

供应链融资模式下零售商的订货与定价研究^①

钟远光¹, 周永务¹, 李柏勋¹, 王圣东²

(1. 华南理工大学工商管理学院, 广州 510640; 2. 解放军电子工程学院数学教研室, 合肥 230037)

摘要: 已有零售商订货与定价问题的研究大都忽略了零售商的初始资金, 本文在考虑零售商初始资金的情况下, 研究零售商面对初始资金不足时, 如何借助外部的融资政策做出最优的订货与定价决策. 因此, 本文分别讨论了零售商在无融资服务、供应链中核心制造商担保下的外部融资服务及核心制造商提供商业信用的内部融资服务下的订货与定价问题, 并建立了相应的决策模型. 通过对模型的分析, 给出了零售商在不同初始资金情形下的最优订货决策. 最后, 本文结合数值例子, 分析了不同融资服务模式下的订货与定价问题, 研究发现融资服务能够增加零售商的订货量和利润, 为零售商创造新的价值, 并且还发现资金约束的零售商在大多数情形下, 借助供应链核心制造商提供的商业信用融资优于金融机构等提供的外部融资. 研究的结论为决策者提供参考依据.

关键词: 资金约束; 融资服务; 最优订货; 最优定价

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2011)06-0057-11

0 引言

供应链是经由原材料供应商、制造商、分销商、零售商等上下游企业将产品或服务提供给最终顾客的网络结构. 而这一网络结构能否实现系统最优, 往往取决于核心企业对整条供应链的协调与控制. 但是在现实生活中, 核心企业对整条供应链的协调与控制是基于配套企业不会无限制、无成本地占用自己的资源, 它希望在尽可能节约使用核心企业自身资源的前提下提升配套企业获取资源的能力. 然而配套企业获取资源的能力远不如核心企业, 而资金作为企业运作重要的资源之一, 往往是影响配套企业, 特别是中小型及新兴的高科技配套企业发展的主要因素. Sullivan 等通过研究发现中小型企业破产的数量中有 28% 比例的是由资金不足导致的^[1]. Archibald 等发现如

果新兴的高科技企业不能顺利地贷到所需的资金, 那么它们的生存是很艰难的^[2]. 与此同时, 随着“微利时代”的到来, 企业间的竞争已转变为企业所在供应链与供应链之间的竞争, 核心企业的市场反应能力在很大程度上也取决于所在供应链的均衡发展, 即供应商的供应能力和经销商的销售能力, 而供应商的供应能力和经销商的销售能力又离不开作为“金融血液”的银行资金的支持. 因此, 为了提高供应链的整体竞争力, 核心企业对解决供应链上下游中小企业的资金问题也日益迫切.

因此, 研究供应链上以核心企业为中心的上下游企业融资问题, 以解决中小型企业融资难的现象是值得深入分析的. 本文以此为出发点, 考虑零售商在向供应链上游核心制造商订货时, 根据其自身的资金状况以及外部的融资政策, 如何做

① 收稿日期: 2010-10-06; 修订日期: 2011-04-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971041; 71072165); 教育部博士点基金资助项目(20100172110032); 广东省自然科学基金资助项目(10151064101000003); 广东省高校人文社科重点研究基地资助项目(08JDXM63003).

作者简介: 钟远光(1984—), 男, 福建龙岩人, 博士生. Email: hitscut@163.com

出最优的订货与定价决策使得自身的利益最大化的同时能够如期归还外部融资的资金,提升自身的信用.我们的研究发现,当企业自身的实力或资金不足时,会严重影响到其订货与定价决策,但是可以通过融资服务创造新的价值,获得额外收益,同时研究还发现,在大多数情形下,供应链上的核心制造商若愿意提供商业信用给下游零售商,零售商获得的收益将明显高于向金融机构外部融资所获得的收益.

1 文献研究

目前,关于供应链管理文献中企业的订货或定价决策研究大都假设企业的资金是充足的,忽视了资金短缺的影响,如 Mark 和 Moosa^[3], Abad^[4].然而,在全球经济和市场激烈竞争的大环境下,企业资金充足的假设是不合理的,所以近年来越来越多的学者开始关注企业经营过程中与资金有关的问题,本文将综述与研究相关,即企业面临资金约束时,企业的融资决策问题.国内学者陈祥锋把企业的融资分为两类,即外部融资和内部融资^[5].外部融资是指由供应链企业以外的机构(如银行等)提供的融资服务,如 Xu 和 Brige^[6]应用传统的报童模型分析了生产运营和资金决策的模型,模型表明企业的生产决策将受资金约束的影响. Buzacott 和 Zhang^[7]首次将基于资产的融资引入生产决策中并建立了相关模型,证明了将生产和融资决策综合考虑对创业型的重要性. Hu 和 Sobiel^[8]应用多周期报童模型研究了企业资本结构和运营决策之间的相互作用. Boyabath 和 Toktay^[9]分析了不完全信息的融资市场对企业金融和运营决策的影响. Chao 等^[10]研究了资金约束零售商的动态库存决策问题,得出了每周期的最优库存水平以及不同资金状况下企业的运作决策.张媛媛和李建斌^[11]在 Buzacott 和 Zhang^[7]的基础上讨论了仓单质押方式融资的企业库存决策问题,研究发现如果银行对于质押库存给予的贷款价值比较低,企业只有在自有资金不足的情况下,才会向银行申请贷款.如果贷款价值比较高,企业就有可能保留部分资金,以贷款来继续追加库存.陈祥锋等^[12]从供应链角度研究引入了资

金约束零售商的金融和运营决策.而内部融资是指由供应链内部企业以特定形式提供的融资服务(如信用销售合同)等. Goyal^[13]最先在 EOQ 模型中引入商业信用合同,得出修正后经济订货批量公式.随后的研究对 Goyal^[13]的模型进行了许多方面的拓展,如周永务^[14]考虑了不同延期支付规则下零售商的最优订货问题, Aggarwal 等^[15], Chu 和 Chung^[16]研究了易腐品在固定需求和商业信用下的订货批量问题, Shinn^[17], Teng 等^[18]研究了延期支付下需求与价格相关的最优定价与订货问题, Sheen 和 Tsao^[19]研究了延期支付政策下,存在运输成本折扣时零售商的订货问题.

然而以上的研究忽略了引言中的供应链融资背景,即外部融资方面的研究都是基于企业与金融机构直接借贷关系下的运作决策,没有考虑从供应链的角度引入核心制造商的担保责任;内部融资方面的研究都假设零售商的资金是充足的,没有从融资的角度出发考虑零售商的运作决策.因此,与现有文献研究不同,本文从供应链融资的角度出发,研究零售商资金约束时的订货决策问题.

2 模型假设与记号

2.1 前提假设

假设零售商只销售一种产品,不允许缺货发生.零售商的初始资金为 B ,假设其没有其他投资机会,即不拖欠货款以获得额外收益.当销售周期初始之际,如果出现资金短缺,则可以通过外部融资或内部融资的方式进行订货.

2.2 符号定义

p : 零售商单位产品的销售价格.

D : 产品的年需求率,需求与价格相关,设为 $D = D(p)$,且 $D' = dD/dp < 0$,即需求率是关于 p 的单调递减函数. 边际收入 $(d/dD) [pD(p)] = p + D/D'$ 是关于 p 的单调增函数,即对于任意的 p ,都有 $2 - (DD''/D^2) > 0$. 该假设已有多位学者对其进行了解释并应用,如 Mark 和 Moosa^[3], Abab^[4].

A_f : 零售商每次固定的订货费用.

c_r : 零售商单位产品的购买价格.

- h_r : 单位产品持有的年库存成本.
- B : 零售商的初始资金.
- N : 金融机构允许零售的贷款期限.
- I_b : 金融机构的融资年利息率.
- M : 核心制造商提供的延期支付时间长度.
- I_s : 核心企业的融资年利息率.

2.3 无融资服务下零售商的订货与定价决策

传统的 EOQ 模型都是假定企业在有充足的资金的情况下进行订货,因此都没有把零售商的初始自由资金约束考虑在内,那么考虑零售商的初始资金为 B 时,其订货与定价决策将转为以下求解问题

$$\begin{aligned} \text{Max}_{Q,p} \quad & TP_{r1}(Q,p) = (p - c_r)D - \frac{A_r D}{Q} - \frac{h_r Q}{2} \\ \text{s. t.} \quad & c_r Q \leq B, Q > 0, p > 0 \end{aligned} \quad (1)$$

由式(1)可知,零售商做出订货所需的资金必须小于其初始自有资金 B ,才能完成预定的订货目标.性质 1 将描述当销售价格 p 一定时,零售商的初始资金 B 是如何影响订货.

性质 1 对于任意给定的零售价格 p ,

如果 $B < B_n$,那么零售商最优订货量 $Q_{01} = B/c_r$;

如果 $B \geq B_n$,那么零售商最优订货量 $Q_{02} = Q_0 = \sqrt{[2DA_r/h_r]}$ 其中 $B_n = c_r Q_0$.

证明省略.

从性质 1 可知,当市场需求一定,零售商的初始资金 $B < B_n$ 时,将会影响其最优订货决策,订货量与初始资金成正相关.但是当其资金充足,即 $B \geq B_n$ 时,零售商的最优决策不会受到影响.因此,忽略资金约束的订货决策是不合理的.

进一步,由于 $D'(p) < 0$, $B_n = c_r \sqrt{[2DA_r/h_r]}$ 是关于零售价格 p 的单调减函数.因此,令 p_0 满足 $h_r B^2 = 2A_r c_r^2 D(p_0)$ 易得

如果 $p < p_0$,则 $h_r B^2 < 2A_r c_r^2 D$ (即 $B < B_n$),那么零售商的最优订货量 $Q_{01} = B/c_r$;

如果 $p \geq p_0$,则 $h_r B^2 \geq 2A_r c_r^2 D$ (即 $B \geq B_n$),那么零售商的最优订货量 $Q_{02} = \sqrt{[2DA_r/h_r]}$.

可知,当零售商的初始资金一定时,如果其零售价格 p 越低,那么销售初期所需的订货资金就越大,就越有可能出现资金短缺的情形.同时,根据以上分析,式(1)可以转变为

$$TP_{r1}(p) = \begin{cases} TP_{r11}(p) = (p - c_r)D(p) - D(p)A_r c_r / B - h_r B / (2c_r), & p < p_0 \\ TP_{r12}(p) = (p - c_r)D(p) - \sqrt{2D(p)A_r h_r}, & p \geq p_0 \end{cases} \quad (2)$$

从式(2)及式(A1)可知, $TP_{r11}(p_0) = TP_{r12}(p_0)$, $TP'_{r11}(p_0) = TP'_{r12}(p_0) = \Delta_1$ 其中

$$\Delta_1 = (p_0 - c_r - A_r c_r / B)D'(p_0) + D(p_0) \quad (3)$$

定理 1

如果 $\Delta_1 < 0$,零售商的最优订货量 $Q^* = Q_{01}$,最优零售价为 $p^* = p_{01}$;

如果 $\Delta_1 \geq 0$,零售商的最优订货量 $Q^* = Q_{02}$,最优零售价为 $p^* = p_{02}$.

其中 p_{01}, p_{02} 分别满足以下等式

$$\begin{cases} p + D/D' = c_r + A_r c_r / B \\ p + D/D' = c_r + \sqrt{A_r h_r / 2D} \end{cases} \quad (4a - b)$$

证明见附录 1.

从定理 1 可知,当零售商的初始资金不足时,其零售价 p 随着初始资金 B 的增大而减小,即零售商的订货量会随着初始资金 B 的增加而增加.而当零售商的初始资金 B 充足时,其最优零售价 p 与初始资金 B 无关.

但是,现实生活中,零售商为了实现自身的利润最大化,往往会在初始资金不足时寻求各种可能的融资机会.因此,零售商能从金融机构或供应链上游核心企业处获得融资机会的话,零售商的订货与定价决策将如何发生变化呢?这是值得进一步研究的.所以,本文将分析零售商在面临资金短缺时,分别通过外部融资和内部融资两种不同的融资方式时最优订货与定价决策.

3 融资服务下零售商的订货与定价决策

3.1 核心企业承担连带责任时,金融机构提供外部融资

本部分将探讨零售商面临资金约束时,诉求外部金融机构的融资.但是,金融机构为了降低资金风险,当出现零售商还款危机时,要求供应链上

的核心制造商承担连带责任,帮助零售商归还所欠的资金,才愿意向零售商提供融资服务. 该部分假设在借款前第三方金融机构未能预测零售商的销售价格 p , 那么,对于第三方金融机构来说,可能会由于零售商不同的销售价格 p 而导致其在规定的还款期 N 内不能积累足够多的资金还款,产生资金风险. 因此,具体融资服务过程可描述为:

① 在销售周期开始之时,资金约束的零售商,在供应链上游核心制造商的担保下,与第三方金融机构、核心制造商签订三方合同,合同规定如果零售商在规定的还款期限 N 内,仍没有足够的资金还款,则核心制造商要承担连带责任,帮助零售商还款给金融机构,同时核心制造商要求零售商以 I_s 的利息率边销售边还款; ② 资金约束的零售商从金融机构获得 $K = c_r Q - B$ 的融资规模,其中利息率为 I_b ,借款时长为 N . 那么,在金融机构要求还款的时期 N 内,其可从零售商处获得的本息 $K_1 = (c_r Q - B)(1 + I_b N)$.

此时零售商的年总利润由五部分组成,即年总利润 $TP_{r2} =$ 销售收入 - 购买费用 - 订货费用 - 库存持有费用 - 融资费用. 根据以上分析,零售商的融资费用与其在还款期 N 内的销售情况有关,存在以下两种情形:

情形 1 零售商在金融机构规定的还款期限 N 内,通过销售收入积累了足够多的资金,能够如期把本息交付给金融机构,即 $pDN \geq (c_r Q - B)(1 + I_b N)$.

根据假设,此时零售商支付的年融资费用 = $I_b(c_r Q - B)N/T = I_b(c_r Q - B)ND/Q$.

所以,零售商的年总利润可表示为

$$TP_{r21}(Q, p) = (p - c_r)D - \frac{A_r D}{Q} - \frac{h_r Q}{2} - \frac{I_b(c_r Q - B)DN}{Q} \quad (5)$$

情形 2 零售商在金融机构规定的还款期限 N 内,通过销售收入积累的资金不足以偿还所拖欠的金融机构的本息,即 $pDN < (c_r Q - B)(1 + I_b N)$.

根据假设,此时在还款期限 N 内,零售商未能如期足量地把本息还给金融机构,因此供应链上游的核心制造商将承担连带责任,即帮助零售商把未交付的资金 $L = (c_r Q - B)(1 + I_b N) - pDN$

还给金融机构,但是为了惩罚零售商,要求其以 I_s 的利息率边销售边还款,直到归还所有制造商所垫付的金额,即 $I_s L^2 / (2pQ)$. 那么,此时零售商需支付的年融资费用 = $I_b(c_r Q - B)DN/Q + I_s L^2 / (2pQ)$. 为了研究方便,令 $I_N = 1 + I_b N$.

所以,此时零售商的年总利润函数可表示为

$$TP_{r22}(Q, p) = (p - c_r)D - \frac{A_r D}{Q} - \frac{h_r Q}{2} - \frac{I_b(c_r Q - B)DN}{Q} - \frac{I_s L^2}{2pQ} \quad (6)$$

根据以上分析,资金约束零售商通过金融机构融资时可归纳为以下求解问题

$$TP_{r2} = \begin{cases} TP_{r21}(Q, p), & B < c_r Q \leq pDN/I_N + B \\ TP_{r22}(Q, p), & c_r Q > pDN/I_N + B \end{cases} \quad (7a - b)$$

性质 2 对于任意给定的零售价格 p ,不同初始资金 B 情形下,零售商的最优订货量为

$$Q_{r2} = \begin{cases} Q_{r20} = \frac{B}{c_r}, & B_i \leq B < B_n \\ Q_{r21} = \sqrt{\frac{2D(A_r - I_b BN)}{h_r}}, & B_s \leq B < B_i \\ Q_{r22} = \sqrt{\frac{2pD(A_r - I_b BN) + I_s(I_N B + pDN)^2}{h_r p + I_s(I_N c_r)^2}}, & B < B_s \end{cases} \quad (8a - c)$$

其中 $B_i = \sqrt{(B_n^2 + F^2)} - F$, $B_s = \sqrt{(B_n^2 + F^2 + 2EF)} - (F + E)$,

$$F = c_r^2 D I_b N / h_r, E = pDN / I_N$$

证明 通过对式(7a - b)求导,易得 $dTP_{r21}(Q, p) / dQ^2 < 0$ 和 $dTP_{r22}(Q, p) / dQ^2 < 0$. 说明在给定零售价 p 情况下, $TP_{r21}(Q, p)$ 和 $TP_{r22}(Q, p)$ 存在有唯一最优订货量 Q . 令 $dTP_{r21}(Q, p) / dQ = 0$, $dTP_{r22}(Q, p) / dQ = 0$ 可得

$$Q_{r21} = \sqrt{\frac{2D(A_r - I_b BN)}{h_r}},$$

$$Q_{r22} = \sqrt{\frac{2pD(A_r - I_b BN) + I_s(I_N B + pDN)^2}{h_r p + I_s(I_N c_r)^2}}$$

为了研究方便,令 $F = c_r^2 D I_b N / h_r$, 由于最优订

货量 Q_{r21} 需满足条件 $B < c_r Q_{r21}$, 对其两边平方并化解可得 $B^2 + 2BF - B_n^2 > 0$, 要满足以上不等式, 通过对其求解可得 $B < B_t = \sqrt{(B_n^2 + F^2)} - F$. 同理, 可证明满足 $c_r Q_{r21} \leq pDN/I_N + B$ 时, $B \geq B_s = \sqrt{(B_n^2 + F^2 + 2EF)} - (F + E)$ 及满足 $c_r Q_{r22} > pDN/I_N + B$ 时 $B < B_s$, 其中 $E = pDN/I_N$. 证毕.

性质 2 给出了零售商资金约束情形时在供应链上游核心制造商的担保下, 借助金融机构外部融资时的最优订货决策. 例如当 $B_t \leq B < B_n$ 时, 零售商销售期初的初始资金不足以支付完成传统 EOQ 最优订货量所需的资金, 但此时零售商并不会向金融机构诉求融资, 而用尽所有的初始资金进行订货, 其订货量为 B/c_r ; 当 $B_s \leq B < B_t$ 时, 零售商销售期初的最优订货量为 Q_{r21} , 并向金融机构融资 $c_r Q_{r21} - B$ 在金融机构规定的还款期 N 内能够如期归还本息. 另外由于外部融资零售商需要支出额外的利息, 其订货量明显低于传统 EOQ 情形下的最优订货量 Q_0 , 且其最优订货量 Q_{r21} 与金融机构的融资利息率 I_b 成反比; 当 $B < B_s$ 时, 零售商销售期初的最优订货量为 Q_{r22} , 并向金融机构融资 $c_r Q_{r22} - B$, 且其最优订货量 Q_{r22} 也与金融机构的融资利息率 I_b 成反比.

根据性质 2 的证明易得, 对于任意给定的零售价格 p , 有 $B_n > B_t > B_s$. 通过改变零售价格 p 和初始资金 B 可得到图 1. 如图 1 所示, 零售商很容

易根据自身的不同初始资金 B 及零售价格 p 的情况, 做出最优订货决策.

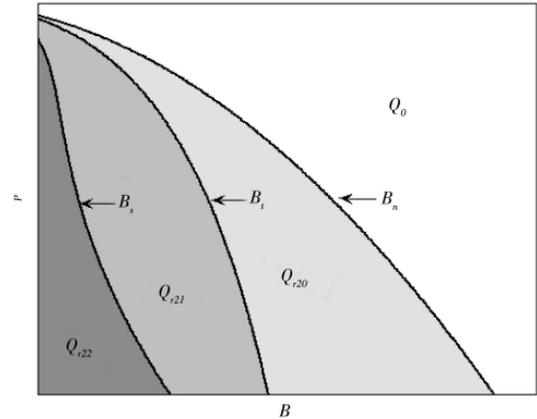


图 1 外部融资服务下不同零售商的初始资金 B 和零售价格 p 组合下的最优订货决策

Fig. 1 The optimal ordering quantities with the different B and p on the external financing

基于以上分析, 进一步研究外部融资服务下零售商的最优定价问题. 从性质 3 可知 $B = B_t$ 和 $B = B_s$ 可表述为以下表达式, 即

$$B^2 - 2c_r^2(A_r - I_b BN) D(p) / h_r = 0 \quad (9)$$

$$B^2 - 2c_r^2(A_r - I_b BN) D(p) / h_r + 2BpD(p) N / I_N + (pD(p) N / I_N)^2 = 0 \quad (10)$$

令 p_1, p_2 分别满足式 (9) 和 (10). 根据假设 $d(pD(p)) / dp > 0$, 因此, 易得当 $p \geq p_1$ 时 $B \geq B_t$; 当 $p \geq p_2$ 时 $B \geq B_s$. 此时, 外部融资服务下零售商的年总利润函数可转化为

$$TP_{r2}(p) = \begin{cases} TP_{r20}(p) = (p - c_r) D(p) - D(p) A_r c_r / B - h_r B / (2c_r), & p_1 \leq p < p_0 \\ TP_{r21}(p) = (p - c_r - I_b c_r N) D(p) - \sqrt{2D(p) (A_r - I_b BN) h_r}, & p_2 \leq p < p_1 \\ TP_{r22}(p) = (p - c_r - I_b c_r N) D(p) + I_s I_N [I_N B / p + DN] c_r - \sqrt{[2pD(A_r - I_b BN) + I_s (I_N B + pDN)^2] [h_r p + I_s (I_N c_r)^2] / p}, & p < p_2 \end{cases} \quad (11)$$

由式 (11a - c) 易得 $TP_{r21}(p_1) = TP_{r22}(p_1)$, $TP_{r22}(p_2) = TP_{r23}(p_2)$, 即 $TP_{r2}(p)$ 在 $p \in (0, p_0)$ 是连续的, 得定理 2.

定理 2

1) 如果存在 p_{20} 满足 $\frac{dTP_{r20}(p)}{dp} \Big|_{p=p_{20}} = 0$,

$\frac{d^2 TP_{r20}(p)}{dp^2} \Big|_{p=p_{20}} < 0$ 及 $p_0 > p_{20} \geq p_1$, 那么 $TP_{r20}(p)$ 在 p_{20} 处取得最大值 p_{20} 为 $p \in [p_1, p_0)$ 区间的最优零售价格.

2) 如果存在 p_{21} 满足 $\frac{dTP_{r21}(p)}{dp} \Big|_{p=p_{21}} = 0$,

$\frac{d^2 TP_{r21}(p)}{dp^2} \Big|_{p=p_{21}} < 0$ 及 $p_1 > p_{21} \geq p_2$, 那么 $TP_{r21}(p)$ 在 p_{21} 处取得最大值 p_{21} 为 $p \in [p_2, p_1)$ 区间最优的零售价格.

3) 如果存在 p_{22} 满足 $\frac{dTP_{r22}(p)}{dp} \Big|_{p=p_{22}} = 0$,

$\frac{d^2 TP_{r22}(p)}{dp^2} \Big|_{p=p_{22}} < 0$ 及 $p_2 > p_{22}$, 那么 $TP_{r22}(p)$ 在 p_{22} 处取得最大值 p_{22} 为 $p \in (0, p_2)$ 区间最优的

零售价格.

通过定理 2 的分析 $TP_{r22}(p^*) = \max\{TP_{r20}(p_{20}), TP_{r21}(p_{21}), TP_{r22}(p_{22})\}$. 易得零售商在金融机构融资服务下的最优零售价, 最优年总利润. 代入最优定价 p 到式(8a - b) 即可得最优的订货量.

3.2 供应链上的核心制造商自身提供商业信用融资

根据引言分析可知, 由于中小企业或新型高科技企业自身的实力和信用体系等的限制, 金融机构为了规避风险, 大都不愿意向他们提供融资服务. 而在现实企业运作中, 作为实力雄厚的核心制造商, 为了形成自身的利益链条, 大多愿意为资金约束的下游零售商提供商业信用政策, 扩大市场营销能力. 因此, 本部分将分析供应链上游核心制造商愿意提供商业信用融资给零售商时, 零售商的订货决策问题. 依据前面的假设, 本部分的融资服务过程可描述为如下: 在销售周期开始时, 资金约束的零售商在订货时先向制造商支付现有的初始资金 B , 余下的资金 $K = c_r Q - B$ 要是在供应商允许的商业信用期 M 内还款, 不需支付额外的利息, 否则核心制造商为了惩罚零售商, 将要求其以 I_s 的利率边销售边还款. 因此, 零售商的年总利润仍由五部分组成, 即年总利润 $TP_{r3} =$ 销售收入 - 购买费用 - 订货费用 - 库存持有费用 - 融资费用. 零售商的融资费用依据核心制造商提供的商业信用期 M 的大小及零售商该段时间内的销售情况, 存在有以下两种情形:

情形 1 零售商在商业信用期 M 内积累了足够的资金, 有能力偿还销售期初拖欠核心企业的货款, 即 $pDM \geq c_r Q - B$

此时, 由于零售商有足够的资金来还款, 而在商业信用期 M 内核心制造商相当于提供给零售商无息贷款, 因此零售商的融资费用为 0. 所以, 零售商的年利润函数可表示为

$$TP_{r31}(Q, p) = (p - c_r) D - \frac{A_r D}{Q} - \frac{h_r Q}{2} \quad (12)$$

情形 2 零售商在商业信用期 M 内的销售额仍不足以还款, 即 $pDM < c_r Q - B$

由于零售商不能及时还款, 核心制造商将要求零售商以 I_s 的利率边销售边还款, 直到还款结束. 此时零售商需拖欠的货款为 $L_1 = c_r Q - B - pDM$, 因此零售商支付的年融资费用为 $I_s L_1^2 / (2pQ)$.

所以, 零售商的年总利润函数可表示为

$$TP_{r32}(Q, p) = (p - c_r) D - \frac{A_r D}{Q} - \frac{h_r Q}{2} - \frac{I_s (c_r Q - B - pDM)^2}{2pQ} \quad (13)$$

根据以上分析, 资金约束零售商通过供应链内部融资时可归纳为以下求解问题

$$TP_{r3}(Q) = \begin{cases} TP_{r31}(Q), & B < c_r Q \leq B + pDM \\ TP_{r32}(Q), & B + pDM < c_r QM \end{cases} \quad (14a - b)$$

性质 3 对于任意给定的零售价格 p

$$Q_{r3} = \begin{cases} Q_{r31} = Q_0 = \sqrt{\frac{2A_r D}{h_r}}, & B_v \leq B < B_n \\ Q_{r32} = \sqrt{\frac{2A_r D p + I_s (B + pDM)^2}{h_r p + I_s c_r^2}}, & B < B_v \end{cases} \quad (15a - b)$$

其中 $B_v = B_n - pDM$. 证明省略.

性质 3 表明, 与无融资服务的零售商订货决策相比, 供应链上游核心制造商愿意为零售商提供商业信用融资时, 相当于把零售商的初始资金从 B 增加到 $B + pDM$, 即零售商只需准备 B_v ($B_v < B_n$) 的资金就可以完成传统 EOQ 情形下的最优订货决策, 明显改善了零售商的资金状况. 而当 $B < B_v$ 时, 零售商的最优订货量为 Q_{r32} , 且在商业信用期 M 后零售商仍需要拖欠核心制造商 $c_r Q_{r32} - B - pDM$ 的资金.

性质 3 可以得到图 2, 从图 2 企业经营管理者能有效地在核心制造商提供内部融资服务时订货决策.

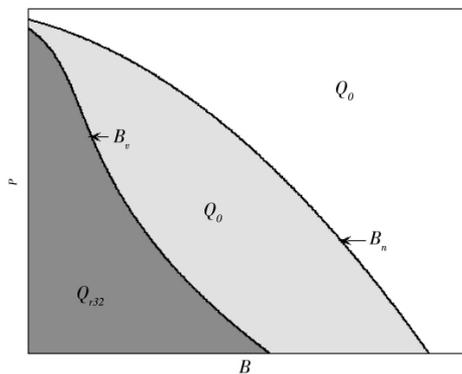


图 2 内部融资服务下不同零售商的初始资金 B 和零售价格 p 组合下的最优订货决策

Fig. 2 The optimal ordering quantities with the different B and p on the internal financing

同样,基于以上分析,本文将进一步分析供应链内部融资服务下零售商的最优定价决策,从性质 4 可知 $B = B_v$ 可以表述为

$$B^2 + 2pD(p)MB + (pD(p)M)^2 - TP_{r3}(p) =$$

$$\begin{cases} TP_{r31}(p) = (p - c_r)D(p) - \sqrt{2D(p)A_r h_r}, & p_3 \leq p < p_0 \\ TP_{r32}(p) = (p - c_r + I_s c_r M)D(p) + I_s B c_r / p - \sqrt{[2A_r D(p)p + I_s(B + pD(p)M)^2][h_r p + I_s c_r^2]} / p, & p < p_3 \end{cases} \quad (17a-b)$$

从式 (17a - b) 可得 $TP_{r31}(p_3) = TP_{r32}(p_3)$. 所以, $TP_{r3}(p)$ 在 $p \in (0, p_0)$ 是连续的. 可得定理 3

定理 3

1) 如果存在 p_{31} 满足 $\left. \frac{dTP_{r31}(p)}{dp} \right|_{p=p_{31}} = 0$ 及

$$\left. \frac{d^2 TP_{r31}(p)}{dp^2} \right|_{p=p_{31}} < 0 \text{ 及 } p_0 > p_{31} \geq p_3, \text{ 那么}$$

$TP_{r31}(p)$ 在 p_{31} 处取得最大值, p_{31} 为 $p \in [p_3, p_0)$ 区间的最优零售价格.

2) 如果存在 p_{32} 满足 $\left. \frac{dTP_{r32}(p)}{dp} \right|_{p=p_{32}} = 0$ 及

$$\left. \frac{d^2 TP_{r32}(p)}{dp^2} \right|_{p=p_{32}} < 0 \text{ 及 } p_3 > p_{32}, \text{ 那么 } TP_{r32}(p) \text{ 在}$$

p_{32} 处取得最大值, p_{32} 为 $p \in (0, p_3)$ 区间的最优的零售价格.

通过定理 3 的分析, 令 $TP_{r3}(p^*) = \max\{TP_{r31}(p_{31}), TP_{r32}(p_{32})\}$, 易得零售商在供应链核心制造商提供商业信用融资服务下的最优定价和最优利润, 代入最优定价 p 到式 (15a - b) 即可得最优的订货量.

4 数值分析

在上一节中, 通过理论分析的方法, 对无融资服务、外部融资服务和内部融资服务下零售商的订货与定价决策进行了深入分析. 在本节中, 将通过数值模拟来分析决策变量和目标函数与相应参数之间的关系.

1) 无融资服务下零售商的最优订货与定价决策数值分析

算例 1 $D = 1000 - 10p$ 个/年, $A_r = 100$ 美元, $h_r = 0.8$ 美元/单位/年, $B = 3500$ 美元, $c_r = 20$ 美元.

可解得 $p_0 = 87.7500$ 美元, $\Delta_1 = (p_0 - c_r -$

$$2A_r D(p) c_r^2 / hr = 0 \quad (16)$$

令 p_3 满足式 (16), 可得当 $p \geq p_3$ 时 $B \geq B_v$, 因此供应链内部融资服务模式下的最优定价决策可转换为

$A_r c_r / B) D'(p_0) + D(p_0) = -549.2857 < 0$, 由性质 2 可知零售商的最优订货量为 $Q^* = Q_{01} = 175.0$ 个, 最优零售价格为 $p^* = p_{01} = 60.0114$ 美元. 当零售商的初始资金从 3000 美元以步长 500 美元增加到 9000 美元时, 可以得到图 3.

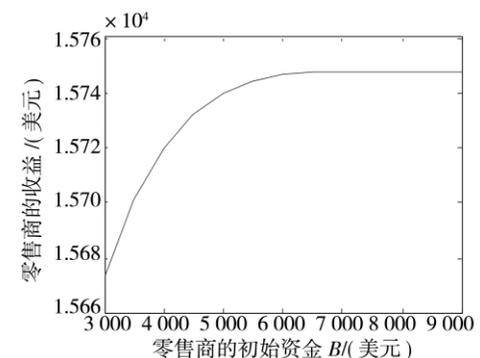
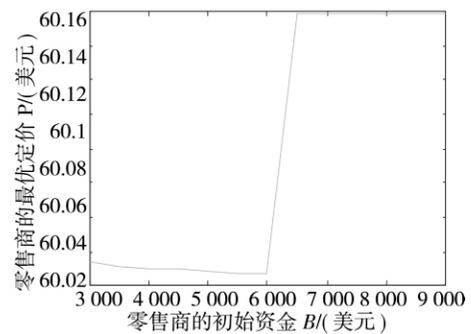
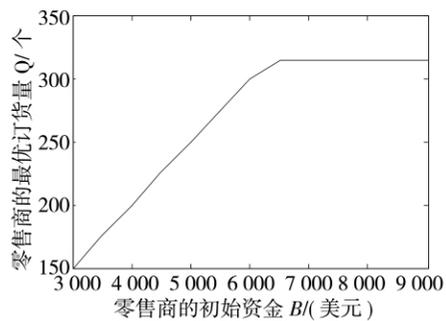


图 3 零售商的初始资金 B 对最优订货量、定价和收益的影响

Fig. 3 The retailer's optimal quantities, price and profit with the different initial capital B in three financing services

从图3可以看出,当零售商的初始资金有限时,其最优订货量和收益都是随着初始资金的增加而增大,而最优零售价随着初始资金的增加而降低.可见企业的资金问题确实是阻碍其制定最优订货策略的一项重要因素.

2) 当价格已知时,融资服务下零售商的最优订货决策数值分析

算例2 $D = 1000 - 10p$ 个/年 $A_r = 100$ 美元, $h_r = 0.8$ 美元/单位/年 $p = 60$ 美元 $c_r = 20$ 美元, $N = 0.13$ 年 $M = 0.13$ 年 $I_s = 0.15$ /年 $I_b = 0.1$ /年.

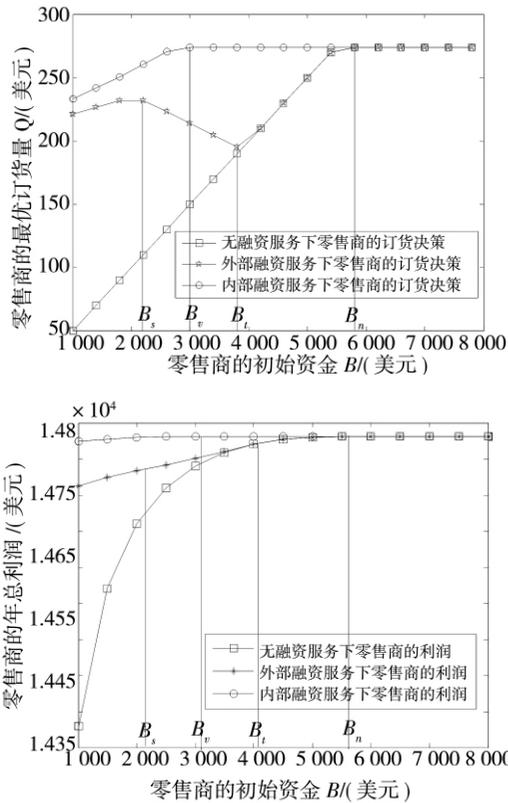


图4 零售商初始资金B在三种不同融资服务下对订货决策和年收益的影响对比图

Fig. 4 The retailer's optimal decision with the different initial capital B in three financing services

从图4可以看出,当零售商的需求D一定时,即零售价格p固定时,若 $B \geq B_n$,则零售商不会有资金约束的问题,也即不存在融资的问题.但是当 $B < B_n$ 时,如果不借助融资服务,那么零售商的订货量和利润都是随着初始资金B的减少而降低,进一步说明零售商的初始资金水平影响到零售商的订货决策和收益情况.然而,从图4也可看出,当 $B_t \leq B < B_n$ 时,若借助供应链上游核心制

造商的商业信用融资服务时,零售商的订货量和年总利润明显都有了很大的改善,若借助金融机构等的外部融资服务时,可能会由于需要支付额外的利息,导致所获得的收益不足以抵消贷款的利息,所以此时零售商宁愿不借助外部融资,而是用尽自身的所有初始资金进行订货.当 $B < B_t$ 时,从图4可知供应链上游核心制造商提供的商业信用融资和金融机构等提供的外部融资都能促使零售商多订货并使其获得更大的收益,这说明融资服务为零售商创造了新的价值.另外,从图4可以看出,在内外部融资政策相同的情况下,供应链上游核心制造商提供的商业信用融资创造的价值明显大于金融机构等的外部融资创造的价值,为了进一步分析该现象,我们做了大量的数值仿真实验,以下是本文从大量实验中攫取的一组实验.令 $M = 0.1$, $N = 0.3$,并使 I_s, I_b 在(0,1)范围内随机取点,其他参数与算例2相同可以得到图5.

图5中的灰色区域表示核心制造商提供的商业信用融资收益比金融机构提供的外部融资收益低,黑色区域则相反.那么从图5可以看出,在大多数情形下,核心制造商提供的商业信用内部融资都是优于外部融资的,只有当外部融资的利率 I_b 较小时,才会出现外部融资效果更好的情形.

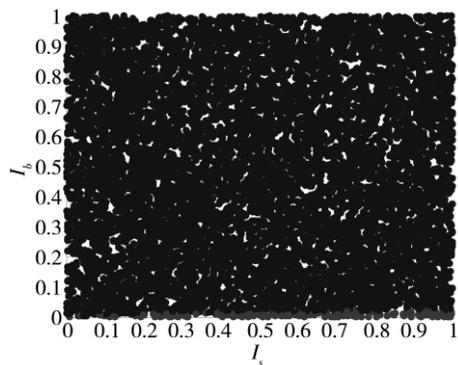


图5 融资利率(I_b, I_s)变化对内、外部融资效果的影响图

Fig. 5 The retailer's financing effect with the different (I_b, I_s)

这或许正是现实企业运作中商业信用政策被广泛运用的原因之一.在发展中国家,特别是我国,存在众多中小型的经销商或零售商企业,资金不足是经常面临的问题,那么它们面临资金约束且在金融机构难以获得融资时,供应链上游的核心制造商可

以灵活运用商业信用政策拓展自身的销售渠道,同时解决了下游经销商或零售商的资金问题,进而加强了供应链成员之间的合作关系。

算例3 $D = 1\ 000 - 10p$ 个/年, $A_r = 100$ 美元, $h_r = 0.8$ 美元/单位/年, $c_r = 20$ 美元, $N = 0.13$ 年, $M = 0.13$ 年, $I_s = 0.15$ /年, $I_b = 0.1$ /年。

3) 零售商的最优订货与定价数值分析

表 1 零售商在不同融资模式下的最优决策情况

Table 1 The retailer's optimal decision in the different financing services

最优决策 参数值			无融资服务			外部融资服务			内部融资服务		
			Q^*	p^*	TP_{r1}^*	Q^*	p^*	TP_{r2}^*	Q^*	p^*	TP_{r3}^*
$B = 500$	$I_b = 0.1$	$I_s = 0.15$	25.0	62.0	14 430.0	242.2	60.31	15 637.0	249.9	60.189 8	15 731.0
	0.2	0.25	25.0	62.0	14 430.0	220.1	60.45	15 540.0	233.2	60.197 8	15 726.0
	0.3	0.35	25.0	62.0	14 430.0	205.7	60.57	15 447.0	223.1	60.202 6	15 723.0
$B = 1\ 000$	$I_b = 0.1$	$I_s = 0.15$	50.0	61.00	15 190.0	247.3	60.29	15 653.0	260.4	60.182 9	15 737.0
	0.2	0.25	50.0	61.00	15 190.0	225.6	60.41	15 570.0	246.8	60.189 0	15 734.0
	0.3	0.35	50.0	61.00	15 190.0	211.5	60.53	15 490.0	238.7	60.192 6	15 732.0
$B = 1\ 500$	$I_b = 0.1$	$I_s = 0.15$	75.0	60.67	15 441.0	253.8	60.28	15 667.0	271.8	60.176 6	15 741.0
	0.2	0.25	75.0	60.67	15 441.0	232.8	60.39	15 595.0	261.3	60.180 9	15 740.0
	0.3	0.35	75.0	60.67	15 441.0	314.3	60.49	15 527.0	255.1	60.183 5	15 739.0

表 1 给出了在参数 B, I_b, I_s 变化的情形下,零售商采取不同融资模式时的最优订货、定价和利润情况。从表 1 可知,与(2)中的数值例子有类似的结果,即融资服务后零售商的最优利润得到了明显的改善,且供应链核心制造商提供的商业信用融资由于金融机构等提供的外部融资。另外,从表 1 可知,融资服务下,零售商的最优订货量随着融资利息率(I_b, I_s)的增加而降低,最优定价随着融资利息率(I_b, I_s)的增加而减少,年最优利润随着融资利息率(I_b, I_s)的增加而减少。以上结果为零售商的管理者提供了参考依据。

务及供应链上游核心制造商提供商业信用的内部融资服务,通过对模型的求解和分析,给出了不同融资服务模式下,零售商持不同资金水平时的最优订货决策。研究发现当考虑零售商的初始资金水平时,在无融资服务情形下,零售商的最优订货决策受到资金不足的影响,但是当采取融资服务时,零售商的订货量和年总利润比不采取融资服务时的都有了明显的提高,因此,融资服务为零售商创造了新的价值。并且得出在大多数情形下,供应链上核心企业提供的商业信用内部融资比金融机构提供的外部融资更有效果。

5 结束语

目前研究零售商订货与定价问题的文献大多假设其初始资金是充足的。但是,现实运作中零售商经常面临资金短缺、融资难等影响其最优决策的现象。因此,本文在传统的 EOQ 订货模型中引入了零售商的初始资金水平,分别探讨了零售商在无融资服务、核心制造商担保下的外部融资服

务下的订货与定价问题,进一步的研究方向可以拓展到供应链上下游企业之间协调的问题,同时,本文为了方便起见,只研究了单一零售商销售单一商品的问题,未来的研究可以考虑更为复杂的供应链系统。另外,供应链金融创新服务下的融资模式越来越多,越来越受到企业的关注,那么进一步研究其他融资服务模式下企业的运作决策问题也是值得关注的。

参考文献:

- [1] Archibald T W, Thomas L C, Betts J M, et al. Should start-up companies be cautious? Inventory policies which maximise survival probabilities [J]. *Management Science*, 2002, 48(9): 1161 – 1174.
- [2] Sullivan T A, Warren E, Westbrook J. Financial difficulties of small businesses and reasons for their failure. Business bankruptcy project [EB/OD]. <http://www.sba.gov/advo/research/rs188tot.pdf>, University of Texas at Austin, 1998.
- [3] Mark G, Moosa S. Price-dependent inventory models with discount offers at random times [J]. *Production and Operations Management*, 2002, 11(2): 139 – 156.
- [4] Abad P L. Optimal policy for a reseller when the supplier offers a temporary reduction in price [J]. *Decision Sciences*, 1997, 28(3): 637 – 653.
- [5] Xu X D, Brige J R. Operational Decisions, Capital Structure, and Managerial Compensations: A New Vendor Perspective [R]. Working Paper. Chicago: The University of Chicago Graduate School of Business, 2005.
- [6] 陈祥锋. 供应链金融服务创新论 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 2008.
Chen Xiangfeng. Supply Chain Financial Service [M]. Shanghai: Fudan University Publication, 2008. (in Chinese)
- [7] Buzacott J A, Zhang R Q. Inventory management with asset-based financing [J]. *Management Science*, 2004, 50(9): 1274 – 1292.
- [8] Hu Q H, Sobel M J. Capital Structure and Inventory Management [R]. Working Paper, Cleveland, OH: Weatherhead School of Management, Case Western Reserve University, 2005.
- [9] Boyabatli O, Toktay L B. Capacity Investment In Imperfect Capital Markets: The Interaction of Operational and Financial Decision [R]. Working Paper, Fontainebleau, France: INSEAD, 2006.
- [10] Chao X L, Chen J, Wang S Y. Dynamic inventory management with cash flow constraints [EB/OD]. Naval Research Logistics DOI 10.1002/nav, Published online 21 October 2008 in Wiley InterScience.
- [11] 张媛媛, 李建斌. 库存商品融资下的库存优化管理 [J]. *系统工程理论与实践*, 2008, 28(9): 29 – 38.
Zhang Yuanyuan, Li Jianbin. Optimal inventory management under inventory financing [J]. *Systems Engineering: Theory and Practice*, 2008, 28(9): 29 – 38. (in Chinese)
- [12] 陈祥锋, 朱道立, 应雯珺. 资金约束与供应链中的融资和运营综合决策研究 [J]. *管理科学学报*, 2008, 11(3): 70 – 77.
Chen Xiangfeng, Zhu Daoli, Ying Wenjun. Financial and operation decisions in budget-constrained supply chain [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2008, 11(3): 70 – 77. (in Chinese)
- [13] Goyal S K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1985, 36: 35 – 38.
- [14] 周永务. 购买费用的滞后支付对库存系统最优订货策略的影响 [J]. *系统工程理论与实践*, 1997, 17(4): 116 – 120.
Zhou Yongwu. The Effect of the delayed payment for purchasing cost on the optimal order policy of inventory system [J]. *Systems Engineering: Theory and Practice*, 1997, 17(4): 116 – 120. (in Chinese)
- [15] Aggarwal S P, Jaggi C K. Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1995, 46: 658 – 662.
- [16] Chu P, Chung K H, Lan S P. Economic order quantity of deteriorating items under conditions of permissible delay in payments [J]. *Computer and Operations Research*, 1998, 25(10): 817 – 824.
- [17] Shinn S. Determining optimal retail price and lot size under day-terms supplier credit [J]. *Computer and Industrial Engineering*, 1997, 33(3–4): 717 – 720.
- [18] Teng J T, Chang C T, Goyal S K. Optimal pricing and ordering policy under permissible delay in payments [J]. *International Journal of Production Economics*, 2005, 97: 121 – 129.
- [19] Sheen G J, Tsao Y C. Channel coordination, trade credit and quantity discounts for freight cost [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2007, 43: 112 – 128.

The retailer's optimal ordering and pricing policies with supply chain financing

ZHONG Yuan-guang¹, ZHOU Yong-wu¹, LI Bai-xun¹, WANG Sheng-dong²

1. School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. Department of Mathematics, Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei 230037, China

Abstract: This paper studies the retailer's optimal ordering and pricing under the condition of the initial capital constrained. In such a setting, we discuss the optimal ordering and pricing under the no financial service, external financial service in which a third party financial institution (e. g., bank) offers a commercial loan to the retailer, internal financial services in which the manufacturer offers trade credit contract to the retailer. We give out the optimal ordering policies under the retailer's differential initial capital. In the end, a numerical analysis is employed, our results shows that the ordering policies can be severely affected by the lack of capital and the retailer's order quantities can be improved. The financial services can create value for the retailer who faces capital constrained. In additional, the trade credit policy given by the upper manufacture mostly is better off the third financial service. These results can be used for the reference of the retailer's managers when they make decisions.

Key words: capital constrained; financial services; the optimal ordering; the optimal pricing

附录1 定理1的证明.

证明 依据经典的最优化理论,对 $TP_{ri}(p)$ (即式(2)) 求一阶导数可得

$$TP'_{ri}(p) = \begin{cases} TP'_{r11}(p) = (p - c_r - A_r c_r / B) D' + D & p < p_0 \\ TP'_{r12}(p) = (p - c_r - \sqrt{A_r h_r / 2D}) D' + D & p \geq p_0 \end{cases} \quad (A1)$$

另外,令 $TP'_{ri}(p) = 0$ ($i = 1, 2$), 式(A1) 可转化为以下等式

$$\begin{cases} p + D/D' = c_r + A_r c_r / B \\ p + D/D' = c_r + \sqrt{A_r h_r / 2D} \end{cases} \quad (A2)$$

根据式(A1) 及2.2中需求函数的相关假设, TP_{ri} ($i = 1, 2$) 关于 p 的二阶导数可以表示为

$$TP''_{ri}(p) = \begin{cases} TP''_{r11}(p) = (p - c_r - A_r c_r / B) D'' + 2D' < 0 \\ TP''_{r12}(p) = (p - c_r - \sqrt{A_r h_r / 2D}) D'' + (2 + D^{-3/2} \sqrt{A_r h_r / 8}) D' \\ \quad = D' [(2 - DD'' / D^2) + D^{-3/2} \sqrt{A_r h_r / 8}] < 0 \end{cases} \quad (A3)$$

式(A3) 表明 $TP_{ri}(p)$ ($i = 1, 2$) 是关于 p 的下凸函数, 因此 $TP_{ri}(p)$ ($i = 1, 2$) 存在唯一的最优解. 如果 $\Delta_1 < 0$, 那么有 $TP'_{r11}(p_0) = TP'_{r12}(p_0) < 0$, 即表明 $p_{01} < p_0$ 及 $p_{02} < p_0$. 所以, p_{01} 是 $TP_{r11}(p)$ 在区间 $(0, p_0)$ 上的最大点, p_{02} 是 $TP_{r12}(p)$ 在区间 $[p_0, \infty)$ 上的最大点. 注意到 $TP_{r12}(p_0) = TP_{r11}(p_0) < TP_{r11}(p_{01})$, 可得最优的零售价格 $p^* = p_{01}$. 类似地, 可证明当 $\Delta_1 \geq 0$ 时, 最优的零售价格 $p^* = p_{02}$. 证毕.