

# 供应链应急援助的 CVaR 模型<sup>①</sup>

于辉<sup>1</sup>, 邓亮<sup>1</sup>, 孙彩虹<sup>2</sup>

(1. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030;

2. 重庆工商大学长江上游经济研究中心, 重庆 400067)

**摘要:** 企业间通过应急援助方式共同应对突发事件是供应链应急管理的常用合作策略, 而应急合作目标是防止突发事件下的损失失去控制. 本文引入 CVaR 来刻画企业在突发事件下的应急目标, 进而建立供应链应急援助的决策模型, 分析了供应商和零售商遭遇突发事件时的应急援助状况并给出了在一定置信水平控制下的最优援助额. 研究表明: CVaR 方法能够恰当地描述供应链应急援助行为且援助合作能够有效地维护供应链可持续运营.

**关键词:** 应急援助; CVaR; 供应链; 突发事件

**中图分类号:** F406.2   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1007-9807(2011)06-0068-08

## 0 引言

在日常稳定的商业运行环境中, 企业表现为追求利润最大化. 供应链则通过增强企业间相互合作达到提高企业利润的目标, 而合作可以通过契约机制得到实现, 如: 数量折扣契约、批发价契约、收益共享契约、利润共享契约、回购契约、销售回扣契约等<sup>[1]</sup>. 从而, 供应链合作的日常价值得以体现. 然而, 随着企业运营环境的日益复杂化, 突发事件发生的频率和波及的范围正逐渐增加, 其对经济和社会造成的负面影响也在逐渐加剧. 供应链合作的应急价值需要发现.

当突发事件发生时, 供应链就进入应急状态. 由于突发事件的不确定性和破坏性, 企业日常的运营程序可能会受到严重影响而变得不可行, 这就导致原日常稳定环境下追求的目标难以实现<sup>[2]</sup>. 一方面, 当突发事件损坏了企业原有的生产或销售能力、破坏了企业原有的产销计划时, 降低企业遭受的损失、保证供应链在危机过程中的可持续性将是企业新的追求目标. 从 Ericsson 的

案例<sup>[3]</sup>中也可以看出, 突发事件破坏了供应链正常运作时, 减弱负面影响、降低损失变为当务之急. 另一方面, 在突发事件下援助策略已经成为供应链企业合作应对危机、降低损失的常用方法<sup>[4]</sup>, 从而有助于实现供应链的业务持续性<sup>[5-6]</sup>. 同时, 注意到: 突发公共事件下的社会援助问题已经受到学者的广泛关注<sup>[7-8]</sup>, 但对商业援助行为的探讨仍处在初级阶段<sup>[9]</sup>, 尤其是供应链合作伙伴间的相互援助行为研究还很少.

本文利用 CVaR (Conditional Value-at-Risk) 来刻画供应链企业在突发事件下的应急运营目标, 进而建立供应链应急援助的决策模型, 以期在公平博弈<sup>[10]</sup>的前提下改进供应链系统应急运作能力. 事实上, CVaR 是一种量化并控制风险损失的决策方法, 它起源于金融领域对投资损失风险的控制, 是对 VaR (Value-at-Risk) 方法的改进<sup>[11]</sup>. VaR 方法的基本原理是在一定的置信水平下, 决策者采取的策略能使得遭受的损失受到控制并处于一定范围内. 最小化 VaR 作为决策标准虽然具有很好的现实意义, 但是它不具备决策所需的优

① 收稿日期: 2010-10-08; 修订日期: 2011-04-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70871126; 90924009); 教育部新世纪优秀人才支持计划基金资助项目(NCET-10-0843); 中央高校基本科研业务费资助(CDJSK10 02 11).

作者简介: 于辉(1973—), 男, 重庆人, 教授, 博士生导师. Email: yuhui@cqu.edu.cn

化性质,如次可加性、凸性等. CVaR 方法克服了上述问题,它将目标确定为最小化在一定置信水平上的损失大于 VaR 的所有值的条件期望,这不仅实现了对损失风险的刻画,同时也具有良好的优化决策性质<sup>[12]</sup>.

近年来, CVaR 方法用于供应链运营管理受到了重视. Chen 等<sup>[13]</sup>较早地将 CVaR 方法引用到运营管理中,用于解决存在随机因素的有限信息下报童问题. 许明辉等<sup>[14]</sup>研究了最小化 CVaR 标准在带有缺货惩罚的报童模型中的应用,并分析了相对风险偏好对模型的影响. Chiu 和 Choi<sup>[15]</sup>探讨了 VaR 标准下报童模型的最优决策,并将之与传统的最优决策进行了对比分析. 和传统的考虑最坏情况下的收益或损失相比, CVaR 方法致力于防止随机事件因素下出现极大损失情况,这便于描述运营条件下供应链突发事件管理.

本文建立了供应链应急援助的 CVaR 模型,分析了供应商和零售商遭遇突发事件时的应急援助状况并给出了在一定置信水平控制下的最优援助额. 其创新价值在于模型化了供应链应急援助过程,建立了援助的公平博弈基础.

## 1 基准的供应链模型

基准的供应链模型描述的是研究对象在稳态时的协调过程. 此时决策者以供应链整体利润最优为目标,说明供应链节点企业之间已经建立了良好的战略合作伙伴关系,这是研究应急援助问题的基础,也是实施应急援助策略的前提. 如果供应链企业之间没有相互信任的伙伴关系,援助行为将难以实施. 因此本文首先分析基准的供应链模型. 考虑常见的二阶段供应链模型: 由一个供应商和一个零售商组成, 供应商制造一种季节性商品并供应给零售商, 零售商借助销售网络进行销售. 销售季节过后商品就会贬值, 进入二级市场进行处置. 假设稳态下供应链通过收益共享契约实现协调<sup>[16]</sup>, 即供应链合作伙伴在销售季节前有一个较低的转移支付, 在销售季节过后按照事先规定的比例分配收益. 收益共享契约下企业追求的目标是整个供应链的收益最大化.

基本符号说明:

$c_s$ ——稳态下供应商的单位生产成本;

$c_r$ ——稳态下零售商的单位销售成本;

$q$ ——零售商的单位周期订货量;

$p$ ——单位商品零售价;

$g_r$ ——零售商的单位商誉损失;

$g$ ——供应链单位商誉损失( 供应商与零售商商誉损失总和);

$v$ ——商品的单位残值;

$w$ ——单位批发价;

在日常稳定商业环境下, 供应链需求为随机变量, 设均值为  $\mu$ . 在此基础上, 令  $S(q, p)$  为期望销售量. 根据 Cachon<sup>[1]</sup> 对收益共享契约的描述, 设零售商所占的收益比例为  $\theta$ , 且转移支付满足

$$T(q, \mu, \theta) = (w + (1 - \theta)v)q + (1 - \theta)(p - v)S(q, p)$$

此时零售商的利润函数为

$$\begin{aligned} \pi_r(q, \mu, \theta) &= PS(q, p) + v(q - S(q, p)) - \\ &g_r(\mu - S(q, p)) - c_r q - T \\ &= (\theta(p - v) + g_r)S(q, p) \\ &- (w + c_r - \theta v)q - g_r \mu \end{aligned}$$

而整个供应链的利润函数为

$$\pi_{sc}(q) = (p - v + g)S(q, p) - (c - v)q - g\mu \quad (1)$$

考虑到收益共享的协调机制,  $\mu$  和  $\theta$  必须满足, 对于  $0 \leq \lambda \leq 1$

$$\theta(p - v) + g_r = \lambda(p - v + g)$$

$$w + c_r - \theta v = \lambda(c - v)$$

所以零售商的利润函数可写为

$$\pi_r(q, \mu, \theta) = \lambda \pi_{sc}(q) + \mu(\lambda g - g_r) \quad (2)$$

因此, 零售商最优订货量  $q$  由  $\pi_{sc}(q)$  求得. 而供应商的利润函数为

$$\pi_s(q, \mu, \theta) = (1 - \lambda) \pi_{sc}(q) - \mu(\lambda g - g_r) \quad (3)$$

即  $q$  也是供应商的最优生产量. 因此收益共享契约能够改进基准的供应链利润分配、能够协调稳态下的供应链.

设  $q$  为供应链的最优订货量, 下文将在此基础上分析应急状态下的供应链合作模型.

## 2 应急援助的 CVaR 模型

当突发事件发生, 供应链就进入应急状态, 其运作流程如下.

图1中  $x$  表示合作伙伴的援助资金额,  $q_e$  表示援助激励下受损企业的产品恢复量. 受损企业将根据合作伙伴提供的援助资金量确定产品恢复量, 并实施应急恢复.

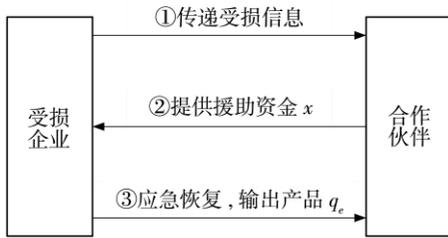


图1 援助机制运作流程

Fig.1 Operation process of assistance mechanism

供应链节点企业作为战略合作伙伴都不愿意看到供应链在突发事件下断裂, 所以本文假设突发事件下的援助方以防止供应链整体损失过大而提供援助. 事实上, 这一假设源自于英国2006年出台的 BS25999 业务可持续性管理 (Business Continuity Management) 的认证标准<sup>[5]</sup>.

在由供应商和零售商组成的供应链系统中, 由于各企业承担的职能不同, 发生在不同节点企业的突发事件对供应链造成的影响也就有所不同, 分别引入 CVaR 模型分析其应急援助过程.

### 2.1 供应商遭遇突发事件情形

对于供应商, 典型突发事件通常以破坏其生产能力为代表, 它使得原有的生产计划难以实施. 假设供应商在恢复阶段的生产过程中生产成本会有所增加, 并包含有不确定性因素, 同时供应链还需要承担缺货造成的商誉损失.

设突发事件下供应商的单位额外生产成本为  $c_1 = b_1 + y_1$ , 其中  $b_1$  为确定的已知量,  $y_1$  为随机变量, 且有  $y_1 \geq 0$ . 在不混淆  $y_1$  的情况下, 假设密度函数为  $p(y_1)$ , 分布函数为  $\psi(y_1)$ . 供应商遭遇突发事件时, 其自救能力有限, 此时零售商将提供援助. 在“投桃送李”的应急公平博弈假设下, 供应商利用援助资金或物品进行应急恢复的工作<sup>[10]</sup> (注: 虽然应急过程中的“投桃送李”行为被大量实际案例支持, 但缺少实验或实证的研究). 援助额与恢复产量之间的关系为  $q_e = t(x)$ , 并满足一阶导数大于零, 二阶导数小于零, 也即: 随着援助资金的增加, 恢复数量呈递减的增加趋势. 此外, 零售商提供援助资金给供应商, 这里还要考虑资金的使用成本.

应急援助模型以控制损失为目标, 这里的损失是指由于突发事件而产生的供应链损失, 因此损失函数可表示为

$$f(x, y_1) = q_e(b_1 + y_1) + g(q - q_e) + ex$$

$$= gq + (b_1 + y_1 - g)t(x) + ex$$

其中  $e$  表示单位援助资金的使用成本,  $q$  为原供应链的最优订货量. 在突发事件下供应链的损失由三部份构成: 恢复生产的额外成本、商誉损失 (相对于原供应链的最优订货量) 和资金使用成本.

设置信水平为  $\beta \in [0, 1]$ , 损失临界值为  $\alpha$ , 则应急援助的  $\beta - VaR$  可写为

$$\alpha_\beta(x) = \min\{a \in R: \int_{f(x, y_1) \leq a} p(y_1) dy_1 \geq \beta\}$$

(4)

根据式(4), 供应链应急援助的  $\beta - CVaR$  模型可写为

$$\phi_\beta(x) = (1 - \beta)^{-1} \int_{f(x, y_1) \geq \alpha_\beta(x)} f(x, y_1) p(y_1) dy_1$$

(5)

式(5)表示决策者的置信水平为  $\beta$  时, 供应链损失大于  $\beta - VaR$  的所有值的均值, 即条件期望. 当  $\phi_\beta(x)$  较小时, 供应链风险损失就较小, 即损失得到控制.

令  $F_\beta(x, \alpha) = \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{y_1 \geq 0} [f(x, y_1) - \alpha]^+ p(y_1) dy_1$ , 则有引理1.

引理1<sup>[11]</sup>  $F_\beta(x, \alpha)$  是关于  $\alpha$  的凸函数且连续可微,  $\beta - CVaR$  可表示为

$$\phi_\beta(x) = \min_{\alpha \in R} F_\beta(x, \alpha)$$

根据引理1, 应急援助的  $\beta - VaR$  和  $\beta - CVaR$  的关系可以表示如下.

$$\phi_\beta(x) = F_\beta(x, \alpha_\beta(x))$$

因此, 应急援助的决策目标可以表示为

$$\min_{x \in R} \phi_\beta(x) = \min_{x \in R, \alpha \in R} F_\beta(x, \alpha)$$

$$= \min_{(x, \alpha) \in R^* \times R} \left\{ \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{y_1 \geq 0} [gq + (b_1 + y_1 - g)t(x) + ex - \alpha]^+ p(y_1) dy_1 \right\}$$

(6)

其中  $z^+ = \max\{z, 0\}$ .

定理1 突发事件导致供应商能力受损情况下, 当供应链的商誉损失  $g$  满足条件  $b_1 + (1 -$

$\beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 < g$  时, 在供应链应急援助的 CVaR 模型中, 零售商存在最优援助额, 且满足

$$t(x^*) = \frac{e}{g - b_1 - (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1} \quad (7)$$

而当  $b_1 + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 \geq g$  时, 不存在援助行为。

证明 由式(6) 可得

$$\begin{aligned} F_{\beta}(x, \alpha) &= \alpha + (1 - \beta)^{-1} \times \\ &\int_0^{\lfloor \frac{g-b_1}{t(x)} - \frac{gq-ex+\alpha}{t(x)} \rfloor} Op(y_1) dy_1 + (1 - \beta)^{-1} \times \\ &\int_{\lfloor \frac{g-b_1}{t(x)} - \frac{gq-ex+\alpha}{t(x)} \rfloor}^{\infty} [gq + (b_1 + \\ &y_1 - g)t(x) + ex - \alpha] p(y_1) dy_1 \\ &= \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{\lfloor \frac{g-b_1}{t(x)} - \frac{gq-ex+\alpha}{t(x)} \rfloor}^{\infty} [gq + \\ &(b_1 + y_1 - g)t(x) + ex - \alpha] p(y_1) dy_1 \quad (8) \end{aligned}$$

其中

$\lfloor \frac{g-b_1}{t(x)} - \frac{gq-ex+\alpha}{t(x)} \rfloor \geq 0$  即  $\alpha \geq gq + ex - (g - b_1)t(x)$ . 对式(8) 求偏导可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} &= 1 + (1 - \beta)^{-1} \times \\ &\int_{\lfloor \frac{g-b_1}{t(x)} - \frac{gq-ex+\alpha}{t(x)} \rfloor}^{\infty} (-1) p(y_1) dy_1 \\ &= 1 + (1 - \beta)^{-1} \left[ \psi \left( \frac{(g-b_1)t(x) - gq - ex + \alpha}{t(x)} \right) - 1 \right] \\ &= (1 - \beta)^{-1} \left[ \psi \left( \frac{(g-b_1)t(x) - gq - ex + \alpha}{t(x)} \right) - \beta \right] \quad (9) \end{aligned}$$

所以有

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha = gq + ex - (g-b_1)t(x)} &= (1 - \beta)^{-1} (0 - \beta) \\ &= \frac{\beta}{1 - \beta} < 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha \rightarrow \infty} = (1 - \beta)^{-1} (1 - \beta) = 1 > 0$$

因此, 在  $\alpha$  的取值范围内必存在一个最优点  $\alpha_{\beta}(x)$ , 即  $\beta - VaR$  满足

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} &= \\ &(1 - \beta)^{-1} \left[ \psi \left( \frac{(g-b_1)t(x) - gq - ex + \alpha}{t(x)} \right) - \beta \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

解得

$$\alpha_{\beta}(x) = t(x) \psi^{-1}(\beta) + gq + ex + (b_1 - g)t(x)$$

于是有

$$\begin{aligned} F_{\beta}(x, \alpha_{\beta}(x)) &= gq + ex + (b_1 - g)t(x) + \\ &(1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 t(x) p(y_1) dy_1 \quad (10) \end{aligned}$$

对式(10) 求关于  $x$  的导数, 有

$$\frac{\partial F_{\beta}(x, \alpha_{\beta}(x))}{\partial x} = (b_1 - g)t'(x) +$$

$$\frac{t'(x)}{1 - \beta} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 + e$$

$$\frac{\partial^2 F_{\beta}(x, \alpha_{\beta}(x))}{\partial x^2} = \lfloor b_1 - g \rfloor +$$

$$(1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 \rfloor + t''(x)$$

由于  $t'(x) \geq 0, t''(x) < 0$ , 所以当且仅当  $b_1 + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 < g$  时存在最优援助额  $x^*$ , 使得损失满足 CVaR 标准, 并且有

$$t(x^*) = \frac{e}{g - b_1 - (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1}$$

其中条件  $b_1 + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 < g$  表示商誉损失大于应急恢复期增量成本在  $\beta - CVaR$  模型下的期望值, 即当商誉损失较大时援助才有效。证毕。

从定理 1 可以看出, 最优援助决策受置信水平  $\beta$  影响,  $\beta$  确定后就可以据此确定最优的援助方案。

## 2.2 零售商遭遇突发事件情形

零售商遭遇突发事件时, 销售能力会受到影响, 如果产品滞销太多, 必定会对上游供应商造成巨大影响。因此当突发事件造成损失过大时, 供应商会选择向零售商提供援助以减少供应链损失。

在销售季节来临时, 零售商遭遇突发事件, 它将根据供应商提供的援助资金量确定恢复销售量。此时, 销售商品会带来额外的成本, 并且会受到随机因素的影响, 而未售出的商品, 通常会带来商誉损失。与供应商受损情形不同的是, 零售商未售出的商品有残值遗留。设恢复阶段零售商的销售量  $q_e = k(x)$ , 且有  $k'(x) > 0, k''(x) < 0$ 。额外销售成本  $c_2 = b_2 + y_2$ , 其中  $b_2$  已知,  $y_2$  表示随机因素, 密度函数为  $p_1(y_2)$ , 分布函数为  $\psi_1(y_2)$ ,  $\nu$  表

示未出售商品的残值. 则零售商受损情形下供应链的损失函数可表示为

$$\begin{aligned}
 h(x, y_2) &= g(q - q_e) + c_2 q_e - v(q - q_e) + e_1 x \\
 &= (g - v)q + (b_2 + y_2 - g + v) \times \\
 &\quad k(x) + e_1 x \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中  $e_1$  表示供应商援助资金的使用成本.

**定理 2** 突发事件导致零售商能力受损情况下, 当供应链商誉损失  $g$  满足如下条件  $b_1 + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 < g$  时, 在供应链应急援助的 CVaR 模型中, 供应商存在最优援助额, 且满足

$$k(x^*) = \frac{e_1}{g - b_2 - v - (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_2 p_1(y_2) dy_2};$$

而当  $b_1 + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi^{-1}(\beta)}^{\infty} y_1 p(y_1) dy_1 \geq g$  时不存在援助行为.

**证明** 零售商受损情况下供应链损失的  $\beta - CVaR$  为

$$\begin{aligned}
 \min_{x \in R} \phi_{\beta}(x) &= \min_{x \in R, \alpha \in R} H_{\beta}(x, \alpha) \\
 &= \min_{(x, \alpha) \in R^*} \{ \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{y_2 \geq 0} [ (g - v)q + \\
 &\quad (b_2 + y_2 - g + v)k(x) + e_1 x - \alpha ]^+ \times \\
 &\quad p_1(y_2) dy_2 \}
 \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned}
 H_{\beta}(x, \alpha) &= \alpha + (1 - \beta)^{-1} \times \\
 &\int_0^{[(g-v-b_2)k(x) - (g-v)q - e_1x + \alpha]/k(x)} 0 p_1(y_2) dy_2 + (1 - \beta)^{-1} \times \\
 &\int_{[(g-v-b_2)k(x) - (g-v)q - e_1x + \alpha]/k(x)}^{\infty} [ (g - v)q + \\
 &\quad (b_2 + y_2 - g + v)k(x) + e_1 x - \alpha ] p_1(y_2) dy_2 \\
 &= \alpha + (1 - \beta)^{-1} \times \\
 &\int_{[(g-v-b_2)k(x) - (g-v)q - e_1x + \alpha]/k(x)}^{\infty} [ (g - v)q + \\
 &\quad (b_2 + y_2 - g + v)k(x) + e_1 x - \alpha ] p_1(y_2) dy_2
 \end{aligned}$$

其中,  $[(g - v - b_2)k(x) - (g - v)q - e_1x + \alpha]/k(x) \geq 0$ , 即  $\alpha \geq (g - v)q + e_1x - (g - v - b_2)k(x)$ . 对  $H_{\beta}(x, \alpha)$  求导可得

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} &= 1 + (1 - \beta)^{-1} \times \\
 &\int_{[(g-v-b_2)k(x) - (g-v)q - e_1x + \alpha]/k(x)}^{\infty} (-1) p_1(y_2) dy_2 \\
 &= 1 + (1 - \beta)^{-1} \times \\
 &\left[ \psi_1 \left( \frac{(g - v - b_2)k(x) - (g - v)q - e_1x + \alpha}{k(x)} \right) - 1 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (1 - \beta)^{-1} \times \\
 &\left[ \psi_1 \left( \frac{(g - v - b_2)k(x) - (g - v)q - e_1x + \alpha}{k(x)} \right) - \beta \right]
 \end{aligned}$$

所以有

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha = (g-v)q + e_1x - (g-v-b_2)k(x)} &= \\
 (1 - \beta)^{-1} (0 - \beta) &= -\frac{\beta}{1 - \beta} < 0
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial H_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha \rightarrow \infty} = (1 - \beta)^{-1} (1 - \beta) = 1 > 0$$

由函数的单调性可知, 在  $\alpha$  的取值范围内必存在一点  $\alpha_{\beta}(x)$ , 即  $\beta - VaR$  满足

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_{\beta}(x, \alpha)}{\partial \alpha} &= (1 - \beta)^{-1} \times \\
 \left[ \psi_1 \left( \frac{(g - v - b_2)k(x) - (g - v)q - e_1x + \alpha}{k(x)} \right) - \beta \right] &= 0
 \end{aligned}$$

解得

$$\begin{aligned}
 \alpha_{\beta}(x) &= k(x) \psi_1^{-1}(\beta) + (g - v)q + e_1x + \\
 &\quad (b_1 - g + v)k(x)
 \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned}
 H_{\beta}(x, \alpha_{\beta}(x)) &= (g - v)q + e_1x + (b_2 - g + v) \times \\
 &\quad k(x) + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi_1^{-1}(\beta)}^{\infty} y_2 k(x) p_1(y_2) dy_2
 \end{aligned}$$

对其求关于  $x$  的导数, 有

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_{\beta}(x, \alpha_{\beta}(x))}{\partial x} &= (b_2 - g + v)k'(x) + \\
 &\quad \frac{k'(x)}{1 - \beta} \int_{\psi_1^{-1}(\beta)}^{\infty} y_2 p_1(y_2) dy_2 + e_1
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 H_{\beta}(x, \alpha_{\beta}(x))}{\partial x^2} = [(b_2 - g + v) +$$

$$(1 - \beta)^{-1} \int_{\psi_1^{-1}(\beta)}^{\infty} y_2 p_1(y_2) dy_2 ] k''(x)$$

由于  $k'(x) \geq 0, k''(x) < 0$ , 所以当且仅当  $b_2 + v + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi_1^{-1}(\beta)}^{\infty} y_2 p_1(y_2) dy_2 < g$  时存在最优援助额  $x^*$ , 使得损失满足 CVaR 标准, 并且有

$$\begin{aligned}
 k(x^*) &= \\
 &\frac{e_1}{g - v - b_2 - (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi_1^{-1}(\beta)}^{\infty} y_2 p_1(y_2) dy_2}
 \end{aligned}$$

其中条件  $b_2 + v + (1 - \beta)^{-1} \int_{\psi_1^{-1}(\beta)}^{\infty} y_2 p_1(y_2) dy_2 < g$  表示商誉损失大于应急恢复期增量成本在  $\beta -$

CVaR 模型下的期望值. 即当商誉损失较大时援助才能实施. 当零售商遭遇突发事件时, 援助决策者确定受置信水平  $\beta$  后, 就可以据此确定最优的援助方案.

援助条件显示商誉损失要大于应急恢复的单位商品成本, 这一点也与现实相吻合. 即只有当应急恢复的成本小于缺货的惩罚时, 企业才有动机实施应急援助策略. 因此, 企业在实施援助策略之前, 需要对商誉损失有一个准确的估计, 并根据其与恢复成本的大小调整应急方案.

### 3 数值分析

下面通过数值分析说明两点: ① 通过 CVaR 方法制定的援助策略能够有效降低突发事件下供应链损失; ② 决策者置信水平的不同对 CVaR 下制定的援助决策影响显著. 由于零售商受损和供应商受损在援助过程中对供应链有着相似情形, 下面仅讨论供应商受损情形.

各参数取值如下:  $c_s = 20$ ,  $c_r = 20$ ,  $g = 500$  (协调时最优订货量),  $p = 60$ ,  $g = 20$ ,  $b_1 = 10$ ,  $y_1 \in [0, 10]$  且  $y_1 \sim N(5, 1)$ ,  $t(x) = 10\sqrt{x}$ ,  $1 - \beta = 90\%$ ,  $\rho = 0.5$ . 根据标准正态分布表查得  $\psi(8.9) \approx 1$ , 而  $\psi^{-1}(90\%) = 6.28$ .

在稳定状态, 供应链的产量为 500, 利润所得为 10 000. 突发事件发生后, 不同情形下供应链的损失情况如图 2 所示.

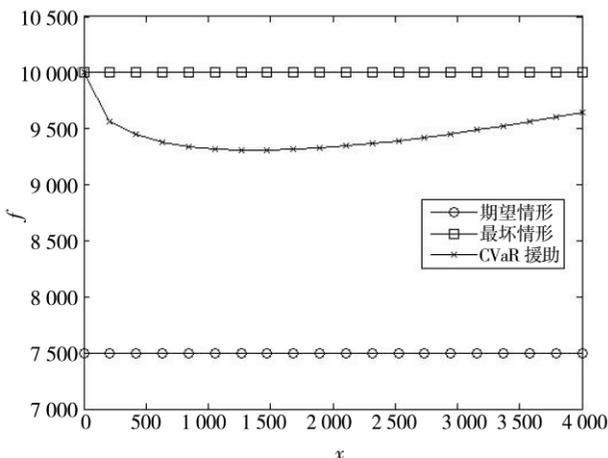


图 2 供应链损失比较

Fig. 2 Comparisons of supply chain loss

图 2 中期望情形和最坏情形表示无援助下供

应链在随机损失  $y_1$  取均值和最大值时的损失状况. 在图形中为便于比较而将两者分别延长至右端. 随着援助额的增加, CVaR 模型中供应链损失先减少, 后增加, 这是由于在援助较少时, 随着援助额的增加, 供应商的积极性和恢复效率较高, 当恢复到一定程度后, 恢复难度逐渐增加, 恢复效率逐渐下降. 不同情形下的供应链损失如表 1 所示.

表 1 各种情形下供应链的损失

Table 1 Supply chain losses under different conditions

| 情形         |      | $y_1$ | 产量 $q_c$ | 损失 $f$   |
|------------|------|-------|----------|----------|
| 无援助下       | 期望情形 | 5     | 500      | 7 500    |
|            | 最坏情形 | 10    | 0        | 10 000   |
| CVaR 标准援助下 |      | 6.28  | 372      | 8 838.31 |

从表 1 可以看出, 当突发事件下供应商额外成本中的随机因素服从如上正态分布时, 在 90% 的置信水平下供应链的损失为 8 838.31, 比期望情形较高, 而比最坏情形下的损失要少. 说明 CVaR 援助方法既防止了过于乐观的估计, 又排除了过于保守的决策, 更加符合大部分决策者对风险的态度.

下面通过调整  $\beta$  的取值研究决策者的不同风险偏好对援助决策的影响, 这里参考相关文献<sup>[11]</sup>对置信水平的探讨, 选取 90%—99% 区间分析相对置信水平对援助决策的影响, 用 Matlab7.0 计算的结果如表 2 所示.

表 2 不同置信水平对援助决策的影响

Table 2 The impact of different risk preferences to assistance decision

| $1 - \beta$ | $x^*$    | $\beta - VaR$ | $\beta - CVaR$ |
|-------------|----------|---------------|----------------|
| 90%         | 1 805.03 | 8 234.05      | 8 838.31       |
| 91%         | 1 871.76 | 8 193.20      | 8 830.22       |
| 92%         | 1 939.81 | 8 146.92      | 8 821.88       |
| 93%         | 2 006.83 | 8 100.38      | 8 813.33       |
| 94%         | 2 074.64 | 8 049.24      | 8 805.17       |
| 95%         | 2 142.69 | 7 993.06      | 8 797.04       |
| 96%         | 2 210.47 | 7 931.39      | 8 788.53       |
| 97%         | 2 279.99 | 7 854.79      | 8 780.25       |
| 98%         | 2 350.35 | 7 757.34      | 8 771.46       |
| 99%         | 2 423.33 | 7 603.11      | 8 761.75       |

从表 2 可以看出, 不同置信水平对援助决策有明显影响. 随着  $\beta$  取值的增加, 投入的援助资金也逐渐增加, 整个供应链的损失在 CVaR 与 VaR

标准下逐渐减少,且 CVaR 总是大于 VaR. 同时也可以看到,在 VaR 标准下,不同置信水平下损失的波动较大,而在 CVaR 标准下波动较小,说明 CVaR 标准在风险控制方面更具稳定性.

通过分析表 1 与表 2 可知利用 CVaR 可以有效刻画突发事件下的风险规避行为,同时,置信水平可以作为评估决策者的相对风险偏好的指标,随着置信水平的增加决策者实际投入更多的援助金额,而获得更严格的风险控制效果.

## 4 结束语

本文通过建立供应链应急援助的 CVaR 模型,探讨了 CVaR 风险控制方法在供应链应急恢复中的作用,证明了供应链合作在应急恢复下的有效性. 突发事件下供应链目标的转变对于供应链维持业务持续、实现企业的长远发展至关重要,本文的研究能够在公平博弈基础上帮助决策者在

遭遇突发事件时快速转变目标,寻求最优决策. 在探讨中得出了如下结论:

第一,当供应链遭遇突发事件时, CVaR 方法能够用于描述企业间的援助合作行为,并给出相应的决策;

第二, CVaR 标准下供应链应急援助策略能够有效降低突发事件造成的损失、维持供应链的可持续性,前提是商誉损失比增量成本大;

第三,置信水平可以刻画决策者的相对风险偏好,随着相对风险厌恶程度的增加,援助额呈递增趋势,供应链损失呈下降趋势.

随着企业经营环境的日益复杂化,供应链风险管理的重要性愈发突出,虽然学术界和实务界都给予了高度关注,但突发不确定性使得企业在危机时难以决策. 在供应链应急管理中,通过应急合作提高供应链的抗突发事件能力具有理论与实践的研究价值.

## 参 考 文 献:

- [1] Cachon G. Supply chain coordination with contracts [J]. Handbooks in Operations Research and Management Science: Supply Chain Management, 2003, 11: 229 - 339.
- [2] 吴 军, 李 健, 汪寿阳. 供应链风险管理中的几个重要问题 [J]. 管理科学学报, 2006, 9(6): 1 - 12.  
Wu Jun, Li Jian, Wang Shou-yang. Some key problems in supply chain risk management [J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(6): 1 - 12. (in Chinese)
- [3] Norrman A, Jansson U. Ericsson's proactive supply chain risk management approach after a serious sub-supplier accident [J]. International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, 2004, 34(5): 434 - 456.
- [4] 盛方正, 季建华. 基于援助合同的供应链应急管理 [J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(6): 775 - 780.  
Sheng Fang-zheng, Ji Jian-hua. Aid contract-based disruption management in supply chain [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2007, 42(6): 775 - 780. (in Chinese)
- [5] British Standards Institution. Business Continuity Management [R]. Patrick W: BSI, 2007.
- [6] Gibb F, Buchanan S. A framework for business continuity management [J]. International Journal of Information Management, 2006, 26: 128 - 141.
- [7] Kapucu N, Augustin M, Garayev V. Interstate partnerships in emergency management: Emergency management assistance compact in response to catastrophic disasters [J]. Public Administration Review, 2009, 69(2): 297 - 313.
- [8] Kondaveti R, Ganz A. Decision support system for resource allocation in disaster management [J]. Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc, 2009, 2009: 3425 - 3428.
- [9] Rice M P. Co-production of business assistance in business incubators: An exploratory study [J]. Journal of Business Venturing, 2002, 17: 163 - 187.
- [10] Rabin M. Incorporating fairness into game theory and economics [J]. The American Economics Review, 1993, 85(5): 1281 - 1302.
- [11] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk [J]. Journal of Risk, 2000, 2(3): 21 - 41.
- [12] 李 强, 叶旭刚, 祝 佳. VaR 模型的计算及应用 [J]. 中国管理科学, 2000, 8: 645 - 650.

- Li Qiang , Ye Xu-gang , Zhu Jia. The model of risk measurement-VaR [J]. Chinese Journal of Management Science , 2000 , 8: 645 - 650. ( in Chinese)
- [13] Chen Y , Xu M , Zhang Z G. A risk-averse newsvendor model under the CVaR criterion [J]. Operations Research , 2009 , 57( 4) : 1040 - 1044.
- [14] 许明辉 , 于 刚 , 张汉勤. 带有缺货惩罚的报童模型中的 CVaR 研究 [J]. 系统工程理论与实践 , 2006 , 10: 1 - 8. Xu Ming-hui , Yu Gang , Zhang Han-qin. CVaR in a newsvendor model with lost sale penalty cost [J]. Systems Engineering: Theory & Practice , 2006 , 10: 1 - 8. ( in Chinese)
- [15] Chiu C H , Choi T M. Optimal pricing and stocking decisions for newsvendor problem with value-at-risk consideration [J]. Transactions on System , 2010 , 40( 5) : 1116 - 1119.
- [16] Cachon G P , Lariviere M A. Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: Strengths and limitations [J]. Management Science , 2005 , 51( 1) : 30 - 44.
- [17] Altay N , Green W G. OR/MS research in disaster operations management [J]. European Journal of Operational Research , 2006 , 175: 475 - 493.

## A CVaR model of supply chain emergency assistance

*YU Hui<sup>1</sup> , DENG Liang<sup>1</sup> , SUN Cai-hong<sup>2</sup>*

1. School of Economics and Business Administration , Chongqing University , Chongqing 400030 , China
2. Research Center of the Economy of the Upper Reaches of Yangtze River , Chongqing Technology and Business University , Chongqing 400067 , China

**Abstract:** It's a common strategy to deal with disruptions through emergency assistance between enterprises in supply chain emergency management , the goal of which is to prevent disruptions damage getting out of control. This paper introduces CVaR to depict the enterprise's emergency goal under disruption , and then establishes the decision model of supply chain emergency assistance. We analyze the emergency assistance conditions of supplier and retailer under disruption , and provide the optimal assistance strategy under certain confidence control level. Research shows that the CVaR method can describe the assistance behavior of supply chain felicitously , and the assistance collaboration can maintain the supply chain operations continuity effectively.

**Key words:** emergency assistance; CVaR; supply chain; disruption