$.

对方程(4)和方程(6)构成的短期利率马尔科夫转移随机波动模型, 或称 CKLS-MSSV 模型, 其动态比 CKLS-SV 模型的动态更为复杂. 从具体形式和系统结构来看, CKLS-MSSV 模型是一种典型的非线性、非高斯的状态空间模型. 为估计这个模型, 不仅需要推断隐含对数波动过程, 而且还需要推断隐马尔科夫过程. 由于无法直接获得这些状态变量的确切解析表达式, 所以模型参数估计和状态估计往往需要借助一些近似技术. 另外, 在这种情形下大多数 SV 模型估计方法很难再推广

到 MSSV 模型的参数估计中,如 EMM 估计和 MCL 估计方法是不可行的。

目前, MSSV 模型估计方法主要是基于 Kim^[43] 近似滤波的 QML 估计方法和基于多步移动 Gibbs 抽样的 MCMC 方法,如 Smith^[25] 和 So 等^[23]。最简单的方法就是采用 Kim^[43] 近似滤波的 QML 估计方法, Smith^[25] 及吴吉林和陶旺升^[33] 通过对数平方变换将 MSSV 模型近似地表示为一种线性状态空间模型,然后应用 Kim 近似滤波估计 MSSV 模型。但这种估计方法是无效的,主要因为采用了单正态密度来近似对数卡方密度存在较大误差。比较有效的方法是基于多步移动 Gibbs 抽样的 MCMC 方法, So 等^[23] 利用正态混合密度来近似对数卡方密度,估计中引入了高斯混合因子的指示变量,他们采用“向前滤波、向后抽样”的多步移动 Gibbs 抽样来分别实现参数、对数波动、隐马尔科夫状态变量和高斯混合指示变量的分块抽取。

以上方法主要适用于模型参数的估计,不能直接应用于模型诊断、模型评价和假设检验。本文下一部分将给出一种计算上比较简单、理论上较新的粒子滤波估计方法,它既适用于简单 SV 模型的参数估计和状态估计,同时也适用于复杂形式 SV 模型的参数和状态估计。

2 粒子滤波估计方法

粒子滤波是一种基于模拟的技术,可以产生一般非线性非高斯状态空间模型的预测和滤子分布。该方法最先由 Gordon 等^[44] 提出,为离散时间的递归滤波问题提供了一种近似的贝叶斯解决方法,其基本思想是构造一个基于样本的后验概率密度函数。

假设这里需要估计隐含状态向量 x_t , 还要估计参数向量 θ , 可获取信息集 Y_t 表示从第 1 期到第 t 期的观测集合,即 $Y_t = (y_1, \dots, y_t)'$, 本文观测值 y_t 表示 t 时刻短期利率 r_t 。

对离散化模型的粒子滤波问题,假设 $t-1$ 时刻滤子密度 $p(x_{t-1} | Y_{t-1})$ 可由一组 M 个粒子 $\{x_{t-1}^{(i)}, w_{t-1}^{(i)}\}_{i=1}^M$ 表示, $x_{t-1}^{(i)}$ 为状态粒子, $w_{t-1}^{(i)}$ 为对应粒子权重, $i = 1, \dots, M$ 。于是, 状态向量 x_t 的经验

预测密度近似为

$$\hat{p}(x_t | Y_{t-1}) = \sum_{i=1}^M p(x_t | x_{t-1}^{(i)}) w_{t-1}^{(i)} \quad (9)$$

由贝叶斯法则, t 时刻经验滤子密度 $p(x_t | Y_t)$ 可近似为

$$\hat{p}(x_t | Y_t) \propto p(y_t | x_t) \hat{p}(x_t | Y_{t-1}) \quad (10)$$

方程 (9) 和方程 (10) 为粒子之间的传递提供了一种基础,容易采用简单抽样重抽样 (sampling/ importance resampling, SIR) 方法实现所有状态变量的估计。这里采用 Pitt 和 Shephard^[37] 提出的辅助粒子滤波 (auxiliary particle filter, APF), 其基本思想是在抽样之前,先做重抽样,从密度 $\bar{g}(y_t | i) \propto p(y_t | x_t) p(x_t | x_{t-1}^{(i)}) w_{t-1}^{(i)}$ 中抽取指示变量 $i_k, k = 1, \dots, R$ 。与 SIR 滤波相比, 辅助粒子滤波 (APF) 增加了粒子的多样性,减小了重要性权的方差,而且当粒子的似然度位于先验分布的尾部或似然函数形状比较狭窄时, APF 能产生更精确的估计。

在实际研究中,还需要更新参数 θ 的信息,即实现参数 θ 的估计。这里采用 Liu 和 West^[36] 关于固定参数序贯更新的思想,在实现状态向量更新的同时实现参数的更新。更新 θ 的问题可视为一种贝叶斯序贯学习 (sequential learning) 过程,目标是更新以下后验密度

$$p(x_t, \theta | Y_t) \propto p(y_t | x_t, \theta) p(x_t | \theta, Y_{t-1}) p(\theta | Y_t) \quad (11)$$

Liu 和 West^[36] 提出一种核平滑 (kernel smoothing) 方法用于近似参数后验密度 $p(\theta | Y_t)$, 这种方法利用了 West^[45] 的混合模拟思想,也即是说, (可能经过变换后的) 参数后验密度 $p(\theta | Y_t)$ 可近似表示为一个多元正态混合

$$\hat{p}(\theta | Y_t) \simeq \sum_{i=1}^M w_i^{(i)} N(\theta | m_i^{(i)}; b^2 V_i) \quad (12)$$

其中 $m_i^{(i)} = a\theta_i^{(i)} + (1-a)\bar{\theta}_i$ 为第 i 个混合因子的核位置, $\bar{\theta}_i$ 为后验均值估计, V_i 为后验方差协方差矩阵。最后常数 b 和 a 分别度量收缩范围和混合发散度, 定义为 $b^2 = 1 - ((2\delta - 1)/2\delta)^2$, $a = \sqrt{1 - b^2}$, 常数 δ 在 0.95 ~ 0.99 之间取值。

利用类似于 Pitt 和 Shephard^[37] 的辅助粒子

滤波方法,并结合 Liu 和 West^[36] 的参数序贯更新思想,本文可实现短期利率 CKLS-SV 模型和 CKLS-MSSV 模型中隐含对数波动 $\{h_t\}_{t=1}^T$ 和离散状态 $\{S_t\}_{t=1}^T$ 的滤波估计,同时可以实现所有参数的后验估计. Carvalho 和 Lopes^[46] 利用类似的方法对股票收益率的区制转移随机波动模型实现了粒子滤波估计. 本文在附录 A 和附录 B 中分别给出了 CKLS-SV 模型和 CKLS-MSSV 模型的粒子滤波算法.

3 我国短期拆借利率的实证分析

在这一部分,本文应用 SV 模型和 MSSV 模型对我国短期拆借利率进行实证分析,分别选取银行间拆借市场七日同业拆借收盘加权平均利率(即 IBO007w) 的日数据和周数据,跨期 1996 年 1 月 3 日至 2008 年 12 月 31 日,共计 2 847 个日观测值和 647 个周观测值. 数据来自锐思金融研究数据库(<http://www.resset.cn/>) 之固定收益库.

3.1 日数据结果

首先,运用粒子滤波方法估计短期利率的 CKLS-SV 模型. 文中给出的 CKLS-SV 模型可视为文献中一些经典短期利率模型的推广模型,通过对水平效应参数 γ 进行适当约束,可以得到

Vasicek-SV 模型($\gamma = 0$)、CIR-SV 模型($\gamma = 0.5$) 和 BS-SV 模型($\gamma = 1$). 实际上,当允许水平效应系数 γ 为一个自由参数时,结果往往得到比较低的值,并且它是不准确的,如 Conley 等^[47] 和 Gallant 和 Tauchen^[48] 所述. 鉴于 CKLS-SV 模型可能存在误设,这里估计参数 γ 经约束和未约束时的各种模型结果. 在计算中,模拟数设定为 $M = R = 50\ 000$,并设定常数 $\delta = 0.99$ (下同).

表 1 给出了 CKLS-SV 模型及其压缩模型在全样本信息下的后验参数估计结果,即 $p(\theta | Y_T)$,并计算了各种模型的边际对数似然函数值,这里边际似然函数构造采用 Pitt^[49] 基于无偏估计的有效似然估计方法. 由于 Vasicek 模型、CIR 模型和 BS 模型可以对 CKLS 模型的水平效应系数 γ 进行适当约束得到,所以边际似然函数值大小具有一定的可比性. 由表中结果显示,边际对数似然函数值由小到大分别是 Vasicek-SV、CKLS-SV、CIR-SV 和 BS-SV,这说明具有 $\gamma = 1$ 的 BS-SV 模型设定对短期利率动态的拟合行为最好. 参数估计结果表明利率水平均值回复速度 κ_M 非常低,利率水平呈近似单位根过程,波动均值回复速度 κ_v 都小于 0.07,利率波动具有较高的持续性;另外,引入不同水平效应参数 γ ,波动均值 μ_v 发生了显著的变化,即随着参数 γ 的增加,水平效应影响加大,对数波动均值逐渐降低.

表 1 日利率数据的 SV 模型估计结果

Table 1 Estimation results of SV models using daily short-rate data

参数	Vasicek-SV 模型		CIR-SV 模型		BS-SV 模型		CKLS-SV 模型	
	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间
μ_v	-2.182 5	[-2.842, -1.533]	-4.287 2	[-4.547, -4.067]	-5.462 7	[-5.823, -5.096]	-4.078 8	[-4.530, -3.633]
κ_v	0.019 3	[0.013, 0.028]	0.060 1	[0.053, 0.067]	0.064 8	[0.051, 0.081]	0.051 7	[0.038, 0.069]
σ_v	0.470 9	[0.399, 0.553]	0.512 3	[0.480, 0.540]	0.505 0	[0.454, 0.560]	0.505 5	[0.451, 0.566]
μ_M	4.016 7	[3.720, 4.325]	4.846 6	[4.683, 4.966]	4.803 4	[4.622, 4.984]	6.087 8	[5.846, 6.328]
κ_M	0.002 0	[0.001 5, 0.002 5]	0.001 6	[0.001 4, 0.001 7]	0.002 3	[0.001 9, 0.002 8]	0.001 6	[0.001 3, 0.001 9]
γ	0	—	0.5	—	1	—	0.265 6	[0.227, 0.309]
Log L	360.63		408.93		415.70		375.06	

注:表中给出的数值分别是基于所有可观测信息计算得到的序贯蒙特卡罗后验均值,90% 置信区间的参数估计值. Log L 为边际对数似然函数值.

其次,运用附录 B 的粒子滤波算法实现短期利率的 CKLS-MSSV 模型估计. 通过对水平效应系数进行适当约束,同样可以实现对 Vasicek-MSSV

模型、CIR-MSSV 模型以及 BS-MSSV 模型的粒子滤波估计.

表 2 给出了各种 MSSV 模型的后验参数估计

结果和对应的边际对数似然函数值. 首先, 一些后验参数描述了短期利率波动具有区制转移的特征. 参数 p 和 q 后验均值都大于 0.99, 表明低波动区制和高波动区制都是相当持续的, 而且高波动超过低波动的大小即参数 λ 估计值介于 2 和 3 之间, 这些充分说明了波动具有区制转移特征. 其次, 考虑波动均值回复参数 κ_v . 在随机波动过程中引入区制转移特征后, 波动均值回复速度 κ_v 明显加大, 也表明在考虑结构性转移后波动持续性显著降低, 这个结果与 Lamoureux 和 Lastrapes^[17]、Kalimipalli 和 Susmel^[24] 及 Sun^[26] 等的研究结论一致. 这个发现的实际意义也是显然的, 因为波动是金融资产定价的重要组成要素, 而忽视转移参数引起持续性参数估计值的向上偏倚, 就会削弱波动的预测能力, 特别是

在高波动时期^[19, 21-22]. 最后, 从短期利率模型的拟合结果来看, 引入区制转移随机波动过程后的短期利率模型都要优于简单随机波动的短期利率模型. 这个结果可以通过构造对应同类模型之间的似然比统计量获得, 例如 Vasicek-SV 模型的边际对数似然值为 360.63, Vasicek-MSSV 模型的边际对数似然值为 377.71, 因此两者之间似然比统计量为 34.16, 可见引入区制转移后的 Vasicek-MSSV 模型更好地解释了短期利率的动态, 拟合性能显著提高. 同样, 对 CIR 模型、BS 模型和 CKLS 模型也是如此. 与 SV 模型估计结果相似, 在 Vasicek-MSSV 模型、CIR-MSSV 模型、BS-MSSV 模型和 CKLS-MSSV 模型中, BS-MSSV 模型的边际似然值最大, 因此也可以认为该模型拟合短期利率动态最优.

表 2 日利率数据的 MSSV 模型估计结果

Table 2 Estimation results of MSSV models using daily short-rate data

参数	Vasicek-MSSV 模型		CIR-MSSV 模型		BS-MSSV 模型		CKLS-MSSV 模型	
	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间
p	0.999 3	[0.997 5, 0.999 9]	0.995 0	[0.974 1, 0.999 8]	0.996 9	[0.986 2, 0.999 9]	0.999 1	[0.996 1, 0.999 9]
q	0.997 9	[0.995 3, 0.999 3]	0.997 5	[0.995 3, 0.999 0]	0.998 1	[0.995 2, 0.999 5]	0.998 8	[0.996 4, 0.999 7]
μ_v	-5.184 5	[-5.460, -4.909]	-6.617 6	[-6.816, -6.412]	-6.860 1	[-7.172, -6.569]	-6.069 8	[-6.263, -5.881]
λ	2.589 4	[2.340, 2.845]	3.046 1	[2.813, 3.255]	2.186 0	[1.929, 2.462]	2.658 3	[2.475, 2.838]
κ_v	0.154 3	[0.136, 0.174]	0.131 8	[0.115, 0.151]	0.158 2	[0.124, 0.194]	0.206 4	[0.185, 0.230]
σ_v	0.596 6	[0.555, 0.638]	0.546 3	[0.503, 0.599]	0.587 5	[0.533, 0.637]	0.690 8	[0.645, 0.740]
μ_M	4.185 7	[4.086, 4.287]	4.453 7	[4.311, 4.576]	5.448 6	[5.308, 5.577]	5.040 7	[4.955, 5.123]
κ_M	0.001 6	[0.001 5, 0.001 8]	0.001 6	[0.001 4, 0.001 8]	0.002 0	[0.001 7, 0.002 3]	0.001 9	[0.001 8, 0.002 1]
γ	0	—	0.5	—	1	—	0.272 0	[0.260, 0.284]
Log L	377.71		409.50		422.23		386.23	

注: 表中给出的数值分别是基于所有可观测信息计算得到的序贯蒙特卡洛后验均值, 90% 置信区间的参数估计值. Log L 为边际对数似然函数值.

图 1 给出了日利率对数波动 $\{h_t\}_{t=1}^T$ 和高波动区制的滤子概率 $\{\Pr(s_t = 1 | Y_t)\}_{t=1}^T$ 估计值, 其中子图 (a) 为日利率数据, 子图 (b) 为利差数据, 子图 (c) 为对数波动估计值, 以及子图 (d) 为高波动滤子概率估计值. 利率对数波动与区制滤子概率值相互对应, 当滤子概率值大于 0.5 时, 对数波动值较高, 而当滤子概率值小于 0.5 时, 对数波动值较低. 由图可知, 从 1996 年初至 1997 年下半年我国银行拆借利率处于低波动区制, 从 1997 年末至 2000 年上半年处于高波动区制, 从 2000 年下半年到 2003 年末又处于利率低波动区制, 而从

2003 年末开始至 2008 年下半年, 基本处于高波动区制. 显然这里得到的利率波动区制与我国宏观经济状况有关. 例如当我国经济处于较低或较高经济增长速度时, 利率波动明显处于高波动区制, 而当经济处于适度经济增长速度时, 利率波动则处于低波动区制. 这种有趣的结果可能与低速经济增长时刺激经济和高速增长时抑制经济过热的利率中介目标的货币政策相关. 事实上, 宏观经济越不稳定, 货币当局调控经济的可能性越大, 经过一段滞后期后, 债券市场作出反应的可能性越大, 从而未来的利率波动性越大.

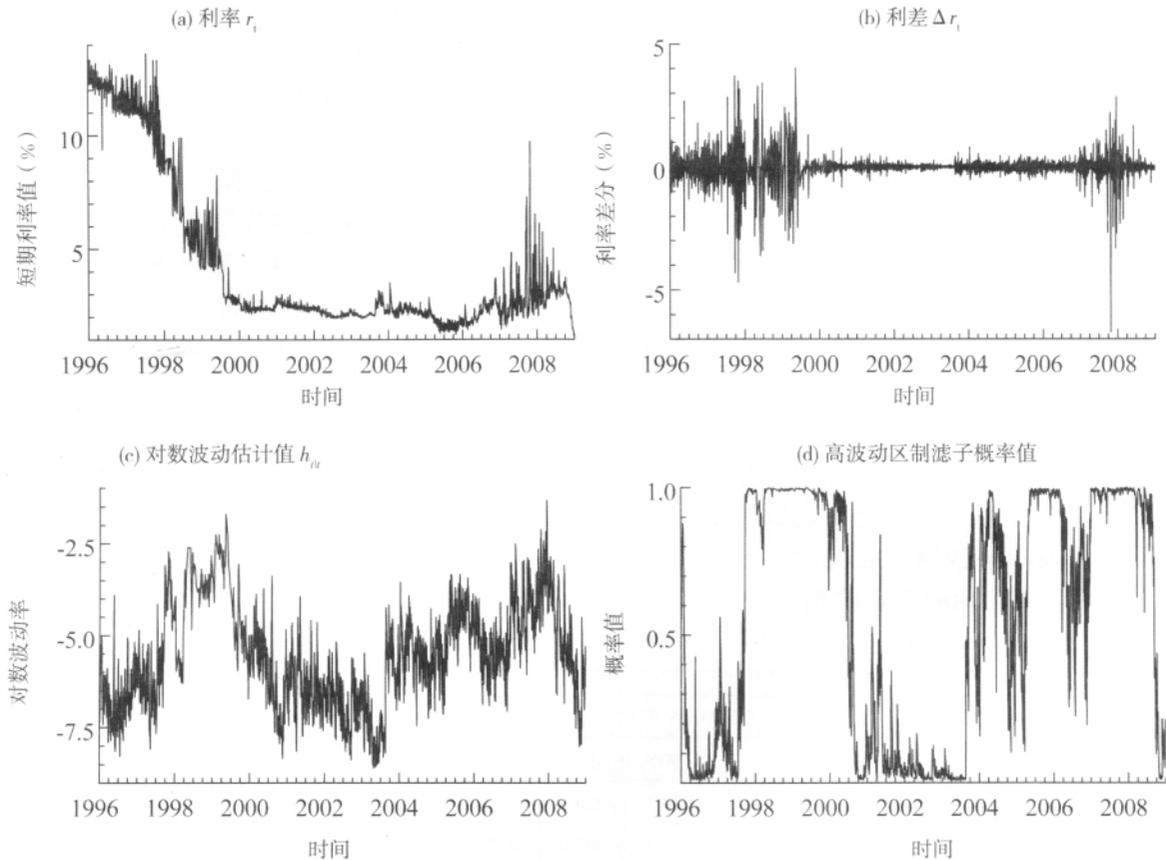


图1 日利率波动估计值及其高波动区制滤子概率

Fig. 1 Interest rate volatility and corresponding filtered probabilities at the high volatility regime

另外也注意到,利率变化(或利差)幅度与对数波动大小并不具有直接的对应关系,也即是说当利差较大时,对数波动并非越大,相反利差较小时,对数波动也不一定较小.事实上,我国短期拆借利率在1996和1997年经历的较大利差变化,其对应的波动区制处于低波动区制,而1999年和2000年经历的较小利差变化则正好相反.究其原因,这些时期利率波动中的一部分很大程度上取决于对利率水平的水平效应.

3.2 周数据结果

为进一步验证短期利率波动是否存在区制转移,下面采用周数据进行验证.样本同样采取七天短期拆借利率的加权平均值.

表3给出了周利率数据各种SV模型的后验参数估计值和边际对数似然值.如表所述,Vasicek-SV模型和CIR-SV模型的波动均值回复速度较小,BS-SV模型和CKLS-SV模型的波动均值回复速度相对较大;利率水平均值回复速度都明显较小,同样表明利率过程呈近似单位根过

程;周数据CKLS-SV模型的水平效应参数后验均值估计值比天数据的估计结果明显较大,说明利率波动对利率水平的弹性更强;与前面结果一样,这里也证实了随水平效应系数从0变大到1,利率波动均值呈由高向低变化的趋势.与天数据结果一样,在周数据的各种模型中,BS-SV模型的边际对数似然值最大,拟合短期利率动态最优.

表4继续给出各种MSSV模型对周利率数据的参数后验估计结果和边际对数似然值.参数估计结果表明转移概率参数 p 和 q 后验均值都非常大,低波动区制和高波动区制都是非常持续的,参数 λ 均值都明显大于2.2,这些也说明短期利率波动存在显著的区制转移特征;引入区制转移后,各模型中参数 κ_0 明显变大,进一步证实了天数据得到的波动持续性降低的经验事实;对水平效应参数 γ ,这里同样得到了较大的后验估计值,并且这个结果接近于1.从边际对数似然值结果来看,引入区制转移特征后各模型对短期利率动态具有更

高的拟合能力,并且在这些估计的模型中,值上有一些小的差异,但这些结论与前面关于天 BS-MSSV 模型的拟合程度仍是最优的.虽然在数数据的结果完全一致.

表 3 周利率数据的 SV 模型估计结果

Table 3 Estimation results of SV models using weekly short-rate data

参数	Vasicek-SV 模型		CIR-SV 模型		BS-SV 模型		CKLS-SV 模型	
	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间
μ_v	-2.860 6	[-4.440, -1.289]	-3.951 6	[-5.843, -2.119]	-4.599 8	[-6.125, -3.125]	-3.959 5	[-5.446, -2.518]
κ_v	0.046 2	[0.018, 0.097]	0.067 0	[0.020, 0.165]	0.134 4	[0.043, 0.305]	0.092 6	[0.042, 0.177]
σ_v	0.676 0	[0.476, 0.933]	0.624 3	[0.442, 0.860]	0.672 1	[0.447, 0.970]	0.732 5	[0.561, 0.945]
μ_M	3.236 1	[2.501, 3.955]	3.787 3	[3.058, 4.508]	4.054 4	[3.387, 4.739]	4.605 4	[4.051, 5.165]
κ_M	0.001 6	[0.000 7, 0.003 1]	0.001 5	[0.000 7, 0.002 9]	0.001 2	[0.000 7, 0.002 0]	0.001 5	[0.000 9, 0.002 3]
γ	0	—	0.5	—	1	—	0.556 5	[0.378, 0.794]
Log L	106.72		119.65		125.39		113.63	

注:表中给出的数值分别是基于所有可观测信息计算得到的序贯蒙特卡洛后验均值,90%置信区间的参数估计值.Log L 为边际对数似然函数值.

表 4 周利率数据的 MSSV 模型估计结果

Table 4 Estimation results of MSSV models using weekly short-rate data

参数	Vasicek-MSSV 模型		CIR-MSSV 模型		BS-MSSV 模型		CKLS-MSSV 模型	
	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间	均值	90% 区间
p	0.985 2	[0.872 0, 1.000 0]	0.990 9	[0.925 1, 1.000 0]	0.996 9	[0.978 7, 1.000 0]	0.990 4	[0.920 0, 1.000 0]
q	0.984 2	[0.890 2, 0.999 8]	0.998 7	[0.992 8, 1.000 0]	0.994 5	[0.963 4, 0.999 9]	0.997 5	[0.985 8, 0.999 9]
μ_v	-4.148 7	[-6.029, -2.481]	-5.569 0	[-6.729, -4.373]	-6.137 4	[-7.449, -4.725]	-5.690 9	[-6.878, -4.475]
λ	3.632 6	[2.590, 4.692]	2.456 2	[1.556, 3.350]	2.199 5	[1.374, 3.018]	2.224 3	[1.374, 3.080]
κ_v	0.186 8	[0.079, 0.376]	0.149 0	[0.067, 0.279]	0.182 3	[0.095, 0.312]	0.174 9	[0.080, 0.332]
σ_v	0.770 8	[0.561, 1.039]	0.734 1	[0.530, 0.997]	0.684 3	[0.495, 0.924]	0.676 9	[0.499, 0.904]
μ_M	4.490 9	[3.763, 5.231]	4.093 6	[3.531, 4.656]	3.914 8	[3.312, 4.524]	4.803 7	[4.192, 5.392]
κ_M	0.001 2	[0.000 6, 0.002 1]	0.001 6	[0.000 9, 0.002 5]	0.001 4	[0.000 7, 0.002 6]	0.001 3	[0.000 8, 0.002 1]
γ	0	—	0.5	—	1	—	0.850 7	[0.542, 1.270]
Log L	111.76		121.74		128.35		121.95	

注:表中给出的数值分别是基于所有可观测信息计算得到的序贯蒙特卡洛后验均值,90%置信区间的参数估计值.Log L 为边际对数似然函数值.

4 结 论

现代经济中利率是联系金融领域与实际经济活动的纽带,把握短期利率变化规律对资产和金融衍生产品的定价、风险管理以及推动利率市场化,具有重要的现实意义.一方面,在许多经典期限结构模型中,短期利率是对所有固定收入证券及衍生品收益率曲线起着决定性作用的内生变量,是中央银行影响中长期利率变化的控制变量.另一方面,利率是货币传递过程中的枢纽,利率政

策是货币政策的重要组成部分,历来被各国政府作为宏观经济调节的重要工具.

本文从利率随机波动和区制转移两个视角对短期利率动态进行扩展,并运用利率的区制转移随机波动模型对我国银行间七日同业拆借收盘加权平均利率 1996 年 1 月 3 日至 2008 年 12 月 31 日的天数据和周数据展开了实证分析.在短期利率模型中漂移项部分采用线性漂移项,而在扩散项部分,先前的学者曾讨论利率波动会受利率水平的影响,而使得利率的波动存在水平效应.但是,

本文在利率模型扩散部分除了考虑水平效应外,也考虑了利率波动为一个随机过程,并在对数波动过程中还引入了区制转移因素.为实现具有随机波动和区制转移因素的短期利率模型,本文利用粒子滤波估计方法给出了模型参数、不可观测状态和边际对数似然值的后验估计值.

通过实证研究,本文得到了下面的一些基本结论:

(1) 我国短期拆借利率除存在典型的波动随机行为外,还存在显著的区制转移特征.在单因素扩散模型基础上引入随机波动因素和区制转移特征适合于我国短期利率的实证模型,并且无论是天数据还是周数据,研究结果都显示引入区制转移后可以提高短期利率的拟合性能.

(2) 在 CKLS-SV 模型、CKLS-MSSV 模型以及各种缩压模型中,BS-MSSV 模型对我国短期利率动态的拟合性能最优.通过各模型拟合得到的边

际对数似然值一定程度上反映了利率模型对数据信息的概括.模型越合适,所反映的数据信息就越多,得到的边际对数似然值就越大.文中结果表明 BS-SV 模型拟合短期利率的效果优于 Vasicek-SV 模型、CIR-SV 模型和 CKLS-SV 模型. BS-MSSV 模型的拟合性能优于 Vasicek-MSSV 模型、CIR-MSSV 模型和 CKLS-MSSV 模型,而且各种 MSSV 模型拟合性能都明显优于各种 SV 模型.

(3) 在利率随机波动模型基础上考虑波动均值结构性变化的区制转移后,波动均值回复速度明显加快,由此波动持续性具有明显降低的趋势.此研究结果也表明在利率波动性中忽视结构性变化或转移可能会导致利率波动持续性高估,并与 Lamoureux 和 Lastrapes^[17]、Kalimipalli 和 Susmel^[24]以及 Sun^[26]等研究的结论一致.因此,这个结论也进一步强调了顾及利率波动中可能存在结构性变化或转移的重要性.

参 考 文 献:

- [1] Merton R C. The theory of rational option pricing[J]. *Bell Journal of Economics*, 1973, 4(1): 141-183.
- [2] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure[J]. *Journal of Financial Economics*, 1977, 5: 177-188.
- [3] Cox J C, Ingersoll J, Ross S A. A theory of the term structure of interest rates[J]. *Econometrica*, 1985, 53(2): 385-407.
- [4] Brennan M J, Schwartz E S. Analyzing convertible bonds[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1980, 15(4): 907-929.
- [5] Chan K, Karolyi G, Longstaff F, et al. An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate[J]. *Journal of Finance*, 1992, 47(3): 1209-1227.
- [6] Ait-Sahalia Y. Testing continuous-time models of the spot interest rate[J]. *Review of Financial Studies*, 1996, 9: 385-426.
- [7] Stanton R. A nonparametric model of term structure dynamics and the market price of interest rate risk[J]. *Journal of Finance*, 1997, 52: 1973-2002.
- [8] Ang A, Bekaert G. Regime switches in interest rates[J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2002, 20: 163-182.
- [9] Chapman D A, Pearson N D. Recent advances in estimating term structure models[J]. *Financial Analysts Journal*, 2001, 57(3): 77-95.
- [10] Longstaff F A, Schwartz E S. Interest rate volatility and the term structure: A two factor general equilibrium model[J]. *Journal of Finance*, 1992, 47: 1259-1282.
- [11] Brenner R J, Harjes R H, Kroner K F. Another look at models of the short-term interest rate[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1996, 31(1): 85-107.
- [12] Koedijk K G, Nissen F G J A, Scotchman P C, et al. The dynamics of short term interest rate volatility reconsidered[J]. *European Finance Review*, 1997, 1: 105-130.
- [13] Andersen T G, Lund J. Estimating continuous-time stochastic volatility models of the short-term interest rate[J]. *Journal of Econometrics*, 1997, 77: 343-377.

- [14] Ball C A , Torous W N. The stochastic volatility of short-term interest rates: Some international evidence [J]. *Journal of Finance* , 1999 , 54: 2339 – 2359.
- [15] Sun L. Nonlinear drift and stochastic volatility: An empirical investigation of short-term interest rate models [J]. *The Journal of Financial Research* , 2003 , 26(3) : 389 – 404.
- [16] Durham G B. Likelihood-based specification analysis of continuous-time models of the short-term interest rates [J]. *Journal of Financial Economics* , 2003 , 70(3) : 463 – 487.
- [17] Lamoureux C G , Lastrapes W D. Persistence in variance , structural change , and the GARCH model [J]. *Journal of Business and Economic Statistics* , 1990 , 8: 225 – 234.
- [18] Hamilton J D. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle [J]. *Econometrica* , 1989 , 57(2) : 357 – 384.
- [19] Hamilton J D , Susmel R. Autoregressive conditional heteroscedasticity and changes in regime [J]. *Journal of Econometrics* , 1994 , 64: 307 – 333.
- [20] Cai J. A Markov model of switching-regime ARCH [J]. *Journal of Business and Economic Statistics* , 1994 , 12: 309 – 316.
- [21] Gray S F. Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process [J]. *Journal of Financial Economics* , 1996 , 42: 27 – 62.
- [22] Klaassen F. Improving GARCH volatility forecasts with regime-switching GARCH [J]. *Empirical Economics* , 2002 , 27: 363 – 394.
- [23] So M K P , Lam K , Li W K. A stochastic volatility model with Markov switching [J]. *Journal of Business and Economic Statistics* , 1998 , 16: 244 – 253.
- [24] Kalimipalli M , Susmel R. Regime-Switching stochastic volatility and short-term interest rates [J]. *Journal of Empirical Finance* , 2004 , 11: 309 – 329.
- [25] Smith D R. Markov-Switching and stochastic volatility diffusion models of short-term interest rates [J]. *Journal of Business and Economic Statistics* , 2002 , 20: 183 – 197.
- [26] Sun L. Regime shifts in interest rate volatility [J]. *Journal of Empirical Finance* , 2005 , 12: 418 – 434.
- [27] 陈 晖 , 谢 赤. 包含 Jump-Arch 过程的利率模型及其应用 [J]. *管理科学学报* , 2008 , 11(2) : 80 – 90.
Chen Hui , Xie Chi. Diffusion model including the Jump-Arch process and its application [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2008 , 11(2) : 80 – 90. (in Chinese)
- [28] 谢 赤 , 吴雄伟. 基于 Vasicek 模型和 CIR 模型中的中国货币市场利率行为实证分析 [J]. *中国管理科学* , 2002 , (3) : 22 – 25.
Xie Chi , Wu Xiongwei. An empirical analysis on term structure of SHIBOR using Vasicek and CIR models [J]. *Chinese Journal of Management Science* , 2002 (3) : 22 – 25. (in Chinese)
- [29] 林 海 , 郑振龙. 中国利率期限结构: 理论及应用 [M]. 北京: 中国财经出版社 , 2004.
Lin Hai , Zheng Zhenlong. Theories and Applications of Term Structure in China [M]. Beijing: China Financial and Economic Publishing House , 2004. (in Chinese)
- [30] 洪永淼 , 林 海. 中国市场利率动态研究: 基于短期国债回购利率的实证分析 [J]. *经济学(季刊)* , 2006 , (5) : 511 – 532.
Hong Yongmiao , Lin Hai. Performance of discrete-time spot rate models in China: An empirical test on Chinese Repo Rates [J]. *China Economic Quarterly* , 2006 , (5) : 511 – 532. (in Chinese)
- [31] 范龙振. 短期利率模型在上交所债券市场上的实证分析 [J]. *管理科学学报* , 2007 , 10(2) : 80 – 89.
Fan Longzhen. Empirical analysis of short interest rate models with half-year interest rate in the Shanghai Stock Exchange [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2007 , 10(2) : 80 – 89. (in Chinese)
- [32] 董 乐. 我国短期利率均值回复假设的实证研究 [J]. *数量经济技术经济研究* , 2006 , (11) : 151 – 160.
Dong Le. An empirical test of mean-reversion hypothesis of short-term interest rate in China [J]. *Quantitative and Technical Economics* , 2006 , (11) : 151 – 160. (in Chinese)
- [33] 吴吉林 , 陶旺升. 基于机制转换与随机波动的我国短期利率研究 [J]. *中国管理科学* , 2009 , 17(3) : 40 – 46.
Wu Jilin , Tao Wangsheng. Markov-regime switching and stochastic volatility model of short term interest rate in China [J].

- Journal of Management Science ,2009 ,17(3) : 40 –46. (in Chinese)
- [34]郑挺国. 基于有限混合状态空间的金融随机波动模型及应用研究[D]. 长春: 吉林大学,2009.
Zheng Tingguo. Financial Stochastic Volatility Models and Applications: Based on State Space Models with Finite Mixture [D]. Changchun: Jilin University ,2009. (in Chinese)
- [35]刘金全,郑挺国. 利率期限结构的 Markov 区制转移模型与实证分析[J]. 经济研究,2006 ,41(11) : 82 –91.
Liu Jinquan ,Zheng Tingguo. Markov regime switching model and empirical analysis of the term structure of interest rates [J]. Economic Research Journal ,2006 ,41(11) : 82 –91. (in Chinese)
- [36]Liu J ,West M. Combined parameter and state estimation in simulation based filtering[M]// Doucet A ,de Freitas N ,Gordon N. Sequential Monte Carlo Methods in Practice. Berlin: Springer ,2001: 197 –223.
- [37]Pitt M K ,Shephard N. Filtering via simulation: Auxiliary particle filters[J]. Journal of the American Statistical Association ,1999 ,94: 590 –599.
- [38]Jacquier E ,Polson N G ,Rossi P E. Bayesian analysis of stochastic volatility models (with discussion) [J]. Journal of Business and Economic Statistics ,1994 ,12: 371 –417.
- [39]Kim S ,Shephard N ,Chib S. Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models[J]. Review of Economic Studies ,1998 ,65: 361 –393.
- [40]Harvey A ,Ruiz E ,Shephard N. Multivariate stochastic variance models[J]. Review of Economic Studies ,1994 ,61: 247 –264.
- [41]Anderson T G ,Lund J. Estimating continuous-time stochastic volatility models of the short-term interest rate[J]. Journal of Econometrics ,1997 ,72: 343 –377.
- [42]Koopman S J ,Uspensky E H. The stochastic volatility in mean model: Empirical evidence from international stock markets [J]. Journal of Applied Econometrics ,2002 ,17: 667 –689.
- [43]Kim C J. Dynamic linear models with Markov-switching[J]. Journal of Econometrics ,1994 ,60: 1 –22.
- [44]Gordon N J ,Salmond D J ,Smith A F M. A novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEEE Proceedings on Radar and Signal Processing ,1993 ,140: 107 –113.
- [45]West M. Modelling with mixtures[M]// Berger J O ,Bernardo J M ,Dawid A P ,Smith A F M. Bayesian Statistics ,4 ,Oxford ; Oxford University Press ,1992: 503 –524.
- [46]Carvalho C M ,Lopes H F. Simulation-based sequential analysis of Markov switching stochastic volatility models[J]. Computational Statistics and Data Analysis ,2007 ,51: 4526 –4542.
- [47]Conley T G ,Hansen L P ,Luttmer E G J ,et al. Short-term interest rates as subordinated diffusions[J]. Review of Financial Studies ,1997 ,10(3) : 525 –577.
- [48]Gallant A R ,Tauchen G. Estimation of continuous time models for stock returns and interest rates[J]. Macroeconomic Dynamics ,1997 ,1: 135 –168.
- [49]Pitt M K. Smooth Particle Filters for Likelihood Evaluation and Maximization[R]. Working Paper ,Coventry: University of Warwick ,Department of Economics ,2002.

Stochastic volatilities and regime shifts of China's short-term interest rates

ZHENG Ting-guo¹ , SONG Tao²

1. The Wang Yanan Institute for Studies in Economics , Xiamen University , Xiamen 361005 , China;

2. Institute of Economics at Department of Economics , Xiamen University , Xiamen 361005 , China

Abstract: In recent years , there have been growing studies in financial area on the dynamics of short-term interest rates , since it is an indispensable tool for interest rate derivatives pricing and risk management. This paper extends the short-rate dynamics from two perspectives: Stochastic volatility and regime switching , respec-

tively. A novel method called particle filter is selected to estimate parameters and unobservable state variables for our Markov switching stochastic volatility model. Then we take our empirical analysis on China's short-term inter-bank borrowing interest rate. The results show that the short-rate has both stochastic volatility behavior and regime switching characteristic, and the BS-MSSV model is best for describing the short-rate dynamics. Moreover, our study confirms that neglecting regime switching of volatility mean would lead to overestimating the volatility persistence and worsen the modeling performance.

Key words: short-term interest rate; stochastic volatility; regime switching; particle filter

附录 A CKLS-SV 模型的粒子滤波算法

(i) 给定初始粒子集 $\{h_{t-1}^{(i)}, w_{t-1}^{(i)}\}_{i=1}^M$, θ 为转换后的参数向量;

(ii) 计算均值 $\bar{\theta}_{t-1} = \sum_{i=1}^M \theta_{t-1}^{(i)} w_{t-1}^{(i)}$, 方差协方差矩阵 $V_{t-1} = \sum_{i=1}^M (\theta_{t-1}^{(i)} - \bar{\theta}_{t-1})(\theta_{t-1}^{(i)} - \bar{\theta}_{t-1})' w_{t-1}^{(i)}$;

(iii) 对 $i = 1, \dots, M$ 根据方程 (5) 计算均值猜测 $\tilde{\mu}_t^{(i)} = \kappa_{2t-1}^{(i)} \mu_{t-1}^{(i)} + (1 - \kappa_{2t-1}^{(i)}) h_{t-1}^{(i)}$;

(iv) 对 $k = 1, \dots, R$:

(a) 抽取 $i_k \sim \bar{g}(y_t | i) = p(y_t | \tilde{\mu}_t^{(i)}, \theta_{t-1}^{(i)}) w_{t-1}^{(i)}$;

(b) 抽取 $\theta_t^{(k)} \sim N(m_{t-1}^{(i_k)}, b^2 V_{t-1})$;

(c) 抽取 $h_t^{(k)} \sim N(\kappa_{2t}^{(k)} \mu_{t-1}^{(k)} + (1 - \kappa_{2t}^{(k)}) h_{t-1}^{(i_k)}, \sigma_{st}^{2(k)})$;

(d) 更新权 $\bar{\omega}_t^{(k)} \propto p(y_t | h_t^{(k)}, Z_t^{(k)}, \theta_t^{(k)}) / p(y_t | \tilde{\mu}_t^{(i_k)}, \theta_{t-1}^{(i_k)})$;

(v) 对 $k = 1, \dots, R$, 归一化 $\pi_t^{(k)} = \bar{\omega}_t^{(k)} (\sum_{k=1}^R \bar{\omega}_t^{(k)})^{-1}$;

(vi) 从样本数为 R 的加权样本 $\{h_t^{(k)}, \theta_t^{(k)}, \pi_t^{(k)}\}_{k=1}^R$ 中重抽样, 得到样本数为 M 的一组新的加权样本 $\{h_t^{(i)}, \theta_t^{(i)}, w_t^{(i)}\}_{i=1}^M$.

附录 B CKLS-MSSV 模型的粒子滤波算法

(i) 给定初始粒子集 $\{h_{t-1}^{(i)}, s_{t-1}^{(i)}, w_{t-1}^{(i)}\}_{i=1}^M$, θ 为转换后的参数向量;

(ii) 计算均值 $\bar{\theta}_{t-1} = \sum_{i=1}^M \theta_{t-1}^{(i)} w_{t-1}^{(i)}$, 方差协方差矩阵 $V_{t-1} = \sum_{i=1}^M (\theta_{t-1}^{(i)} - \bar{\theta}_{t-1})(\theta_{t-1}^{(i)} - \bar{\theta}_{t-1})' w_{t-1}^{(i)}$;

(iii) 对 $i = 1, \dots, M$, 计算

$\hat{s}_t^{(i)} = \arg \max_{l \in \{0, 1\}} \Pr(s_t = l | s_{t-1} = s_{t-1}^{(i)})$;

$\tilde{\mu}_t^{(i)} = \kappa_{2t-1}^{(i)} (\mu_{t-1}^{(i)} + \lambda_{t-1}^{(i)} \hat{s}_t^{(i)}) + (1 - \kappa_{2t-1}^{(i)}) h_{t-1}^{(i)}$;

(vii) 对 $k = 1, \dots, R$:

(a) 抽取 $i_k \sim \bar{g}(y_t | i) = p(y_t | \tilde{\mu}_t^{(i)}, \theta_{t-1}^{(i)}) w_{t-1}^{(i)}$;

(b) 抽取 $\theta_t^{(k)} \sim N(m_{t-1}^{(i_k)}, b^2 V_{t-1})$;

(c) 抽取 $s_t^{(k)} = l \sim \Pr(s_t^{(k)} = l) = \Pr(s_t^{(i_k)} = l | s_{t-1}^{(i_k)})$, $l = 0, 1$;

(d) 抽取 $h_t^{(k)} \sim N(\kappa_{2t}^{(k)} (\mu_{t-1}^{(k)} + \lambda_{t-1}^{(k)} s_t^{(k)}) + (1 - \kappa_{2t}^{(k)}) h_{t-1}^{(i_k)}, \sigma_{st}^{2(k)})$;

(e) 更新权 $\bar{\omega}_t^{(k)} \propto p(y_t | h_t^{(k)}, Z_t^{(k)}, \theta_t^{(k)}) / p(y_t | \tilde{\mu}_t^{(i_k)}, \theta_{t-1}^{(i_k)})$;

(viii) 对 $k = 1, \dots, R$, 归一化 $\pi_t^{(k)} = \bar{\omega}_t^{(k)} (\sum_{k=1}^R \bar{\omega}_t^{(k)})^{-1}$;

(ix) 从样本数为 R 的加权样本 $\{h_t^{(k)}, s_t^{(k)}, \theta_t^{(k)}, \pi_t^{(k)}\}_{k=1}^R$ 中重抽样, 得到样本数为 M 的一组新的加权样本 $\{h_t^{(i)}, s_t^{(i)}, w_t^{(i)}\}_{i=1}^M$.