

基于累积前景理论的随机网络用户均衡模型^①

徐红利, 周晶, 徐薇

(南京大学工程管理学院, 南京 210093)

摘要: 出行者行为假设对交通网络用户均衡建模具有重要影响, 更符合人们的真实决策行为的累积前景理论, 为随机交通网络中的路径选择行为研究提供了新的分析框架. 基于累积前景理论, 将出行者的路径选择决策与网络的随机性相结合, 建立了随机网络用户均衡的等价变分不等式模型; 提出了求解模型的算法, 通过简单的算例对模型和算法的合理性进行验证. 通过对参数进行灵敏度分析, 发现模型可以较好的反映出出行者的风险态度、出行者对网络服务水平的预期以及出行流量波动大小对网络均衡状态的影响.

关键词: 城市交通; 随机网络; 用户均衡; 累积前景理论

中图分类号: U491.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2011)07-0001-07

0 引言

突发的交通事故、随机的交通需求、变化的天气、动态的出行选择等众多因素决定了交通网络的不确定性, 现实中的交通网络是随机网络. 正因如此, 越来越多的学者关注出行时间的不确定性及其可靠性^[1-2], 并期望通过模型来描述不确定情景下的路径选择行为, 其中基于期望效用理论 (expected utility theory, EUT) 和随机效用理论 (random utility theory, RUT) 的 Logit 模型在现有的研究中占主导地位. 利用 Logit 模型, 研究者从多个角度研究了出行时间不确定情景下的路径选择行为^[3-4]. 也有学者研究了不确定情景下的网络均衡问题, 如 Lo 和 Tung 提出了考虑出行时间可靠性的用户均衡模型^[5], Watling 提出了出行时间随机分布且考虑迟到损失的用户均衡模型^[6], Lam 等分析了由天气变化引起的交通供需不确定性, 并建立了基于这种不确定性的交通分配模型^[7].

基于 EUT 和 RUT 的路径选择模型通常假设

出行者是完全理性的. 近年来, 行为科学家在充分考虑人的有限理性、重视人的行为的客观规律性的基础上, 提出了基于有限理性假设的累积前景理论^[8] (cumulative prospect theory, CPT). 越来越多交通领域的研究者对出行者的完全理性假设进行批判^[9-10], 发现出行行为机理与 CPT 的研究结论相吻合, 并将 CPT 应用于多个问题的探索^[11-14]. 基于 CPT 的选择框架, 赵凛和张星臣建立了先验信息下出行者路径选择模型^[15], Connors 和 Sumalee 提出了给定参考点取值情况下的用户均衡模型^[16]. 但是, CPT 的具体参数形式在交通领域没有得到推广, 现有的基于 CPT 的用户均衡建模还限于构建模型框架阶段, 没有将网络的随机性、CPT 的选择框架、出行者路径选择建模、用户均衡有机结合起来.

本文的基础研究通过问卷调研和实证分析, 得到一组符合出行路径选择样本数据的参数值, 并提出一种确定参考点取值的方法^[17]. 在此基础上, 本文提出了随机网络弹性需求情景下的路径选择决策规则 and 用户均衡条件, 并建立了等价的

① 收稿日期: 2009-07-06; 修订日期: 2010-03-31.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70571033; 70831002; 70901038).

联系作者: jzhou@nju.edu.cn

作者简介: 徐红利(1984-), 女, 湖北黄冈人, 博士生. Email: hlxu2009@gmail.com

变分不等式模型. 通过对网络随机性、参数取值和参考点取值的具体描述, 本文对 CPT 在用户均衡建模中的应用做了进一步推广, 是对现有用户均衡建模的重要补充.

1 符号与假设

假设 $G(N, A)$ 是具有多起点多讫点的强连通交通网络, N 是网络节点集, A 为有向路段集. 考虑到网络的随机性, 本文假设 OD 对之间的流量需求和路径流量均为随机变量. 令:

- R ——网络中所有起讫点 (OD) 对集合;
- r —— R 中的元素;
- a —— G 中的一条有向路段 $a \in A$;
- V_a ——路段 a 上的出行流量;
- Q_r —— OD 对 r 间的出行需求;
- cv_r —— Q_r 的离散系数;
- K_r —— OD 对 r 间所有路径的集合;
- F_r^k —— OD 对 r 间的第 k 条路径上的出行流量;
- cv_r^k —— F_r^k 的离散系数;
- x_r —— OD 对 r 间路径选择决策的参考点时间;
- T_r^k —— OD 对 r 间第 k 条路径上的出行时间;
- U_r^k ——路径 f_r^k 上的出行效用;
- δ_r^a ——0-1 变量, OD 对 r 中的第 k 条路径经过路段 a 时取 1, 否则取 0;

假设对于任意 OD 对 r , 出行流量需求 $Q_r \sim N(q_r, (\sigma_r^q)^2) = N(q_r, (cv_r \times q_r)^2)$; 路径出行流量相互独立且服从正态分布 $F_r^k \sim N(f_r^k, (\sigma_r^k)^2) = N(f_r^k, (cv_r^k \times f_r^k)^2)$. 流量约束条件表示为

$$Q_r = \sum_{k \in K_r} F_r^k, \forall r \in R \tag{1}$$

$$F_r^k \geq 0, \forall k \in K_r, \forall r \in R \tag{2}$$

$$V_a = \sum_{r \in R} \sum_{k \in K_r} \delta_r^a F_r^k, \forall a \in A \tag{3}$$

进而路段流量也服从正态分布, $V_a \sim N(v_a, (\sigma_a^v)^2)$ 并且如下等式成立

$$q_r = \sum_{k \in K_r} f_r^k, \forall r \in R \tag{4}$$

$$f_r^k \geq 0, \forall k \in K_r, \forall r \in R \tag{5}$$

$$q_r \geq 0, \forall r \in R \tag{6}$$

$$V_a = \sum_{r \in R} \sum_{k \in K_r} \delta_r^a f_r^k, \forall a \in A \tag{7}$$

本文通过 BPR 函数计算路段出行时间, $T_a = T_a(V_a) = t_a^0 (1 + \beta (V_a/C_a)^n)$ 其中 V_a 表示路段 a 上的流量, C_a 表示路段 a 上的饱和流量, t_a^0 表示路段 a 上的最短出行时间; 用 $\varphi_a(x)$ 表示 V_a 的密度函数 $\varphi_a(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^v}} \exp\left(-\frac{(x-v_a)^2}{2(\sigma_a^v)^2}\right)$; 则 T_a 的均值和方差可以表示为

$$t_a = E[T_a] = \int_0^{+\infty} T_a(x) \varphi_a(x) dx = t_a^0 + t_a^0 \frac{\beta}{(c_a)^n} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (\sigma_a^v)^i (v_a)^{n-i} (i-1)!! \tag{8}$$

$$(\sigma_a^t)^2 = \int_0^{+\infty} (T_a(x))^2 \varphi_a(x) dx - \left(\int_0^{+\infty} T_a(x) \varphi_a(x) dx\right)^2 = \left(t_a^0 \frac{\beta}{(c_a)^n}\right)^2 \left(\sum_{i=0}^{2n} \binom{2n}{i} (\sigma_a^v)^i (v_a)^{2n-i} \times (i-1)!! - \left(\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (\sigma_a^v)^i (v_a)^{n-i} \times (i-1)!!\right)^2\right) \tag{9}$$

对 $\forall k \in K_r, \forall r \in R$, 有 $T_r^k = \sum_{a \in A} \delta_r^a T_a$; 假设路段出行时间分布相互独立, 则有 $T_r^k \sim N(t_r^k, (\sigma_r^k)^2)$ 并且

$$t_r^k = \sum_{a \in A} \delta_r^a t_a, k \in K_r, r \in R \tag{10}$$

$$(\sigma_r^k)^2 = \sum_{a \in A} \delta_r^a \text{var}(T_a) = \sum_{a \in A} \delta_r^a (\sigma_a^t)^2, k \in K_r, r \in R \tag{11}$$

现实中出行者对较短时间间隔的认知能力、对时间上较小差异的辨别能力十分有限, 可以用离散分布拟合路径上的连续时间分布^[13]. 具体操作如下: 将对应于出行时间分布某一置信水平的置信区间进行等分, 取每一时间段的中值作为出行时间的一个结果, 该时间段上的概率分布值作为相应的概率. 相关符号:

- $p\%$ ——置信水平的取值;
- $\phi(\cdot)$ ——标准正态分布函数;
- $\theta_r^k = [a_r^k, b_r^k]$ —— T_r^k 的置信水平为 $p\%$ 的置

信区间; 其中对 $\forall k \in K, r \in R, a_r^k = t_r^k - \sigma_r^k \times \phi^{-1}(0.5 + 0.5 \times p\%)$, $b_r^k = t_r^k + \sigma_r^k \phi^{-1}(0.5 + 0.5 \times p\%)$;

M_r^k —— Θ_r^k 的等分区间的数目;

$\Delta_r^{k,i}$ —— Θ_r^k 的第 i 个等分区间 $i = 1, \dots, M_r^k$;

$w_r^{k,i}$ ——区间 Θ_r^k 的中值;

$p_r^{k,i}$ —— T_r^k 在区间 $\Delta_r^{k,i}$ 的概率分布值;

得到 T_r^k 的拟合离散分布 (w_r^k, p_r^k) , 其中 $w_r^k = (w_r^{k,1}, \dots, w_r^{k,i}, \dots, w_r^{k,M_r^k})$, $p_r^k = (p_r^{k,1}, \dots, p_r^{k,i}, \dots, p_r^{k,M_r^k})$.

2 基于 CPT 的路径选择决策

2.1 CPT 与基于 CPT 的路径选择决策规则

出行路径选择决策规则是出行者感知和评价可选路径属性及效用过程中不可或缺的评价体系, 是随机网络均衡建模必须考虑的因素. 随着行为科学的发展, 研究发现相对于 EUT 和 RUT 而言, 出行者的路径选择决策规律与 CPT 的结论更加吻合, 出行者是极大累积前景效用的追求者.

CPT 相对于 EUT 的主要完善之处在于分获得和损失对行为主体的风险态度进行描述. 考虑不确定情景下的决策问题, 用 $(x; p)$ 表示一个具有 $m + n + 1$ 种结果的策略 $x = (x_{-m}, \dots, x_n)$ 和 $p = (p_{-m}, \dots, p_n)$ 分别表示该策略可能的结果与相应的概率, 其中 $x_{-m} < \dots < x_0 < \dots < x_n$. 基于客观有限理性假设, CPT 有三个基本观点^[8]: 1) 人们进行不确定情景下的决策时存在参考点 (x_0) 依赖, 将策略结果 (x_i) 相对于参考点的相对值 (Δx_i) 作为度量策略效用的指标, 将优于参考点的结果定义为获得 $(\Delta x_i \geq 0)$, 将劣于参考点的结果定义为损失 $(\Delta x_i < 0)$; 2) 面对高概率的“获得”和低概率的“损失”, 人们倾向于“规避风险”, 面对低概率的“获得”和高概率的“损失”, 人们倾向于“追求风险”; 3) 人们对损失的规避程度往往大于对相同收益的偏好程度 $(\lambda \geq 1)$. 基于以上观点, CPT 提出了包括相对结果、效用函数、概率权重函数等在内的效用度量体系

$$\Delta x_i = x_i - x_0, \tag{12}$$

$$v(\Delta x_i) = \begin{cases} \Delta x_i^\alpha, & \Delta x_i \geq 0 \\ -\lambda(-\Delta x_i)^\eta, & \Delta x_i < 0 \end{cases}$$

$$(0 < \alpha, \eta < 1, \lambda \geq 1) \tag{13}$$

$$w(p_i) = \frac{p_i^\gamma}{(p_i^\gamma + (1 - p_i)^\gamma)^{1/\gamma}}, (0 < \gamma < 1) \tag{14}$$

其中, 参数 α 和 η 分别表示获得情况下的风险规避程度和损失情况下的风险偏好程度, λ 表示风险规避系数. 累积决策权重表示为

$$\pi^+(p_i) = w(p_i + \dots + p_n) - w(p_{i+1} + \dots + p_n), \tag{15}$$

$$0 \leq i \leq n$$

$$\pi^-(p_{-j}) = w(p_{-m} + \dots + p_{-j}) - w(p_{-m} + \dots + p_{-j-1}), -m \leq -j < 0 \tag{16}$$

相应地, 策略 $(x; p)$ 的累积前景效用 $U(x; p)$ 表示为

$$U(x; p) = \sum_{i=0}^n v(\Delta x_i) \pi^+(p_i) + \sum_{j=-m}^{-1} v(\Delta x_j) \pi^-(p_j) \tag{17}$$

建立基于 CPT 的路径选择决策规则需要解决两个问题: 提出一种确定参考点取值的方法, 并给出一组符合出行者路径选择规律的效用函数的参数值. 在对 CPT 的一般形式充分研究的基础上, 研究者从不同角度给出了具体的参数估计值^[8, 18-19], 为 CPT 在相关领域的定量分析提供了应用基础. 但是, 文献 [20] 发现 CPT 现有的任何一种具体参数形式都不适合在不同的研究领域进行推广. 本文的基础研究通过问卷调研和实证分析, 得到一组符合出行者路径选择样本数据的参数估计值^[17] $\alpha = 0.37, \eta = 0.59, \lambda = 1.51, \gamma = 0.74$, 并提出一种确定内生参考点取值的方法.

日常出行中, 出行者通常会为计划中的出行预留一段出行时间, 较长的预留时间在保证较高的出行可靠性的同时, 也可能引起早到损失. 预留时间的长度一方面受出行的重要程度和出行者的风险偏好或规避程度的影响, 另一方面受可选路径的出行时间分布的影响. 当出行者厌恶风险或者认为出行非常重要(迟到损失较大)时, 会预留较长的时间; 当交通网络受天气或道路施工等因素影响使得预期的出行时间均值或方差较大时, 出行者也会预留较长的时间, 以期按时到达目的地. 在出发时刻, 有效的预留出行时间(期望的到达时刻与实际出发时刻之间的时差)成为路径选择决策的参考点, 决定出行者能否按时到达目的

地而不影响出行目标的实现. 假设同一 OD 对之间同一时刻出发的出行者选择相同的参考点 $x_r (r \in R)$, 在保证一定的准时到达概率的前提下会预留最短的出行时间. 相应地, 参考点的取值等于最优化问题(P1) 的解.

$$(P1) \max x_r$$

$$\text{s. t. } P_r\{T_r^k \leq x_r\} \leq \rho, \forall k \in K_r \quad (18)$$

概率 ρ 表示出行者对出行可靠性的要求. 参考点的取值会影响出行者的路径选择, 进而影响网络流量分布和路径出行时间分布; 反之, 路径出行时间分布也会影响参考点取值. 因此, 路径选择决策中的参考点是一个内生变量. 值得注意的是, 在路径选择决策中, 出行时间与效用呈反向增长关系, 因此在计算备选路径效用时本文取 $\Delta x_i = x_0 - x_i$.

这样, 在给定路径出行时间分布的情况下, 通过(P1) 和公式(13) - (17) 可以模拟出行者对路径出行效用的认知. 由于该效用度量体系是通过实证研究得到的, 效用度量也是模拟现实中出行者的效用认知的过程. 正是基于这一点, 本文的用户均衡模型能更准确的描述现实中的交通流分布.

2.2 弹性需求

交通需求一方面受网络不确定因素的影响而具有随机性, 另一方面受网络服务水平的影响而与服务水平之间存在嵌套关系. 在本文的研究背景下, 网络的服务水平由出行效用决定. 因此, OD 对之间的出行需求可以表示为出行效用的单调递增函数.

$$q_r = Q_r(\hat{U}_r) = q_r^0 \exp[\delta(\hat{U}_r - \bar{U}_r^0)] \quad (19)$$

其中 $Q_r(\cdot)$ 表示需求函数, q_r^0 表示 OD 对 r 之间出行需求的极大值, δ 表示出行需求对出行效用的灵敏度, \hat{U}_r 表示 OD 对 r 之间所有路径的最大出行效用, \bar{U}_r^0 表示出行者对 OD 对 r 间出行效用的期望值.

2.3 用户均衡条件

从行为科学的角度, 效用是个体决策的直接依据. 在现实出行中, 出行者会根据实际出行情况以及对备选路径出行效用的认知, 选择自己的行

进路线, 网络会逐渐演变到用户最优均衡状态.

定义 1 (基于 CPT 的理想用户最优路径选择条件): 网络上的交通流满足理想用户最优路径选择条件. 如果对任意 OD 对, 在任意时刻同时出发的用户, 该 r 对间所有被使用路径的累积前景效用相等并且等于该 OD 对之间所有路径的最大累积前景效用, 所有未被使用路径的累积前景效用都不大于这个最大效用.

3 基于 CPT 的用户均衡模型

根据 2.3 节中用户最优路径选择条件, 得到基于 CPT 的用户均衡的等价数学表述

$$\begin{cases} f_r^{k*} \geq 0 & U_r^{k*} = \hat{U}_r \\ f_r^{k*} = 0 & U_r^{k*} < \hat{U}_r \end{cases}, \forall k \in K_r, r \in R; \quad (20)$$

$$q_r = Q_r(\hat{U}_r), r \in R \quad (21)$$

其中 f_r^{k*} 和 U_r^{k*} 分别表示均衡状态下路径 k 上的流量均值和出行效用, 为表述方便, 令 $U = (U_r^k)_{r \in R, k \in K_r}$, $f = (f_r^k)_{r \in R, k \in K_r}$. 用户均衡条件(20) 等价于非线性互补问题:

$$(\hat{U}_r - U_r^{k*}) \geq 0, (\hat{U}_r - U_r^{k*}) f_r^{k*} = 0; \quad \forall k \in K_r, r \in R \quad (22)$$

Ω 表示满足约束条件(4) ~ (7) 和(21) 的可行解集, 用户均衡问题的解等价于寻找满足变分不等式(23) 的 $f_r^{k*} \in \Omega$

$$\sum_{r \in R} \sum_{k \in K_r} (\hat{U}_r - U_r^{k*}) (f_r^k - f_r^{k*}) \geq 0, \forall f_r^k \in \Omega, k \in K_r, r \in R \quad (23)$$

根据流量守恒条件(4), 变分不等式(23) 等价于

$$\sum_{r \in R} \hat{U}_r (q_r - q_r^*) - \sum_{r \in R} \sum_{k \in K_r} U_r^{k*} (f_r^k - f_r^{k*}) \geq 0, \forall f_r^k \in \Omega \quad (24)$$

4 算法和算例

4.1 算法

基于 MSA (Method of Successive Average) 方法构建求解变分不等式问题(23) 的算法:

第 0 步 令迭代终止误差 $\tau = 0.1$ $l = 1$; 初始化数据 $f^{(l)}$ 、 $q_r^{(l)}$;

第 1 步 计算路径流量 $F_r^{k(l)}$ 和路段流量 $V_a^{(l)}$ 的分布, 对 $\forall k \in K_r, \forall r \in R, \forall a \in A$;

第 2 步 计算路径出行时间 $T_r^{k(l)}$ 的分布, 计算路径出行效用向量 $U^{(l)} = (U_r^{k(l)})_{r \in R, k \in K_r}$, 令 $\bar{U}_r^{(l)} = \max_{i \in K_r} \{U_r^{i(l)}\}$;

第 3 步 寻找迭代方向 $g^{(l)}$ 和步长 $\alpha^{(l)}$, 并更新 $\begin{pmatrix} f^{(l+1)} \\ q^{(l+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f^{(l)} \\ q^{(l)} \end{pmatrix} + \alpha^{(l)} g^{(l)}$; 其中 $g^{(l)} = \begin{pmatrix} f^{(l)} - \hat{f}^{(l)} \\ q^{(l)} - \hat{q}^{(l)} \end{pmatrix} f_r^{k(l)} = \begin{cases} q_r^{(l)}, & \text{如果 } U_r^{k(l)} = \bar{U}_r^{(l)} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$, $q_r^{(l)} = Q(\bar{U}_r^{(l)})$, 为保证收敛速度, 取 $\alpha^{(l)} = \max\left(\frac{1}{100l}, 10^{-4}\right)$.

第 4 步 收敛性检验, 如果 $\|(\hat{U}^{(l)} - U^{(l)})f^{(l)}\| + \|q^{(l)} - \hat{q}^{(l)}\| \leq \tau$ 结束; 否则, 转第 1 步;

4.2 算例及结果分析

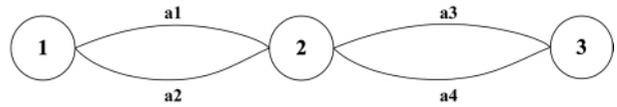


图 1 用于算例的交通网络

Fig. 1 Network for numerical example

以图 1 所示交通网络的用户最优均衡流量分布为例, 对上述模型和算法的可行性进行验证. 只考虑一对起讫点 1 ~ 3, 备选路径包括: $R_1(a_1-a_3)$, $R_2(a_1-a_4)$, $R_3(a_2-a_3)$ 和 $R_4(a_2-a_4)$. 假设出行需求 $Q_r \sim N(q_r, (\sigma_r^q)^2) = N(q_r, (cv \times q_r)^2)$ 其中 $q_r = 200$ 路段最短出行时间和容量分别为 $t_{a1}^0 = 3$, $t_{a2}^0 = 4$, $t_{a3}^0 = 3$, $t_{a4}^0 = 2$, $C_{a1} = 90$, $C_{a2} = 90$, $C_{a3} = 100$, $C_{a4} = 70$. 本算例中 BPR 函数的参数取 $\beta = 0.15$, $n = 4$; 此外取 $p\% = 98\%$, $M_r^k = 10$ ($r = 1-3, k = 1, \dots, 4$). 探讨以下五组参数情况下的网络流量分布, 并选取均衡状态下的流量均值、出行时间均值和方差、出行效用、参考点、流量需求等路径属性变量进行分析和对比分析:

表 1 基于 CPT 的用户均衡状态下的路径属性 ($\rho = 57.7\%$, $\delta = 0.35$, $\bar{U}_r^0 = 2$, $cv_r^k = 0.1$)

Table 1 Path characteristics under network equilibrium ($\rho = 57.7\%$, $\delta = 0.35$, $\bar{U}_r^0 = 2$, $cv_r^k = 0.1$)

变量	路径			
	R_1	R_2	R_3	R_4
最优解 f_r^{k*}	31	100	0	10
出行效用 U_r^{k*}	-0.155 8	-0.155 6	-0.197 5	-0.157 6
出行时间均值 t_r^k	6.738 8	6.499 6	7.002 1	6.762 9
出行时间方差 $\sigma_r^{k,t}$	1.768 9	2.456 5	0.487 3	1.704 5
其它变量	参考点 w_r	6.966 3	流量需求 q_r	141

如表 1 所示, 当网络达到用户最优均衡时, 被选路径 (R_1 , R_2 和 R_4) 上的出行效用相等, 并大于未被选用的路径 (R_3). 并且, 从选择结果来看, 被选路径 R_1 和 R_2 的出行时间均值小于 R_4 , 而方差

大于 R_4 . 由此, 基于 CPT 的出行效用度量在充分考虑到出行者的风险态度的同时, 较好的综合了出行时间均值与方差对出行者路径选择决策的影响.

表 2 基于 CPT 的用户均衡状态下的路径属性 ($\rho = 80\%$, $\delta = 0.35$, $\bar{U}_r^0 = 2$, $cv_r^k = 0.1$)

Table 2 Path characteristics under network equilibrium ($\rho = 80\%$, $\delta = 0.35$, $\bar{U}_r^0 = 2$, $cv_r^k = 0.1$)

变量	路径			
	R_1	R_2	R_3	R_4
最优解 f_r^{k*}	13	104	45	0
出行效用 U_r^{k*}	0.221 2	0.221 3	0.220 4	0.027 9
出行时间均值 t_r^k	6.546 0	6.205 5	7.035 7	6.695 3
出行时间方差 $\sigma_r^{k,t}$	1.193 3	1.875 1	0.057 5	1.447 5
其它变量	参考点 w_r	7.084 0	流量需求 q_r	162

对比表 2 和表 1,在其它参数值不变的情况下,当 ρ 的取值增加(即出行者更趋向于风险规避而为出行预留更多时间,参考点时间较长)时,路径出行效用整体上有增加,OD 对流量需求也随

之增加,并且出行者更偏好于出行时间均值较大、方差较小(即出行风险较小)的路径 R_3 以规避出行风险,出行时间均值相对于 R_3 较小的路径 R_4 未被选用。

表 3 基于 CPT 的用户均衡状态下的路径属性($\rho = 57.7\%$ $\delta = 0.35$ $\bar{U}_r^0 = 1$ $cv_r^k = 0.1$)

Table 3 Path characteristics under network equilibrium($\rho = 57.7\%$ $\delta = 0.35$ $\bar{U}_r^0 = 1$ $cv_r^k = 0.1$)

变量	路径			
	R_1	R_2	R_3	R_4
最优解 J_r^{k*}	21	110	69	0
出行效用 U_r^{k*}	-0.165 7	-0.165 7	-0.165 7	-0.208 6
出行时间均值 t_r^k	6.883	6.626 5	7.205 6	6.948 2
出行时间方差 $\sigma_r^{k,t}$	1.814 6	2.552 4	0.331 2	1.825 33
其它变量	参考点 w_r	7.111 5	流量需求 q_r	200

对比表 3 与表 1,当 \bar{U}_r^0 取值减小(即出行者对网络服务水平的预期较低,更容易满足于当前的网络服务水平),网络流量需求明显增加;网络变

得更拥挤的同时,路径 R_1 、 R_2 和 R_4 上出行时间不确定性增加(出行时间方差增加),出行时间均值较大而方差较小的 R_3 被更多出行者选用。

表 4 基于 CPT 的用户均衡状态下的路径属性($\rho = 57.7\%$ $\delta = 0.35$ $\bar{U}_r^0 = 1$ $cv_r^k = 0.05$)

Table 4 Path characteristics under network equilibrium($\rho = 57.7\%$ $\delta = 0.35$ $\bar{U}_r^0 = 1$ $cv_r^k = 0.05$)

变量	路径			
	R_1	R_2	R_3	R_4
最优解 J_r^{k*}	60	97	0	37
出行效用 U_r^{k*}	-0.243 4	-0.243 5	-0.272 1	-0.243 3
出行时间均值 t_r^k	6.661 8	6.314 7	7.016 3	6.669 2
出行时间方差 $\sigma_r^{k,t}$	2.351 3	3.309 6	0.040 6	2.329 4
其它变量	参考点 w_r	6.943 5	流量需求 q_r	194

表 5 基于 CPT 的用户均衡状态下的路径属性($\rho = 57.7\%$ $\delta = 0.35$ $\bar{U}_r^0 = 1$ $cv_r^k = 0.2$)

Table 5 Path characteristics under network equilibrium($\rho = 57.7\%$ $\delta = 0.35$ $\bar{U}_r^0 = 1$ $cv_r^k = 0.2$)

变量	路径			
	R_1	R_2	R_3	R_4
最优解 J_r^{k*}	21	97	82	0
出行效用 U_r^{k*}	-0.180 3	-0.177 3	-0.177 3	-0.218 2
出行时间均值 t_r^k	7.589 0	7.364 4	7.894 3	7.669 7
出行时间方差 $\sigma_r^{k,t}$	2.041 9	2.663 1	1.012 2	1.986 7
其它变量	参考点 w_r	7.870 4	流量需求 q_r	200

cv_r^k (路径流量离散系数),代表路径流量波动的大小。对比表 4、表 5 与表 3 cv_r^k 对网络流量需求基本没有影响。当 cv_r^k 取值变小即路径出行流量波动较小时,路径出行时间均值明显减少,网络运行效率提高;同时,更多出行者会选择不确定性较大的路径。说明当网络整体的运行效率较高、出行流量波动较小时,风险较大的路径更容易被出行者

接受。

5 结束语

基于 CPT 的选择框架,本文探讨了随机网络情景下的用户均衡。通过模型的建立、算法和算例的提出,发现基于 CPT 的用户最优模型能够较好

的反映出行者的风险态度、出行者对网络服务水平的期望值以及流量波动大小对网络均衡状态的影响。

本文考虑出行者路径选择过程中的参考点依赖,并分获得和损失两种情况刻画出行者的风险态度,将行为科学的研究成果应用于交通流分配

建模,是对现有用户最优分配模型的重要补充,对于探索现实中交通流的分布规律具有非常重要的意义。本文暂时考虑了单一用户的情形,多维用户(出行者对网络不确定性有不同的认识、对出行可靠性有不同的要求)以及动态路径选择的情形有待进一步研究。

参考文献:

- [1] Noland R B, Polak J W. Travel time variability: A review of theoretical and empirical issues [J]. *Transport Reviews*, 2002, 22(1): 39–54.
- [2] Shao H, Lam W H K, Meng Q, et al. Demand driven travel time reliability-based traffic assignment problem [J]. *Transportation Research Record*, 2006, (1985): 220–230.
- [3] de Palma A, Picard N. Route choice decision under travel time uncertainty [J]. *Transportation Research Part A*, 2005, 39(4): 295–324.
- [4] Yin Y F, Ieda H. Assessing Preference reliability of road networks under nonrecurrent congestion [J]. *Transportation Research Record*, 2001, (1771): 148–155.
- [5] Lo H K, Tung U K. Network with degradable links: Capacity analysis and design [J]. *Transportation Research Part B*, 2003, 37(4): 345–363.
- [6] Watling D. User equilibrium traffic network assignment with stochastic travel times and late arrival penalty [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 175(3): 1539–1556.
- [7] Lam W H K, Shao H, Sumalee A. Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply [J]. *Transportation Research Part B*, 2008, 42(10): 890–910.
- [8] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty [J]. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992, (5): 297–323.
- [9] Garling T. Behavioral Assumptions Overlooked In Travel Choice Modeling [M]. *Travel behavior Research: Updating the Stale of Play*. Oxford, UK: Pergamon, 1998.
- [10] Avineri E, Prashker J N. Violations of expected utility theory in route-choice stated preferences: The certainty effect and inflating of small probabilities [J]. *Transportation Research Record*, 2004, (1894): 222–229.
- [11] 张杨, 贾建民, 黄庆. 城市交通中车辆择路行为实证研究 [J]. *管理科学学报*, 2007, 22(5): 78–85.
Zhang Yang, Jia Jianmin, Huang Qing. Vehicle routing choice in urban traffic [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2007, 22(5): 78–85. (in Chinese)
- [12] de Blaeij A T, van Vuuren D J. Risk perception of traffic participants [J]. *Accident Analysis & Prevention*, 2003, 35(2): 167–175.
- [13] Fujii S, Kitamura R. Drivers' mental representation of travel time and departure time choice in uncertain traffic network conditions [J]. *Networks and Spatial Economics*, 2004, 4(3): 243–256.
- [14] Avineri E. The effect of reference point value on stochastic network equilibrium [J]. *Transportation Science*, 2006, (40): 409–420.
- [15] 赵凜, 张星臣. 基于“前景理论”的路径选择行为建模及实例分析 [J]. *土木工程学报*, 2007, 40(7): 82–87.
Zhao Lin, Zhang Xingchen. A traveler route choice model based on prospect theory and case study China [J]. *Civil Engineering Journal*, 2007, 40(7): 82–87. (in Chinese)
- [16] Connors R D, Sumalee A. A network equilibrium model with travelers' perception of stochastic travel times [J]. *Transportation Research Part B* (2009), doi: 10.1016/j.trb.2008.12.002.
- [17] Zhou J, Xu H L, Xu W. A decision-making rule in traveler's route choice behavior based on cumulative prospect theory [C]// *Poster for The 18th International Symposium of Transportation and Traffic Theory*. The Hong Kong Polytechnic University, Kowloon, Hong Kong, 2009.

(下转第54页)

$$F(R_1^* + K) (P'_{e2} - P'_{e1} - P_{e2} + P_{e1}) \quad (1)$$

令 $y_{11} = P_{e2} - P_{e1} - P_{o1} + P_{o2}$ 易知 $y_{11} > 0$.

又令 $y_{12} = F(R_1^*) (P'_{e2} - P'_{e1}) - F(R_1^* + K) (P'_{e2} - P'_{e1} - P_{e2} + P_{e1})$ 因 $P'_{e2} - P'_{e1} - P_{e2} + P_{e1} < 0$ 所以 y_{12} 随着现货市场供应量 k 的增加而递增. 也就是说, 在客户需求和现货价格分布函数一定的情形下, 随着 K 的增加 y_{11} 与 $y_{12}(K)$ 交点的横坐标越来越小, 即 R_1^* 的数值越来越小.

因此, 在给定客户需求和现货价格分布函数的情形下, 执行价格最低的有效合约的最优预订量是现货市场供应量的减函数.

类似地, 假设最优采购策略中共有 $N(N \leq n)$ 个有效合约, 且合约 N 为最后一个有效合约, 那么合约 N 和合约 $(0, r + \beta)$ 为连续合约. 根据最优性条件, 可得合约 N 和合约 $(0, r + \beta)$ 需满足如下的数值关系

$$r + \beta - P_{eN} - P_{oN} = F\left(\sum_{m=1}^N R_m^*\right) ((r + \beta)' - P'_{eN}) - F\left(\sum_{m=1}^N R_m^* + K\right) ((r + \beta)' - P'_{eN} - (r + \beta) + P_{eN}) \quad (2)$$

令 $y_{N1} = r + \beta - P_{eN} - P_{oN}$ 则 $y_{N1} > 0$.

又令 $y_{N2} = F\left(\sum_{m=1}^N R_m^*\right) ((r + \beta)' - P'_{eN}) - F\left(\sum_{m=1}^N R_m^* + K\right) ((r + \beta)' - P'_{eN} - (r + \beta) + P_{eN})$ 因 $(r + \beta)' - P'_{eN} - (r + \beta) + P_{eN} < 0$ 则 y_{N2} 随着现货市场供应量 K 的增加而递增. 也就是说, 在客户需求和现货价格分布函数一定的情形下, 随着 K 的增加 y_{N1} 与 $y_{N2}(K)$ 交点的横坐标越来越小, 即 $\sum_{m=1}^N R_m^*$ 的数值越来越小.

因此, 在给定客户需求和现货价格分布函数的情形下, 有效合约的总购买量是现货市场供应量的减函数.

(上接第 7 页)

[18]Camerer C F , Ho T H. Violations of the betweenness axiom and nonlinearity in probability [J]. Journal of Risk And Uncertainty ,1994 ,(8) : 167 - 196.
 [19]Wu G ,Gonzalez R. Curvature of the probability weighting function [J]. Management Science ,1996 ,(12) : 1676 - 1690.
 [20]Neilson W ,Stowe J. A further examination of cumulative prospect theory parameterizations [J]. Journal of Risk and Uncertainty ,2002 ,24(1) : 31 - 46.

Cumulative prospect theory-based user equilibrium model for stochastic network

XU Hong-li , ZHOU Jing , XU Wei

School of Management & Engineering , Nanjing University , Nanjing 210093 , China

Abstract: The assumption about travelers' choice behavior has a major influence on traffic assignment. Cumulative prospect theory (CPT) proposes an alternative framework to the traditional risk-taking modeling in route choice behavior, which might be more complicated but more scientific. Based on the choice framework of CPT, this paper establishes a link between the network stochasticity and traveler's route choice behavior by calculating CPT-based commute utility. Moreover, we establish the CPT-based user equilibrium (UE) model as well as its equivalent variational inequality (VI) expression. Accordingly, an algorithm on the basis of the method of successive average (MSA) is proposed to solve the UE model. Both the model and the solution algorithm are demonstrated in a numerical example. Sensitivity analysis of parameters involved is also discussed in detail, which displays the effect of traveler's risk preference, traveler's expectation on network service level and network uncertainty on the UE flow distribution.

Key words: urban traffic; stochastic network; user equilibrium; cumulative prospect theory