

# 基于双平台协调的两层群决策方法<sup>①</sup>

李春好, 杜元伟

(吉林大学管理学院, 长春 130025)

**摘要:**为解决现有研究未考虑决策者的认知判断参考点与风险偏好态度对现实决策选择行为影响的问题,首先基于前景理论和T-JM矩阵构建了用于提取主观决策信息的价值平台与风险平台,然后针对上下两层知识在两个平台上的分布性特征给出并分析了两层双平台协调决策结构及运行机理,最后从上下两层满意协调度最优化的视角提出了能够有效提取两层决策信息并实现方案科学满意排序的两层群决策的理论模型、应用模型、检验修正模型以及方法步骤.方法模拟验证结果表明,该决策模型与方法不仅在理论上具有科学有效性而且在实际中具有应用可行性.

**关键词:** 两层群决策; 价值平台; 风险平台; 协调; 前景理论

**中图分类号:** C931; C934    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007-9807(2011)07-0008-13

## 0 引言

群决策是提取并集结多位决策者的知识与偏好信息并确定出令各方都较为满意的方案排序与选择过程.从决策结构的层次上看,群决策可划分为单层群决策和多层群决策.迄今,国内外学者主要从决策信息提取与集结的视角对单层群决策问题开展了研究.特别地,徐泽水等<sup>[1]</sup>、廖貅武等<sup>[2]</sup>针对单层次交互式群决策提出了基于不完全信息的交互群决策方法,Köksalan等<sup>[3]</sup>构建了一种适用于可加性效用函数的多属性决策方案交互式分类方法,陈建中等<sup>[4]</sup>、Kim等<sup>[5]</sup>学者研究了交互式多属性群决策方法等.随着研究的逐步深入,人们发现在群决策中,各个决策单元之间并非总是相互平等而往往表现出显著的层次性关系,即决策单元之间具有显著层次结构、决策执行过程具有次序性、各决策单元均以自身利益最大化为决策目标等<sup>[6]</sup>.可以说,分层群决策问题广泛地存

在于现实生活中,如供应链上下游企业之间的价格谈判、企事业单位中人才的推荐与选拔、电信行业运营商与服务商之间的产品策划等等.针对该类群决策问题,部分学者已开展了探索性研究,如Shih等<sup>[7]</sup>和Mishra等<sup>[8]</sup>提出了多层满意度交互决策方法,Sakawa等<sup>[9-10]</sup>建立了有/无模糊参数的交互式模糊规划方法,Tiryaki等<sup>[11-12]</sup>构建了交互补偿模糊规划方法和两层交互式模糊规划方法等,其主要特色是应用模糊集理论构建出用于刻画各层决策主体满意度的模糊成员函数,并在此基础上基于由上至下的监督搜索模式或决策主体间的满意度平衡关系得出令各层都满意的决策方案.

从共性上看,上述两类群决策研究依赖的理论基础均为经典期望效用理论,并为适应该理论的要求,它们均基于提取的某些决策者价值偏好信息进行选择协调或决策信息集结.换句话说,它们是以期望效用理论为基础针对决策者价值偏好

① 收稿日期: 2009-08-27; 修订日期: 2011-04-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971054); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-09-0419); 教育部人文社会科学规划资助项目(09YJA630047); 吉林省软科学研究资助项目(20080610); 吉林大学杰出青年基金资助项目(2010GL); 吉林大学“211工程”资助项目(SLJJ-CX).

作者简介: 李春好(1967-),男,辽宁盖州人,教授,博士生导师,博士/出站博士后(日本京都大学). Email: jylichunhao@sina.com

(下文称作价值平台)所开展的决策理论与方法研究. 就期望效用理论存在的 Allias 悖论、Ellsberg 悖论等问题, 2002 年诺贝尔经济学奖的获得者 Kahneman<sup>[13]</sup> 提出了前景理论(Prospect Theory). 该理论分别用相对于参考点的结果价值和反映主观风险偏好的概率权重替代了期望效用理论中的效用和概率, 现被国内外专家学者普遍认为可以更现实地反映和描述决策者的实际辨优过程<sup>[13-16]</sup>. 从前景理论的基本观点出发, 我们认为现有群决策方法在决策者的判断信息有效利用和风险偏好态度真实表达上尚存在两点不足. 其一, 仅试图利用数理统计、模糊数学等信息集结方法对决策者价值判断所给出的、彼此之间可能存在明显不一致的最终结果进行决策协调, 并未深入分析决策者价值判断偏差产生的真正原因, 如决策者因所处阶段地位、目标导向不同而产生的价值判断参考点差异, 通常会把这些决策者因参考点不同而给出的、与其他多数决策者判断结论明显不一致的判断信息看成为错误信息并予以删除或弱化, 在决策分析上不仅具有明显的主观武断性, 而且具有“只谈现象、不究本质”的浓重色彩. 其二, 由于采用期望效用理论的决策者风险中性假设, 否定了不同决策者特别是处于不同决策层次的决策者对同一个问题的风险态度(即风险偏好、风险中性和风险厌恶或更一般地讲对概率变权的概率权重)可能有显著差异的客观存在, 因此只是反映了决策分析者的风险中性, 并不能反映非风险中性决策者的真实风险态度与看法.

为解决上述问题, 下文在描述和定义两层群决策问题及有关概念的基础上, 首先利用前景理论的价值函数和概率权重(从决策者主观判断与决策协调的角度分别将它们称为双平台即价值平台和风险平台), 基于组织行为理论和知识管理理论给出两层双平台协调决策结构及运行机理, 然后从两层满意协调度最大化视角提出能够有效提取两层决策信息并实现方案科学满意排序的两层群决策模型和方法步骤, 最后通过数值模拟例子对所给出的模型与方法予以验证.

## 1 问题描述与有关定义

两层群决策可以描述为多位具有上下层级关

系的决策者对若干个含有不同结果状态(简称结果)的方案进行排序择优的过程. 设上下两层决策者集分别为  $D_T = \{d_t \mid t = 1, \dots, L_T\}$  和  $D_B = \{d_b \mid b = 1, \dots, L_B\}$ ; 决策方案集为  $A = \{a_k \mid k = 1, \dots, K\}$ , 其中方案  $a_k$  可能出现的第  $r$  个结果为  $\tilde{x}_r^{(k)}$  ( $r = 1, \dots, R_k$ ), 且  $\tilde{x}_r^{(k)}$  的发生概率为  $p_r^{(k)}$ . 按照前景理论, 决策方案可描述为前景. 设参考点为  $x_0$ ,  $x_r^{(k)} = \tilde{x}_r^{(k)} - x_0$  ( $\forall r$ ), 则对应于方案  $a_k$  的前景  $g_k$  可表示为  $(x_1^{(k)}, p_1^{(k)}; \dots; x_{R_k}^{(k)}, p_{R_k}^{(k)})$ . 特别地, 若  $x_r^{(k)} \geq 0$  称  $x_r^{(k)}$  为获得, 否则称其为损失. 为便于论述, 记获得与损失的集合分别为  $\hat{X} = \{\hat{x}_s \mid \hat{x}_1 < \dots < \hat{x}_s\}$  和  $\bar{X} = \{\bar{x}_s \mid \bar{x}_1 < \dots < \bar{x}_s\}$ , 与二者对应的概率集合为  $\hat{P} = \{\hat{p}_i \mid \hat{p}_1 < \dots < \hat{p}_i\}$  和  $\bar{P} = \{\bar{p}_i \mid \bar{p}_1 < \dots < \bar{p}_i\}$ . 基于上述符号标记, 这里给出前景理论中用于反映方案之间优劣关系的前景价值定义.

定义 1<sup>[13]</sup> 设  $v(x_r^{(k)})$  为  $x_r^{(k)}$  的结果价值,  $w(p_r^{(k)})$  为  $p_r^{(k)}$  的概率权重, 则  $g_k$  的前景价值为

$$V(g_k) = \sum_{r=1}^{R_k} w(p_r^{(k)}) v(x_r^{(k)}), \quad \forall k \quad (1)$$

迄今就如何确定结果价值和概率权重问题, 现有文献给出了参数法和非参数法, 但是, 参数法由于采用的拟合技术需由经验事先假设出结果价值和概率权重函数式, 因此当假定的函数式不能通过统计检验时该方法便会失效<sup>[13-14]</sup>; 非参数法直接利用决策者主观判断出的结果或概率去确定结果价值和概率权重, 并没有考虑对主观判断的不准确性予以偏差控制的问题<sup>[15-16]</sup>, 因而由它们得出的结果价值和概率权重的可信性是令人质疑的. 为克服上述两种方法的缺陷, 本文结合与人类直觉思维更加接近的两两比较判断方法和能够有效描述主观判断直觉模糊性的三端点区间数方法提取上下两层对结果价值和概率权重的认知判断信息<sup>[17-18]</sup>.

定义 2 设共有  $L$  个元素  $z_{ij}$  是由决策者主观判断出的第  $i$  个元素相对于第  $j$  个元素的重要程度, 则称  $Z = (z_{ij})_{L \times L}$  为决策者对这  $L$  个元素的两两比较判断矩阵, 简称判断矩阵. 其中  $z_{ij}$  的确定方法如下: 若决策者认为第  $i$  个元素相比于第  $j$  个

元素为同样喜好、稍喜好、较喜好、很喜好或极喜好,则  $z_{ij}$  的取值分别为 1、3、5、7、9;反之,若第  $i$  个元素相比于第  $j$  个元素稍不喜好、较不喜好、很不喜好或极不喜好,则  $z_{ij}$  分别取 1/3、1/5、1/7、1/9.

定义3 设判断矩阵为  $Z = (z_{ij})_{L \times L}$ ,元素  $z_{ij}$  取值的下限、上限和最可能数值(重心点)分别为  $z_{lij}、z_{uij}$  和  $z_{mij}$ ,并记  $z_{ij} = [z_{lij}, z_{mij}, z_{uij}]$ ,若  $z_{ij}$  与  $z_{ji}$  之间满足  $z_{ji} = 1/z_{ij} = [1/z_{uij}, 1/z_{mij}, 1/z_{lij}]$  且  $1/9 \leq z_{lij} \leq z_{mij} \leq z_{uij} \leq 9$ ,则称  $Z$  为三端点区间数互反判断矩阵,简称为 T-JM 矩阵.

定义4<sup>[18]</sup> 设 T-JM 矩阵  $Z = (z_{ij})_{L \times L}$  对应的权重向量为  $U = \{u_i | i = 1, \dots, L\}$ ,若  $Z$  与  $U$  之间满足

$$\begin{cases} z_{mij} = u_i/u_j \\ z_{lij} \leq u_i/u_j \leq z_{uij} \end{cases}, 1 \leq i, j \leq L \quad (2)$$

则称  $Z = (z_{ij})_{L \times L}$  具有完全一致性.

定义5 设  $\tilde{Y}$  为两层群决策问题  $\{\min \mu_r^{(n)}(Y), \min \mu_r^{(b)}(Y) | Y \in S\}$  的可行解,则当且仅当  $\exists \tilde{Y}' \in S$  能满足式(3)条件时,  $\tilde{Y}$  为 Pareto 最优解.

$$\begin{cases} \mu_r^{(n)}(\tilde{Y}) \leq \mu_r^{(n)}(\tilde{Y}') \text{ 且 } \mu_r^{(b)}(\tilde{Y}) \leq \mu_r^{(b)}(\tilde{Y}') \\ \mu_r^{(n)}(\tilde{Y}) \neq \mu_r^{(n)}(\tilde{Y}') \text{ 或 } \mu_r^{(b)}(\tilde{Y}) \neq \mu_r^{(b)}(\tilde{Y}') \end{cases} \quad (3)$$

引入 T-JM 矩阵的目的在于,尽可能准确地提取上下两层的判断信息,以使分析决策的结果更加科学、合理.由于 T-JM 矩阵实际上是对传统判断矩阵的模糊化处理,因此在能够准确推知判断矩阵中元素的信息时, T-JM 矩阵依然能够对其进行精确描述(只需令  $z_{lij} = z_{mij} = z_{uij}$  即可).对于 T-JM 矩阵的确定过程,可参见文献[18]的技术思想,也可利用文献[1]中语义标签(linguistic label)的方法进行确定,限于篇幅,不予赘述.总的来说,由于这种 T-JM 矩阵形式的信息提取方法符合人类直觉思维判断模式、无需假设特定函数形式、能够对提取信息的有效性予以一致性检验,因此该方法可以克服参数法和非参数法中存在的缺陷,能够有效提取结果价值信息和概率权重信息.

## 2 两层双平台协调决策结构与运行机理

为科学提取并有效集结上下两层决策者的结果价值和概率权重决策信息,实现对决策方案既科学又满意的排序,构建了如图1所示的两层双平台协调决策结构.

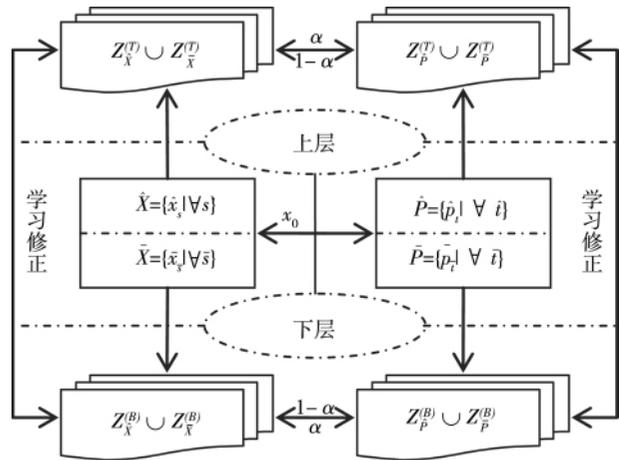


图1 两层双平台协调决策结构

Fig. 1 Decision-making structure for two-level dual-platform coordination

在图1决策结构中,决策主体为上下两层决策者,决策客体为各项决策方案对应的前景信息,决策目标是要科学提取并有效集结决策主体对决策客体的认知判断信息即结果价值和概率权重.从组织行为理论和知识管理理论来看,上层的目标和职责在于从宏观层面掌控组织整体的发展方向与趋势,实现管理效率上的提升,而下层则在于从微观层面完成上层制定的目标,实现执行效率和技术手段上的提升;上下两层在目标、职责上的分工以及在日常工作管理实践中的管理活动,决定了二者知识在价值平台与风险平台具有分布性,即上下两层分别能够对结果价值(从整体上判断出方案结果对实现组织目标的贡献程度)和概率权重(从局部上判断出人们的风险偏好态度对完成预期目标的影响程度)做出较为准确地判断<sup>[20-22]</sup>.明确上述知识分布特征,既能减少在已为某决策主体所熟识的专业性问题上进行交流所花费的时间,提高决策效率,又能使决策主体之间有所导向地开展交互学习,促进知识的传递和转

移,提高决策效果<sup>[23-24]</sup>.

令上下两层针对结果价值之间或概率权重之间的相对重要程度开展两两比较判断,并按照有关方法构建出相应的 T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$ , 其中  $r$  表示比较判断的对象元素集 ( $r = \hat{X}, \bar{X}, \hat{P}, \bar{P}$ ),  $e$  表示实施比较判断的决策主体 ( $e = T, B$ ). 例如  $Z_{\hat{X}}^{(T)}$  和  $Z_{\bar{P}}^{(B)}$  分别为上层对  $\hat{X}$ 、下层对  $\bar{P}$  所判断出的 T-JM 矩阵. 上下两层知识的分布性决定了二者都不具备对结果价值或概率权重做出全面、准确判断的能力,或者说, T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$  ( $\forall r, \forall e$ ) 可能因在认知过程中存在不明晰之处而使其有效程度无法立刻达到所期望的要求. 特别地, 由于各决策主体的参考点选择可能存在差异(例如,参考点可能选择为组织的未来愿景、运营现状或发展历程中的某个时点状态等<sup>[13-16]</sup>), 因此为使源于各决策主体在价值平台上所给出的认知判断信息具有可比性, 必须在实施认知判断之前首先统一参考点信息. 但是两层知识的分布性可能会造成个别决策主体因对共同参考点不熟悉或不适应而无法立即比照该参考点给出有效的判断信息. 鉴于上述原因, 如何科学集结两层决策信息, 以便从两层决策信息中找出问题所在并针对具体问题开展交互学习与调整修正就尤为重要. 考虑到在价值平台上, 上层构建的 T-JM 矩阵  $Z_r^{(T)}$  相对于下层构建的  $Z_r^{(B)}$  准确程度更高 ( $r = \hat{X}, \bar{X}$ ), 而在风险平台上, 下层构建的  $Z_r^{(B)}$  相对于上层构建的  $Z_r^{(T)}$  准确程度更高 ( $r = \hat{P}, \bar{P}$ ), 这里通过引入具有对称互补性的协调权(即能够协调两层在双平台上相对重要程度的匹配权重) 集结上下两层的决策信息. 协调权的配置方法为: 若上层在价值平台上的权重为  $\alpha$  ( $0.5 \leq \alpha < 1$ ), 则其在风险平台上的权重应为  $1 - \alpha$ , 同时下层在风险和平台上的权重应分别为  $\alpha$  和  $1 - \alpha$ . 显然, 基于协调权集结两层决策信息, 在价值平台上侧重于相信上层, 而在风险平台上则同等程度地侧重于相信下层, 从而一方面为反映两层知识的分布性特征创造了条件, 另一方面也为体现群决策的公平性原则奠定了基础. 此外, 其集结结果也有利于发现偏差所在并开展交互学习指明方向(详见 3.3 节).

### 3 两层群决策模型与方法

基于两层双平台协调决策结构与运行机理, 从两层满意协调度最大化的视角提出了能够有效提取两层决策信息并实现方案科学满意排序的两层群决策的理论模型、应用模型、检验修正模型以及方法步骤.

#### 3.1 理论模型

在群决策中, 共识水平 (consensus level) 即群体对特定信息立场的一致程度是评价决策信息有效性的重要标识<sup>[25-26]</sup>. 结合本文研究内容, 这里基于描述共识水平的 T-JM 矩阵一致性定义构建评价决策信息有效程度的理论模型. 同前文定义, 记由上层或下层给出的 T-JM 矩阵为  $Z_r^{(e)} = (z_{ij}^{(r,e)})_{L_r \times L_r}$ ,  $z_{ij}^{(r,e)} = [z_{lij}^{(r,e)}, z_{mij}^{(r,e)}, z_{uij}^{(r,e)}]$  与  $z_r^{(e)}$  对应的权重向量(规一化的结果价值或概率权重)为  $U_r^{(e)}$ . 考虑到权重向量  $U_r^{(e)}$  是基于上下两层决策信息共同做出的推理判断, 故将其简记为  $U_r = \{u_i^{(r)} \mid i = 1, \dots, L_r\}$ . 比照定义 4 可以推知当  $z_r^{(e)}$  不具有完全一致性时可能出现的三种偏差情况, 具体如式 (4a) - (4c) 所示.

$$z_{mij}^{(r,e)} \neq u_i^{(r)} / u_j^{(r)}, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (4a)$$

$$z_{lij}^{(r,e)} > u_i^{(r)} / u_j^{(r)}, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (4b)$$

$$z_{uij}^{(r,e)} < u_i^{(r)} / u_j^{(r)}, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (4c)$$

$z_r^{(e)}$  内部信息的紊乱程度(与完全一致性之间差距)可由偏差表示, 故对式 (4a) - (4c) 引入非负偏差变量  $\phi_{lij}^{(r,e)}$ 、 $\phi_{uij}^{(r,e)}$  ( $\phi_{lij}^{(r,e)} \times \phi_{uij}^{(r,e)} = 0$ )、 $\phi_{lij}^{(r,e)}$  和  $\phi_{uij}^{(r,e)}$  则有

$$z_{mij}^{(r,e)} \cdot u_j^{(r)} - u_i^{(r)} + \phi_{lij}^{(r,e)} - \phi_{uij}^{(r,e)} = 0, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (5a)$$

$$z_{lij}^{(r,e)} \cdot u_j^{(r)} \leq u_i^{(r)} + \phi_{lij}^{(r,e)}, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (5b)$$

$$z_{uij}^{(r,e)} \cdot u_j^{(r)} + \phi_{uij}^{(r,e)} \geq u_i^{(r)}, \forall i, \forall j, i \neq j \quad (5c)$$

显然, 偏差越小表示 T-JM 矩阵的一致性程度越高, 特别地, 当偏差全部为 0 时其具有完全一致性.

上层和下层在双平台上存在着既对立又统一的关系, 其中对立之处体现在, 上层对下层在价值平台上有着管理控制作用, 而下层对上层在风险平台上有着对抗制约的束缚<sup>[20-23]</sup>; 统一之处体现在, 二者都是要获取最为合理的权重向量(即结果价值或概率权重)信息. 因此为了评价上层和

下层决策信息的有效程度,同时也为协调两层在双平台上的对立统一关系,分别以上层和下层的认知偏差最小构建两层决策理论模型的目标函数(详见式(6)).另外,模型约束条件可依据决策者主观期望和前景理论中的函数单调性关系予以构造.其一,通过对非负偏差变量设置偏差度(变化阈值)反映决策主体对决策信息的信任程度,具体地,设对应于各非负偏差变量的偏差度分别为 $\Delta_{lij}^{(r,e)}$ 、 $\Delta_{uij}^{(r,e)}$ 、 $\Omega_{lij}^{(r,e)}$ 和 $\Omega_{uij}^{(r,e)}$ ,则相应的约束可以构建为 $\phi_{lij}^{(r,e)} \leq \Delta_{lij}^{(r,e)}$ 、 $\phi_{uij}^{(r,e)} \leq \Delta_{uij}^{(r,e)}$ 、 $\varphi_{lij}^{(r,e)} \leq \Omega_{lij}^{(r,e)}$ 、 $\varphi_{uij}^{(r,e)} \leq \Omega_{uij}^{(r,e)}$  ( $\forall i, \forall j, i \neq j$ ).其二,由于 $\hat{X}$ 、 $\bar{X}$ 、 $\hat{P}$ 和 $\bar{P}$ 中元素均是由小到大排列,因此由前景理论中结果价值函数和概率权重函数的单调递增性可知,权重向量中各元素间必存在 $u_i^{(r)} < u_{i+1}^{(r)}$  ( $i = 1, \dots, L_r - 1$ ).综上所述,构建在价值平台或风险平台上两层群决策的理论模型如式(6)所示.

$$\begin{aligned} \min \mu_r^{(T)} &= \sum_i \sum_j [\beta(\phi_{lij}^{(r,T)} + \phi_{uij}^{(r,T)}) + (1-\beta)(\varphi_{lij}^{(r,T)} + \varphi_{uij}^{(r,T)})] \\ \min \mu_r^{(B)} &= \sum_i \sum_j [\beta(\phi_{lij}^{(r,B)} + \phi_{uij}^{(r,B)}) + (1-\beta)(\varphi_{lij}^{(r,B)} + \varphi_{uij}^{(r,B)})] \end{aligned} \quad (6)$$

s. t.

$$\begin{cases} z_{mij}^{(r,e)} \cdot u_j^{(r)} - u_i^{(r)} + \phi_{lij}^{(r,e)} - \phi_{uij}^{(r,e)} = 0, & \forall i, \forall j, \forall e, i \neq j \\ z_{lij}^{(r,e)} \cdot u_j^{(r)} \leq u_i^{(r)} + \phi_{lij}^{(r,e)}, & \forall i, \forall j, \forall e, i \neq j \\ z_{uij}^{(r,e)} \cdot u_j^{(r)} + \phi_{uij}^{(r,e)} \geq u_i^{(r)}, & \forall i, \forall j, \forall e, i \neq j \\ \sum_i u_i^{(r)} = 1 \\ u_i^{(r)} < u_{i+1}^{(r)} & i = 1, \dots, L_r - 1 \\ \phi_{lij}^{(r,e)} \leq \Delta_{lij}^{(r,e)}, \phi_{uij}^{(r,e)} \leq \Delta_{uij}^{(r,e)}, & \forall i, \forall j, \forall e \\ \Omega_{lij}^{(r,e)} \phi_{uij}^{(r,e)} \leq \Omega_{uij}^{(r,e)}, & \forall i, \forall j, \forall e \\ u_i^{(r)} \mu_j^{(r)} \phi_{lij}^{(r,e)} \phi_{uij}^{(r,e)} \varphi_{lij}^{(r,e)} \varphi_{uij}^{(r,e)} \geq 0, & \forall i, \forall j, \forall e \end{cases}$$

式(6)中 $\beta$ 和 $1-\beta$ 分别是位于重心点处偏差与位于两端点处偏差的相对重要程度; $u_i^{(r)}$ 意义同前,当 $r$ 为 $\hat{X}$ 或 $\bar{X}$ 时 $\mu_i^{(r)}$ 表示获得或损失的规一化结果价值,当 $r$ 为 $\hat{P}$ 或 $\bar{P}$ 时 $\mu_i^{(r)}$ 表示获得区域或损失区域的规一化概率权重.

### 3.2 应用模型

理论模型是一个两层线性规划问题,常因目

标函数之间相互冲突而导致同时最小化 $\mu_r^{(T)}$ 和 $\mu_r^{(B)}$ 的最优解难以存在.为解决上述问题,这里基于具有对称互补性的协调权,从平衡上下两层目标函数满意度视角协调二者在双平台上的对立统一关系,从而实现理论模型的最优化求解.

为便于表述,记理论模型的可行解向量为 $Y \in S$  ( $S$ 为理论模型的变量可行解域).借鉴现有研究对满意度的描述方式<sup>[8-12]</sup>,依据线性成员函数构造 $\mu_r^{(e)}$ 的满意度函数为

$$\xi_r^{(e)} = \begin{cases} 0, & \mu_r^{(e)} < \bar{\mu}_r^{(e)} \\ \frac{\mu_r^{(e)} - \bar{\mu}_r^{(e)}}{\mu_r^{(e)} - \underline{\mu}_r^{(e)}}, & \bar{\mu}_r^{(e)} \leq \mu_r^{(e)} \leq \underline{\mu}_r^{(e)} \\ 1, & \mu_r^{(e)} > \underline{\mu}_r^{(e)} \end{cases} \quad \rho = T, B \quad (7)$$

其中 $\bar{\mu}_r^{(e)} = \min_{Y \in S} \mu_r^{(e)}$ ,  $\underline{\mu}_r^{(e)} = \max_{Y \in S} \mu_r^{(e)}$ ,二者含义分别为在理论模型所有约束下两层目标函数的最小值与最大值; $\xi_r^{(e)}$ 表示对 $\mu_r^{(e)}$ 的满意度,在区间 $[0, 1]$ 内单调递增; $\xi_r^{(e)}$ 与 $\mu_r^{(e)}$ 之间的关系详见图2.

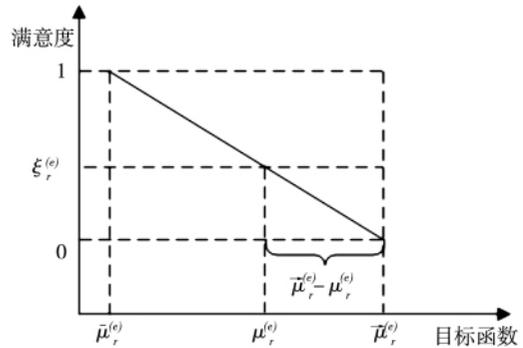


图2 目标函数与满意度关系示意图

Fig. 2 Relationship between objective function and satisfaction

从资源配置的角度看,层级之间最优满意度匹配应与其对应的决策权重成正比关系<sup>[9-10]</sup>.因此为兼顾两层知识在双平台上的分布性特征,基于协调权将上下两层目标函数满意度平衡关系构建为

$$\begin{cases} \xi_r^{(T)} / \alpha \cong \xi_r^{(B)} / (1-\alpha), & r = \hat{X}, \bar{X}; \\ \xi_r^{(T)} / (1-\alpha) \cong \xi_r^{(B)} / \alpha, & r = \hat{P}, \bar{P} \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\alpha$  ( $0.5 \leq \alpha < 1$ )意义同前,为上层在价值平台或下层在风险平台的权重.为便于论述,将式(8)中满意度与协调权之比称为满意协调度.

由于利用模糊集成算子将多目标决策问题转化为单目标决策问题的科学性已被专家学者所广

泛接受<sup>[8-10]</sup> 因此采用能够灵活平衡目标之间相互补偿关系的“模糊与”算子(fuzzy and)对两层满意协调度予以集成. 考虑到在价值平台和风险平台上对两层满意协调度的集成过程完全相同, 为此这里仅以价值平台为例进行应用模型的构建, 而在风险平台上的模型可以同理得出. 类似于文献[11]的处理过程, 设在理论模型所有约束下两层中最小满意协调度为  $\kappa_{\min} = \min_{Y \in S} \{ \xi_r^{(T)} / \alpha, \xi_r^{(B)} / (1 - \alpha) \}$ , 则在同一约束下  $\kappa_{\min}$  的最大值可表示为  $\kappa_r = \max_{Y \in S} \{ \kappa_{\min} \} = \max_{Y \in S} \{ \min_{Y \in S} \{ \xi_r^{(T)} / \alpha, \xi_r^{(B)} / (1 - \alpha) \} \}$ ; 设  $\kappa_r^{(T)} \geq 0$  和  $\kappa_r^{(B)} \geq 0$  分别为  $\xi_r^{(T)} / \alpha$  和  $\xi_r^{(B)} / (1 - \alpha)$  可提高的幅度(由  $\kappa_r$  表示式可知必有  $\kappa_r^{(T)} = 0$  或  $\kappa_r^{(B)} = 0$ ), 则  $\xi_r^{(T)} / \alpha = \kappa_r + \kappa_r^{(T)}$ ,  $\xi_r^{(B)} / (1 - \alpha) = \kappa_r + \kappa_r^{(B)}$ ; 基于上述符号标记并设补偿度为  $\gamma (0 \leq \gamma \leq 1)$ , 则集成  $\xi_r^{(T)} / \alpha$  和  $\xi_r^{(B)} / (1 - \alpha)$  的“模糊与”补偿算子  $\vartheta_r$  可表示为

$$\begin{aligned} \vartheta_r &= \gamma \min \left\{ \frac{\xi_r^{(T)}}{\alpha}, \frac{\xi_r^{(B)}}{(1 - \alpha)} \right\} + \frac{1 - \gamma}{2} \left( \frac{\xi_r^{(T)}}{\alpha} + \frac{\xi_r^{(B)}}{(1 - \alpha)} \right) \\ &= \kappa_r + \frac{1 - \gamma}{2} (\kappa_r^{(T)} + \kappa_r^{(B)}) \end{aligned} \quad (9a)$$

将  $\xi_r^{(T)} / \alpha = \kappa_r + \kappa_r^{(T)}$  和  $\xi_r^{(B)} / (1 - \alpha) = \kappa_r + \kappa_r^{(B)}$  与式(8)联立, 推知当  $\mu_r^{(e)} \in [\underline{\mu}_r^{(e)}, \overline{\mu}_r^{(e)}]$  ( $\forall e$ ) 时存在

$$\mu_r^{(e)} = \overline{\mu}_r^{(e)} - (\overline{\mu}_r^{(e)} - \underline{\mu}_r^{(e)}) (\kappa_r + \kappa_r^{(e)}), \forall e \quad (9b)$$

由线性成员函数定义可知  $0 \leq \xi_r^{(e)} \leq 1$  ( $\forall e$ ), 故必然有以下约束关系

$$\begin{aligned} 0 \leq \alpha (\kappa_r + \kappa_r^{(T)}) \leq 1, 0 \leq (1 - \alpha) (\kappa_r + \kappa_r^{(B)}) \leq 1 \end{aligned} \quad (9c)$$

将式(9b)、(9c)追加到约束  $S$  中, 基于补偿算子  $\vartheta_r$  构造两层满意协调度最大化的应用模型为

$$\max \vartheta_r = \kappa_r + \frac{1 - \gamma}{2} (\kappa_r^{(T)} + \kappa_r^{(B)}) \quad (10)$$

s. t.

$$\begin{cases} \sum_i \sum_j \beta (\phi_{ij}^{(r^*e)} + \phi_{ij}^{(r^*e)}) + (1 - \beta) (\varphi_{ij}^{(r^*e)} + \varphi_{ij}^{(r^*e)}) \\ = \overline{\mu}_r^{(e)} - (\overline{\mu}_r^{(e)} - \underline{\mu}_r^{(e)}) (\kappa_r + \kappa_r^{(e)}), \forall e \\ \alpha (\kappa_r + \kappa_r^{(T)}) \leq 1, (1 - \alpha) (\kappa_r + \kappa_r^{(B)}) \leq 1 \\ Y \in S, \kappa_r \geq 0, \kappa_r^{(e)} \geq 0, \forall e \end{cases}$$

定理 1 记  $\hat{I} = (\hat{Y}, \hat{R})$  为应用模型的最优解, 则在  $\gamma = 0$  时  $\hat{Y}$  必为理论模型的 Pareto 最优解, 其中  $\hat{Y} = \{ \hat{U}_r, \hat{\phi}_{lij}^{(r^*e)}, \hat{\phi}_{uij}^{(r^*e)}, \hat{\varphi}_{lij}^{(r^*e)}, \hat{\varphi}_{uij}^{(r^*e)} \mid \forall i, \forall j, \forall e \}$ ,  $\hat{R} = (\hat{\kappa}_r, \hat{\kappa}_r^{(T)}, \hat{\kappa}_r^{(B)})$ .

证明(反证法) 设应用模型最优解为  $(\hat{Y}, \hat{R})$ , 任一可行解为  $(\tilde{Y}, \tilde{R})$ , 二者对应的目标函数值分别为  $\hat{\vartheta}_r$  和  $\tilde{\vartheta}_r$ , 其中  $\tilde{Y} = (\tilde{U}_r, \tilde{\phi}_{lij}^{(r^*e)}, \tilde{\phi}_{uij}^{(r^*e)}, \tilde{\varphi}_{lij}^{(r^*e)}, \tilde{\varphi}_{uij}^{(r^*e)} \mid \forall i, \forall j, \forall e)$ ,  $\tilde{R} = (\tilde{\kappa}_r, \tilde{\kappa}_r^{(T)}, \tilde{\kappa}_r^{(B)})$ . 上下两层目标满意度函数可分别表示为式(11a)、(11b)关系.

$$\begin{cases} \xi_r^{(T)} [\mu_r^{(T)}(\hat{Y})] = \alpha (\kappa_r + \kappa_r^{(T)}) \\ \xi_r^{(B)} [\mu_r^{(B)}(\hat{Y})] = (1 - \alpha) (\kappa_r + \kappa_r^{(B)}) \end{cases} \quad (11a)$$

$$\begin{cases} \xi_r^{(T)} [\mu_r^{(T)}(\tilde{Y})] = \alpha (\tilde{\kappa}_r + \tilde{\kappa}_r^{(T)}) \\ \xi_r^{(B)} [\mu_r^{(B)}(\tilde{Y})] = (1 - \alpha) (\tilde{\kappa}_r + \tilde{\kappa}_r^{(B)}) \end{cases} \quad (11b)$$

假设  $\hat{Y}$  并非理论模型的 Pareto 最优解, 则由 Pareto 最优解定义可以推知必然存在某  $\tilde{Y}$  满足式(3)关系, 由此可知  $\xi_r^{(T)} [\mu_r^{(T)}(\tilde{Y})] \geq \xi_r^{(T)} [\mu_r^{(T)}(\hat{Y})]$ ,  $\xi_r^{(B)} [\mu_r^{(B)}(\tilde{Y})] \geq \xi_r^{(B)} [\mu_r^{(B)}(\hat{Y})]$  并且  $\xi_r^{(T)} [\mu_r^{(T)}(\tilde{Y})] \neq \xi_r^{(T)} [\mu_r^{(T)}(\hat{Y})]$  或  $\xi_r^{(B)} [\mu_r^{(B)}(\tilde{Y})] \neq \xi_r^{(B)} [\mu_r^{(B)}(\hat{Y})]$ , 故  $\tilde{\kappa}_r + \tilde{\kappa}_r^{(T)} \geq \hat{\kappa}_r + \hat{\kappa}_r^{(T)}$  且  $\tilde{\kappa}_r + \tilde{\kappa}_r^{(B)} \geq \hat{\kappa}_r + \hat{\kappa}_r^{(B)}$  ( $\hat{\kappa}_r + \hat{\kappa}_r^{(T)} \neq \tilde{\kappa}_r + \tilde{\kappa}_r^{(T)}$  或  $\hat{\kappa}_r + \hat{\kappa}_r^{(B)} \neq \tilde{\kappa}_r + \tilde{\kappa}_r^{(B)}$ ), 由此可知

$$\tilde{\kappa}_r + (\tilde{\kappa}_r^{(T)} + \tilde{\kappa}_r^{(B)}) / 2 > \hat{\kappa}_r + (\hat{\kappa}_r^{(T)} + \hat{\kappa}_r^{(B)}) / 2 \quad (11c)$$

比较式(10)与(11c)中  $\tilde{\vartheta}_{\text{and}}$  表达式可知, 只有当  $\gamma = 0$  时式(11c)关系表示  $\tilde{\vartheta}_{\text{and}} > \hat{\vartheta}_{\text{and}}$ , 此时才与假设相矛盾. 证毕.

定理 2 记  $\tilde{\vartheta}_r$  为应用模型的最优目标函数值, 则必有  $0 \leq \tilde{\vartheta}_r \leq [(1 - \gamma) / \alpha + 1 / (1 - \alpha)] / 2$ .

证明 由式(10)中的目标函数可以推知

$$\vartheta_r = (\kappa_r + \kappa_r^{(T)})/2 + (\kappa_r + \kappa_r^{(B)})/2 - (\kappa_r^{(T)} + \kappa_r^{(B)})\gamma/2 \quad (12a)$$

由式(7)可知  $0 \leq \xi_r^{(T)} \leq 1$ ,  $0 \leq \xi_r^{(B)} \leq 1$ , 而  $\xi_r^{(T)}/\alpha = \kappa_r + \kappa_r^{(T)} \xi_r^{(B)}/(1-\alpha) = \kappa_r + \kappa_r^{(B)}$ , 故有  $0 \leq \kappa_r + \kappa_r^{(T)} \leq 1/\alpha$ ,  $0 \leq \kappa_r + \kappa_r^{(B)} \leq 1/(1-\alpha)$  (12b)

将(12b)中两不等式相加后可以推知  $0 \leq (\kappa_r + \kappa_r^{(T)})/2 + (\kappa_r + \kappa_r^{(B)})/2 \leq [1/\alpha + 1/(1-\alpha)]/2$  (12c)

另外, 因  $\kappa_r^{(T)} \geq 0$ ,  $\kappa_r^{(B)} \geq 0$ , 并且二者中必有一个为0(详见前文), 故一定存在  $|\kappa_r^{(T)} + \kappa_r^{(B)}| = |\kappa_r^{(T)} - \kappa_r^{(B)}|$ . 将式(12b)中两式做差后取绝对值并结合  $0.5 \leq \alpha \leq 1$  可以推知

$$1/\alpha \leq \kappa_r^{(T)} + \kappa_r^{(B)} = |\kappa_r^{(T)} - \kappa_r^{(B)}| \leq 1/(1-\alpha) \quad (12d)$$

因而, 结合式(12c)与(12d)关系并按照不等式运算法则不难推知  $\vartheta_r$  的变化范围为  $-\gamma/[2(1-\alpha)] \leq \vartheta_r \leq [(1-\gamma)/\alpha + 1/(1-\alpha)]/2$ . 另由式(10)中约束条件可知  $\kappa_r \geq 0$ ,  $\kappa_r^{(T)} \geq 0$ ,  $\kappa_r^{(B)} \geq 0$ , 故由式(9a)可知  $\tilde{\vartheta}_r \geq 0$ . 综合上述结论证得  $0 \leq \tilde{\vartheta}_r \leq [(1-\gamma)/\alpha + 1/(1-\alpha)]/2$ . 证毕.

### 3.3 检验修正模型

由定理1可知, 只有当  $\gamma = 0$  时应用模型的最优解  $\tilde{Y}$  才一定是理论模型的 Pareto 最优解, 而当  $0 < \gamma \leq 1$  时则未必. 为此构建了当  $0 < \gamma \leq 1$  时判断  $\tilde{Y}$  是否为理论模型 Pareto 最优解的检验修正模型. 其表达式如下

$$\max \varepsilon = \varepsilon_T + \varepsilon_B \quad (13)$$

s. t.

$$\begin{cases} \sum_i \sum_j \beta(\phi_{lij}^{(r,e)} + \phi_{uij}^{(r,e)}) + (1-\beta)(\varphi_{lij}^{(r,e)} + \varphi_{uij}^{(r,e)}) + \varepsilon_e = \\ \sum_i \sum_j \beta(\tilde{\phi}_{lij}^{(r,e)} + \tilde{\phi}_{uij}^{(r,e)}) + (1-\beta)(\tilde{\varphi}_{lij}^{(r,e)} + \tilde{\varphi}_{uij}^{(r,e)}), \forall e \\ Y \in S, \varepsilon_e \geq 0, \forall e \end{cases}$$

**定理3** 记检验修正模型的最优解和最优目标函数值分别为  $\tilde{I}^* = (\tilde{Y}^*, \tilde{R}^*)$  和  $\tilde{\varepsilon}^*$ , 应用模型的最优解

为  $\hat{I} = (\hat{Y}, \hat{R})$ . 当  $\tilde{\varepsilon}^* = 0$  时  $\tilde{Y}^*$  与  $\hat{Y}$  等价, 二者均为理论模型的 Pareto 最优解. 否则  $\tilde{Y}^*$  优于  $\hat{Y}$ . 其中  $\tilde{I}^* = (\tilde{\varepsilon}_T^*, \tilde{\varepsilon}_B^*)$ ,  $\tilde{Y}^* = (\tilde{U}_r^*, \tilde{\phi}_{lij}^{(r,e)*}, \tilde{\phi}_{uij}^{(r,e)*}, \tilde{\varphi}_{lij}^{(r,e)*}, \tilde{\varphi}_{uij}^{(r,e)*} | \forall i, \forall j, \forall e)$ ,  $\tilde{R}^* = (\tilde{\kappa}_r^*, \tilde{\kappa}_r^{(T)*}, \tilde{\kappa}_r^{(B)*})$ .

**证明(反证法)** 假设  $\tilde{\varepsilon}^* = 0$  时检验修正模型最优解  $\tilde{I}^* = (\tilde{Y}^*, \tilde{R}^*)$  能使  $\xi_r^{(T)}[\mu_r^{(T)}(\tilde{Y}^*)] \neq \xi_r^{(T)}[\mu_r^{(T)}(\hat{Y})]$  或  $\xi_r^{(B)}[\mu_r^{(B)}(\tilde{Y}^*)] \neq \xi_r^{(B)}[\mu_r^{(B)}(\hat{Y})]$ , 此时由式(12)约束可知  $\tilde{\varepsilon}_T^* = \mu_r^{(T)}(\hat{Y}) - \mu_r^{(T)}(\tilde{Y}^*)$  或  $\tilde{\varepsilon}_B^* = \mu_r^{(B)}(\hat{Y}) - \mu_r^{(B)}(\tilde{Y}^*)$ , 必有  $\tilde{\varepsilon}_T^* \neq 0$  或  $\tilde{\varepsilon}_B^* > 0$ . 又因  $\varepsilon_T \geq 0$  且  $\varepsilon_B \geq 0$ , 故  $\tilde{\varepsilon}^* = \tilde{\varepsilon}_T^* + \tilde{\varepsilon}_B^* > 0$ , 与  $\tilde{\varepsilon}^* = 0$  矛盾. 所以当  $\tilde{\varepsilon}^* = 0$  时  $\tilde{\varepsilon}_T^* = 0$  且  $\tilde{\varepsilon}_B^* = 0$ , 必有  $\mu_r^{(T)}(\hat{Y}) = \mu_r^{(T)}(\tilde{Y}^*)$  且  $\mu_r^{(B)}(\hat{Y}) = \mu_r^{(B)}(\tilde{Y}^*)$ , 故  $\tilde{Y}^*$  与  $\hat{Y}$  等效. 另外, 当  $\tilde{\varepsilon}^* > 0$  时, 由式(12)约束有  $\mu_r^{(T)}(\tilde{Y}^*) = \mu_r^{(T)}(\hat{Y}) - \tilde{\varepsilon}_T^*$  和  $\mu_r^{(B)}(\tilde{Y}^*) = \mu_r^{(B)}(\hat{Y}) - \tilde{\varepsilon}_B^*$ , 显然  $\tilde{Y}^*$  优于  $\hat{Y}$ . 证毕.

需要注意的是, 如式(10), (13)所示的应用模型与检验修正模型为线性规划问题, 可以利用 Matlab 或 Lingo 等软件直接予以求解, 不妨记最优解  $\tilde{Y} = (\tilde{U}_r, \tilde{\phi}_{lij}^{(r,e)}, \tilde{\phi}_{uij}^{(r,e)}, \tilde{\varphi}_{lij}^{(r,e)}, \tilde{\varphi}_{uij}^{(r,e)} | \forall i, \forall j, \forall e)$ , 最优目标函数值为  $\tilde{\vartheta}_r$ . 特别地,  $\tilde{\vartheta}_r$  和  $\tilde{Y}$  二者内在含义分别为在 T-JM 矩阵为  $Z_r^{(e)} (\forall e)$  的条件下能够使两层满意协调度最大化即最大限度地平衡上下两层目标函数满意度的最优满意协调度和决策变量取值.

### 3.4 方法步骤

基于理论模型、应用模型、检验修正模型, 两层群决策方法可概括为以下步骤.

**步骤1** 构造方案前景. 上下两层首先在进行交流讨论后共同将所期望的或者能接受的结果状态  $x_0$  设置为参考点, 然后基于  $x_0$  按照前景理论所给出的编码、合成、分离以及删除的步骤构造出所有方案的前景即  $g_k = (x_1^{(k)}, p_1^{(k)}, \dots, x_{R_k}^{(k)}, p_{R_k}^{(k)})$ ,  $k = 1, \dots, K$ .

**步骤2** 构造 T-JM 矩阵. 上下两层分别从价

值平台对  $\hat{X}$  和  $\bar{X}$  中元素及从风险平台对  $\hat{P}$  和  $\bar{P}$  中元素构造 T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$  ( $r = \hat{X}, \bar{X}, \hat{P}, \bar{P}; e = T, B$ ).

**步骤 3** 构建并求解两层群决策的理论模型、应用模型、检验修正模型. 分别针对  $r$  的不同取值 ( $r \in \{\hat{X}, \bar{X}, \hat{P}, \bar{P}\}$ ) 基于协调权对相应 T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$  ( $e = T, B$ ) 构建如式 (6), (10) 和 (13) 所示的两层群决策理论模型、应用模型及检验修正模型, 并由相关定理求解出应用模型最优解  $\hat{Y}$  及其对应的最优满意协调度  $\hat{\vartheta}_r$  (它反映着 T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$  ( $e = T, B$ ) 信息整体的有效程度).

**步骤 4** 检验与学习修正. 首先, 由决策者综合考虑决策效率与决策精度的矛盾关系后选定一个满意协调度阈值  $\Delta$ . 参见定理 2 可知, 决策者选定的阈值  $\Delta$  须介于 0 与理论最大值  $[(1 - \gamma) / \alpha + 1 / (1 - \alpha)] / 2$  之间, 并且  $\Delta$  越大越表明决策者愿意以牺牲决策效率为代价来关注决策精度. 然后, 检验关系式  $\hat{\vartheta}_r \geq \Delta$  是否成立. 若  $\hat{\vartheta}_r \geq \Delta$ , 则表明上下两层所判断出的 T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$  ( $\forall e$ ) 有效, 此时最优解  $\hat{Y}$  中的  $\hat{U}_r = \{\hat{u}_i^{(r)} \mid \forall i\}$  亦是有效的 (当  $r \in \{\hat{X}, \bar{X}\}$  或  $r \in \{\hat{P}, \bar{P}\}$  时  $\hat{U}_r$  分别表示有效的规一化结果价值或概率权重); 否则, 矩阵  $Z_r^{(e)}$  无效, 需对其予以调整修正并重复上述步骤 2 和步骤 3, 直至调整后的矩阵  $Z_r^{(e)}$  其对应的  $\hat{\vartheta}_r \geq \Delta$  为止. 需要说明的是, T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$  是由上层或下层经过群体内部讨论学习后所做出的认知判断, 有理由认为  $Z_r^{(e)}$  在整体上是科学的、合理的, 而导致其无效的原因只是对其中个别元素存在较大的认知偏差. 因此, 可以结合模型最优解  $\hat{Y}$  中的偏差结果找到  $Z_r^{(e)}$  中存在较大偏差的元素, 并通过对这些元素开展交互学习、调整修正使  $Z_r^{(e)}$  逐步趋于科学合理. 存在较大偏差的元素可由加权偏差即  $\beta \hat{\phi}_{ij}^{(r,e)}, \beta \hat{\phi}_{ij}^{(r,e)}, (1 - \beta) \hat{\varphi}_{ij}^{(r,e)}, (1 - \beta) \hat{\varphi}_{ij}^{(r,e)}$  ( $\forall i, \forall j, \forall e$ ) 的大小排序予以确定.

**步骤 5** 备选方案排序. 由于  $\hat{U}_r$  ( $r = \hat{X}, \bar{X}, \hat{P}, \bar{P}$ ) 描述的是元素集  $r$  中元素相对重要性的规一化权重信息, 因此为正确集结获得区域与损失区域

的结果价值 / 概率权重信息, 还需统一结果价值 / 概率权重在两区域内的量纲. 考虑到结果价值与概率重量纲统一过程的相似性, 不妨以  $\hat{U}_{\hat{X}}$  与  $\hat{U}_{\bar{X}}$  之间的结果价值量纲统一过程为例进行阐述,  $\hat{U}_{\hat{P}}$  与  $\hat{U}_{\bar{P}}$  之间的概率重量纲统一过程可同理得出. 具体地说,  $\hat{U}_{\hat{X}}$  中  $\hat{u}_i^{\hat{X}}$  与  $v(\hat{x}_i)$  之间以及  $\hat{U}_{\bar{X}}$  中的  $\hat{u}_i^{\bar{X}}$  与  $v(\bar{x}_i)$  与之间存在如下关系即

$$\hat{u}_i^{\hat{X}} = v(\hat{x}_i) / \sum_i v(\hat{x}_i), \hat{u}_i^{\bar{X}} = v(\bar{x}_i) / \sum_i v(\bar{x}_i), \forall i \quad (14a)$$

由式 (14a) 可以推知

$$\frac{\sum_i v(\hat{x}_i)}{\sum_i v(\bar{x}_i)} = \frac{\hat{u}_i^{\bar{X}} v(\hat{x}_i)}{\hat{u}_i^{\hat{X}} v(\bar{x}_i)} \quad (14b)$$

式 (14b) 中, 因  $\hat{u}_i^{\bar{X}}$  与  $\hat{u}_i^{\hat{X}}$  已由步骤 1—步骤 4 得到, 故只要确定出  $v(\hat{x}_i) / v(\bar{x}_i)$  就能够得到获得区域与损失区域之间的结果价值量纲比, 而  $v(\hat{x}_i) / v(\bar{x}_i)$  可由与人类直觉思维判断模式相近的摆幅置权 (swing weighting) 方法予以确定<sup>[27]</sup>.

具体过程为, 首先从  $\hat{X}$  和  $\bar{X}$  中各选取一个为两层最熟悉的结果  $\hat{x}_{i_1}$  和  $\bar{x}_{i_2}$  (以此保证对结果价值变化的准确性), 然后将结果由参考点  $x_0$  摆动至  $\hat{x}_{i_1}$  的价值变化量设置为 100, 再令两层共同估计判断出相对于结果价值变化量 100 其由  $x_0$  处摆动至  $\bar{x}_{i_2}$  的价值变化量, 不妨设其为  $C$ . 显然  $v(\hat{x}_{i_1}) / v(\bar{x}_{i_2}) = 100 / C$ . 将上述信息带入式 (14b) 即可获悉  $\sum_i v(\hat{x}_i) / \sum_i v(\bar{x}_i)$  信息. 不妨设其值为  $\delta$ , 则在同一量纲下获得与损失区域的结果价值分别为  $v(\hat{x}_i) = \delta \hat{u}_i^{\hat{X}}$  ( $\forall i$ ) 和  $v(\bar{x}_i) = \hat{u}_i^{\bar{X}}$  ( $\forall i$ ). 类似地, 可得到统一量纲后的概率权重  $w(\hat{p}_i)$  和  $w(\bar{p}_i)$ ,  $\forall i$ . 最后, 将  $v(\hat{x}_i)$ 、 $v(\bar{x}_i)$ 、 $w(\hat{p}_i)$  和  $w(\bar{p}_i)$  ( $\forall i$ ) 代入式 (1) 即可求得备选方案的前景价值及优劣排序.

## 4 方法模拟验证

设某两层决策组织欲对 6 个备选方案进行排

序择优,方案的前景信息如表 1 所示.为验证本文方法的科学有效性和应用可行性,下面在同一标准数据信息的基础上通过特定的模拟数据生成过程对本文方法进行一次和多次模拟,其中一次模拟侧重于描述方法实现的详细过程,而多次模拟侧重于展示方法实际应用的整体效果.

表 1 备选前景的结果和概率信息

Table 1 Outcome and probability information of prospects

前景	结果和概率(结果为货币收入;单位:百万元)					
	结果	概率	结果	概率	结果	概率
$P_1$	-0.1	0.4	0.3	0.5	0.4	0.1
$P_2$	0.2	0.4	0.4	0.5	-0.4	0.1
$P_3$	0.1	0.4	-0.2	0.3	0.3	0.3
$P_4$	0.3	0.2	0.4	0.5	-0.5	0.3
$P_5$	0.2	0.4	-0.3	0.4	0.5	0.2
$P_6$	-0.2	0.5	0.3	0.2	0.4	0.3

#### 4.1 模拟数据生成

为保证模拟数据具有一般性,按下述具有学术谨慎性的程序生成用于模型验证的 T-JM 矩阵.

步骤 1 为验证本文方法的科学有效性,首先假设“能够反映两层在现实决策中真实最优选择行为”的结果价值函数和概率权重函数如式(15a)和式(15b)所示<sup>[13]</sup>.将由式(15a)对  $\hat{X}$  和  $\bar{X}$  中元素计算出的结果价值称为标准结果价值,将由式(15b)对  $\hat{P}$  和  $\bar{P}$  中元素计算出的概率权重称为标准概率权重,二者合称为标准信息.基于标准信息按照式(1)计算各方案的前景价值,并在此基础上对方案进行排序得到  $P_1 > P_2 > P_6 > P_3 > P_5 > P_4$ (称之为标准排序).上述标准信息与标准排序在本文中用于生成模拟数据以及与本文方法的模拟结果进行对比验证.

$$v(x) = \begin{cases} x^{0.88}, & x \in \hat{X} \\ -2.3(-x)^{0.88}, & x \in \bar{X} \end{cases} \quad (15a)$$

$$w(p) = \begin{cases} p^{0.61} / [p^{0.61} + (1-p)^{0.61}]^{1/0.61}, & p \in \hat{P} \\ p^{0.69} / [p^{0.69} + (1-p)^{0.69}]^{1/0.69}, & p \in \bar{P} \end{cases} \quad (15b)$$

步骤 2 为模拟两层知识在双平台上的分布性以及主观直觉判断的不精确性,上下两层对结果价值和概率权重的判断信息可分别设置为在区

间  $[(1 - O_e)v(x), (1 + O_e)v(x)]$  和  $[(1 - \Pi_e)w(p), (1 + \Pi_e)w(p)]$  ( $e = T, B$ ) 内服从均匀分布的随机数(产生一次数据噪声),其中,  $v(x)$  和  $w(p)$  分别为标准结果价值和标准概率权重,对应于上层的  $O_T = 0.1, \Pi_T = 0.15$ ,对应于下层的  $O_B = 0.15, \Pi_B = 0.1$ .符合上述特征的随机数可由 Matlab 中的 Unifrnd 函数生成.

步骤 3 将步骤 2 生成的两层结果价值和概率权重分别两两相比后取整转化为 1/9 - 9 的相对标度数值  $z_{ij}^{(r^*e)}$  (产生二次数据噪声),然后再按式(16a) - (16c) 计算生成 T-JM 矩阵中的元素信息(产生三次数据噪声).由于式(16a) - (16c) 中在引入随机数时可能出现  $z_{lij}^{(r^*e)} > z_{mij}^{(r^*e)}$  或  $z_{uij}^{(r^*e)} < z_{mij}^{(r^*e)}$  的情形,因此在上述情形出现时采用令  $z_{lij}^{(r^*e)} = z_{mij}^{(r^*e)}$  或  $z_{uij}^{(r^*e)} = z_{mij}^{(r^*e)}$  的方式对数据处理予以处理(产生四次数据噪声).

$$z_{ij}^{(r^*e)} = z_{ij}^{(r^*e)} \cdot \text{rand}(0.6 \sim 1.1), \forall i, \forall j, \forall r, \forall e \quad (16a)$$

$$z_{mij}^{(r^*e)} = z_{mij}^{(r^*e)} \cdot \text{rand}(0.8 \sim 1.2), \forall i, \forall j, \forall r, \forall e \quad (16b)$$

$$z_{uij}^{(r^*e)} = z_{uij}^{(r^*e)} \cdot \text{rand}(1.1 \sim 1.4), \forall i, \forall j, \forall r, \forall e \quad (16c)$$

其中,  $\text{rand}(a \sim b)$  表示位于  $[a, b]$  之间的随机数.

#### 4.2 单次模拟决策过程

按照 4.1 节模拟数据信息的生成步骤即可得到源于标准信息但受四次噪声影响的 T-JM 矩阵  $Z_X^{(e)}$  ( $\forall r, \forall e$ ).限于篇幅,这里仅列出在交互过程中需调整的  $Z_X^{(e)}$  信息(见表 2).

表 2 两层关于  $\bar{X}$  的 T-JM 矩阵  $Z_X^{(e)}$

Table 2 T-JM matrix  $Z_X^{(e)}$  given by two-level on  $\bar{X}$

	$(z_{lij}^{(\bar{X}^*e)})_{5 \times 5}$	$(z_{mij}^{(\bar{X}^*e)})_{5 \times 5}$	$(z_{uij}^{(\bar{X}^*e)})_{5 \times 5}$
$Z_X^{(T)}$	$\begin{bmatrix} 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 4/1 \\ 1/1 & 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/1 & 1/1 & 2/1 \\ 1/3 & 1/2 & 1/2 & 1/1 & 2/1 \\ 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/2 & 1/1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 & 4/1 \\ 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 \\ 1/2 & 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 \\ 1/3 & 1/2 & 1/1 & 1/1 & 2/1 \\ 1/3 & 1/3 & 1/2 & 1/2 & 1/1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 & 5/1 \\ 1/1 & 1/1 & 2/1 & 2/1 & 4/1 \\ 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 \\ 1/2 & 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 \\ 1/4 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/1 \end{bmatrix}$
$Z_X^{(B)}$	$\begin{bmatrix} 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 \\ 1/2 & 1/1 & 1/2 & 2/1 & 3/1 \\ 1/2 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 \\ 1/3 & 1/2 & 1/2 & 1/1 & 2/1 \\ 1/6 & 1/4 & 1/4 & 1/3 & 1/1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/1 & 1/1 & 1/1 & 3/1 & 5/1 \\ 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 \\ 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 3/1 \\ 1/3 & 1/2 & 1/2 & 1/1 & 2/1 \\ 1/5 & 1/3 & 1/3 & 1/2 & 1/1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/1 & 2/1 & 2/1 & 3/1 & 6/1 \\ 1/1 & 1/1 & 1/1 & 2/1 & 4/1 \\ 1/1 & 2/1 & 1/1 & 2/1 & 4/1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/1 & 3/1 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/2 & 1/1 \end{bmatrix}$

为利用 T-JM 矩阵信息和 3.4 给出的方法步骤得出模拟决策的结果价值、概率权重以及方案排序信息,对模拟决策的有关参数作如下设置。

第一,由于受第一次数据噪声的影响,上下两层在价值平台上的模拟数据分布离散程度之比(可信任程度比值的倒数)为  $O_T/O_B = 2/3$ (见步骤 2),由此并基于决策信息可信程度与其相应权重成正比的思想(详见前文协调权的配置方法)可知,上下两层在价值平台上的相对权重分别应为 0.6 与 0.4 或协调权  $\alpha$ (上层在价值平台上的权重)为  $0.6/(0.6 + 0.4) = 0.6$ ;在此基础上,考虑到第二至第四次数据噪声进一步增大了模拟数据的离散程度,因此将协调权设置为  $\alpha = 0.7$ 。

第二,由式(16a) - (16c)可知,对应于标准数据  $z_{ij}^{(r^*e)}$  的模拟数据其重心点与上下两端点相对于  $z_{ij}^{(r^*e)}$  的波动范围分别为  $[0.8z_{ij}^{(r^*e)}, 1.2z_{ij}^{(r^*e)}]$ 、 $[0.6z_{ij}^{(r^*e)}, 1.1z_{ij}^{(r^*e)}]$  和  $[1.1z_{ij}^{(r^*e)}, 1.4z_{ij}^{(r^*e)}]$ ,由此并考虑模拟数据较标准数据的波动幅度越大则其可信程度越差这一近似反比关系可知,模拟数据在重心点与上下两端点的相对可信程度分别为  $[1.1z_{ij}^{(r^*e)} - 0.6z_{ij}^{(r^*e)}]/[1.2z_{ij}^{(r^*e)} - 0.8z_{ij}^{(r^*e)}] = 0.5/0.4$ 、 $[(1.1z_{ij}^{(r^*e)} - z_{ij}^{(r^*e)}) + (1.4z_{ij}^{(r^*e)} - z_{ij}^{(r^*e)})]/[1.2z_{ij}^{(r^*e)} - 0.8z_{ij}^{(r^*e)}] = 0.5/0.4$ ,故将偏差权重设置为  $\beta = 0.5/(0.5 + 0.4) \approx 0.6$ 。

第三,考虑到上下两层对同一决策问题存在的对立统一关系并参照文献[11]对补偿算子的取值方法,这里将反映上下两层整体满意度相互补偿关系的补偿度设置为  $\gamma = 0.3$ 。

第四,由定理 2 可知,在  $\alpha = 0.7$  和  $\gamma = 0.3$  时应用模型最优目标函数值的变化范围是  $0 \leq \vartheta_r \leq 2.2$ ,由此并为了能够反映出决策者追求决策效率、牺牲决策精度情况下即在允许较大决策误差的条件下检验应用模型所给出的模拟结果与标准结果之间的差异,这里把用于平衡决策精度与决策效率的满意协调度阈值设置为  $\Delta = 1.0$ 。其含义为,只要两层综合满意协调度能够达到理论最大值(2.2)的 46%( $1/2.2 = 0.46$ )就认为模型的最优解是可信的。

基于上述参数信息,将 T-JM 矩阵  $Z_r^{(e)}$  带入两层群决策的理论模型、应用模型和检验修正模型,利用 Matlab 软件进行模型求解得到模拟决策的最优解和最优满意协调度信息。由于当  $r = \bar{X}$  时模

型的最优目标函数值  $\hat{\vartheta}_{\bar{X}} = 0.99 < 1(\hat{\vartheta}_r \geq 1, r = \hat{X}, \hat{P}, \hat{P})$ ,因此需对  $Z_{\bar{X}}^{(e)}$  予以学习修正。具体过程为,首先找到应用模型最优解中加权偏差明显较大的元素即  $\hat{\phi}_{u13}^{(\bar{X} \cdot T)} = 0.176$ 、 $\hat{\phi}_{u14}^{(\bar{X} \cdot T)} = 0.140$ 、 $\hat{\phi}_{u14}^{(\bar{X} \cdot B)} = 0.140$ ,然后针对与上述偏差元素对应的  $z_{m13}^{(\bar{X} \cdot T)}$ 、 $z_{m14}^{(\bar{X} \cdot T)}$  与  $z_{m14}^{(\bar{X} \cdot B)}$  的取值开展交互学习与调整修正,设  $z_{m13}^{(\bar{X} \cdot T)}$  由 2/1 调整为 4/3,  $z_{m14}^{(\bar{X} \cdot T)}$  和  $z_{m14}^{(\bar{X} \cdot B)}$  由 3/1 调整为 2/1,最后将修正后的  $Z_{\bar{X}}^{(e)}$  重新带入理论模型、应用模型和检验修正模型,通过求解得到最优满意协调度  $\hat{\vartheta}_{\bar{X}} \geq 1$  此时对应的  $\hat{U}_r(\forall r)$  即为有效的规一化结果价值。有效的规一化结果价值与概率权重信息具体如表 3 所示。

表 3 有效的规一化结果价值与概率权重

Table 3 Efficient normalized outcome values and probability weights

	获得区域				
结果	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500
结果价值	0.071	0.143	0.214	0.286	0.286
概率	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500
概率权重	0.091	0.182	0.182	0.182	0.364
	损失区域				
结果	-0.100	-0.200	-0.300	-0.400	-0.500
结果价值	-0.070	-0.140	-0.228	-0.281	-0.281
概率	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500
概率权重	0.125	0.125	0.250	0.250	0.250

另外,为了测度在获得区域与损失区域结果价值之间以及概率权重之间的量纲关系,设两层分别选取  $\hat{x}_{i_1} = 0.2$ 、 $\bar{x}_{i_2} = 0.2$  和  $\hat{p}_{j_1} = 0.2$ 、 $\bar{p}_{j_2} = 0.2$  作为对比基点,同时依据式(15a)和(15b)设由摆幅置权方法得到  $v(\hat{x}_{i_1})/v(\bar{x}_{i_2}) = 1/2.3$  和  $w(\hat{p}_{j_1})/w(\bar{p}_{j_2}) = 1/1$ ,则按照前文步骤 5 即可得到获得区域与损失区域在同一量纲下的结果价值和概率权重。最后基于规一化的模拟结果价值和概率权重按照式(1)求得方案模拟排序(详见表 4)。

### 4.3 多次模拟决策过程

只要得到结果价值和概率权重,前景价值就能够被很容易地计算出来;所确定的结果价值和概率权重越合理,由此而得到的前景价值就会越准确。基于上述考虑,为了验证本文方法在实际应

用中的整体效果,只要观察由其协调得到的结果价值和概率权重与标准数据之间偏差即可.因此,按照4.1节与4.2节中的数据生成步骤和具体参数信息,生成500组仅含第二次数据噪声的模拟T-JM矩阵(低噪T-JM矩阵)和500组含有四次数据噪声的模拟T-JM矩阵(高噪T-JM矩阵),并将各组T-JM矩阵分别带入3.4节的方法步骤利用Matlab软件进行仿真模拟从而得到模拟决策的结果价值和概率权重.为便于比较分析,将损失与获得两区域内的结果价值(绝对值)和概率权重分别进行规一化处理,同时将标准信息亦作如此处理,并利用Matlab中subplot函数分别针对低噪T-JM矩阵与高噪T-JM矩阵两种模拟情形绘制出能够反映模拟结果与标准结果之间差异的信息对照图(分别简称为低噪和高噪信息差异对照图,详见图3与图4).

表4 模拟前景信息及方案排序

Table 4 Simulated prospect information and alternative ranking

前景	结果价值与概率权重						前景价值	排序
	$V(X)$	$W(P)$	$V(X)$	$W(P)$	$V(X)$	$W(P)$		
$P_1$	-0.049	0.119	0.069	0.121	0.085	0.061	0.007 7	1 <sup>st</sup>
$P_2$	0.043	0.121	0.085	0.121	-0.196	0.060	0.003 8	2 <sup>nd</sup>
$P_3$	0.021	0.121	-0.098	0.117	0.069	0.100	-0.001 9	4 <sup>th</sup>
$P_4$	0.069	0.086	0.085	0.121	-0.196	0.117	-0.006 6	6 <sup>th</sup>
$P_5$	0.043	0.121	-0.159	0.119	0.085	0.086	-0.006 5	5 <sup>th</sup>
$P_6$	-0.098	0.119	0.069	0.086	0.085	0.100	0.002 8	3 <sup>rd</sup>

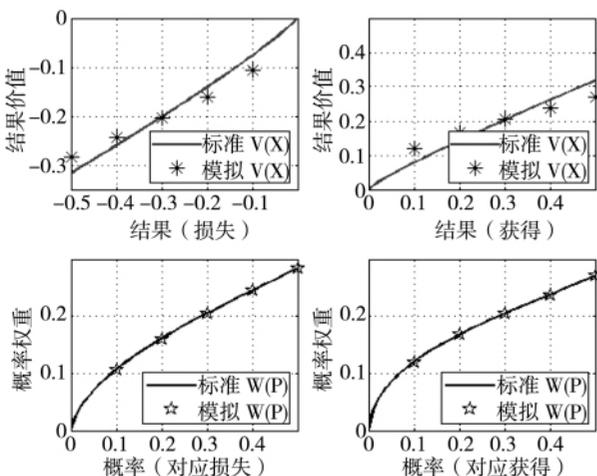


图3 低噪信息差异对照图

Fig. 3 Comparison picture for low noisy information difference

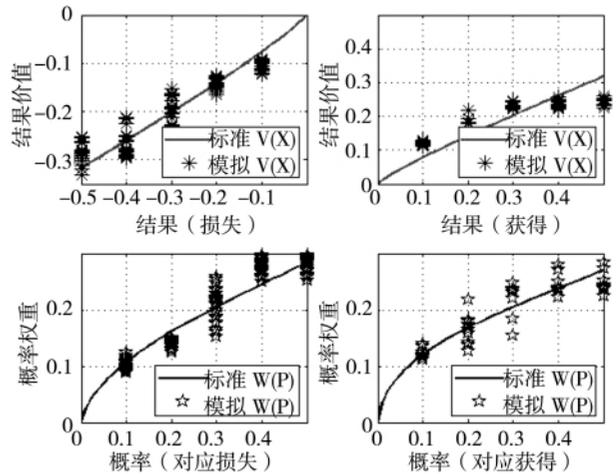


图4 高噪信息差异对照图

Fig. 4 Comparison picture for high noisy information difference

### 4.4 结果分析

从应用本文决策方法实施方案模拟排序的整个过程以及方法模拟结果与标准信息、标准排序的对比情况来看,可以得出以下三方面结论.其一,在单次模拟决策过程中,由方法模拟得出的方案排序与标准排序完全一致(详见表4),可见本文方法能够针对两层知识在价值与风险双平台上的分布性特征,通过引入协调权平衡上下两层目标函数之间的满意度关系,能够有效地提取结果价值信息和概率权重信息,保证两层群决策的实际决策效果.其二,在对标准信息施加不同程度的数据噪声后,应用本文方法所得到的模拟结果价值和模拟概率权重虽与标准结果价值和标准概率权重存在偏差,但都位于标准信息的较小领域内、能够反映出标准信息的整体变化规律,特别是偏差程度在噪声很小时基本上可以忽略(参见图3与图4).其三,在单次模拟决策过程中初始模拟信息存在四次数据噪声的情况下,从偏差产生的根源入手对T-JM矩阵 $Z_X^{(e)}$ 进行学习修正,仅通过一次就使其满意协调度达到阈值要求;在多次模拟决策过程中,利用Matlab模拟方法求解低噪与高噪共计1000组T-JM矩阵仅需9 min左右;说明本文方法能够保证两层群决策的实际决策效率.

### 5 结束语

现有群决策研究因其依赖于经典期望效用理论而并未考虑决策者的认知判断参考点与风险偏

好态度对现实决策选择行为影响. 为解决上述问题, 本文首先基于前景理论构建了价值与风险两个决策信息提取平台, 并结合两两比较判断和三端点区间数提出了能够有效描述主观判断直觉模糊性的 T-JM 矩阵; 然后针对上下两层知识在价值与风险双平台上的分布性特征, 基于协调权给出并分析了两层双平台协调决策结构及运行机理; 最后从上下两层满意协调度最优化的视角, 提出了能够有效提取两层决策信息、实现方案科学满意排序的两层群决策的理论模型、应用模型、检验修正模型以及方法步骤. 本文方法不仅能够通过协调上下两层在双平台上的目标函数满意度关系, 有效地提取基于同一参考点且反映两层决策者风险偏好态度的结

果价值信息和概率权重信息, 而且还能从认知偏差产生根源入手有针对性地对决策信息进行学习修正, 因此本文方法能够保证两层群决策的决策效果具有科学满意度, 同时也可以保证其决策效率具有高效快捷性. 数据模拟结果表明, 本文方法不仅在理论上具有科学有效性, 而且在操作中具有应用可行性. 值得特别强调的是, 本文侧重于从理论建构视角对两层群决策方法进行了系统深入的诠释, 虽然形似复杂, 但其在实际应用中却极为便捷. 其主要原因在于, 本文构建的理论模型、应用模型、检验修正模型能够按照定理 1 与定理 3 进行科学求解, 易于实现编程, 从而使得该方法仅需两层 T-JM 矩阵信息就可以对方案进行科学有效排序.

#### 参 考 文 献:

- [1] Xu Z S, Chen J. An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making[J]. *Information Sciences*, 2007, 177(1): 248–263.
- [2] 廖貅武, 唐焕文. 基于不完全信息的一种群决策方法[J]. *大连理工大学学报*, 2002, 42(1): 122–126.  
Liao Xiuwu, Tang Huanwen. A new group decision-making approach with incomplete information[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2002, 42(1): 122–126. (in Chinese)
- [3] Koksalan M, Ozpeynirci S B. An interactive sorting method for additive utility functions[J]. *Computers & Operations Research*, 2009, 36(9): 2565–2572.
- [4] 陈建中, 徐玖平. 群决策的交互式 TOPSIS 方法及其应用[J]. *系统工程学报*, 2008, 23(3): 276–281.  
Chen Jianzhong, Xu Jiuping. TOPSIS based interactive multi-attributes group decision-making method and its application[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2008, 23(3): 276–281. (in Chinese)
- [5] Kim J K, Choi S H. A utility range-based interactive group support system for multiattribute decision making[J]. *Computers & Operations Research*, 2001, 28(5): 485–503.
- [6] Mishra S, Ghosh A. Interactive fuzzy programming approach to Bi-level quadratic fractional programming problems[J]. *Annals of Operations Research*, 2006, 143(1): 251–263.
- [7] Shih H S, Lai Y J, Lee E S. Fuzzy approach for multi-level mathematical programming problems[J]. *Computers and Operational Research*, 1996, 23(1): 73–91.
- [8] Mishra S, Ghosh A. Interactive fuzzy programming approach to Bi-level quadratic fractional programming problems[J]. *Annals of Operations Research*, 2006, 143(1): 251–263.
- [9] Sakawa M, Nishizaki I, Uemura Y. Interactive fuzzy programming for multi-level linear programming problems with fuzzy parameters[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, (109): 3–19.
- [10] Sakawa M, Nishizaki I. Interactive fuzzy programming for decentralized two-level linear programming problems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 125(3): 301–315.
- [11] Tiryaki F. Interactive compensatory fuzzy programming for decentralized multi-level linear programming (DMLLP) problems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(23): 3072–3090.
- [12] Ahlatcioglu M, Tiryaki F. Interactive fuzzy programming for decentralized two-level linear fractional programming (DTLL-FP) problems[J]. *Omega*, 2007, 35(4): 432–450.
- [13] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263–292.
- [14] Prelec D. The probability weighting function[J]. *Econometrica*, 1998, 66(3): 497–528.
- [15] Abdellaoui M. Parameter-free elicitation of utilities and probability weighting functions[J]. *Management Science*, 2000, 46(11): 1497–1512.
- [16] Tamura H. Behavioral models for complex decision analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 166

- (3): 655 – 665.
- [17] Saaty T L. Fundamentals of the Analytic Hierarchy Process [M]. Pittsburgh: RWS Publications, 2006.
- [18] 朱建军, 宋传平, 刘思峰, 等. 一类三端点区间数判断矩阵的一致性及权重研究 [J]. 系统工程学报, 2008, 23(1): 22 – 27.  
Zhu Jianjun, Song Chuanning, Liu Sifeng, et al. Consistency and weight estimation of three-point interval number comparison matrix [J]. Journal of Systems Engineering, 2008, 23(1): 22 – 27. (in Chinese)
- [19] 毕鹏程, 席酉民. 群体决策过程中的群体思维研究 [J]. 管理科学学报, 2002, 5(1): 25 – 34.  
Bi Pengcheng, Xi Youmin. Groupthink in group decision making process [J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5(1): 25 – 34. (in Chinese)
- [20] 徐寒易, 马剑虹. 共享心智模型: 分布、层次与准确性初探 [J]. 心理科学进展, 2008, 16(6): 933 – 940.  
Xu Hanyi, Ma Jianhong. Shared mental model: An approach to distribution, hierarchy and accuracy [J]. Advances in Psychological Science, 2008, 16(6): 933 – 940. (in Chinese)
- [21] 王洪伟, 吴家春, 蒋 馥, 等. 企业知识的层次结构及管理过程研究 [J]. 研究与发展管理, 2003, 15(2): 49 – 53.  
Wang Hongwei, Wu Jiachun, Jiang Fu, et al. Study on hierarchical structure of enterprise knowledge and its management process [J]. R&D Management, 2003, 15(2): 49 – 53. (in Chinese)
- [22] Stasser G, Vaughn S I, Stewart D D. Pooling unshared information: The benefits of knowing how access to information is distributed among group members [J]. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 2000, 82(1): 102 – 116.
- [23] van Ginkel W P, van Knippenberg D. Knowledge about the distribution of information and group decision making: When and why does it work? [J]. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 2009, 108(2): 218 – 229.
- [24] Henry M, Donald E C, Stephen E H, et al. Group decision process and incrementalism in organizational decision making [J]. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 2003, 92(1 – 2): 67 – 79.
- [25] 郭菊娥, 白云涛, 席酉民, 等. 权威类型、决策程序对高管决策过程影响研究 [J]. 管理科学学报, 2008, 11(6): 1 – 10.  
Guo Ju'e, Bai Yuntao, Xi Youmin, et al. Effects of authority type and decision procedure on TMT decision-making process: A laboratory experiment [J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(6): 1 – 10. (in Chinese)
- [26] 蒋御柱, 张朋柱, 张兴学. 群体研讨支持系统中的智能可视化研究 [J]. 管理科学学报, 2009, 12(3): 1 – 11.  
Jiang Yuzhu, Zhang Pengzhu, Zhang Xingxue. Research on intelligence visualization in group argument support system [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(3): 1 – 11. (in Chinese)
- [27] Keeney R L. Measurement scales for quantifying attributes [J]. Behavioral Science, 1981, 26: 29 – 36.

## Two-level group decision making approach based on coordination between double platforms

*LI Chun-hao, DU Yuan-wei*

School of Management, Jilin University, Changchun 130025, China

**Abstract:** The influences on realistic decision-making behaviors of reference points and risk attitudes are rarely considered in current studies. To solve the above problems, the value and the risk platforms for deriving subjective decision information are introduced in terms of prospect theory and T-JM matrix, after that a decision-making structure for two-level double platform coordination and its running mechanism are proposed and analyzed according to distribution characteristics of two levels' knowledge on double platforms, and finally, a two-level group decision-making theoretic model, application model and method steps for deriving both levels' decision information effectively and ranking alternatives scientifically and satisfactorily are established in view of optimizing two-level satisfactory Coordination degree. A simulation example shows the presented approach is scientific, reasonable, and applicable.

**Key words:** two-level group decision making; value platform; risk platform; coordination; prospect theory